هندسه ۱ دوم دبیرستان

رشته ریاضی فیزیک، علوم تجربی

پاسخ کامل مسائل کتاب درسی

مؤلف: محمد حسین مصلحی
دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

Email : info@riazisara.com   *phone : ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲*

فهرست مطالب :

سخن آغازین

درود بر آنها که در مقابل ظلم سکوت ذلت بار اختیار نکردند.

درود بر معلم که بزرگترین سرمایه هر جامعه در اختیار اوست.

درود بر دانش آموز، تنها امید بر آینده ای روشن.

این کتاب الکترونیکی پیشکشی است به حضور فرزندان ایران زمین.

اما چرا حل المسائل ؟

۱- استفاده برخی دانش آموزان از حل المسائل واقعیتی غیر قابل انکار است.

۲- باید دانش آموز را آگاه کرد که استفاده از حل المسائل آخرین راه است نه اولین کار .

۳- نویسندگان حل المسائل ها گاهی از روشهای میانبر و تستی برای حل مسائل استفاده کرده و معلم مزبور متهم به بد درس دادن و پیچیده کردن حل مساله می گردد ..

پاسخهای موجود در این کتاب مبتنی بر روش کتاب است.

۴- برخی دانش آموزان به دلایلی تمام کلاسها را حضور نداشته و جوابهای صحیح سوالات را در اختیار ندارند و یا دبیر فرصت حل تمام مسائل را پیدا نمی کند.

به دلایلی که برخی از آنها ذکر شد بر آن شدیم ، پاسخ مسائل کتاب درسی را در اختیار قرار دهیم.

تلاش بر این است در ویرایشهای بعدی مطالب و تمریناتی به این کتاب افزوده گردد.

مشتاقانه پذیرای نظرات و انتقادات شما هستیم.

محمد حسین مصلحی

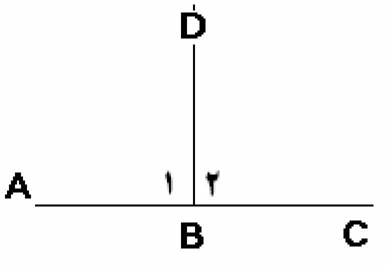
د بیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

مهر ماه ۹۱

آدرس سایت www.riazisara.com

آدرس پست الکترونیکی info@riazisara.com

شماره همراه جهت تماس (**sms**) ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲



۱- $\begin{cases}\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ \\ \hat{B}_۱ + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ\end{cases} \Rightarrow ۲\hat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۹۰^\circ$

۲- اضلاع مربع $QP = PS$

اضلاع مثلث متساوی الاضلاع $PS = PT \Rightarrow QP = PT \Rightarrow \Delta QPT$ متساوی الساقین

۳-

متساوی الاضلاع $\Delta XKJ : KX = KJ$

مربع $KJML : KJ = KL \Rightarrow KX = KY \Rightarrow \Delta KXY$ متساوی الساقین

متساوی الاضلاع $\Delta KLY : KL = KY$

٤- دو زاویه $\angle RQS , \angle LKM$ مکمل زوایای $\angle RQP , \angle LKI$ هستند و طبق ق زوایای مکمل با هم برابرند.

۵- $x + y = ۹۰^\circ \Rightarrow (۱۸۰^\circ - x) + (۱۸۰^\circ - y) = ۳۶۰^\circ - (x + y) = ۳۶۰^\circ - ۹۰^\circ = ۲۷۰^\circ$

٦- الف) $\begin{cases}x + y = ۱۸۰ \\ x = y\end{cases} \Rightarrow ۲x = ۱۸۰ \Rightarrow x = ۹۰ = y$

ب) $\begin{cases}x + y = ۱۸۰ \\ x = ۲y\end{cases} \Rightarrow ۳y = ۱۸۰ \Rightarrow y = ۶۰ , \ x = ۲y = ۲(۶۰) = ۱۲۰$

پ) $\begin{cases}x + y = ۱۸۰ \\ x = ny\end{cases} \Rightarrow (n + ۱)y = ۱۸۰ \Rightarrow y = \frac{۱۸۰}{n + ۱} , \ x = n\left(\frac{۱۸۰}{n + ۱}\right)$

۷- شکل سمت چپ: $x + ۱۱۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۷۰^\circ \quad ۷۰^\circ + ۶۰^\circ + z = ۱۸۰^\circ \Rightarrow z = ۵۰^\circ$

$y = x = ۷۰^\circ$

شکل سمت راست: $JK \parallel MQ \Rightarrow z = ۳۵^\circ , \ y = ۱۰۰^\circ , \ ۳۵^\circ + ۱۰۰^\circ + \hat{L} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{L} = ۴۵^\circ$ ،

$x+\hat{L}+z=180 \Rightarrow 100+45+z=180 \Rightarrow z=35$ و $\Rightarrow y=100^\circ \;,\; x=y \Rightarrow x=100^\circ$

۸- دوشعاع نور CD ، AB موازیند و همچنین آینه های RS ، PQ نیز موازی قرار داده شده اند ،

بنابراین $\hat{QBC}=\hat{RCB}\;,\; \hat{PBC}=\hat{SCB}\;,\; \hat{ABC}=\hat{DCB}\;,\; \hat{ABQ}=\hat{DCR}$

۹- بالا سمت چپ : $y+110^\circ=180^\circ \Rightarrow y=70^\circ\;,\; 140+\hat{K}=180 \Rightarrow \hat{K}=40\;,\; \hat{K}+110=x$
$\Rightarrow x=40+110=150$

بالا سمت راست : $115^\circ=90^\circ+x \Rightarrow x=25^\circ$ و $U\hat{Q}T=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$
$y=180^\circ-U\hat{Q}T-x \Rightarrow y=180^\circ-40^\circ-25^\circ=115^\circ$

پایین سمت چپ: $x=30^\circ+40^\circ=70^\circ\;,\; x+y+60^\circ=180^\circ$
$\Rightarrow 70^\circ+y+60^\circ=180^\circ \Rightarrow y=50^\circ$

پایین سمت راست: $BF \parallel CE$ ، قاطع AD $\Leftarrow x=35^\circ\;,\; I\hat{B}G=y\;,\; I\hat{B}G+x+65^\circ=180^\circ$
$\Rightarrow y+35^\circ+65^\circ=180^\circ \Rightarrow y=80^\circ$

---

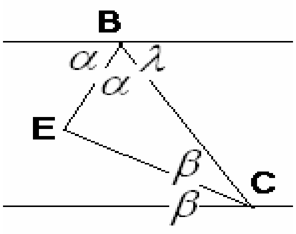
۱۰ -

$$\begin{cases} A\hat{C}D+\hat{C}=180^\circ & \text{ق زوایای مکمل} \\ \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ & \text{ق مجموع زوایای مثلث} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}+\hat{B}=A\hat{C}D$$

۱۱- هر دو قسمت الف وب از قضیه زوایای مکمل به دست می آید چون زوایای حکم مکمل زوایای فرض هستند.

۱۲- از D به B وصل می کنیم. $E\hat{A}B=\hat{B}_2+\hat{D}_2$ خارجی $F\hat{C}B=\hat{B}_1+\hat{D}_1$ خارجی ،

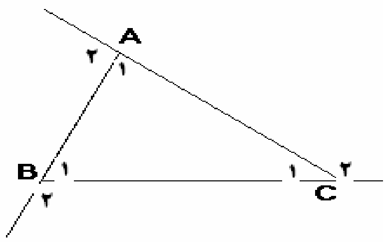
$$\Rightarrow E\hat{A}B+F\hat{C}B=\left(\hat{B}_1+\hat{B}_2\right)+\left(\hat{D}_1+\hat{D}_2\right) \Rightarrow E\hat{A}B+F\hat{C}B=\hat{B}+\hat{D}$$



۱۳-

$$\begin{cases} ۲\alpha + \lambda = ۱۸۰ & \text{نیم صفحه} \\ \lambda = ۲\beta & \text{ق خطوط موازی} \end{cases} \Rightarrow ۲\alpha + ۲\beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = ۹۰^\circ$$

مجموع زوایای مثلث $\hat{E} = ۱۸۰^\circ - (\alpha + \beta) = ۱۸۰^\circ - ۹۰^\circ = ۹۰^\circ$



۱٤-

$$A_۲ + B_۲ + C_۲ = ۱۸۰^\circ - \hat{A}_۱ = ۱۸۰^\circ - \hat{B}_۱ + ۱۸۰^\circ - \hat{C}_۱ =$$
$$۵۴۰^\circ - \left(\hat{A}_۱ + \hat{B}_۱ + \hat{C}_۱\right) = ۵۴۰^\circ - ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$$

---

۱۵ -استدلال استقرائی بر اساس مشاهده و تجربه است ولی در استدلال استنتاجی نتیجه گیری به کمک قواعد منطق و فرضیات صحیح میباشد مثل اندازه گیری مجموع زوایای مثلث (استقرائی) یا اثبات آنکه مجموع زوایای مثلث۱۸۰ درجه است(استنتاجی).

