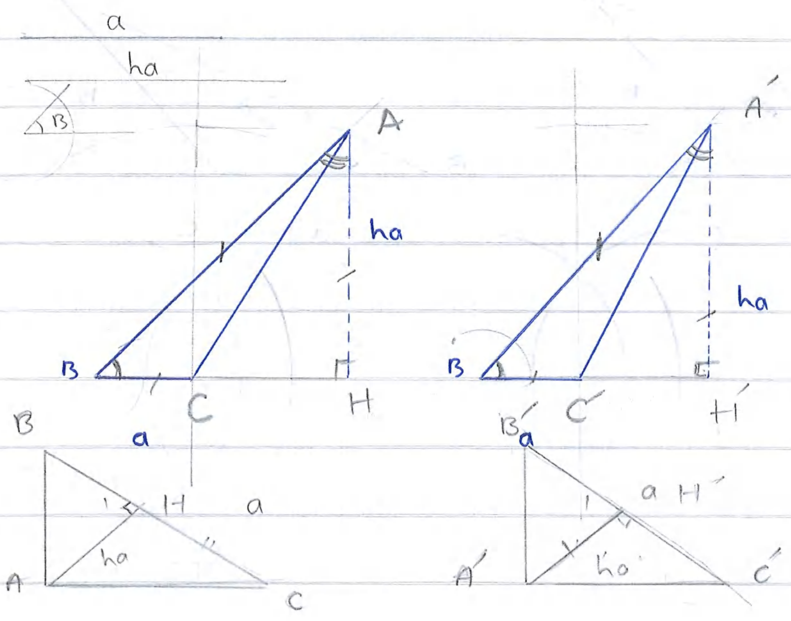
تکلیف هندسه معماری

۱- در هر یک از ترسیم‌های زیر داده‌هایی در مورد مثلث آمده است و هر ترسیم مشخص کنید

۲- آیا دو مثلث ترسیم شده با هم همنهشت هستند یا نه؟

• $a \cdot h_a \cdot B$



راه دوم

راه اول

$\hat{B} = \hat{B'}$ داده

$\hat{H_1} = \hat{H_1'} = 90$

$\Rightarrow$ مجموع زوایای مثلث

براساس قضیه $B\hat{A}H + \hat{H_1} + \hat{B} = B'\hat{A'}H' + \hat{H_1'} + \hat{B'}$

$\Rightarrow B\hat{A}H = B'\hat{A'}H'$ *

$$\left.\begin{array}{ll} B\hat{A}H = B'\hat{A'}H' & * \\ \hat{H_1} = \hat{H_1'} = 90 & \text{داده} \\ AH = A'H' = h_a & \text{داده} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ز ض ز}} \overset{\triangle}{ABH} = \overset{\triangle}{A'B'H'} \xrightarrow{\text{سایر اجزای متناظر}} AB = A'B' \ **$$

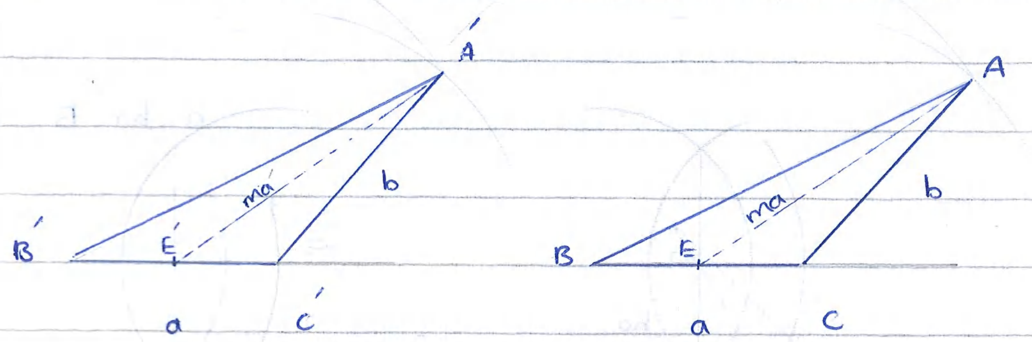
$$\left.\begin{array}{ll} AB = A'B' & ** \\ BC = B'C' = a & \text{داده} \\ B = B' & \text{داده} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{ض ز ض}]{} \overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{A'B'C'}$$

