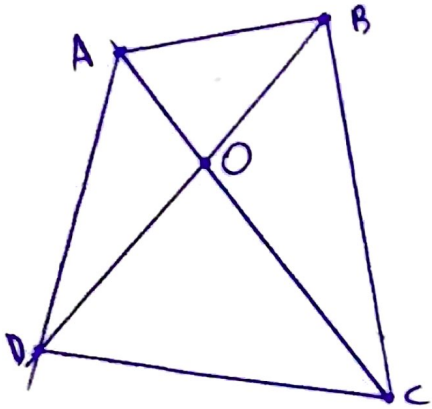


۱) شعاع دایره داخلی $\triangle ABO$ و $\triangle BCO$ و $\triangle COO$ و $\triangle DAO$ برابرند. ثابت کنید $ABCD$

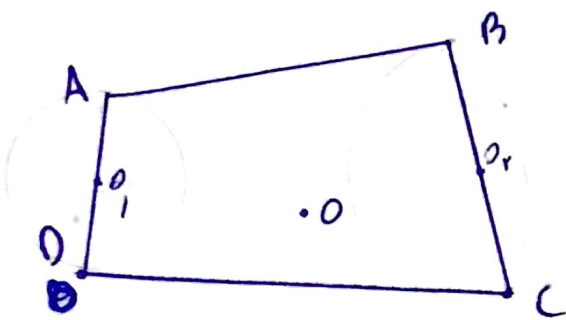
لوزی است.

۲) محیط $\triangle ABO$ و $\triangle BCO$ و $\triangle COO$ و $\triangle DAO$ برابرند. ثابت کنید $ABCD$ لوزی است.



۳) w_1 قطر AD و w_2 قطر BC ثابت کنید با مرکز (مربعی) O نسبت به مرکز ثقل چهارضلعی

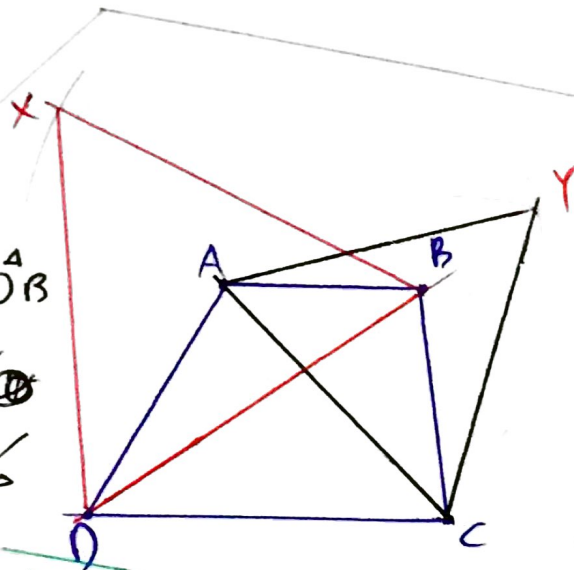
(یعنی M) روی محور اصلی w_1 و w_2 قرار دارد.



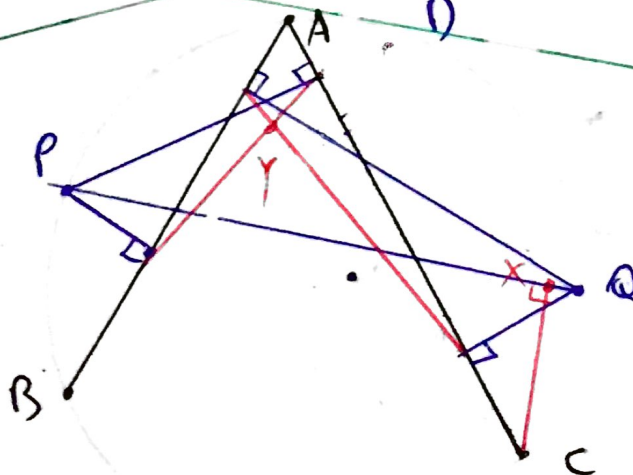
$\triangle XDB$ و $\triangle YAC$ متشابهی الاضلاع هستند

$AD + BC = XY$ و ~~$AD + BC = XY$~~

حکم: $AD^2 + BC^2 = ?$



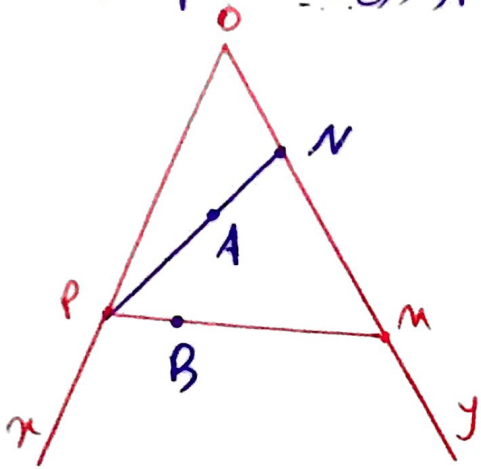
(۴)



$XY \perp AB$

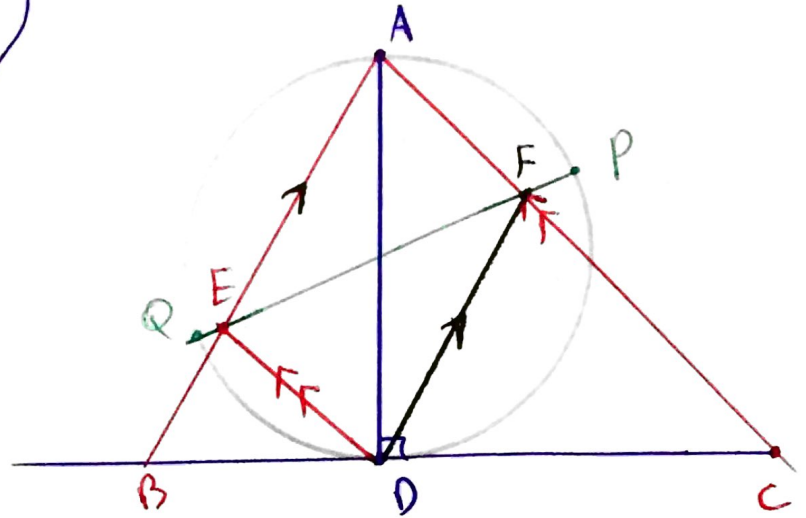
(۵)

۷) ثابت کن \hat{xOy} و B, A در رابطه $PM=PN$ با یکدیگر

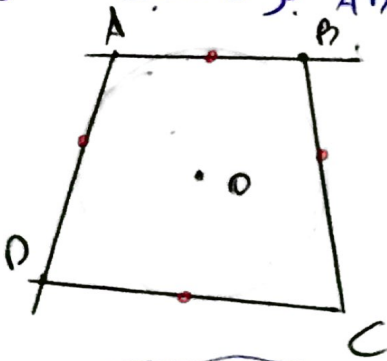


۶) ثابت کن $PQBC$ متساوی است

$DF \parallel AB, DE \parallel AC$

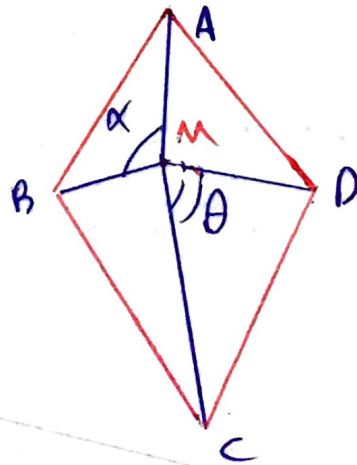
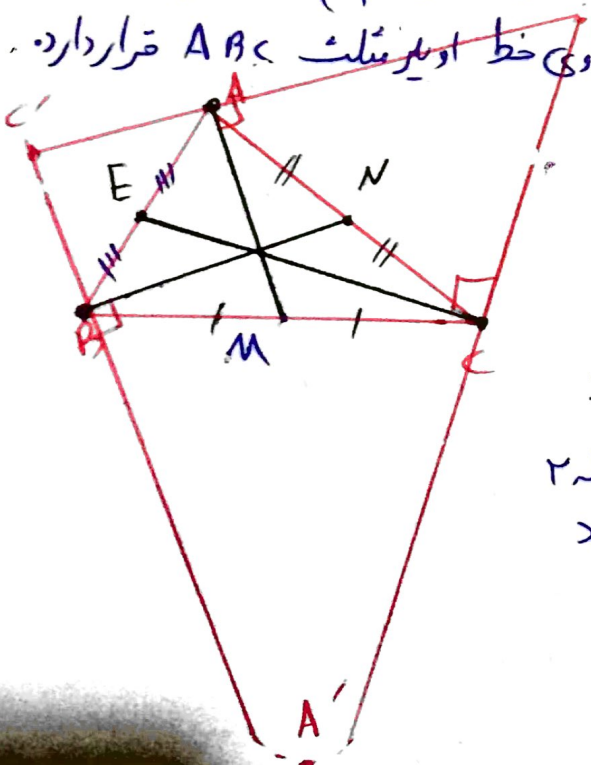


۱) مسافت از هر طرف دوم: ثابت کن مرکز ثقل $ABCD$ بر θ منطبق است اگر و تنها اگر $OA \cdot OC = OB \cdot OD$



۹) $ABCD$ لوزی مفروض مکان هندی M بطوریکه $\alpha + \theta = 180^\circ$

۱۰) مسافت از هر طرفی دوم: ثابت کن $A'B'C'$ زاوی خط اولیست ABC قرار دارند.