۱- الف)
$$\begin{cases} AB = AC \\ AS = AS \\ BS = SC \end{cases} \Rightarrow \Delta ABS \cong \Delta ASC \text{ (ض.ض.ض)} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{S}_1 = \hat{S}_2 \end{cases}$$

ب)
$$\begin{cases} AE = EB \\ DE = EC \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABE \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases}$$

پ)
$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ BC = BC \end{cases} \Rightarrow \Delta BDC \cong \Delta ABC \text{ (ز ض ز)} \Rightarrow \begin{cases} CD = CA \\ BD = BA \\ \hat{D} = \hat{A} \end{cases}$$

۲- الف) $۱ \cong ۲$ (ض ز ض) ب) $۱ \cong ۳$ (ز ض ز)

۳- الف) $\hat{B} = \hat{J} \Rightarrow \Delta PBY \cong \Delta RSJ$ (ز ض ز)

ب) $MS = XP \Rightarrow \Delta DMS \cong \Delta XPQ$ (ض ض ض)

۴-
$$\begin{cases} MP = MS \\ MR = MQ \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta MPQ \cong \Delta MRS \text{ (ض ز ض)}$$

M وسط PS

M وسط RQ

متقابل به رأس

۵-
$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AP = AP \\ AC = AB \end{cases} \Rightarrow \Delta APC \cong \Delta BPC \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow BP = PC \Rightarrow \Delta PBC$$

فرض مسئله — مشترک — فرض مسئله

متساوی الساقین

۶-
$$\begin{cases} \hat{P} = \hat{T} \\ \hat{R}_1 = \hat{R}_2 \\ PR = RT \end{cases} \Rightarrow \Delta PQR \cong \Delta RST \text{ (ز ض ز)} \Rightarrow RQ = RS$$

$PQ \parallel ST$, PT قاطع

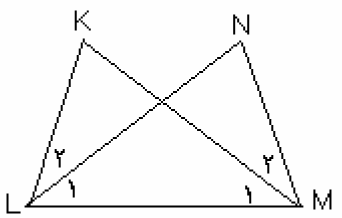
متقابل به راس

R وسط PT

۷-

$$\begin{cases} PQ = QR & \text{فرض مساله}\\ PS = SR & \text{فرض مساله}\\ QS = QS & \text{مشترک}\end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS\,(\text{ض ض ض}) \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2$$

$$\begin{cases} \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 & \text{نتیجه} \ \square\\ QT = QT & \text{مشترک}\\ QP = QR & \text{فرض}\end{cases} \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta RQT\,(\text{ض ز ض}) \Rightarrow PT = RT$$



۸-

$$\hat{L}_1 = \hat{M}_1 \ , \ \hat{L}_2 = \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{L}_1 + \hat{L}_2 = \hat{M}_1 + \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{L} = \hat{M}$$

$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{L} & \text{نتیجه} \ \square\\ \hat{L}_1 = \hat{M}_1 & \text{فرض مساله} \Rightarrow\\ LM = LM & \text{مشترک}\end{cases} \Rightarrow \Delta KML \cong \Delta NML\,(\text{ز ض ز}) \Rightarrow KL = NM$$

۹-

$$AE = AC \ , \ DC = BE \Rightarrow AE + EB = AC + CD \Rightarrow AB = AD \ \square$$

$$\begin{cases} AB = AD & \text{نتیجه} \ \square\\ AC = AE & \text{فرض} \Rightarrow\\ \hat{A} = \hat{A} & \text{مشترک}\end{cases} \Rightarrow \Delta ADE \cong ABC\,(\text{ض ز ض}) \Rightarrow BC = DE$$

۱۰-

الف) $AC = CD \Rightarrow \hat{D} = x$, خارجی $A\hat{C}B = x + x = 2x$

$$AB = AC \Rightarrow A\hat{C}B = \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow 2x = 70^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

ب)

$$\begin{cases} \hat{S}_1 = \hat{S}_2 & \text{قائمه}\\ PS = SR & \text{فرض}\\ QS = QS & \text{مشترک}\end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS \Rightarrow \hat{R} = \hat{P} = 50, \ 50 + 90 + x = 180 \Rightarrow x = 40$$

پ) $KL = KM \Rightarrow K\hat{M}L = \hat{L} = ۳۰$,

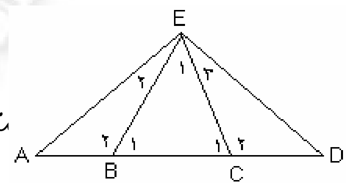
LKM خارجی برای مثلث $M\hat{K}J = ۳۰ + ۳۰ = ۶۰$, $MK = MJ \Rightarrow M\hat{K}L = M\hat{J}K = ۶۰$

LMJ خارجی برای مثلث $x = \hat{J} + \hat{L} = ۶۰ + ۳۰ = ۹۰$

-۱۱ متساوی الاضلاع $\Delta BEC \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{C}_۱ = \hat{E}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۲ = \hat{C}_۲ = ۱۲۰$

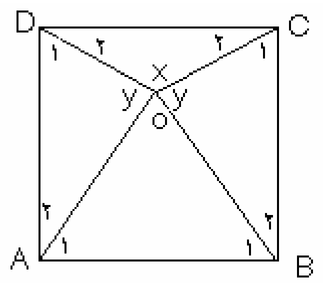
ΔAEB , $\Delta DCE \Rightarrow ۲\hat{A} = ۶۰ \Rightarrow \hat{A} = ۳۰ = \hat{D}$

$\Rightarrow B\hat{E}C = ۶۰$, $A\hat{B}E = ۱۲۰$, $E\hat{A}B = ۳۰$ تساوی الساقین



-۱۲ $\hat{A}_۱ + \hat{E} + A\hat{D}E = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳۰ + ۲\hat{E} = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{E} = ۷۵ = A\hat{D}E$, $B\hat{C}D = ۲B\hat{C}A = ۲(۷۵) = ۱۵۰$

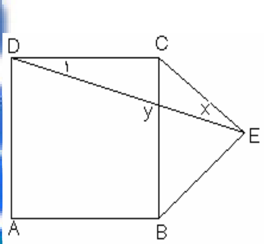
-۱۳ (الف)



$\hat{A}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۲ = ۳۰$, $AO = AD \Rightarrow y = \hat{D}_۱$

$y + \hat{D}_۱ + \hat{A}_۲ = ۱۸۰ \Rightarrow ۲y + ۳۰ = ۱۸۰ \Rightarrow y = ۷۵$

$A\hat{O}B + ۲y + x = ۳۶۰ \Rightarrow ۶۰ + ۱۵۰ + x = ۳۶۰ \Rightarrow x = ۱۵۰$



(ب) $DC = CB = CE \Rightarrow \Delta DCE$ متساوی الساقین $\Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_۱ = x$

$\hat{E} + \hat{D}_۱ + D\hat{C}E = ۱۸۰ \Rightarrow ۲x + ۹۰ + ۶۰ = ۱۸۰ \Rightarrow ۲x = ۳۰$

$\Rightarrow x = ۱۵$, $x + y + B\hat{C}E = ۱۸۰ \Rightarrow ۱۵ + y + ۶۰ = ۱۸۰ \Rightarrow y = ۱۰۵$

-۱٤ $AB = AC \Rightarrow A\hat{B}C = A\hat{C}B \Rightarrow A\hat{B}E = A\hat{C}D$ ق زوایای مکمل

$$\begin{cases} A\hat{B}E = A\hat{C}D \\ AB = AC \\ BE = CD \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ز ض})\ \Delta ABE \cong \Delta ACD \Rightarrow AE = AD$$

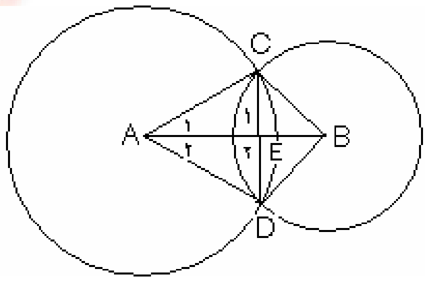
۱۵- $QT = QR \Rightarrow Q\hat{T}R = Q\hat{R}T$, ق زاویه ی مکمل $\Rightarrow T\hat{R}S = P\hat{T}Q$ $\square$

$$\begin{cases} T\hat{R}S = P\hat{T}Q & \text{طبق } \square \\ TQ = RS & \text{فرض} \\ TR = PT & \text{فرض} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta TRS(\text{ض ز ض}) \Rightarrow PQ = TS$$

۱۶-

$$\begin{cases} AC = AD = R & \text{شعاع دایره} \\ BC = BD = r & \text{شعاع دایره} \\ AB = AB & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ADB(\text{ض ض ض}) \Rightarrow A\hat{C}B = A\hat{D}B$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \ , \ \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AC = AD \\ AE = AE \end{cases} \Rightarrow \Delta AEC \cong \Delta ADE$$

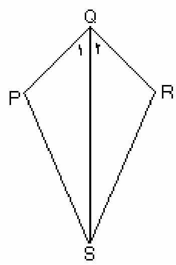


$$\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \ , \hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{E}_2 = 90^\circ \ , \ CE = ED$$

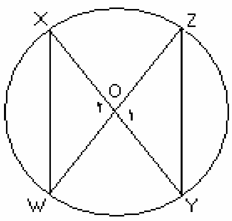
پس AB هم عمود بر DC هم آنرا نصف می کند.

۱۷-

$$\begin{cases} \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 & \text{قطر } QS \text{ نیمساز} \\ PQ = QR & \text{فرض مساله} \\ QS = QS & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta QRS(\text{ض ز ض}) \Rightarrow PS = RS$$



۱۸-



$$\begin{cases} OX = OY = r & \text{شعاع دایره} \\ OZ = OW = r & \text{شعاع دایره} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 & \text{متقابل به رأس} \end{cases} \Rightarrow \Delta OXW \cong \Delta ZOY(\text{ض ز ض}) \Rightarrow XW = ZY$$

۱۹-

$$\begin{cases} AC = CB & PC \text{ عمود منصف} \\ \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ = ۹۰ & PC \text{ عمود منصف} \\ PC = PC & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ز ض})\Delta PCA \cong \Delta BPC \Rightarrow PA = PB$$

۲۰-

$$\begin{cases} \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ & BP \text{ نیمساز} \\ \hat{E} = \hat{F} = ۹۰^\circ & E, F \text{ پای عمود} \\ BP = BP & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF$$

$$(\text{وتر و یک زاویه}) \Rightarrow PE = PF$$

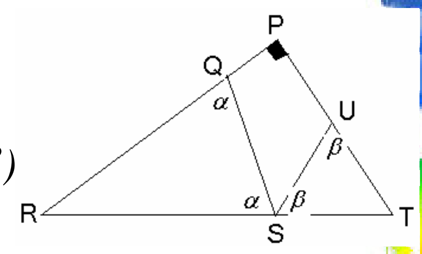
۲۱- الف) ب)

$$\begin{cases} QS = SR & PS \text{ میانه} \\ PS = PS & \text{مشترک} \\ PQ = PR & \text{فرض مسأله} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta PRS$$

$$(\text{وتر و یک ضلع}) \Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_۱ = \hat{P}_۲ \\ \hat{S}_۱ = \hat{S}_۲ = ۹۰ \end{cases}$$

پ) در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه بین دو ساق، ارتفاع، میانه و عمود منصف نیز هست.

