زنگ حل مساله: (هفته‌ی سوم)

☺. جدولی $n \times n$ در اختیار داریم که چهار خانه‌ی گوشه‌اش سیاه و بقیه خانه‌هایش سفیدند. در هر حرکت می‌توان یک سطر یا ستون را انتخاب کرد و رنگ خانه‌هایش را تغییر داد. آیا می‌توان به جدولی با خانه‌های همرنگ رسید؟

☺. در هر خانه از یک جدول ۸×۸ یک عدد صحیح نوشته شده است. در هر حرکت می‌توان به همه اعداد موجود در یک مربع ۲×۲ یا ۳×۳ یک واحد اضافه کرد. آیا همواره می‌توان به ٦٤ عدد زوج رسید؟

😐. دنباله $a_1, \ldots, a_{2n}$ داده شده است. دو نفر به صورت زیر بازی می‌کنند:

هرکس در نوبت خود یکی از اعداد دو سر دنباله را پاک می‌کند و برای خود برمی‌دارد. در پایان کسی که مجموع بیشتری بدست آورد برنده است. ثابت کنید نفر اول می‌تواند طوری بازی کند که هیچگاه نبازد.

سوال‌های زیر هنوز حل نشده‌اند. تا زمانی که پاسخ این مسائل داده نشوند سوال جدید مطرح نمی‌شود. هرچند راهنمایی هر سوال آورده شده است.

☹. جدولی ۱۰۰×۱۰۰ در اختیار داریم (شطرنجی). در هر حرکت می‌توان مستطیلی را انتخاب کرد تا رنگ خانه‌های داخل آن برعکس شود. حداقل چند حرکت برای تک رنگ کردن جدول نیاز است؟

راهنمایی: پاسخ برابر با ۱۰۰ است. ابتدا روشی بیابید که با ۱۰۰ حرکت بتوان اینکار را انجام داد.

در ادامه ثابت کنید ۱۰۰ حرکت لازم است (محیط مربع‌ها ...)

☹. تعدادی کارت داریم که روی هرکدام یکی از اعداد ۱ تا n نوشته شده است و مجموعشان $k \times n!$ است. ثابت کنید می‌توان این کارت‌ها را به k دسته افراز کرد که مجموع اعداد هر دسته برابر $n!$ شود.

راهنمایی: روی n استقرا بزنید. به جای اعداد ۱ تا n، کارت‌هایی با اعداد ۱ تا $n-1$ بسازید ...

ای که در کوچه معشوقه‌ی ما می‌گذری　　بر حذر باش که سر می‌شکند دیوارش

آن سفر کرده که صد قافله دل همره اوست　　هر کجا هست خدایا بسلامت دارش