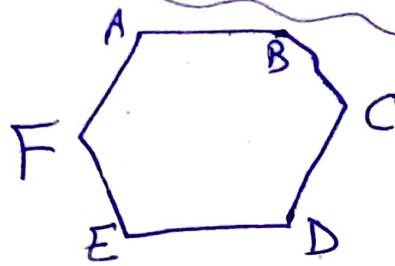


توضیح:
قبل از مرحله ۲
حل شود

(۱۱) در چهارضلعی $ABCD$ ← چهارضلعی Q_0 عمود منصف اضلاع را رسم کرده ایم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ ایجاد شود (چهارضلعی Q_1) و دوباره این کار را تکراری کنیم تا چهارضلعی Q_2 ایجاد شود (یعنی عمود منصف های $A'B'C'D'$ را رسم می کنیم تا Q_2 حاصل شود) ثابت کنید $Q_1 \sim Q_2$ یعنی به صورتی $Q_{2k} \sim Q_{2k+1}$ و $Q_{2k+1} \sim Q_{2k+2}$

(۱۲) فرض کنید $\triangle ABC$ دایره ای است
 مرکز ثقل G و مرکز محیطی I و $\triangle BDF$ متناهی اضلاع اند
 محیط $AD + CF + BE =$

(۱۲)



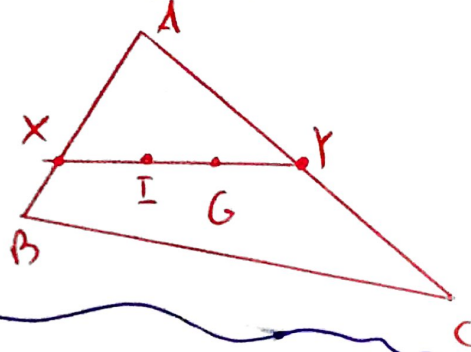
حکم: $AD = CF = BE$

$$Ax = Ay$$

I و G مرکزهای $\triangle ABC$
 مرکز ثقل ABC

$$\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{a}{c} < 2$$

(۱۳) ثابت کنید

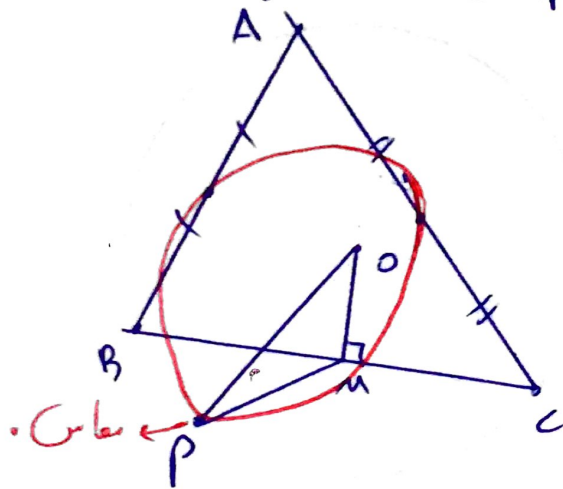


..... و O, M, P از نقطه ثابتی گذرنند

(۱۴) دایره محیطی
 که سمت ترا از مرحله دوم

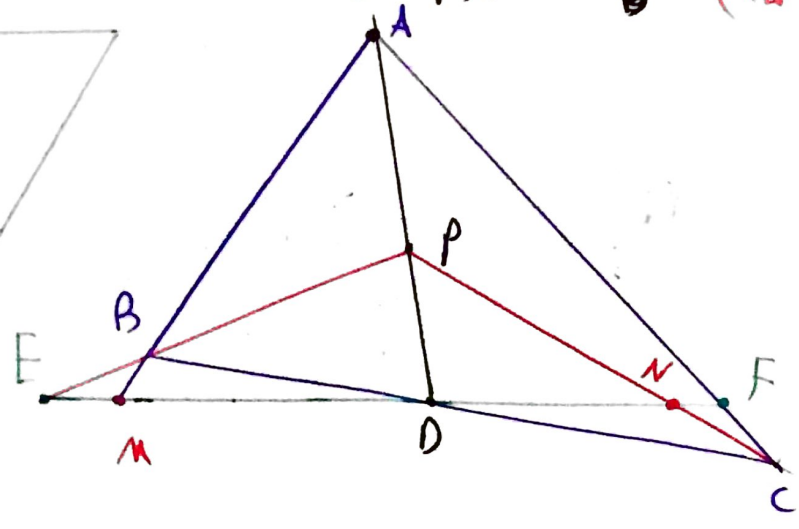
حالت دوم قبل از مرحله ۲

توضیح:

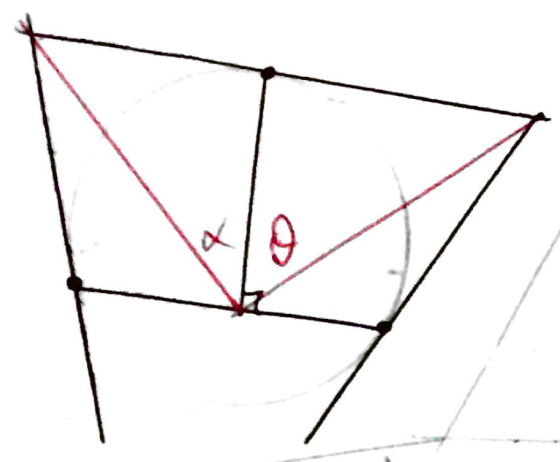


~~15~~

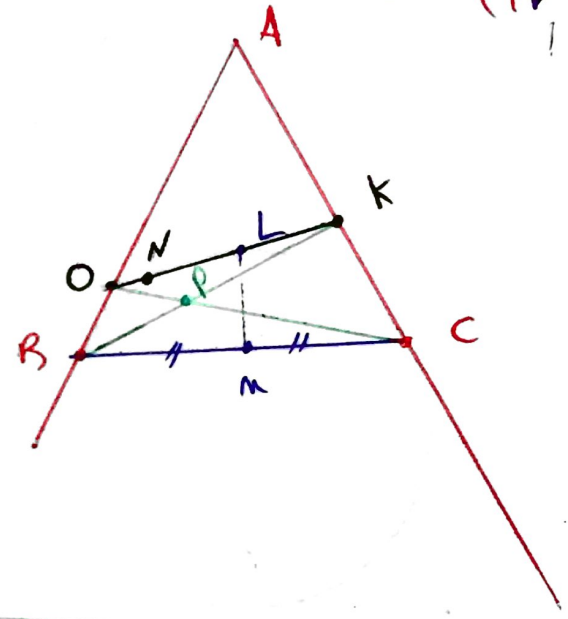
(۱۵) D و P دلفواہ هستند. ثابت کنید اگر D وسط EF باشد \leftarrow D وسط MN قرار دارد



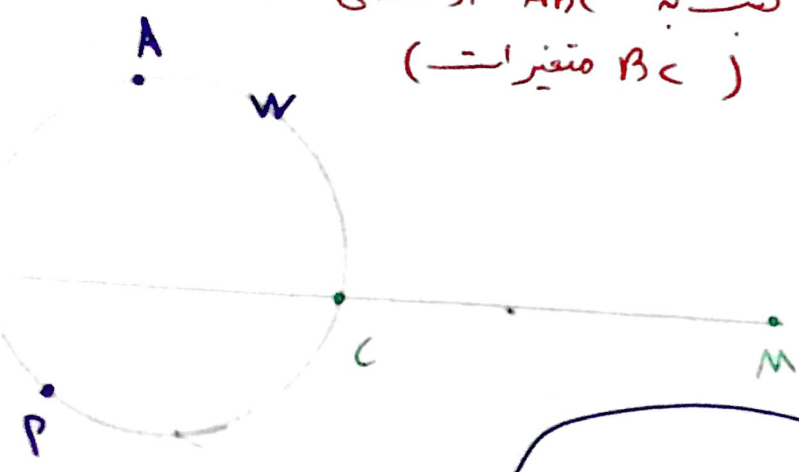
(۱۶) $\alpha = \theta$ لیند



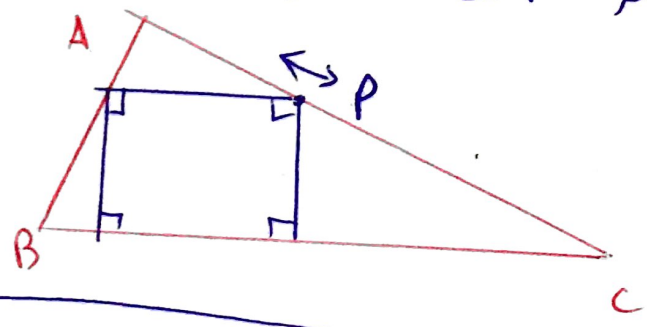
(۱۷) $BK = LC$ و دلفواہ OK \leftarrow M, P, N هم خط اند.