۲۲- با توجه به تساوی اجزاء داریم

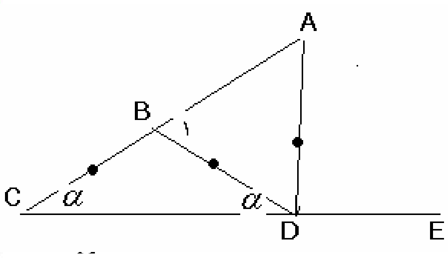


$$\begin{cases} \hat{R} + ۲\alpha = ۱۸۰ \\ \hat{T} + ۲\beta = ۱۸۰ \end{cases} \Rightarrow \hat{R} + \hat{T} + ۲(\alpha + \beta) = ۳۶۰$$

$$\Rightarrow ۹۰ + ۲(\alpha + \beta) = ۳۶۰ \Rightarrow \alpha + \beta = ۱۳۵ \ , \quad Q\hat{S}U = ۱۸۰ - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow Q\hat{S}U = ۱۸۰ - ۱۳۵ = ۴۵$$

۲۳-



$$BC = BD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = \alpha \ , \ \hat{B}_۱ = ۲\alpha, \hat{B}_۱ = \hat{A}$$

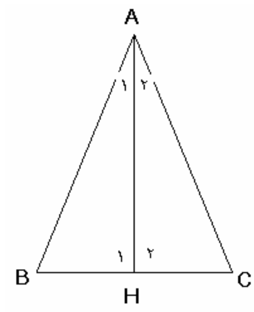
$$\Rightarrow \hat{A} = ۲\alpha \ , \ A\hat{D}E = \hat{A} + \hat{C} = ۲\alpha + \alpha = ۳\alpha$$

$$\Rightarrow A\hat{D}E = ۳A\hat{C}E$$

$A\hat{D}E$ خارجی برای مثلث ABC است.

$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ \\ BP = BP \end{cases} \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF$$

۲۴- نیمساز زاویه A را رسم می کنیم.



$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{H}_1 = H_2, \begin{cases} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AH = AH \end{cases} \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta ACH$$ (ز ض ز)

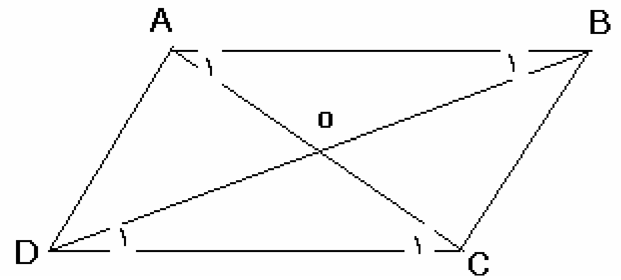
$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ متساوی الساقین

تمرین ۱ قضیه خطوط موازی-همنهشتی دو مثلث در حالت دو ضلع و زاویه بین —تعریف همنهشتی

تمرین ۲
$$\left.\begin{array}{l} BD \text{ قاطع } ، AB \parallel DC \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{D}_۱ \text{ (ق خطوط موازی)} \\ AC \text{ قاطع } , AB \parallel DC \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ \end{array}\right\} \square$$

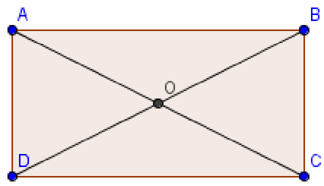
وطبق نتیجه کتاب در متوازی الاضلاع ، اضلاع روبرو مساویند پس $AB = DC$ $\square$

بنابراین (ز ض ز) $\Delta ABO \cong \Delta DCO \Leftarrow \square$ و $\square$ بنابراین $OB = OD$, $OA = OC$



تمرین ۳ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است پس قطرها همرا نصف می کنند ولی

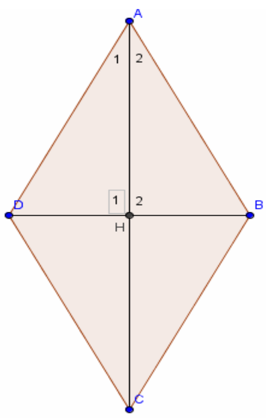
$$\begin{cases} \hat{D} = \hat{C} = ۹۰ \\ AD = BC \Rightarrow (\text{ض ز ض})\, \Delta ADC \cong \Delta BDC \Rightarrow AC = DB \\ DC = DC \end{cases}$$



تمرین ۴

$$\begin{cases} AB = AD & \text{لوزی} \\ BC = DC \Rightarrow \Delta ADC \cong \Delta ABC \,(\text{ض ض ض}) \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ & \text{لوزی} \\ AC = AC & \text{مشترک} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \\ AD = AB \Rightarrow \Delta AHD \cong \Delta AHB \,(\text{ض ز ض}) \Rightarrow \\ AH = AH \end{cases} \begin{cases} \hat{H}_۱ = \hat{H}_۲ = ۹۰ \\ DH = HB \end{cases}$$



به روش مشابه می توان ثابت کرد $AH = HC$

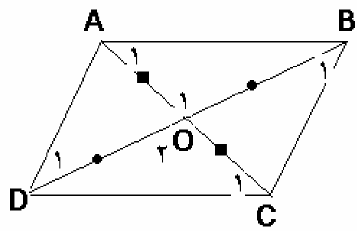
۱- خم ساده : الف، ب، پ، ت، ج خم ساده بسته : ب، پ، ت، ج

۲- چند ضلعی : ب، ت، ث، ج محدب : ب، ج غیر محدب: ت، ث

٤- الف) شکل الف مسأله ۱ ب) شکل پ مسأله ۱

۵- الف) • قطر ب) $۹=\frac{۶(۶-۳)}{۲}$ پ) $۲۰=\frac{۸(۸-۳)}{۲}$

به طور کلی برای n ضلعی تعداد قطرها برابر $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است.

٦- 

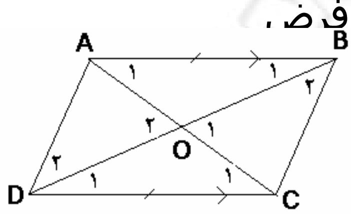
الف) $\begin{cases} OA=OC \\ OB=OD \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta ODC(\text{ض ز ض}) \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{C}_۱ \\ \hat{O}_۱=\hat{O}_۲ \end{cases}$

$\hat{A}_۱=\hat{C}_۱$, عکس ق خطوط موازی $\Rightarrow AB \parallel DC$ $\square$

به همین ترتیب ثابت می شود $\hat{D}_۱=\hat{B}_۱$ پس $AD \parallel BC$ $\square$.

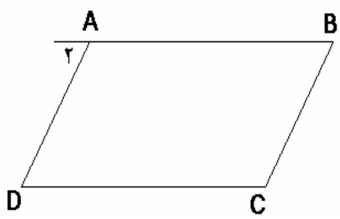
$\square,\square \Rightarrow ABCD$ متوازی الاضلاع

ب) $\begin{cases} OA=OC \\ OB=OD \end{cases}$ $\square$ $\Leftarrow \overset{\Delta}{AOB} \cong \overset{\Delta}{DOC} \overset{\text{ز ض ز}}{\Leftarrow}$ $\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ , مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{C}_۱ \\ AB \parallel DC \text{ , مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_۱=\hat{D}_۱ \\ AB=DC \quad \text{ف ض .} \end{array}\right\}$



طبق $\square$ چون قطرها هم را نصف کرده اند،چهارضلعی متوازی الاضلاع است

پ)

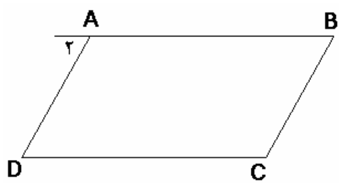


$$\left.\begin{array}{r} \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=۳۶۰^\circ \\ \text{فرض}\quad \hat{A}=\hat{C} \\ \text{فرض}\quad \hat{B}=\hat{D} \end{array}\right\} \Rightarrow ۲\hat{A}+۲\hat{D}=۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}+\hat{D}=۱۸۰^\circ$$

$$\hat{A}+\hat{A}_۲=۱۸۰ \Rightarrow \hat{A}_۲=\hat{D}$$

پس طبق عکس ق خطوط موازی $AB \parallel DC$.

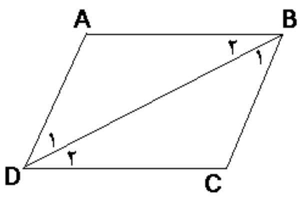
به همین ترتیب می توان ثابت کرد $AD \parallel BC$ بنابراین $ABCD$ متوازی الاضلاع است.



ت) $\left\{\begin{array}{l} \hat{A}+\hat{A}_۲=۱۸۰ \\ \hat{A}+\hat{D}=۱۸۰ \end{array}\right. \Rightarrow \hat{A}_۲=\hat{D}$ و طبق عکس ق خطوط موازی

$AB \parallel DC$ به همین ترتیب $AD \parallel BC$ پس $ABCD$ متوازی الضلاع

ث)

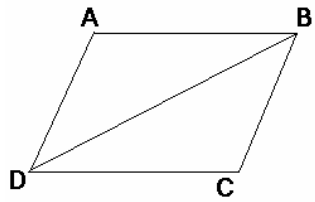


$$\left.\begin{array}{l} AD=BC \\ AB=DC \\ BD=BD \end{array}\right\} \overset{\text{ض ض ض}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ABD}=\overset{\Delta}{BDC} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \hat{B}_۱=\hat{D}_۱ \Rightarrow AC \parallel BD \\ \hat{B}_۲=\hat{D}_۲ \Rightarrow AB \parallel DC \end{array}\right. \Rightarrow ABCD$$ متوازی الاضلاع

ج) $\overset{\Delta}{ABD} \cong \overset{\Delta}{DBC}\ ,\ DB=DB \Rightarrow \hat{A}=\hat{C}\ ,\ \hat{B}_۱+\hat{B}_۲=\hat{D}_۱+\hat{D}_۲ \Rightarrow \hat{B}=\hat{D}$

پس طبق قسمت (پ) چون دو زاویه مقابل در $ABCD$ مساویند ،

بنابراین چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.