a

ma

b

a , b , ma



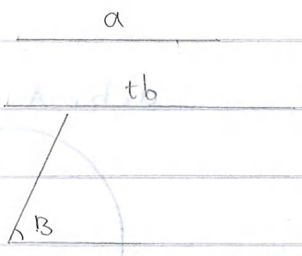
$B'C' = BC = a \qquad \dfrac{B'C'}{۲} = \dfrac{BC}{۲} = \dfrac{a}{۲} \Rightarrow E'C' = EC = \dfrac{a}{۲} \qquad (۱)$

$\left.\begin{array}{ll} E'C' = EC = \dfrac{a}{۲} & \text{بنابر (۱)} \\ A'E' = AE = ma & \text{داده شده} \\ A'C' = AC = b & \text{داده شده} \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{ضضض}} \triangle A'E'C' \cong \triangle AEC$

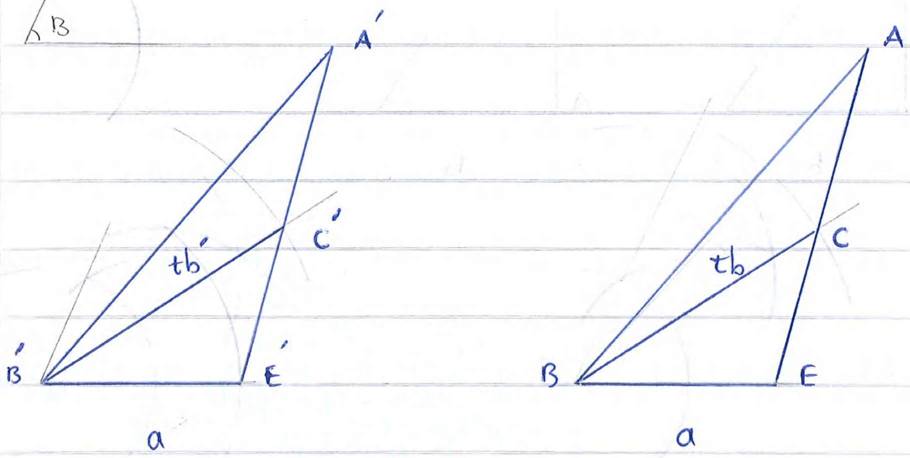
$\Rightarrow$ اجزای متناظر $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{\hat{C} = \hat{C'}} \qquad (۲) \\ E'\hat{A'}C' = E\hat{A}C \\ C'\hat{E'}A' = C\hat{E}A \end{array}\right.$

می‌توان ثابت کرد دو مثلث با شرایط داده شده

$\left.\begin{array}{ll} B'C' = BC = a & \text{داده شده} \\ \hat{C} = \hat{C'} & \text{بنابر (۲)} \\ A'C' = AC = b & \text{داده شده} \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{ضزض}} \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ هم‌نهشت می‌باشند.



• a ، tb ، B



$\hat{B} = \hat{B'} \Rightarrow \frac{\hat{B}}{۲} = \frac{\hat{B'}}{۲} \Rightarrow C'\hat{B'}E' = C\hat{B}E$ (۱)

$tb = tb'$ داده شده
$C'\hat{B'}E' = C\hat{B}E$ بنابر (۱)
$BE = B'E' = a$ داده شده

ض ز ض $\Rightarrow \triangle C'B'E' \cong \triangle CBE \Rightarrow$ اجزای متناظر $\begin{cases} \boxed{\hat{E} = \hat{E'}} \\ CE = C'E' \\ B'\hat{C'}E' = B\hat{C}E \end{cases}$ (۲)