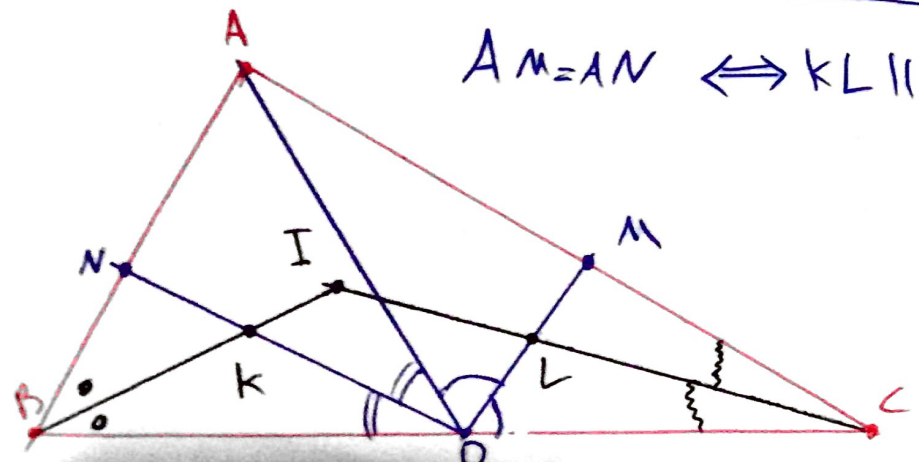
(۱۸) A و M, P, W ثابت و ثابت کنید خط سیمرق P نسبت به $\triangle ABC$ از نقطه P ثابت می‌لاند ($B < C$ متغیرات)



(۱۹) اگر P روی AC مکان مثل برزور قطر های مستطیل را بیاورد.

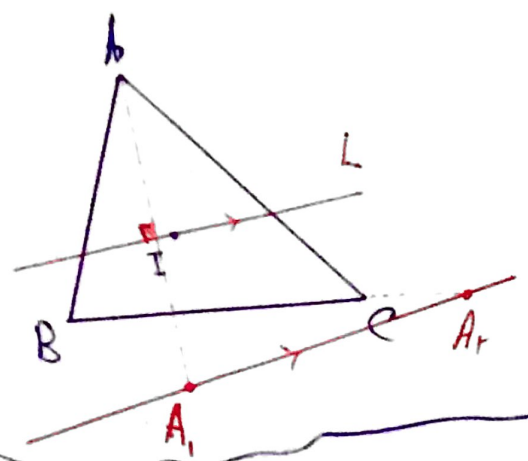


(۲۰) $AM = AN \iff KL \parallel MN \leftarrow$ دلفواہ D



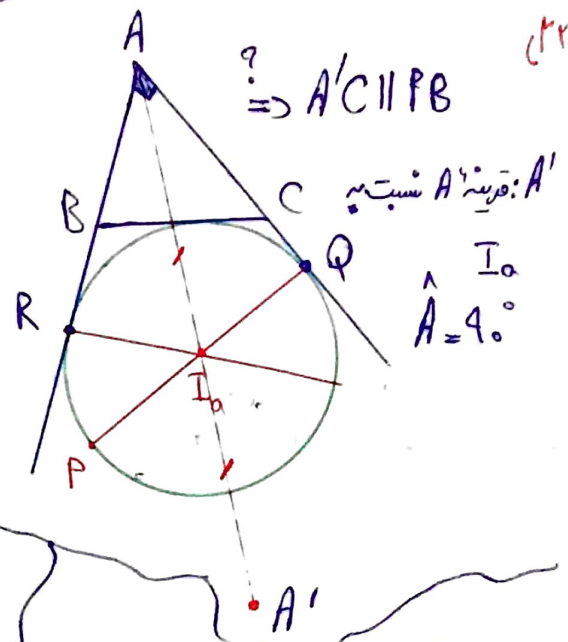
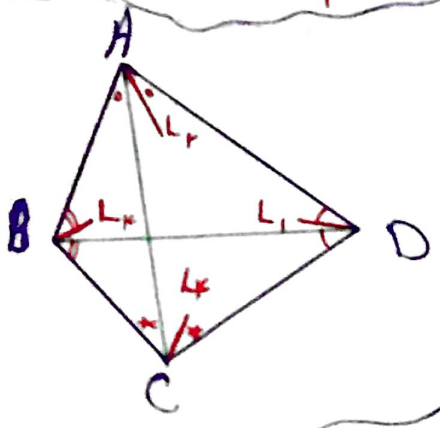
به نام او

I مرکز نسیانه ی - L دلخواه ، A_1 قرینه A نسبت به L
 $A_1 A_r \parallel L$
 $C =$ ثابت کنید A_r و B و C روی یک خط
 $BC \perp A_1 A_r$
 قدر دارند که بر دایره محاطی مساوی است.

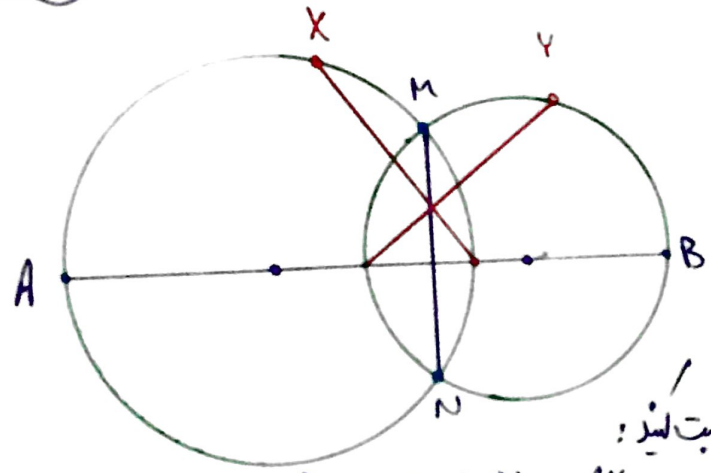
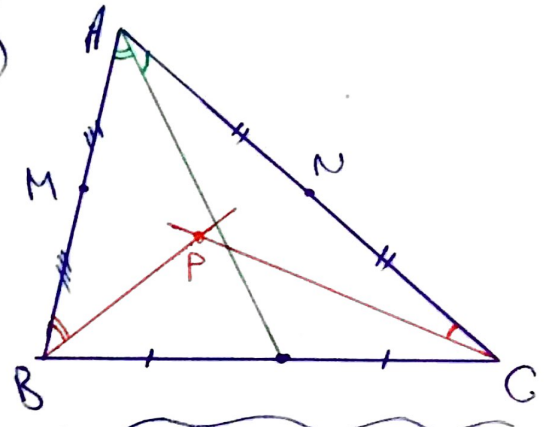


۲۳ ثابت کنید $AC \perp BD$

(\Rightarrow) L_1 و L_2 و L_3 همسره شوند.

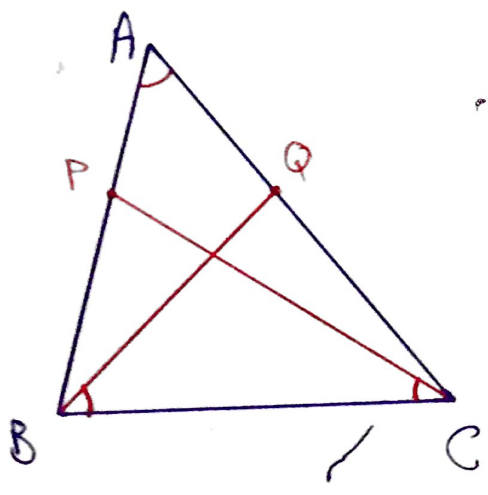


۲۴ ثابت کنید AMPN محاطی است.

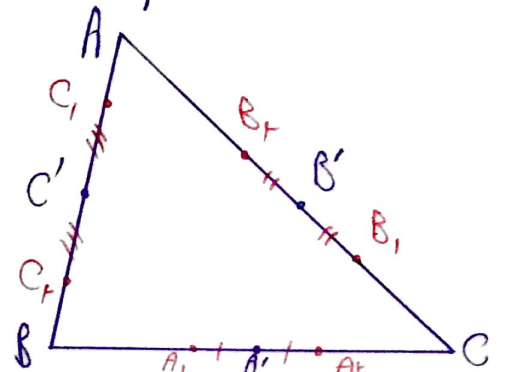


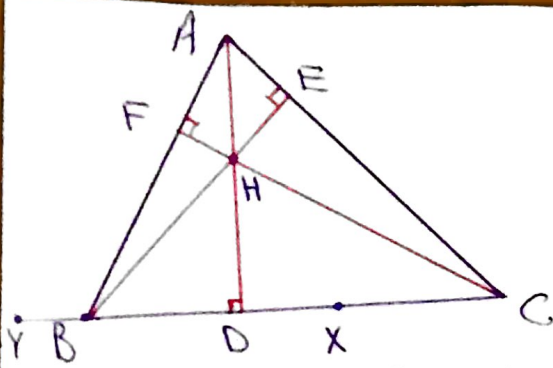
۲۵ ثابت کنید: MN, BY, AX همسره.