۱- $S=\frac{1}{2}h(2h)=h^2$

۲- قاعده $=2x$ ارتفاع $=x$

$S=\frac{1}{2}(2x)(x)=36\Rightarrow x^2=36\Rightarrow x=6\Rightarrow$ قاعده $=2x=12$

۳- عرض $=a$ و طول $=5a$

$S=a(5a)=1440\Rightarrow 5a^2=1440\Rightarrow a^2=288\Rightarrow a=12\sqrt{2}$

طول $=5a=5(12\sqrt{2})=60\sqrt{2}$

۴- الف و ب) $S=4(Lh)+L^2\Rightarrow S=4(4\times5)+4^2=80+16=96$

۵- قاعده $=x$ و $S=\frac{1}{2}x(12)=36\Rightarrow 6x=36\Rightarrow x=6$

۶- $S=\frac{1}{2}(x\times x)=40\Rightarrow x^2=80\Rightarrow x=4\sqrt{5}$ طول ساق

۷- $XZ=a\quad YZ=b\quad\Rightarrow BC=2b\ ,\ AC=2a\ ,\ \dfrac{S_{ABC}}{S_{XYZ}}=\dfrac{\frac{1}{2}(2b)(2a)}{\frac{1}{2}(b)(a)}=4$

۸- $\dfrac{S_{ABC}}{S_{XYZ}}=\dfrac{\frac{1}{2}(nb)(na)}{\frac{1}{2}(b)(a)}=n^2$

۹- مساحت مثلث پایین - مجموع مساحت مربع ها = مساحت سایه زده شده

$$\Rightarrow S=\left(۵^{۲}+۴^{۲}+۳^{۲}\right)-\frac{۱}{۲}(۵+۴+۳)(۵)\Rightarrow S=(۲۵+۱۶+۹)-۳۰=۵۰-۳۰=۲۰$$

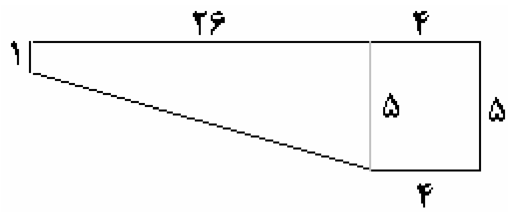
۱۰- $MN=NQ$ و ارتفاع مثلثها برابر $\Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{NQP}}=\frac{\frac{۱}{۲}MN\times h}{\frac{۱}{۲}NQ\times h}=۱\Rightarrow S_{MNP}=S_{NQP}$

۱۱- الف) $۲QN=NM\Rightarrow \frac{S_{PNM}}{S_{PNQ}}=\frac{\frac{۱}{۲}MN\times h}{\frac{۱}{۲}NQ\times h}=\frac{NM}{NQ}=\frac{۲NQ}{NQ}=۲$

ب) $N'M=N'N=NQ\Rightarrow \frac{S_{PQN}}{S_{PN'M}}=\frac{\frac{۱}{۲}NQ\times h}{\frac{۱}{۲}N'M\times h}=\frac{NQ}{N'M}=۱\Rightarrow S_{PQN}=S_{PN'M}$

پ) $QM=۳NN'\Rightarrow \frac{S_{PQM}}{S_{PNN'}}=\frac{\frac{۱}{۲}QM\times h}{\frac{۱}{۲}NN'\times h}=\frac{QM}{NN'}=\frac{۳NN'}{NN'}=۳$

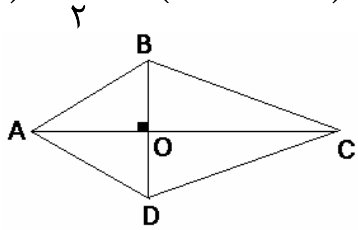
۱۲- $S=\frac{۱}{۲}(۵+۱)(۲۶)+(۴\times ۵)=۷۸+۲۰=۹۸$



۱۳-

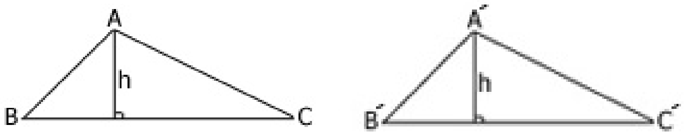
$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ACD}=\frac{۱}{۲}(AC\times OB)+\frac{۱}{۲}(AC\times OD)=\frac{۱}{۲}AC(OB+OD)$$

$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AC\times BD$$

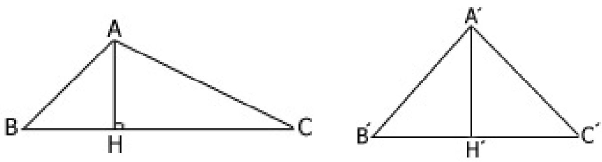


۱۴- مساحت کف استخر $=۹\times۶=۵۴$ و مساحت کاشی $=۰/۵\times۰/۵=۰/۲۵$

تعداد کاشی $=\dfrac{۵۴}{۰/۲۵}=\dfrac{۵۴}{\frac{۱}{۴}}=۵۴\times۴=۲۱۶\Rightarrow$ هزینه $=۳۵۰\times۲۱۶=۷۵۶۰۰$



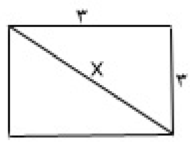
۱۵- $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=\dfrac{\frac{۱}{۲}BC\times h}{\frac{۱}{۲}B'C'\times h}=\dfrac{BC}{B'C'}$



۱۶- $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=\dfrac{\frac{۱}{۲}BC\times AH}{\frac{۱}{۲}B'C'\times A'H'}=\dfrac{AH}{A'H'}$

---

۱۷ — الف بر اساس اصل ۱ ، ب بر اساس اصل ۲ ، پ بر اساس اصل ۴ می باشد.



۱- الف) $x^{۲} = ۹ + ۹ \Rightarrow x^{۲} = ۱۸ \Rightarrow x = \sqrt{۹ \times ۲} = ۳\sqrt{۲}$

ب) $x^{۲} = ۵^{۲} + ۵^{۲} \Rightarrow x^{۲} = ۵۰ \Rightarrow x = \sqrt{۲۵ \times ۲} = ۵\sqrt{۲}$

پ) $x^{۲} = a^{۲} + a^{۲} \Rightarrow x^{۲} = ۲a^{۲} \Rightarrow x = \sqrt{۲a^{۲}} = a\sqrt{۲}$

۲- الف) $d^{۲} = a^{۲} + b^{۲} = ۳^{۲} + ۵^{۲} = ۹ + ۲۵ = ۳۴ \Rightarrow d = \sqrt{۳۴}$

ب) $d^{۲} = a^{۲} + b^{۲} = ۴^{۲} + ۷^{۲} = ۱۶ + ۴۹ = ۶۵ \Rightarrow d = \sqrt{۶۵}$

پ) $d^{۲} = (۳r)^{۲} + (۵r)^{۲} = ۹r^{۲} + ۲۵r^{۲} = ۳۴r^{۲} \Rightarrow d = r\sqrt{۳۴}$

ت) $d^{۲} = (۴r)^{۲} + (۷r)^{۲} = ۱۶r^{۲} + ۴۹r^{۲} = ۶۵r^{۲} \Rightarrow d = r\sqrt{۶۵}$

۳- ضلع مربع x: $x^{۲} = ۱۴۴ \Rightarrow x = ۱۲ \Rightarrow$ قطر مربع $= x\sqrt{۲} = ۱۲\sqrt{۲}$

۴- اضلاع زاویه قائمه: $x\ ,\ ۲x \quad , \quad S = \frac{۱}{۲}(۲x)(x) = ۷۲ \Rightarrow x^{۲} = ۷۲ \Rightarrow x = ۶\sqrt{۲}\ , ۲x = ۱۲\sqrt{۲}$

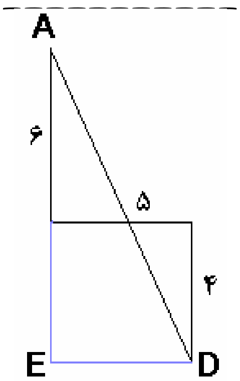
وتر $= a \Rightarrow a^{۲} = (۶\sqrt{۲})^{۲} + (۱۲\sqrt{۲})^{۲} = ۷۲ + ۲۸۸ \Rightarrow a^{۲} = ۳۶۰ \Rightarrow a = ۶\sqrt{۱۰}$

۵- الف) $PA_{۱}^{۲} = ۱^{۲} + ۱^{۲} = ۲ \Rightarrow PA_{۱} = \sqrt{۲}$

ب) $PA_{۲}^{۲} = (\sqrt{۲})^{۲} + ۱^{۲} = ۲ + ۱ = ۳ \Rightarrow PA_{۲} = \sqrt{۳}$ پ) $PA_{۳} = \sqrt{۴}\ ,\ PA_{n} = \sqrt{n+۱}$

۶- $AE^{۲} + ED^{۲} = AD^{۲} \Rightarrow (۶ + ۴)^{۲} + ۵^{۲} = AD^{۲} = ۱۰۰ + ۲۵ = ۱۲۵$

$\Rightarrow AD = \sqrt{۱۲۵} = ۵\sqrt{۵}$



۷- اضلاع مثلث قائم الزاویه $= 2x, 3x \Rightarrow S = \frac{1}{2}(2x)(3x) \Rightarrow 3x^2 = 27$

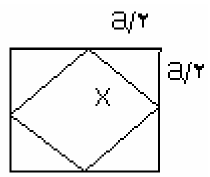
$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

اضلاع زاویه قائمه $2(3), 3(3) = 6, 9 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117 \Rightarrow a = 3\sqrt{13}$

۸- اضلاع قائمه $= 4x, 5x \Rightarrow S = \frac{1}{2}(4x)(5x) = 320 \Rightarrow 10x^2 = 320 \Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$

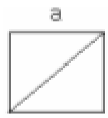
اضلاع زاویه قائمه $= \left\{ 4(4\sqrt{2}),\ 5(4\sqrt{2}) \right\} = \left\{ 16\sqrt{2}\ ,\ 20\sqrt{2} \right\}$

۹- اگر طول ضلع مربع بزرگ a و ضلع مربع کوچک x باشد،



$$x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{x^2}{a^2} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow S' = \frac{1}{2}S$$

۱۰- اگر ضلع مربع a باشد ،



قطر مربع $a\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \Rightarrow a = 8\ S = a^2 = 8^2 = 64$