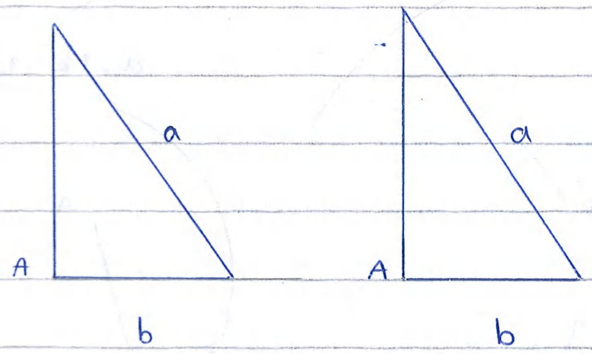
$\hat{E} = \hat{E'}$ بنابر (۲)
$B = B'$ داده شده
$B'E' = BE = a$ داده شده

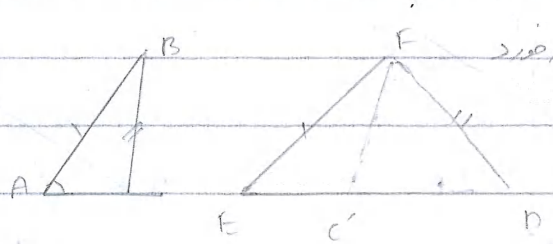
ز ض ز $\Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle A'B'E'$

دو مثلث هم نهشت می شوند.

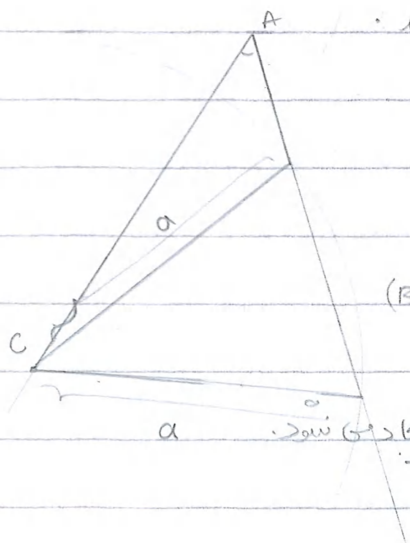
با شرایط داده شده : a . tb . B

X a، b، A .





دو نقطه‌ی برخورد



رأس b باید فاصله‌اش تا C برابر با اندازه‌ی پاره‌خط a باشد.

① کمان رسم شده ضلع مقابل را قطع بکند.

② مماس بشوند ← یک مثلث ایجاد می‌شود. (یک نقطه‌ی B)

③ در دو نقطه ضلع مقابل را قطع کنند. دو مثلث با همین مشخصات ایجاد می‌شود.

A , B , b

مجموع زوایای داخلی مثلث

$$\hat{C} = 180 - \hat{B} - \hat{A}$$
$$\hat{C'} = 180 - \hat{B'} - \hat{A'}$$
$$\hat{B} = \hat{B'}$$
$$\hat{A'} = \hat{A}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{C'} \quad (1)$$

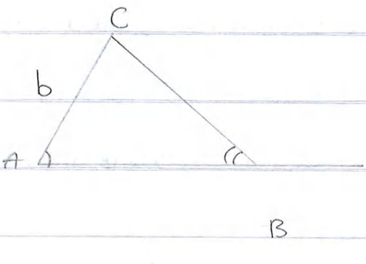
ز ض ز

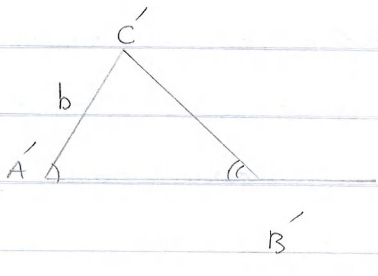
$\hat{C} = \hat{C'}$ بنا بر (1)