۲۷ ثابت کنید $(O_{APQ}, O_{ABC}) \perp BC$



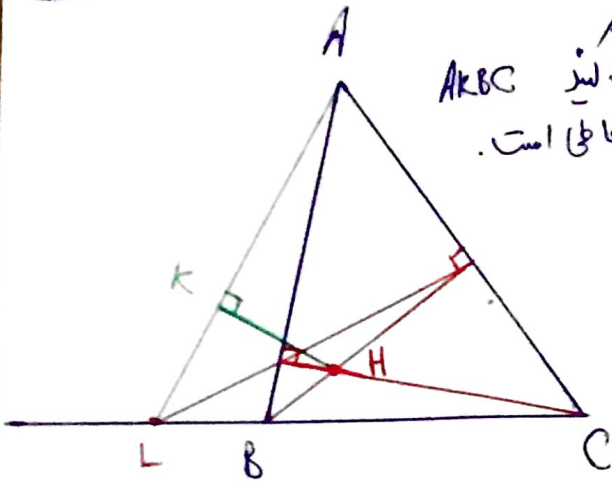
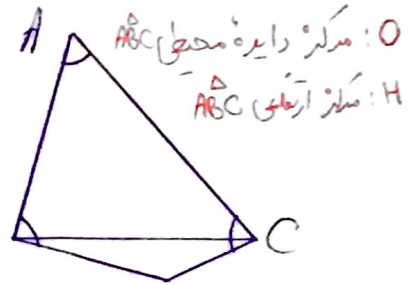
۲۸ A', B', C' وسط اضلاع
 ثابت کنید مرکز ثقل مثلث های
 $ABC, A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2$ هم خط اند.





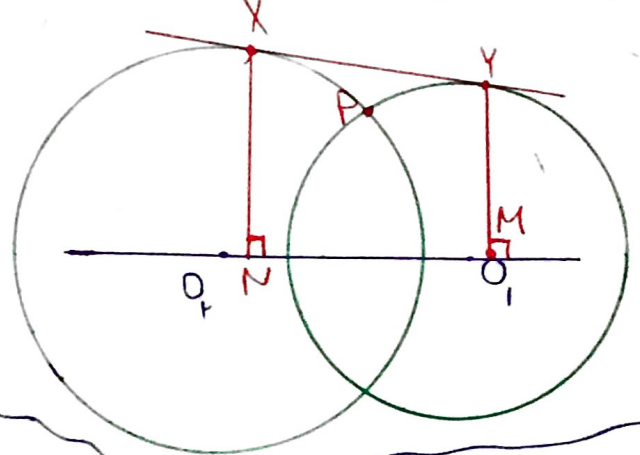
$BX^2 = BY^2 = BF \cdot BA$ ۲۹
 ثابت کنید: EX و YF یکی
 دایره‌ای به قطر AH هستند

$\hat{DBA} = \hat{DCA} = \hat{A}$ ۳۰
 ثابت کنید OH از D می‌گذرد.

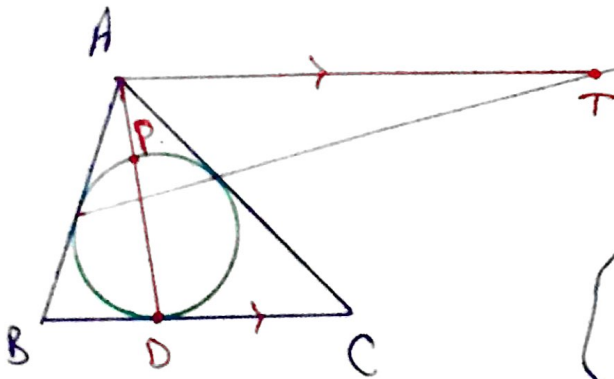


۳۱ ثابت کنید $AKBC$
 متطابق است.

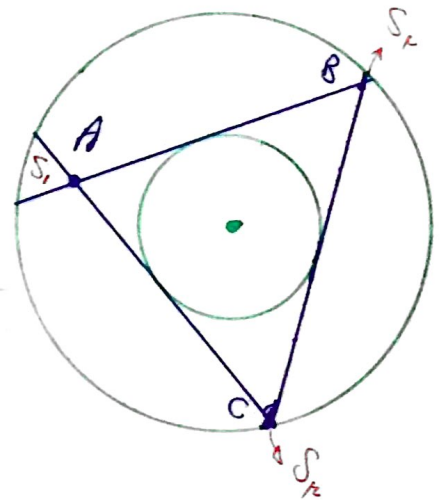
۳۰ ثابت کنید $\hat{NPO}_1 = \hat{MPO}_1$



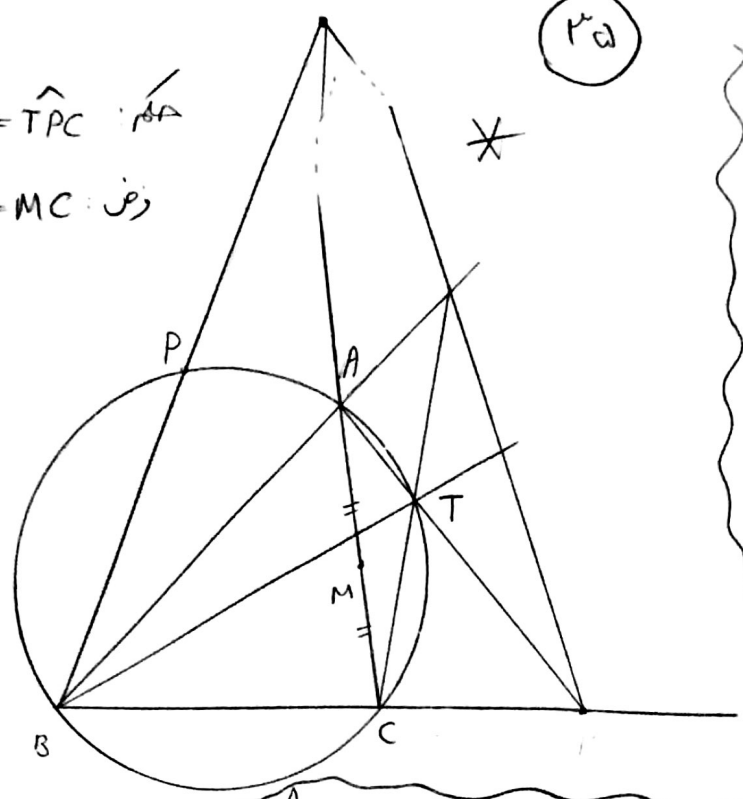
۳۳ ثابت کنید: $PT \perp AD$



۳۴ شعاع دایرهٔ بیرونی را S_1 و شعاع دایرهٔ کوچک ۲ می‌باشد
 $S_{ABC} = S_1 - S_2 - S_3$ را بدست آورید.

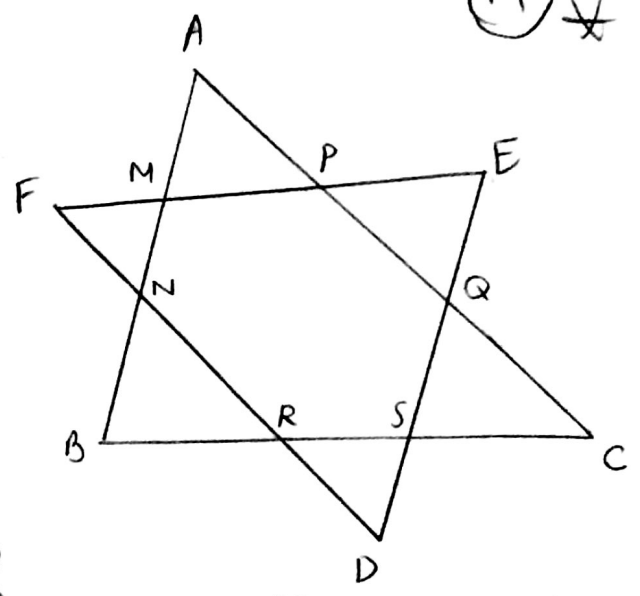


$\widehat{MPA} = \widehat{TPC}$ \cdot \widehat{PA}
 $AM = MC$ \cdot \widehat{PC}



۳۳

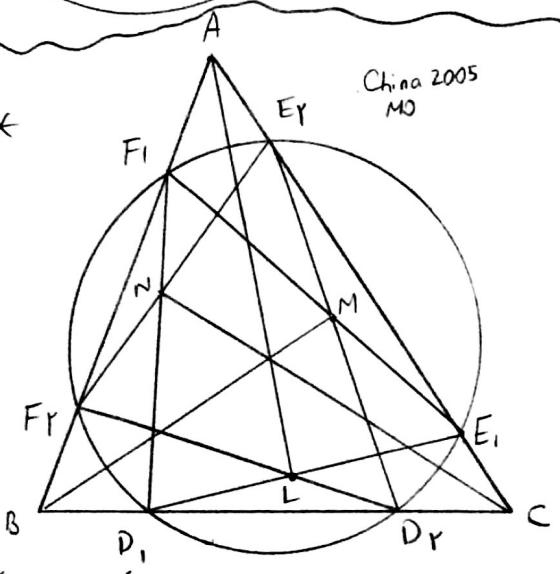
۳۴



$\frac{MN}{AB} = \frac{RS}{BC} = \frac{PQ}{AC}$
 $\frac{NR}{FO} = \frac{SQ}{ED} = \frac{MP}{EF}$