۱۱- $PQ^2 + (12-8)^2 = 30^2 \Rightarrow PQ^2 + 16 = 900 \Rightarrow PQ^2 = 884 \Rightarrow PQ = \sqrt{884} = 2\sqrt{221}$

۱۲- الف) $\begin{cases} AQ^2 = a^2 + b^2 \\ DQ^2 = a^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow AQ^2 + DQ^2 = 2a^2 + b^2 + c^2\ ,\ AQ^2 + DQ^2 = AD^2$

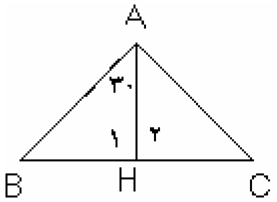
$\Rightarrow AD^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow AD = \sqrt{2a^2 + b^2 + c^2}$

$AD = BC = (b+c) \Rightarrow AD^2 = (b+c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$

از طرفی طبق (الف) می دانیم $AD^2 = 2a^2 + b^2 + c^2$

پس $\Rightarrow b^{2}+c^{2}+2bc=2a^{2}+b^{2}+c^{2}\Rightarrow 2a^{2}=2bc\Rightarrow a^{2}=bc$

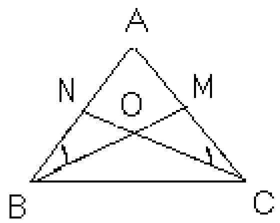
۱۳- قاعده BH از مثلث ABH را به اندازه ی خود ادامه می دهیم و به A وصل می کنیم.



$$\begin{cases} AH=AH \\ \hat{H}_1=\hat{H}_2 \\ BH=HC \end{cases} \overset{\text{ض ز ض}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ABH} \cong \overset{\Delta}{AHC} \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}=60^\circ \Rightarrow \hat{A}=60$$

بنابر این مثلث ABC متساوی الاضلاع است . پس $BC=AB\ ,\ BC=2BH\Rightarrow 2BH=AB$

۱۴- در مثلث متساوی الاضلاع ، نیمساز هر زاویه نقش میانه ، عمودمنصف و ارتفاع هم دارد پس



$$AB=AC\Rightarrow NB=MC\ ,\ \begin{cases} NB=MC \\ \hat{N}=\hat{M}=90 \\ \hat{B}_1=\hat{C}_1=30 \end{cases} \overset{\text{ز ض ز}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ONB}\cong\overset{\Delta}{OMC}$$

$$\Rightarrow ON=OM\ ,\ \hat{B}_1=30$$

طبق مسئله ۱۳ $\overset{\Delta}{ONB}:\ \dfrac{OB}{ON}=2\ ,\ ON=OM\Rightarrow\dfrac{OB}{OM}=2$, به همین ترتیب $\dfrac{OC}{ON}=2$

۱۵-

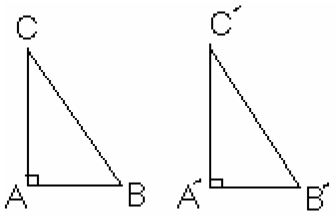
$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ACP}:\ PC^{2}=AC^{2}-AP^{2} \\ \overset{\Delta}{BCP}:\ PC^{2}=BC^{2}-PB^{2} \\ \overset{\Delta}{ABC}:\ AB^{2}=AC^{2}+BC^{2} \end{cases} \Rightarrow 2PC^{2}=AB^{2}-\left(AP^{2}+PB^{2}\right)$$

$$=(AP+PB)^{2}-\left(AP^{2}+BP^{2}\right)=AP^{2}+PB^{2}+2AP\times PB-AP^{2}-PB^{2}$$

$$\Rightarrow 2PC^{2}=2AP\times PB\Rightarrow PC^{2}=AP\times PB$$

ب)
$$AC^{۲} = AP^{۲} + PC^{۲} = AP^{۲} + AP \times PB = AP(AP + PB)$$
$$AP \times AB \Rightarrow AC^{۲} = AP \times AB$$

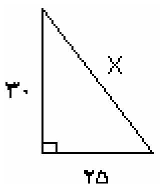
۱۶- حکم $\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'} \Leftarrow$ فرض $\begin{cases} BC = B'C' \\ AB = A'B' \\ \hat{A} = \hat{A}' = ۹۰ \end{cases}$



اثبات)

$$\begin{cases} BC^{۲} = AB^{۲} + AC^{۲} \\ B'C'^{۲} = A'B'^{۲} + A'C'^{۲} \Rightarrow AC = A'C', \\ BC = B'C', AB = A'B' \end{cases} \begin{cases} AC = A'C' \\ AB = A'B' \\ BC = B'C' \end{cases} \overset{\text{ض ض ض}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

۱۷- $x^{۲} = ۳۰^{۲} + ۲۵^{۲} = ۹۰۰ + ۶۲۵ \Rightarrow x^{۲} = ۱۵۲۵ \Rightarrow x = \sqrt{۱۵۲۵} = ۵\sqrt{۶۱}$



۱۸-

$$AF = ۱۰\,,\ AD = AF\,,\ AG = GD\,,\ AD^{۲} = AG^{۲} + GD^{۲}$$

الف) $\Rightarrow ۱۰^{۲} = ۲AG^{۲} \Rightarrow AG^{۲} = ۵۰\,,\ S_{AGD} = \frac{۱}{۲} AG \times GD = \frac{۱}{۲} AG^{۲}$

$$S_{ADG} = \frac{۱}{۲}(۵۰) = ۲۵$$

ب)
$$CE = ۱۸\,,\ DE = x \Rightarrow x + \frac{x}{۲} = ۱۸ \Rightarrow x = ۱۲\,,\ AG = y \Rightarrow ۲y^{۲} = ۱۲^{۲}$$
$$y^{۲} = ۷۲\,,\ S_{AGD} = \frac{۱}{۲} AG \times GD = \frac{۱}{۲} AG^{۲} = \frac{۱}{۲} y^{۲} = \frac{۱}{۲}(۷۲) = ۳۶$$

$$BD=۳\sqrt{۲}\ ,\ ۲BH^{۲}=BD^{۲}\Rightarrow ۲BH^{۲}=۱۸\Rightarrow BH=۳=HD\Rightarrow AD=۶$$

پ) $, AG=y\Rightarrow ۲y^{۲}=۳۶\Rightarrow y^{۲}=۱۸\ ,\ S_{AGD}=\frac{۱}{۲}AG\times GD=\frac{۱}{۲}AG^{۲}$

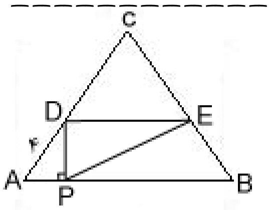
$$=\frac{۱}{۲}y^{۲}=\frac{۱}{۲}(۱۸)=۹$$

ت) $S_{BCDH}=۴۹=HD^{۲}\Rightarrow HD=۷\Rightarrow AD=۱۴,\ AG=y\Rightarrow ۲y^{۲}=۱۹۶$

$$y^{۲}=۹۸\ ,\ S_{AGD}=\frac{۱}{۲}AG\times GD=\frac{۱}{۲}AG^{۲}=\frac{۱}{۲}y^{۲}=\frac{۱}{۲}(۹۸)=۴۹$$

ث) $S_{AGDEF}=۲۷=۳S_{AGD}\Rightarrow S_{AGD}=۹$

۱۹- الف)



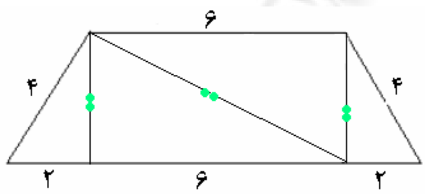
$$\hat{A}=۳۰^{\circ}\Rightarrow AP=\frac{۱}{۲}AD\Rightarrow$$

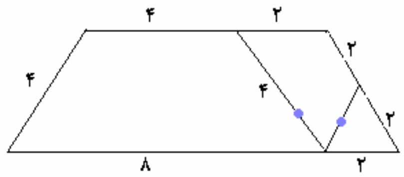
$$AP=۲\quad ,\quad DP^{۲}=۴^{۲}-۲^{۲}=۱۲\Rightarrow DP=\sqrt{۱۲}=۲\sqrt{۳}$$

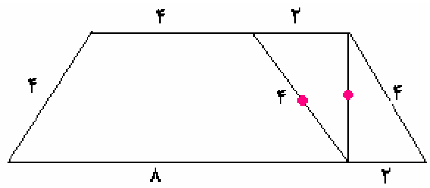
ب) $PE^{۲}=DE^{۲}+DP^{۲}=۶^{۲}+۱۲=۳۶+۱۲=۴۸\Rightarrow PE=\sqrt{۴۸}=۴\sqrt{۳}$

پ) روی DE ، ٤ واحد جدا کرده و به موازات BEرسم می کنیم و قطر مرسوم از E را رسم کرده تا در مثلث باقیمانده را روی ذوزنقه حاصل قرار می دهیم.(دو برش)

اگر ذوزنقه اخیر را دو قسمت کنیم (سه برش)



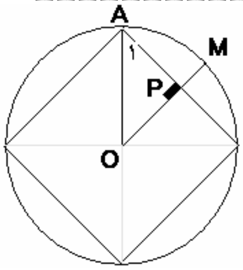




۲۰- الف) $a^۲ = x^۲ + x^۲ \Rightarrow ۲x^۲ = a^۲ \Rightarrow x^۲ = \frac{a^۲}{۲} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{۲}}{۲}$

ضلع مربع $= ۲x + a = ۲\left(\frac{a\sqrt{۲}}{۲}\right) + a = a\left(\sqrt{۲}+۱\right)$

ب) $۲x + a = ۱۰ \Rightarrow a\left(\sqrt{۲}+۱\right) = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}+۱}$ و محیط هشت ضلعی $p = ۸a = \frac{۸۰}{\sqrt{۲}+۱}$



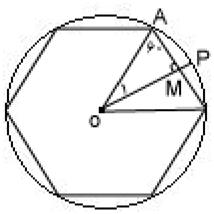
۲۱- الف) $\hat{A}_۱ = ۴۵^\circ \Rightarrow \hat{۰} = ۴۵^\circ \Rightarrow OM = AM$

$OM^۲ + AM^۲ = R^۲ = ۱ \Rightarrow ۲OM^۲ = ۱ \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