$\hat{A} = \hat{A'}$ داده شده

$AC = A'C'$ داده شده

$$\Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{A'B'C'}$$





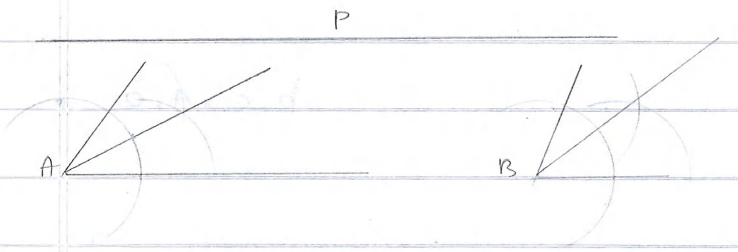
۲- قرارداد. از این پس محیط دایره را با نماد p نمایش می‌دهیم. یعنی $p=a+b+c$ در هر مورد با فرض در اختیار داشتن داده‌ها مثلثی رسم کنید. (با خط‌کش و پرگار)

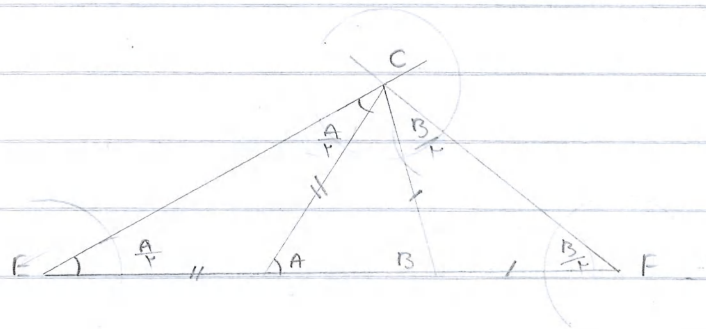
P, A, h_a .

۳- پاره خط EF به طول p را رسم می‌کنیم. نیم‌ساز زاویه‌ی B را رسم می‌کنیم با اندازه‌ی نصف زاویه‌ی B در رأس E زاویه‌ای به ضلع EF رسم می‌کنیم. از نقطه‌ی دلخواه H عمودی بر EF رسم می‌کنیم. از رأس H به اندازه‌ی h_a کمانی زده و محل برخورد آن با عمود رسم شده را A می‌نامیم. بر نقطه‌ی A عمودی بر پاره خط H رسم می‌کنیم و محل برخورد آن با ضلع زاویه‌ی E را A می‌نامیم. عمودمنصف‌های EA و Fa را رسم کرده و محل برخورد آن‌ها با EF را B و C می‌نامیم.

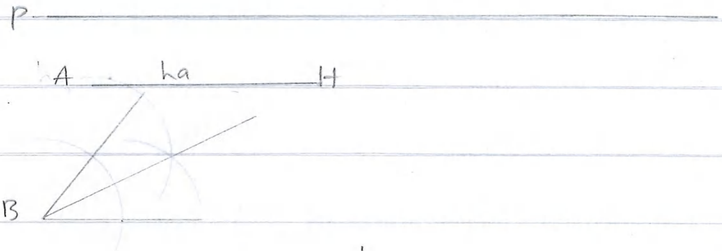
۲- پاره خط EF به طول p را رسم می‌کنیم. نیم‌سازهای A و B را رسم می‌کنیم. از رأس E به اندازه‌ی نصف زاویه‌ی A و از رأس F به اندازه‌ی نصف زاویه‌ی B زاویه‌هایی رسم می‌کنیم که یک ضلع آن EF است. محل برخورد ضلع‌های زاویه‌های رسم شده را C می‌نامیم. عمودمنصف‌های CE و CF را رسم می‌کنیم و محل برخورد آن‌ها با EF را به ترتیب A و B می‌نامیم.