دو
 یک

۳۶



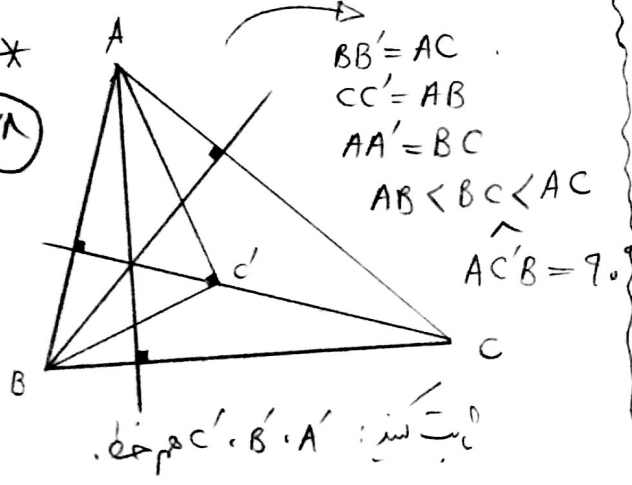
China 2005 MO

دایره دلتا، دایره شش ABC است
 AL، CN، BM هر سه

دو دایره L_1 و L_2 در نقطه A و خط L_1 و L_2 در نقطه B و خط L_1 و L_2 در نقطه C و خط L_1 و L_2 در نقطه A و خط L_1 و L_2 در نقطه B و خط L_1 و L_2 در نقطه C

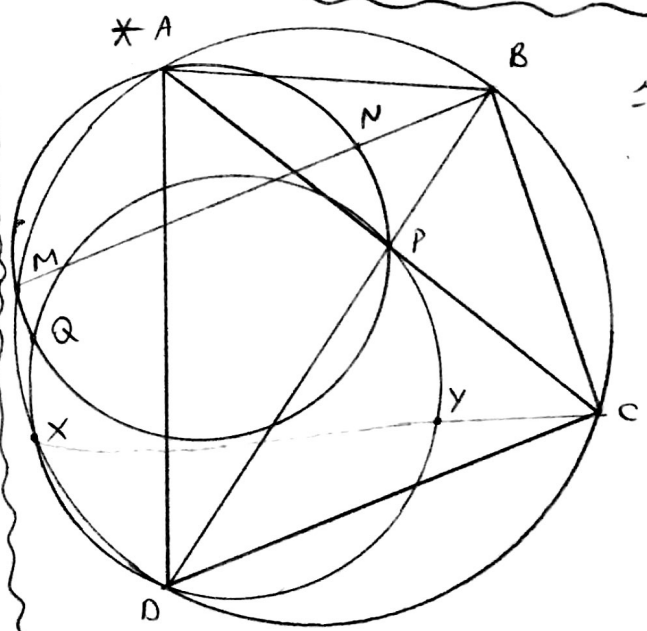
۳۷
 در صورتی که $AX = BY$ و AM موازی خط BC فرض است
 خط m از نقطه M موازی BC فرض کنید
 (ج) با خط XY دارای اندازه XY فرض است
 (د) با خط XY موازی خط BC فرض است

۳۸



$BB' = AC$
 $CC' = AB$
 $AA' = BC$
 $AB < BC < AC$
 $\widehat{AC'B} = 90^\circ$

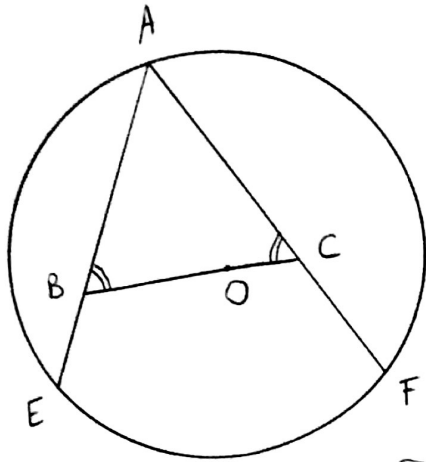
خط AA' ، BB' ، CC' هر سه



خط PQ
 خط CX
 خط BM

۳۹

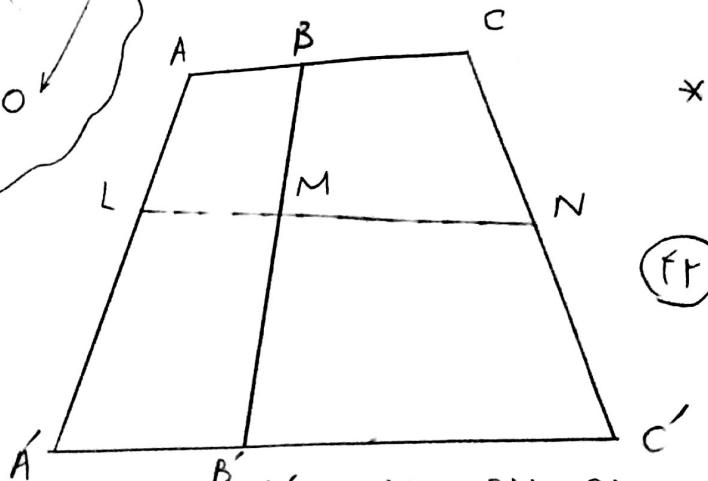
(۴۱)



* روی BC خطی رسم کنید
 (الف) منحنی H؟
 (H مرکز است یعنی AEF)
 (ب) منحنی وسط EF؟
 O مرکز دایره است

(۴۰)

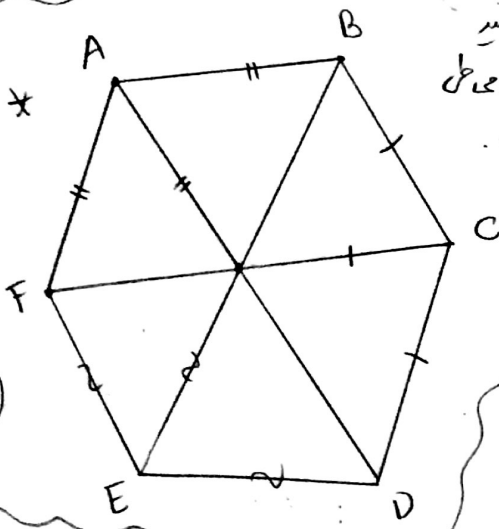
* اگر دو مثلث در یک دایره محاط باشند
 ثابت کنید دایره محاط داخلی یکی نمی تواند
 باشد. در داخل مثلث دیگر باشد.



$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}, \quad \frac{AL}{A'L} = \frac{BM}{B'M} = \frac{CN}{C'N}$$

ثابت کنید L, M, N هم خطی اند

(۴۲)

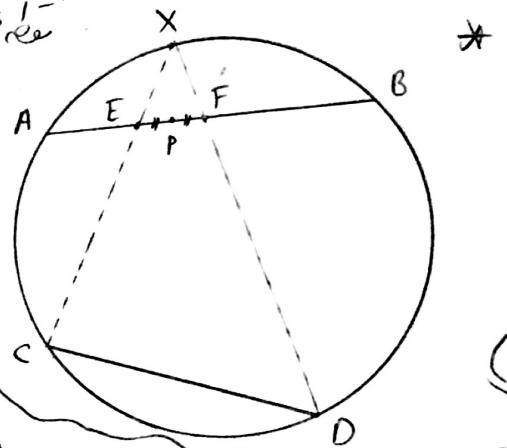


* ثابت کنید
 ABCDEF
 است

(۴۳)

* روی AB منحنی X رسم کنید
 روی EF وسط P

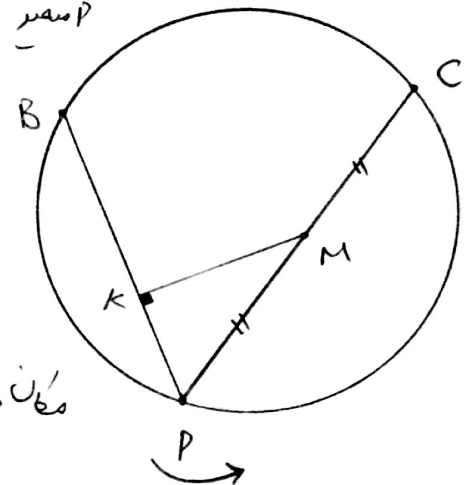
(C, D, AB, P)



(۴۴)

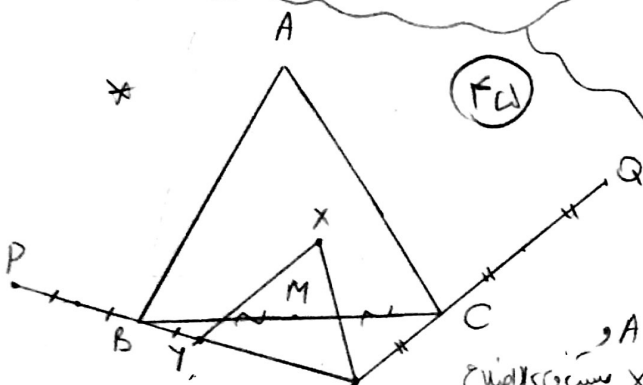
* B و C ثابت، روی دایره ثابت
 P متغیر

(۴۵)