ب) $MP = OP - OM = ۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پ) $AP^۲ = MP^۲ + AM^۲ = \left(۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ = ۱ + \frac{۱}{۲} - \sqrt{۲} + \frac{۱}{۲} = ۲ - \sqrt{۲}$

$\Rightarrow AP = \sqrt{۲-\sqrt{۲}}$



۲۲- زوایای شش ضلعی منتظم ۱۲۰ درجه است پس

الف) $\hat{O}_۱ = ۳۰^\circ \quad , \quad OA = ۱ \Rightarrow AM = \frac{۱}{۲} \, , \; OM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ب) $, \; OP = ۱ \Rightarrow MP = OP - OM = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

پ) $AP^۲ = AM^۲ + MP^۲ = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ + \left(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲ = \frac{۱}{۴} + ۱ + \frac{۳}{۴} - \sqrt{۳}$

$\Rightarrow AP^۲ = ۲ - \sqrt{۳} \Rightarrow AP = \sqrt{۲-\sqrt{۳}}$

۱- $\frac{۱۰}{۴۰۰}=\frac{x}{۸۰}\Rightarrow x=\frac{۱۰\times ۸۰}{۴۰۰}=۲$

۲- الف) $x=\sqrt{۲۵\times ۴}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$

ب) $x=\sqrt{۶\sqrt{۲}\times ۳\sqrt{۲}}=\sqrt{۳۶}=۶$

پ) $x=\sqrt{۲۱\times ۷}=\sqrt{۱۴۷}=۷\sqrt{۳}$

۳- جمع در صورت (ت جابجائی طرفین (پ وارون دو نسبت (ب طرفین وسطین (الف

٤- الف) $\frac{x}{y}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{x+y}{y+۲}=\frac{۱}{۲}$

ب) $\frac{a+b+c+d}{۲+۳+۴+۵}=\frac{a}{۲}$

پ) $\frac{۱۲}{۳}=\frac{x}{۱۰}$

٥- الف) $۴x=۲۴\times ۵\Rightarrow x=\frac{۲۴\times ۵}{۴}=۳۰$

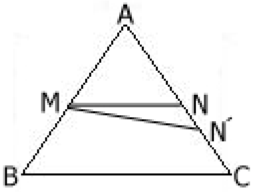
ب) $۷x=۵۴۰-۳x\Rightarrow ۱۰x=۵۴۰\Rightarrow x=۵۴$

پ) $x^{۲}=۳۶\Rightarrow x=\pm ۶$

ت) $۱۲x-۸=۲x+۲\Rightarrow ۱۰x=۱۰\Rightarrow x=۱$

٦- الف) $x=\frac{۲۰\times ۹}{۱۲}=۱۵\ ,\ y=\frac{۲۱\times ۱۲}{۹}=۲۸$

ب) $x^{۲}=۵\times ۲۰=۱۰۰\Rightarrow x=\pm ۱۰\ ,\ y=\frac{۲۰}{x}=\frac{۲۰}{\pm ۱۰}=\pm ۲$



تمرین : عکس ق تالس (فرض) $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$ (حکم)

برهان خلف) اگر $MN \parallel BC$ نباشد خودمان MN' را موازی BC رسم می کنیم .

نتیجه ق تالس ، $MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN'}{AC}$

فرض $\Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

پس $AN=AN'$ که این غیر ممکن است بنابراین $MN \parallel BC$.

۱- الف) $\frac{OR}{RC}=\frac{WN}{NC}$ ب) $\frac{NW}{CW}=\frac{RO}{CO}$ پ) $\frac{EL}{RE}=\frac{UB}{RU}$ ت) $\frac{RU}{RB}=\frac{RE}{RL}$

۲- دانش آموز اول در سمت راست عبارت ، حالت جزء به کل را رعایت نکرده است .

۳- الف) $\frac{x}{۴}=\frac{۳}{۵} \Rightarrow ۵x=۱۲ \Rightarrow x=\frac{۱۲}{۵}$ ب) $\frac{x}{۲۴}=\frac{۱۵}{۱۵+۲۱}=\frac{۱۵}{۳۶}=\frac{۵}{۱۲} \Rightarrow x=\frac{۵\times ۲۴}{۱۲}=۱۰$

پ) $\frac{۲}{x}=\frac{۴}{۶+۴}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵} \Rightarrow x=۵$ ت) $\frac{x}{۴}=\frac{۱۶}{x} \Rightarrow x^۲=۶۴ \Rightarrow x=۸$

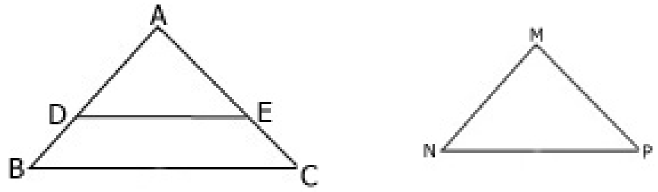
۴- ق تالس و $DE \parallel FG \Rightarrow \frac{AD}{DF}=\frac{AE}{EB}$ □

ق تالس و $EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{FC}=\frac{AE}{EB}$ □ □,□ $\Rightarrow \frac{AD}{DF}=\frac{AF}{FC}$

۵- $\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{x}{x+۷}=\frac{x-۳}{x+۱} \Rightarrow x^۲+x=x^۲+۴x-۲۱ \Rightarrow ۳x=۲۱ \Rightarrow x=۷$

۶- ق تالس $\Rightarrow \frac{JA}{JL}=\frac{JH}{JN} \Rightarrow \frac{۱۰۰}{JL}=\frac{۶۰}{۶۰+۱۸۰}=\frac{۶۰}{۲۴۰}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow JL=۴\times ۱۰۰=۴۰۰$

تمرین ۱ –



فرض $\dfrac{AB}{MN}=\dfrac{AC}{MP}=\dfrac{BC}{NP} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$ حکم

اثبات) روی AC, AB، به اندازه MN, MP جدا می کنیم ، تا نقاط E, D به دست آید.

$$\frac{MN}{AB}=\frac{MP}{AC}\ ,\quad MN=AD\ ,\ MP=AE \Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC} \text{ عکس ق تالس و } \Rightarrow DE \parallel BC$$

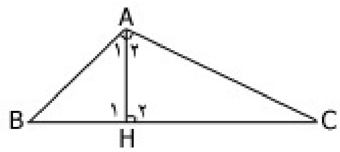
$$\text{ق خطوط موازی} \Rightarrow \hat{D}=\hat{B}\ ,\ \hat{E}=\hat{C}\ ,\quad \frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow DE=NP \Rightarrow \begin{cases} DE=NP \\ AD=MN \\ AE=MP \end{cases} \Rightarrow \text{ض ض ض}\ \Delta ADE \cong \Delta MNP$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{M}=\hat{A} \\ \hat{D}=\hat{N}\ ,\ \hat{D}=\hat{B} \Rightarrow \hat{B}=\hat{N} \\ \hat{E}=\hat{P}\ ,\ \hat{E}=\hat{C} \Rightarrow \hat{P}=\hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$$

تمرین ۲–



$$\hat{A}=۹۰^\circ \Rightarrow AH^۲=BH \times HC$$

$$\begin{cases} \hat{B}+\hat{A}_۱=۹۰^\circ \\ \hat{A}_۱+\hat{A}_۲ \end{cases} \Rightarrow \hat{B}=\hat{A}_۲\ ,\ \hat{H}_۱=\hat{H}_۲$$

$$\text{حالت دو زاویه} \Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta AHC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{AH}{HC}=\frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^۲=BH \times HC$$

۱- الف) $\frac{۳}{۲}=\frac{۶}{۴}\neq\frac{۵}{۳}\Rightarrow \Delta ABC \nsim \Delta EFG$

ب) $\hat{H}=\hat{K}=۹۰\ ,\ \ \hat{D}=\hat{L}=۳۰\Rightarrow \Delta DHI \sim \Delta LKJ$ (حالت دو زاویه)

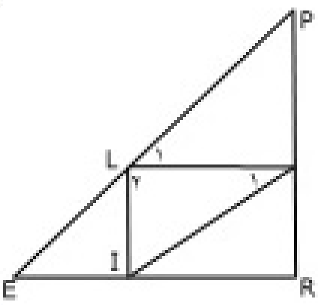
پ) $\hat{N}_۱=\hat{N}_۲\ ,\ \{\hat{P}\ ,\ \hat{M}\}\neq\{\hat{O}\ ,\ \hat{Q}\}\Rightarrow \Delta MNP \nsim \Delta NQO$

ت) $\hat{R}=\hat{U}=۳۰\ ,\ \hat{T}_۱=\hat{T}_۲=۹۰\Rightarrow \Delta RST \sim \Delta RTU$ (حالت دو زاویه)

ث) $\hat{A}=\hat{A}'=۶۰\ ,\ \hat{B}=\hat{B}'=۶۰\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (حالت دو زاویه)

۲- $L \parallel J \Rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow \frac{۴}{۱۲}=\frac{y}{۱۵}\Rightarrow y=۵\ ,\ x+y=۱۵\Rightarrow x=۱۰$

۳- $\hat{E}_۱=\hat{E}_۲$ متقابل به راس ، $\hat{O}=\hat{L}=۹۰^\circ \Rightarrow \Delta OEI \sim \Delta ELT$ (حالت دو زاویه)



۴- $\frac{PA}{AR}=\frac{PL}{LE}=۱\Rightarrow$ عکس تالس $AL \parallel ER \Rightarrow \hat{L}_۱=\hat{E}$

وبه همین ترتیب $AI \parallel PE\ ,\ IL \parallel PR$ پس $\hat{L}_۱=\hat{A}_۱$ بنابراین $\hat{A}_۱=\hat{E}$

وبه همین ترتیب $\hat{L}_۲=\hat{R}$ بنابه حالت دو زاویه مساوی $\Delta ALI \sim \Delta PRE$

۵- الف) $\frac{CB}{C'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ ب) $\hat{B}=\hat{B}'$ پ) $\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'A'}{BA}$ ت) $\hat{C}=\hat{C}'$

۶- الف) $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (حالت دو زاویه) $\Leftarrow \hat{B}=\hat{B}'=۹۰\ ,\ \hat{A}_۱=\hat{A}_۲$ (متقابل به راس)