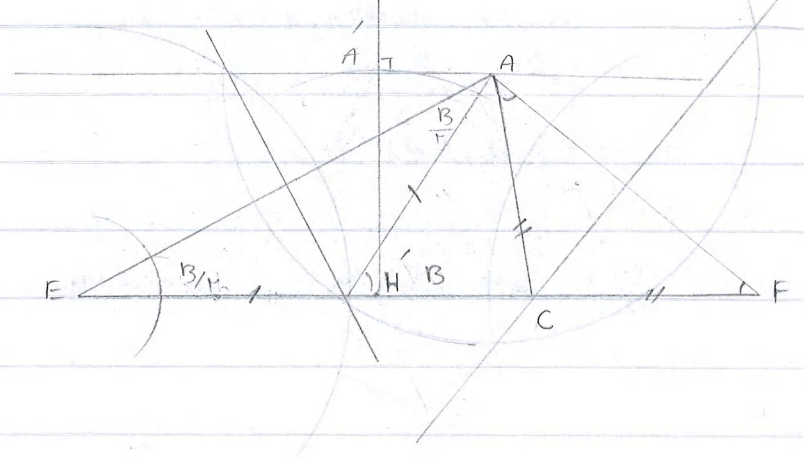
P , A , B ۲ .



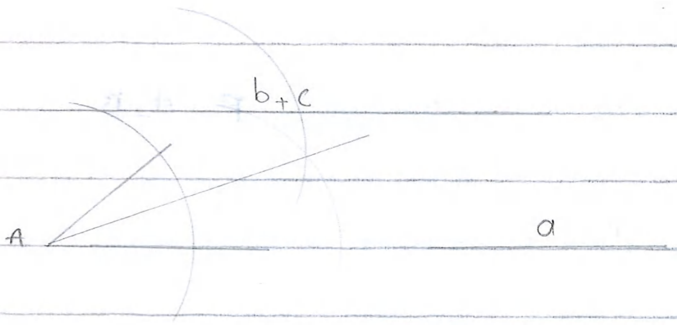


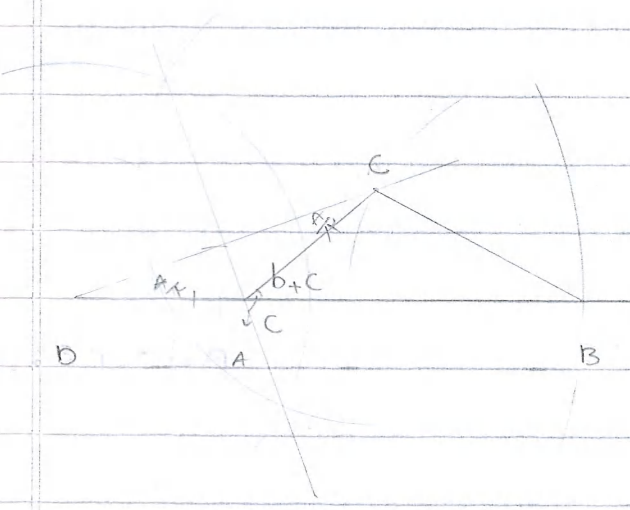
P . ha . B ۳ .





$b+c$, A , a .

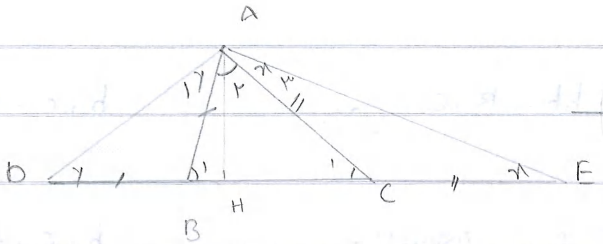


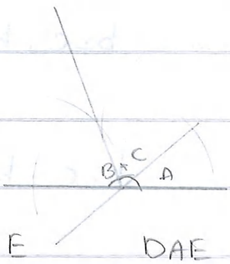


• با فرض داشتن داده‌های زیر مثلث ABC را ترسیم کنید.