منحنی وسط K؟

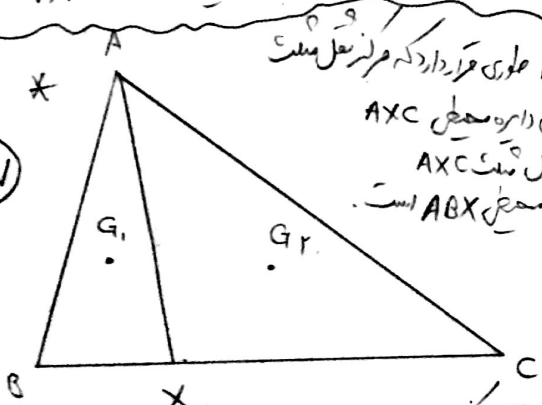
(۴۶)



AP = AQ ثابت کنید

X روی BC طوری قرار دارد که مرکز ثقل مثلث
 ABC و XYZ
 مرکز ثقل XYZ
 M مرکز ثقل XYZ
 AP = AQ ثابت کنید

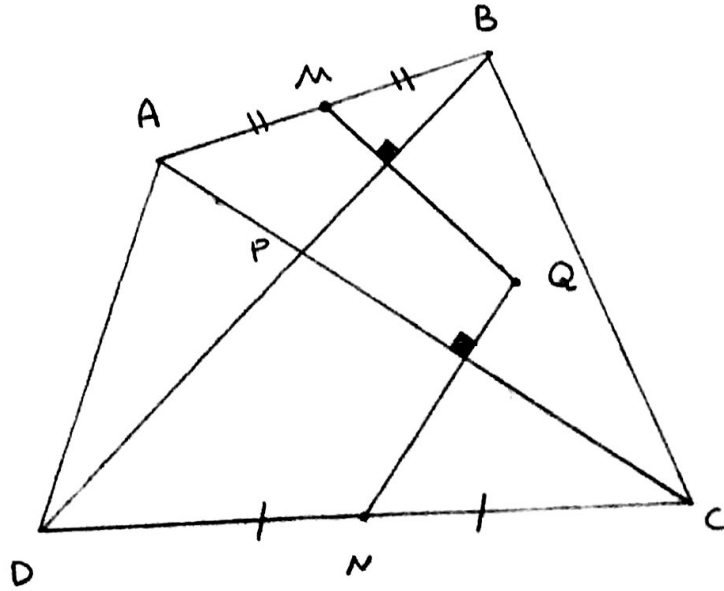
(۴۷)



ثابت کنید $XG_1 = XG_2$

موضوع: ABCD متوازی

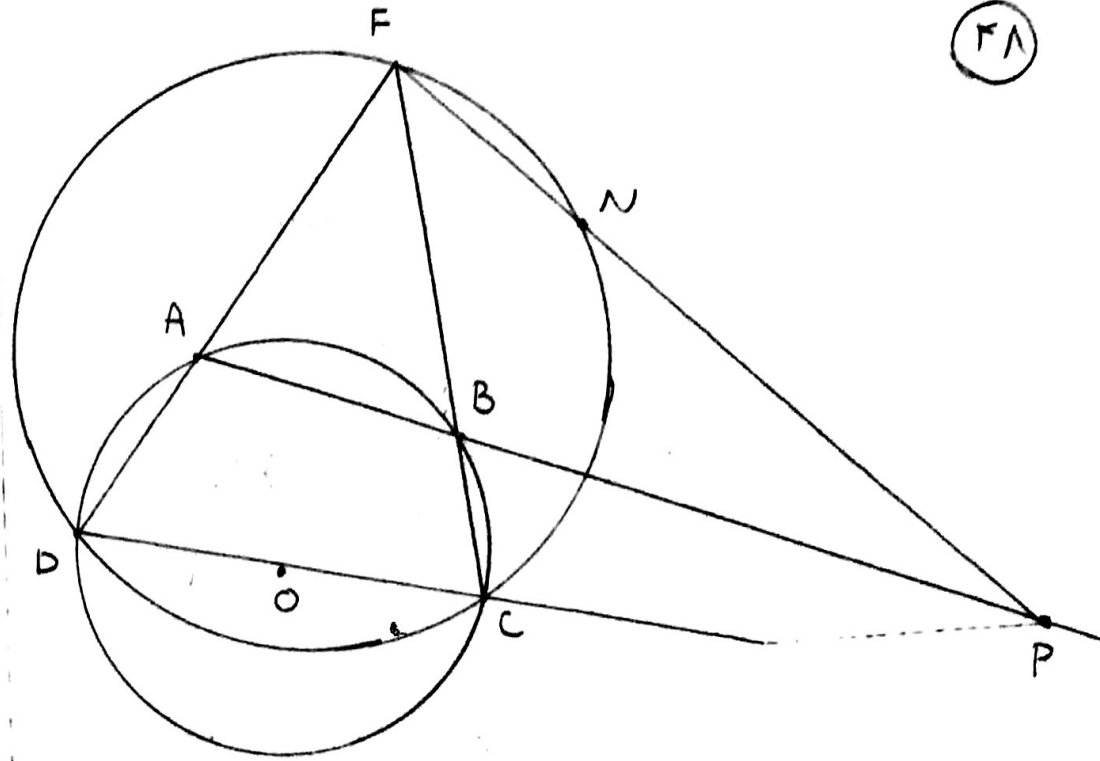
(۴۹)



نتیجه: $PQ \perp AD$

P محل برخورد AB و CD باشد

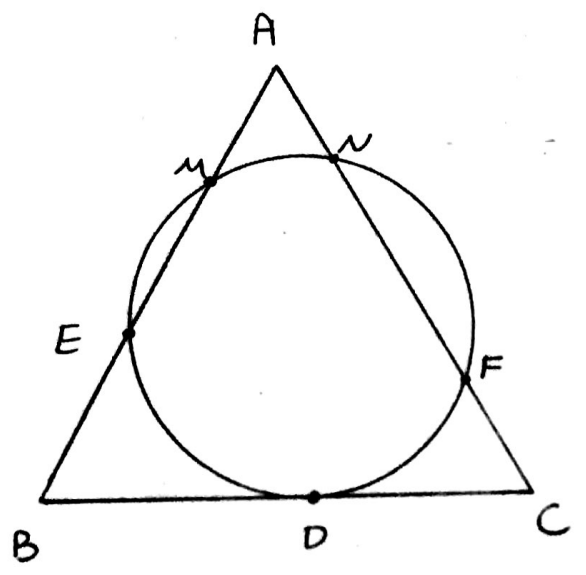
(۴۸)



نتیجه: $ON \perp FP$

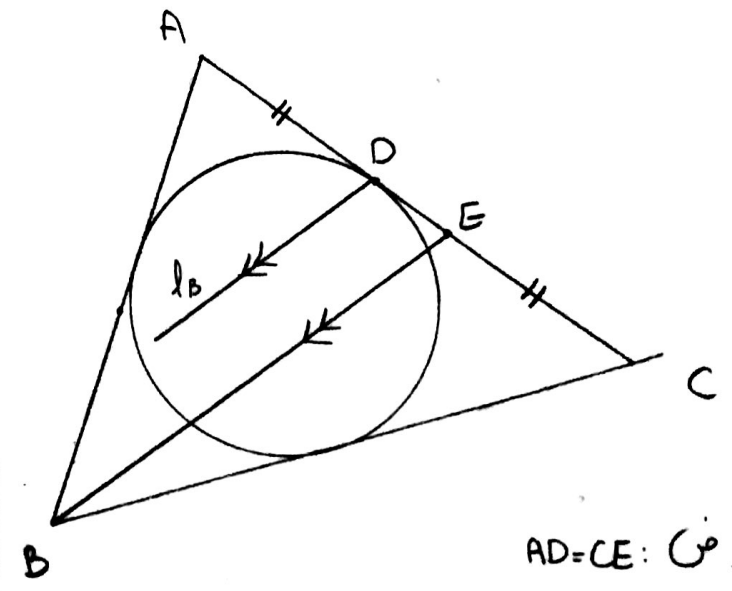
فرض: $AB = BC = CA$

(۵۱)



$AN + AF + CD \stackrel{?}{=} AM + AE + BD$

(۵۰)

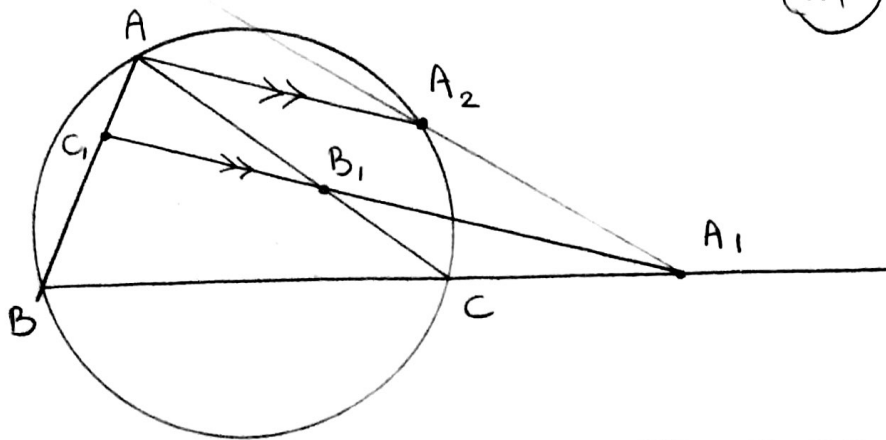


فرض: $AD = CE$

علم: l_A, l_B, l_C فرضیه

حکیم: A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 هم‌مسند؟

(۵۳)



گروهی معادلی چهاروجهی ABCD هر وجه را در مرکز ثقل مثلث قطع می‌کند.