ب) $\Rightarrow \frac{B'C'}{BC}=\frac{A'B'}{AB}\Rightarrow \frac{۱/۸}{BC}=\frac{۳}{۲۰}\Rightarrow BC=\frac{۲۰\times ۱/۸}{۳}=\frac{۳۶}{۳}\Rightarrow BC=۱۲m$

۷- $\hat{C} = B\hat{D}E \ , \ \hat{B} = \hat{B} \Rightarrow$ (حالت دو زاویه) $\Delta BED \sim \Delta ABC$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{۲۴}{۴۸} = \frac{y}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow y = \frac{۲۴\times۲۴}{۴۸} = ۱۲ \Rightarrow$$

$$y = ۱۲ \ , \ \frac{۱۲}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow x+۲۴ = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲$$

۸- (متقابل به راس) $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \ , \ \hat{A} = \hat{O} = ۹۰^{\circ} \Rightarrow$ (تساوی دو زاویه) $\Delta ABC \sim \Delta ODC$

$$\Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{AB}{OD} \Rightarrow \frac{۲۵}{۶۰} = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۵\times۶۰}{۲۵} = ۳\times۱۲ = ۳۶$$

۹-

$$\frac{x}{x+۱۵۰۷۰۶۴۰۰} = \frac{۶/۴\times۱۰^{۳}}{۷\times۱۰^{۵}} = ۰/۰۰۹۱ \Rightarrow ۰/۹۹۰۹x = ۱۳۷۱۴۲۸/۲ \Rightarrow x = ۱۳۸۴۰۲۲/۸ \ km$$

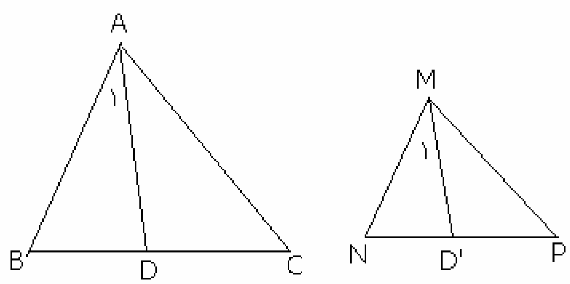
۱- الف)

$$\left.\begin{array}{l}\hat{F}=\hat{C}=۴۵^o\\ \hat{E}=\hat{B}=۲۰^o\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta FDE\sim\Delta CAB\Rightarrow\frac{DF}{AC}=\frac{DR}{AP}\Rightarrow$$

$$\frac{۶\sqrt{۲}}{AC}=\frac{۶}{۲}\Rightarrow AC=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۶}\Rightarrow AC=۲\sqrt{۲}$$

ب) $$\frac{DR}{AP}=\frac{EF}{BC}\Rightarrow\frac{DR}{۴}=\frac{۲۱}{۱۵}\Rightarrow DR=\frac{۴\times ۲۱}{۱۵}=\frac{۲۸}{۵}=۵/۶$$

۲-



$$\Delta ABC\sim\Delta MNP\Rightarrow\frac{AD}{MD'}=\frac{AB}{MN}$$

MD' , AD نیمساز

اثبات)

$$\Delta ABC\sim\Delta MNP\Rightarrow\hat{B}=\hat{N}\ ,\ \hat{A}=\hat{M}\Rightarrow\frac{\hat{A}}{۲}=\frac{\hat{M}}{۲}\Rightarrow\hat{A}_۱=\hat{M}_۱$$

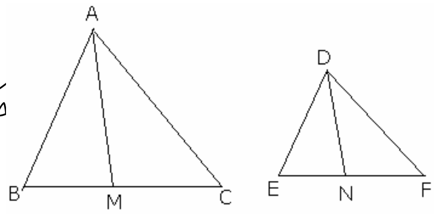
$$\left\{\begin{array}{l}\hat{A}_۱=\hat{M}_۱\\ \hat{B}=\hat{N}\end{array}\right.\Rightarrow \text{حالت دو زاویه}\ \Delta ABD\sim\Delta MND'\Rightarrow\frac{AD}{MD'}=\frac{AB}{MN}$$

۳-

$$\Delta ABD\sim\Delta EFG\Rightarrow\frac{BC}{FH}=\frac{AD}{EG}\Rightarrow\frac{x}{x-۳}=\frac{۲۴}{۱۸}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow ۴x-۱۲=۳x\Rightarrow x=۱۲$$

۴-

فرض $AM\ ,\ DN\ ,\ \Delta ABC\sim\Delta DEF\Rightarrow\dfrac{AM}{DN}=\dfrac{AB}{DE}$ حکم



$$\Delta ABC\sim\Delta DEF\Rightarrow\hat{B}=\hat{E}\ ,\ \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{BC\div ۲}{EF\div ۲}\Rightarrow\frac{AB}{DE}=\frac{BM}{EN}\ ,\ \hat{B}=\hat{E}\Rightarrow$$

دو ضلع متناسب وزاویه بین مساوی $\Delta ABM\sim\Delta DEN\Rightarrow\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{AM}{DN}$

۵-

$$\Delta DEF\sim\Delta GHI\Rightarrow\frac{GK}{DJ}=\frac{HI}{EF}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{۲۰}{EF}\Rightarrow EF=\frac{۴۰}{۳}\approx ۱۳/۳$$

۱- $\frac{S}{S'}=\left(\frac{۶}{۵}\right)^{۲}=\frac{۳۶}{۲۵}$

۲- $\frac{AB}{A'B'}=K \;,\; \frac{S}{S'}=K^{۲}=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow K=\frac{۴}{۵}=\frac{AB}{A'B'}$

۳- $\frac{S}{S'}=۱۱=K^{۲}\Rightarrow K=\sqrt{۱۱}\Rightarrow \frac{a}{۷}=\sqrt{۱۱}\Rightarrow a=۷\sqrt{۱۱}$

٤- $\frac{S}{S'}=K^{۲}=\frac{۸۱}{۱۲۱}\Rightarrow K=\frac{۹}{۱۱}, \frac{P}{P'}=K\Rightarrow \frac{P}{P'}=\frac{۹}{۱۱}$

٥- $\frac{P}{P'}=\frac{۲۵}{۴۵}=\frac{۵}{۹}=K, \frac{S}{S'}=K^{۲}\Rightarrow \frac{۵۰}{S'}=\left(\frac{۵}{۹}\right)^{۲}\Rightarrow S'=\frac{۵۰\times۸۱}{۲۵}=۱۶۲$

٦- الف) $\hat{E}_{۱}=\hat{E}_{۲}, \hat{A}=\hat{B}\Rightarrow$ دو زاویه $\Delta AEC\sim\Delta BED\Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{BDE}}=K^{۲}=\left(\frac{۶}{۸}\right)^{۲}=\frac{۹}{۱۶}$

ب) $\frac{AE}{EB}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow ۴AE=۳EB, AE+EB=۳۵\Rightarrow AE=۱۵, EB=۲۰$

$$\Rightarrow S_{BDE}=\frac{۱}{۲}BE\times DH=\frac{۱}{۲}\times۲۰\times۸=۸۰$$

۷- $EF\parallel BC\Rightarrow \hat{E}=\hat{B}, \hat{A}=\hat{A}\Rightarrow$ حالت دوزاویه $\Delta AEF\sim\Delta ABC$

$\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}}=\frac{۱}{۶}=K^{۲}\Rightarrow K=\sqrt{\frac{۱}{۶}}$ و $\frac{AH'}{AH}=K=\sqrt{\frac{۱}{۶}}$

۸- $\frac{a}{a'}=\frac{P}{P'}\Rightarrow \frac{۵}{a'}=\frac{۵+۸+۱۱}{۶۰}=\frac{۲۴}{۶۰}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow a'=\frac{۲۵}{۲}=۱۲/۵$

$\frac{۸}{b'}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow b'=\frac{۴۰}{۲}=۲۰ \quad , \quad \frac{۱۱}{c'}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow c'=\frac{۵۵}{۲}=۲۷/۵$

۹- $(۱۴,۹,۷)\approx(۲۱,a,b)\Rightarrow \frac{۱۴}{۲۱}=\frac{۹}{a}=\frac{۷}{b}\Rightarrow a=\frac{۹\times۲۱}{۱۴}=۱۳/۵\ ,\ b=\frac{۲۱\times۷}{۱۴}=۱۰/۵$

$\Rightarrow P=a+b+۲۱=۱۳/۵+۱۰/۵+۲۱=۴۵$

۱۰- $\frac{s}{s'}=k^۲, k=\frac{۱۴}{۷}=۲\Rightarrow \frac{s}{s'}=۲^۲=۴$

۱۱- $S_{ABC}=S_{ABH}+S_{ACH}\Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ABC}}+\frac{S_{ACH}}{S_{ABC}}=۱\ ,\hat{B}=\hat{B}\ ,\ \hat{H}=\hat{A}$

$\Rightarrow \Delta ABH\sim\Delta ABC\Rightarrow\left(\frac{AB}{BC}\right)^۲+\left(\frac{AC}{BC}\right)^۲=۱\Rightarrow AB^۲+AC^۲=BC^۲$

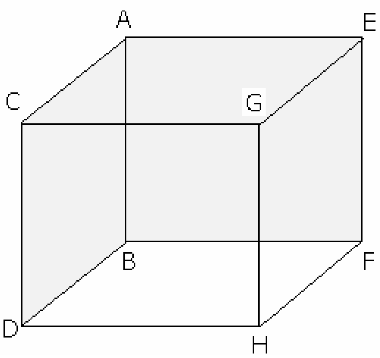
۱) بنابر اصل ۲ مساحت

۲) رابطه ۱ رابر مساحت مثلث ABC تقسیم می کنیم.

۳) دو مثلث ACH , ABH با مثلث ABC به حالت دو زاویه متشابهند.

٤) نسبت مساحتها با مربع نسبت اضلاع برابر است .

٥) دو طرف تساوی ٤ را در $BC^۲$ ضرب می کنیم.



