

تمرینهای سری پنجم تجزیه و تحلیل سیستم ها - دانشگاه صنعتی قوچان

۱ - سیگنال متناوب  $x(t)$  روی یک دوره تناوب ( $T_0 = 4$ ) به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{cases} x(t) = 2 & -2 \leq t < 0 \\ x(t) = 0 & 0 \leq t < 2 \end{cases}$$

ضرایب سری فوریه مختلط ( $a_k$ ) را بدست آورید. (پاسخ را بر حسب تابع sinc بیان کنید)  
 ۲ - سیگنالهای متناوب  $x(t)$  و  $y(t)$  با دوره مشترک  $T_0$  و فرکانس زاویه ای اصلی  $\omega$  را به ترتیب با ضرایب سری فوریه  $a_k$  و  $b_k$  در نظر بگیرید. به عبارت دیگر داریم:

$$\begin{aligned} x(t) &\longleftrightarrow a_k \\ y(t) &\longleftrightarrow b_k \end{aligned}$$

مطلوبست تعیین ضرایب سری فوریه سیگنالهای خواسته شده زیر به همراه استدلال لازم

$$\begin{aligned} ax(t) + by(t) &\longleftrightarrow \\ x(t - t_0) &\longleftrightarrow \\ x(-t) &\longleftrightarrow \\ x(at) &\longleftrightarrow \\ x(t) \cdot y(t) &\longleftrightarrow \\ x'(t) &\longleftrightarrow \\ \text{Even}\{x(t)\} &\longleftrightarrow \\ \text{Odd}\{x(t)\} &\longleftrightarrow \end{aligned}$$

۳ - سیگنال  $x(t)$  با نمایش سری فوریه  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$  را در نظر بگیرید. این سیگنال وارد سیستمی LTI میشود که با معادله دیفرانسیل زیر قابل توصیف است:

$$y'(t) + \alpha y(t) = \beta x(t - \gamma)$$

با توجه به LTI بودن سیستم، خروجی سیستم به صورت  $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k e^{jk\omega_0 t}$  قابل بیان است (چرا؟). رابطه بین  $a_k$  و  $b_k$  را بدست آورید.

۴ - سیگنال متناوب  $x(t)$  روی یک دوره تناوب ( $T_0 = 2$ ) به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{cases} x(t) = t & 0 \leq t < 1 \\ x(t) = -t & -1 \leq t < 0 \end{cases}$$

الف) ضریب  $a_n$  را تعیین نمایید.  
 ب) در حالت کلی چه ارتباطی بین ضرایب سری فوریه  $x'(t)$  با ضرایب سری فوریه  $x(t)$  وجود دارد. آن را نوشته و اثبات کنید.

ج) ضرایب سری فوریه  $x'(t)$  را برای  $x(t)$  داده شده تعیین نمایید.

د) با استفاده از نتیجه بندهای ب و ج، ضرایب سری فوریه  $x(t)$  را تعیین نمایید.

۵ - ضرایب سری فوریه را برای سیگنال قطار ضربه به صورت  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0)$  تعیین

- نموده و نمایش سری فوریه را برای آن بنویسید.
- ۶- ضرایب سری فوریه سیگنال  $x(t) = 2j \sin(\frac{2}{3}t) + \cos(t - \frac{\pi}{3}) + 2$  را تعیین نمایید و با کمک آنها توان سیگنال را تعیین کنید.
- ۷- تبدیل فوریه یک سیگنال به صورت  $Z(\omega) = \frac{4 \sin 2\omega}{\omega} - \frac{4 \sin^2 \omega}{\omega^2}$  است. اگر سیگنالی متناوبی را به صورت  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} z(t - 5k)$  تعریف کنیم، مطلوبست تعیین  $X(\omega)$ .
- ۸- ضرایب سری فوریه سیگنال  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{|t-kT|}$  را بدست آورید.

موفق باشید، قربان صباغ