ثابت کنید چهاروجهی منظم است. (نه جای G، اگر I و H هم باشد باز مساله درست

(۵۵)

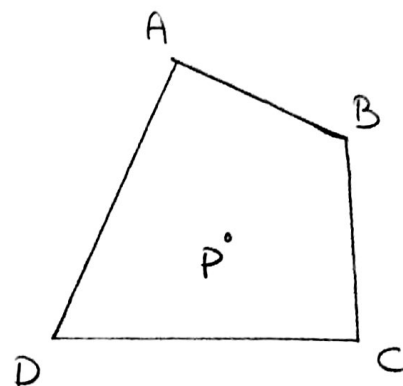
است ولی اگر O باشد، درست نیست!)

ABCD محدب برای هر P درونش، مجموع فاصله‌ی P از اضلاع ازش مقداری ثابت است.

ثابت کنید ABCD متعاری الاضلاع است.

(۵۶)

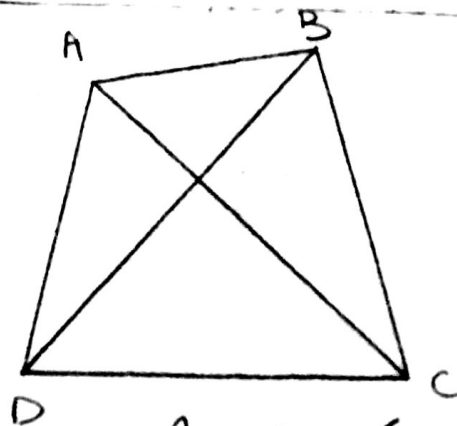
(۵۲)



ABCD مفروض است. P ای وجود دارد که هر

خطی از آن بگذرد مسامت را نصف می‌کند.

ثابت کنید ABCD متعاری الاضلاع



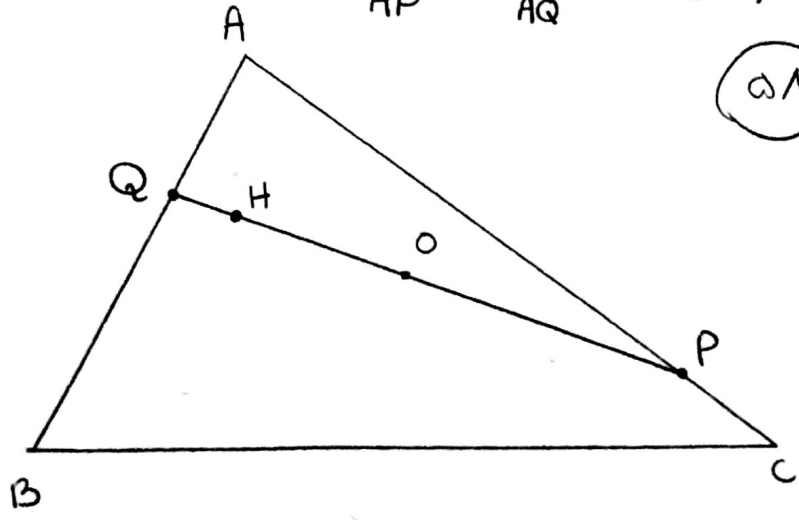
(۵۴)

مفروض کنید: $\widehat{ADB} = 2\widehat{ACB}$
 $\widehat{BDC} = 2\widehat{BAC}$

حکم: $AD = CD$

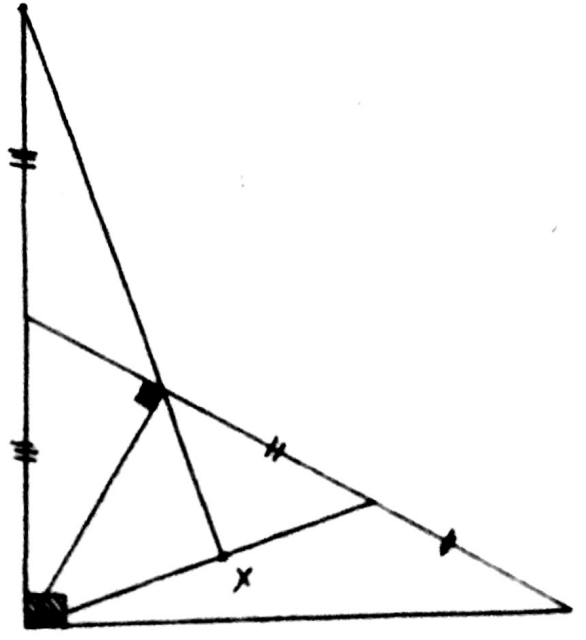
ثابت کنیہ : $\frac{PC}{AP} + \frac{QB}{AQ} = 1$

(۵۸)

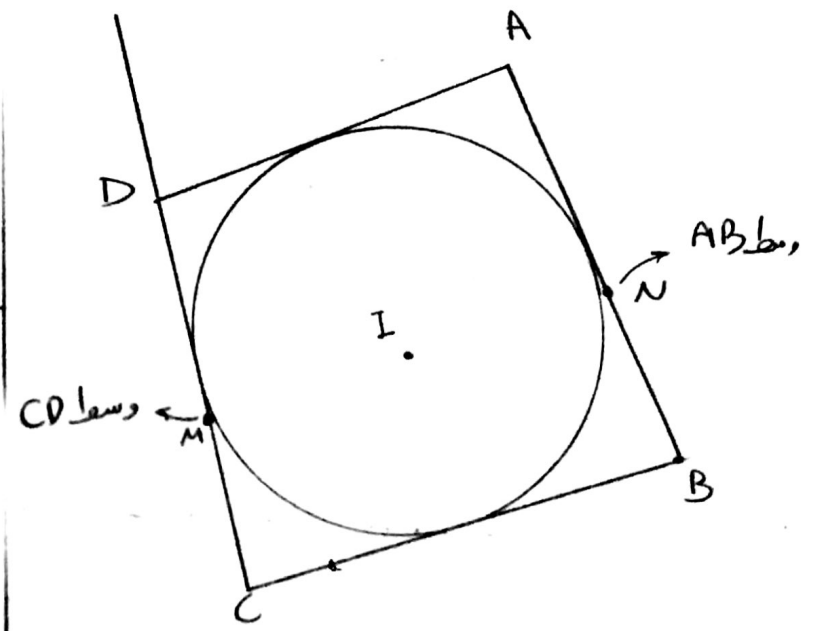


ثابت کنیہ : $\hat{XCA} = \hat{YCA}$

(۵۹)



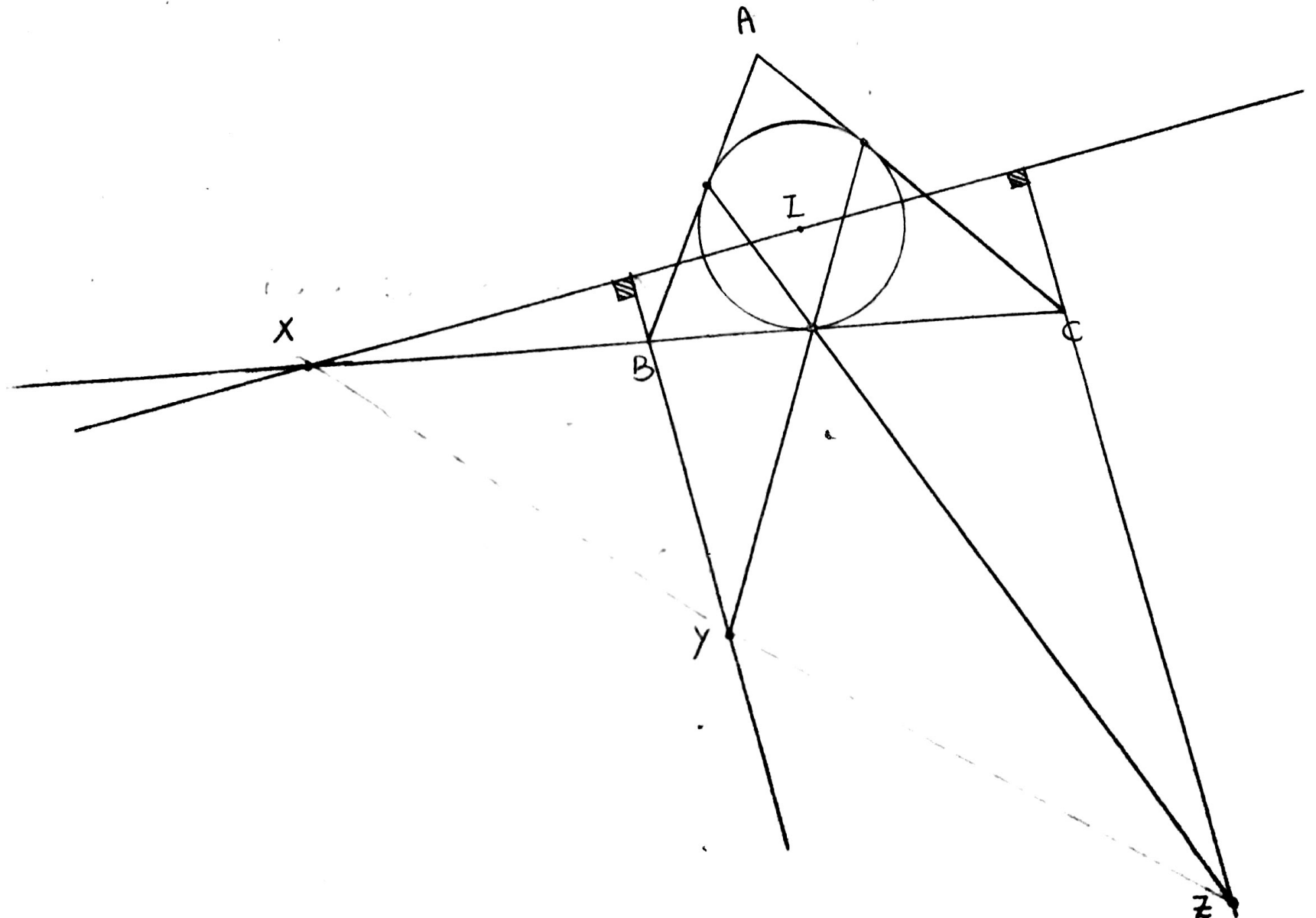
(۵۷)