۱- AB , CD , EF , GH بر دو صفحه $ACGE , BDHF$ عمودند ،
AE , CG , BF , DH بر دو صفحه $GEFH , ACDB$ عمودند ،
BD , FH , EG , AC بر دو صفحه $AEFB , CGHD$ عمودند.
و ۲۴ زاویه قائمه تشکیل می شود که عبارتند از
$\angle CAE , \angle CAB , \angle EAB , \angle CDB , \angle HDB , \angle CDH , \ldots$

۲- الف) خط بر تمام خطوط صفحه عمود است .
ب) $\angle FOL , \angle FOR , \angle FOP , \angle DOR , \angle DOL , \angle DOP , \ldots$

۳- $\left.\begin{array}{c} TX = TX \\ \angle TXA = \angle TXE = ۹۰^o \\ TE = TA \end{array}\right\}$ وتر و یک ضلع $\Rightarrow \Delta TEX \cong \Delta TAX \Rightarrow \angle TEX = \angle TAX$

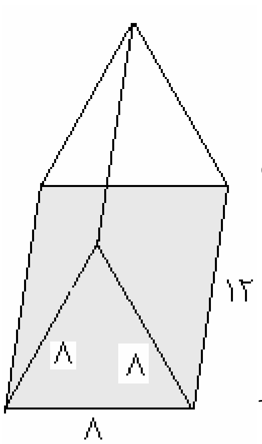
۴- $V = (\sqrt{۲} \times \sqrt{۳})\sqrt{۵} = \sqrt{۳۰}$

۵- $a\sqrt{۳} = \sqrt{۶} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۲} \;,\; S = ۶a^۲ = ۶(\sqrt{۲})^۲ = ۱۲$

۱- الف) $JK^{۲} = JN^{۲} + NK^{۲} = ۶^{۲} + ۶^{۲} = ۷۲ \Rightarrow JK = \sqrt{۷۲} = ۶\sqrt{۲}$

ب) $HN = a\sqrt{۳} = ۶\sqrt{۳}$

۲- $a\sqrt{۲} = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}} \Rightarrow a = ۵\sqrt{۲} \Rightarrow S = ۶a^{۲} = ۶(۵\sqrt{۲})^{۲} = ۶(۵۰) = ۳۰۰$



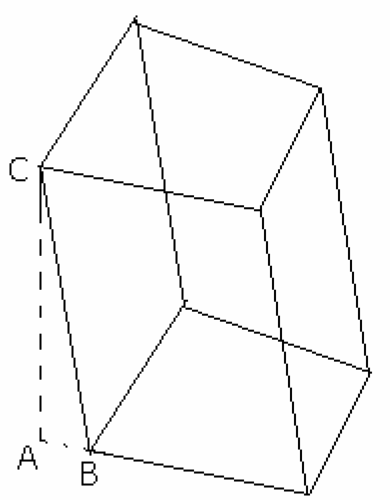
۳- مساحت جانبی $S_{۱} = ۳(۸\times۱۲) = ۳(۹۶) = ۲۸۸$

مساحت کل=مساحت جانبی+مساحت دو قاعده $= ۲۸۸ + ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۴})(۸)^{۲} = ۲۸۸ + ۳۲\sqrt{۳}$

۴- مساحت قاعده$= \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(۱۰)^{۲} = ۱۵۰\sqrt{۳}$

مساحت جانبی$= ۶(ah) = ۶(۱۰\times۸) = ۱۰۸۰$

مساحت کل=مساحت جانبی+مساحت دو قاعده$= ۱۰۸۰ + ۲(۱۵۰\sqrt{۳}) = ۱۰۸۰ + ۳۰۰\sqrt{۳}$

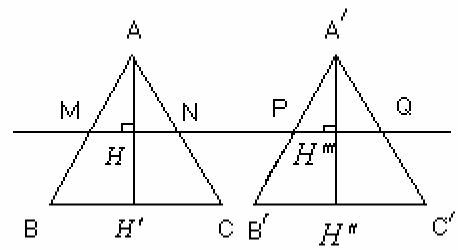


۵- در هر مثلث قائمه الزاویه مانند ABC طول ارتفاع از وتر مثلث کوتاهتر است یعنی $AC < BC$ پس ارتفاع از یال منشور کوتاهتر است .

$$(AC^{۲} + AB^{۲} = BC^{۲} \Rightarrow AC^{۲} < BC^{۲} \Rightarrow AC < BC)$$

۱- ثابت می کنیم اگر BC و $B'C'$ برابر بوده و MQ موازی BC رسم شود آنگاه $MN = PQ$

$$MN \| BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AH'}$$ همینطور $$\frac{PQ}{B'C'} = \frac{A'H'''}{A'H''}$$



ولی دو مثلث ΔABC , $\Delta A'B'C'$ دارای ارتفاعهای برابر

وقاعده های برابر اند پس $MN = PQ$ بنابراین

طبق اصل کاوالیری دومثلث مساحت برابر دارند.

۲- الف) $V = ۱۰ \times ۷ = ۷۰$ ب) $V_B = V_A = ۷۰$

۳- الف) قاعده $S = \frac{a^۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۴^۲\sqrt{۳}}{۴} = ۴\sqrt{۳}$ ، وجه جانبی $S = ۴ \times ۴ = ۱۶$

ب) چون منشور قائم است ارتفاع و یال با هم برابر ۴ است

پ) $V = S.h = ۴\sqrt{۳} \times ۴ = ۱۶\sqrt{۳}$

۴- الف) $S_۱ = ۲\pi r_۱ h_۱ = ۲\pi(۲)(۱) = ۴\pi$, $S_۲ = ۲\pi r_۲ h_۲ = ۲\pi(۱)(۲) = ۴\pi \Rightarrow S_۱ = S_۲$

ب) $V_۱ = \pi r_۱^۲ h_۱ = \pi(۲)^۲(۱) = ۴\pi$, $V_۲ = \pi r_۲^۲ h_۲ = \pi(۱)^۲(۲) = ۲\pi \Rightarrow V_۱ = ۲V_۲$

۵- الف) کل $S = ۲\pi r(r+h) = ۲\pi(۵)(۵+۱۶) = ۱۰\pi(۲۱) = ۲۱۰\pi$

$$V = \pi r^۲ h = \pi(۵)^۲(۱۶) = ۴۰۰\pi$$

ب) $V' - V = (۱۰ \times ۱۰ \times ۱۶) - ۴۰۰\pi = ۱۶۰۰ - ۴۰۰\pi$

۶- الف) $\frac{S_۲}{S_۱} = \frac{۲\pi r_۲ h_۲}{۲\pi r_۱ h_۱} = \frac{۲h}{۱h} = ۲$

ب) $\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\pi r_۲^۲ h_۲}{\pi r_۱^۲ h_۱} = \frac{۴h}{h} = ۴$

پ) فضای بین دو استوانه $= V_۲ - V_۱ = ۴\pi h - \pi h = ۳\pi h$

۱- الف) سایه زده شده $V = ۲(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)) = \frac{۳۲۰}{۳}\pi$

ب) $V = \pi(۴)^۲(۲۰) - ۲(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)) = ۳۲۰\pi - \frac{۳۲۰}{۳}\pi = \frac{۶۴۰}{۳}\pi$

۲- الف) $V = \frac{۱}{۳}\pi a^۲ b$ ب) $V = \frac{۱}{۳}\pi(a)^۲(۲b) = \frac{۲}{۳}\pi a^۲ b$

پ) $V = \frac{۱}{۳}\pi(۲a)^۲ b = \frac{۴}{۳}\pi a^۲ b$ ت) $V = \frac{۱}{۳}\pi(۲a)^۲(۲b) = \frac{۸}{۳}\pi a^۲ b$

۳- الف) $\frac{V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi r^۲(۲h)}{\frac{۱}{۳}\pi r^۲ h} = ۲ \Rightarrow V' = ۲V$ ب) $\frac{V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi(۲r)^۲ h}{\frac{۱}{۳}\pi r^۲ h} = ۴$

۴- $(\frac{a}{۲})^۲ + h^۲ = h'^۲$ و

الف) $(\frac{۱۴}{۲})^۲ + h^۲ = ۲۵^۲ \Rightarrow h^۲ = ۶۲۵ - ۴۹ = ۵۷۶ \Rightarrow h = ۲۴$,

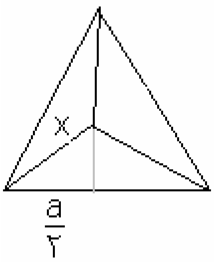
$, V = \frac{۱}{۳}a^۲ h \Rightarrow V = \frac{۱}{۳}(۱۴)^۲(۲۴) = ۱۵۶۸$

ب) $(\frac{a}{۲})^۲ + ۶^۲ = ۶/۵^۲ \Rightarrow \frac{a^۲}{۴} = ۶/۲۵ \Rightarrow a^۲ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$

$, V = \frac{۱}{۳}a^۲ h = \frac{۱}{۳}(۵)^۲(۶) = ۵۰$

پ) $V = \frac{۱}{۳}a^۲ h = \frac{۱}{۳}(۱)^۲(۱/۳) = ۰/۴۳$

۵-



$$\cos ۳۰ = \frac{\frac{a}{۲}}{x} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{۳}} \, , \; h^۲ + x^۲ = a^۲ \Rightarrow$$

$$h^۲ = a^۲ - \frac{a^۲}{۳} = \frac{۲a^۲}{۳} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{۲}{۳}}a \, , \; V = \frac{۱}{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲)(\sqrt{\frac{۲}{۳}}a) = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}a^۳$$

$$\text{if} \quad a = ۴/۵ \Rightarrow V = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}(۴/۵)^۳$$

۱- الف) $S_1 = 4\pi(1)^2 = 4\pi \quad , \quad S_2 = 4\pi(2)^2 = 16\pi$

ب) $V_1 = \frac{4}{3}\pi(1)^3 = \frac{4}{3}\pi \quad , \quad V_2 = \frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{32}{3}\pi$

پ) $\frac{S'}{S} = \frac{4\pi(2r)^2}{4\pi(r)^2} = 4 \Rightarrow S' = 4S$

ت) $\frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}{\frac{4}{3}\pi(r)^3} = 8 \Rightarrow V' = 8V$

۲- الف) $V = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^3) = \frac{2}{3}\pi r^3$ ب) $S = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2\pi r^2$

پ) مساحت کل $S = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

۳- الف) $S = 4\pi(6400)^2$ ب) $V = \frac{4}{3}\pi(6400)^3$

۴- الف) $S = 4\pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$ ب) $V = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$