نقطہ : N, I, M هم خط

٧٠

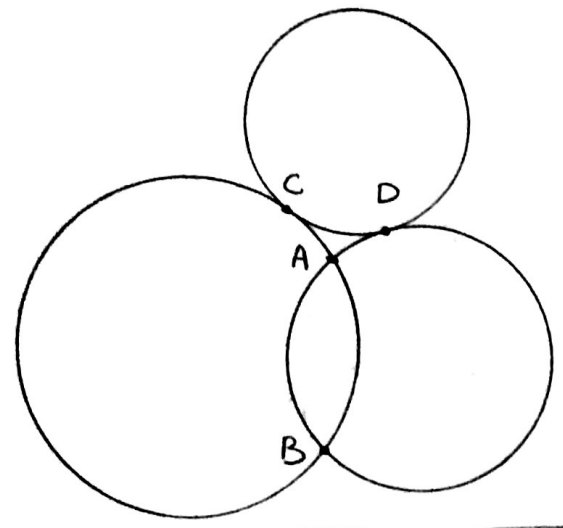
بیا بر Z, Y, X : م



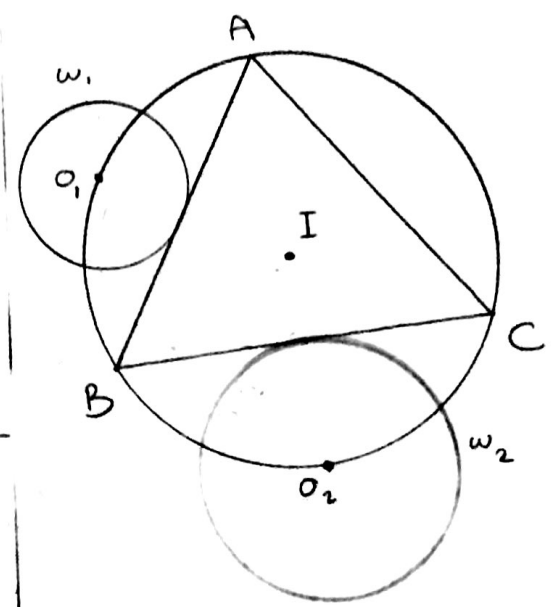
دو دایره کبک را در A, B تقاطع می کنند، در C و D بر یک دایره مماس اند.

حکم: $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$

(۶۲)

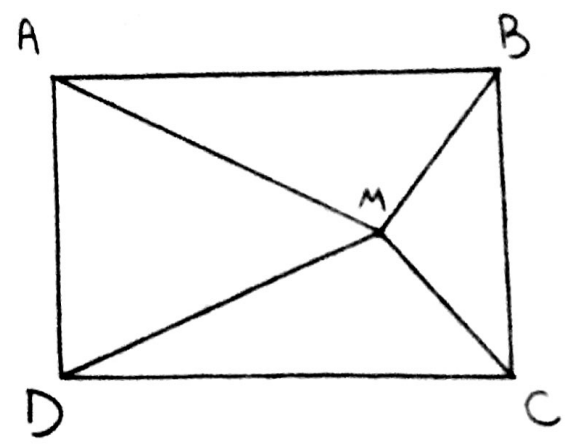


(۹۱)



ABCD مستطیل، M دلتود

(۶۳)

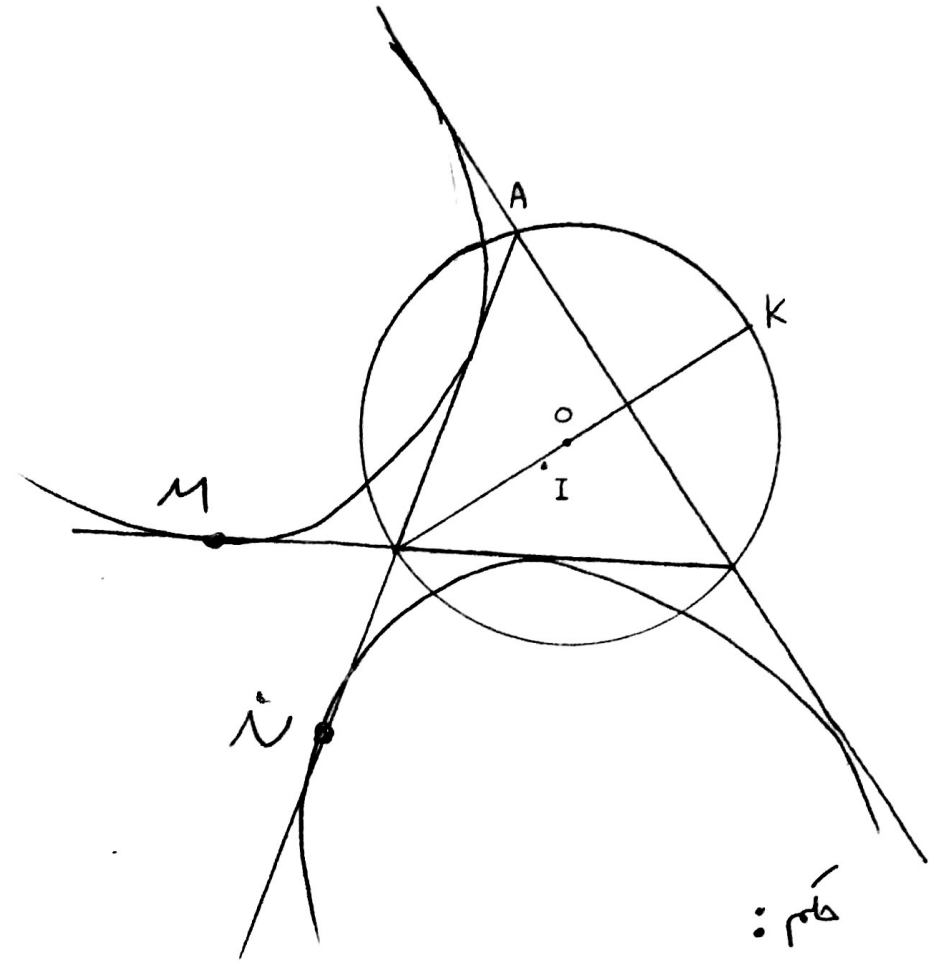


حکم: $S \leq AM \cdot MC + BM \cdot MD$

I روی مماس مشترک خارجی w_1 و w_2 است.

I مرکز دایره‌ی معالی

(۶۴)

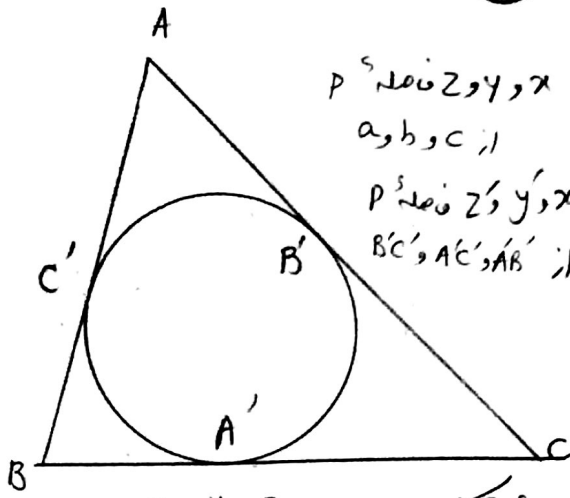


کلم :

$KI \perp MN$

(44)

*



P سہ ضلعوں Z, Y, X
 a, b, c کی
 P' سہ ضلعوں Z', Y', X'
 BC', AC', AB' کی

$\frac{x}{x'} \cdot \frac{y}{y'} \cdot \frac{z}{z'} = 1$

(45)

* شعاع دارہ محیط R
 * شعاع دارہ محیط r
 $\triangle ABC$ کے P نصف محیط
 P' نصف محیط $\triangle ABC$ کے

$\frac{R}{r} = \frac{P}{P'}$

! (45) ۲۲ ✓