A, a, h_a

P, h_a, A





DAE

$\hat{B}_1 = 2y \qquad \hat{C}_1 = 2x \qquad A_2 + C_1 + B_1 = 180^\circ$

$$\underbrace{A_2 + y + x}_{A_1 + A_2 + A_3} + \underbrace{y}_{D} + \underbrace{x}_{E} = 180$$

$$DAE = 180 - \frac{B_1}{2} + \frac{C_1}{2}$$

$$B\hat{A}C = 180 - \hat{B}_1 - \hat{C}_1 \qquad \frac{B\hat{A}C}{2} = \frac{180 - B_1 - C_1}{2} = 90 - \frac{B_1 + C_1}{2}$$

$$\frac{B\hat{A}C}{2} + 90 = 180 - \frac{B_1 + C_1}{2} \Rightarrow \frac{B\hat{A}C}{2} + 90 = D\hat{A}E$$

$$B\hat{A}C = A_2 \qquad DAE = A_2 + x + y = A_2 + \frac{B_1}{2} + \frac{C_1}{2} = A_2 + \frac{B_1 + C_1}{2}$$

در هر مورد با فرض در اختیار داشتن داده ها مثلث رسم کنید . (خط کش و پرگار)

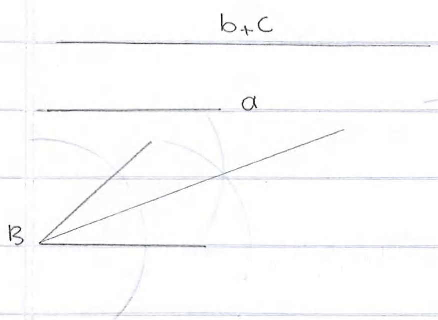
- $b+c , a , B$
- $b+c , hc , B-C$
- $b+c , B , hc$
- $b+c , hb , B-C$
- $b+c , A , B$
- (اساسی) $b , c , B-C$
- $b+c , C , a$
- $b+c , a , hc$
- $b+c , a , B-C$

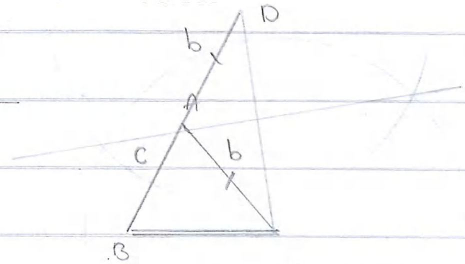
راهنمایی : شرح ترسیم مساله اول از تکالیف هفته پیش (ترسیم مثلث با داشتن $(a , A , b+c$

- پاره خط BD به طول $b+c$ را رسم می کنیم .
- به اندازه ی نصف زاویه ی A و از رأس D زاویه ای رسم می کنیم . که یک ضلع آن BD است .

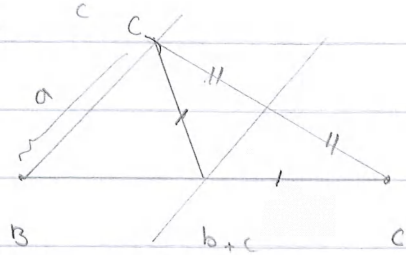
• به شعاع a و از رأس B کمانی رسم کرده و محل برخورد آن با ضلع دیگر زاویه‌ی D را A می‌نامیم.

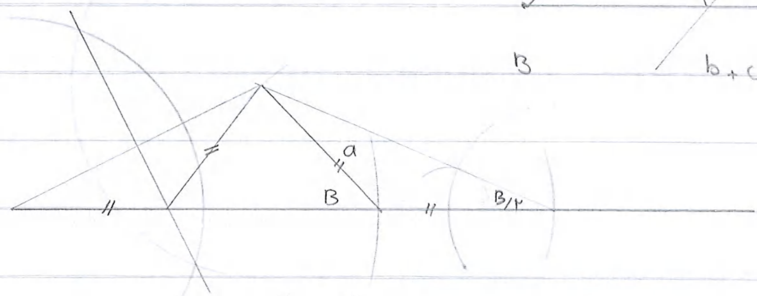
• عمودمنصف AD را رسم کرده و محل برخورد آن با BD را C می‌نامیم.





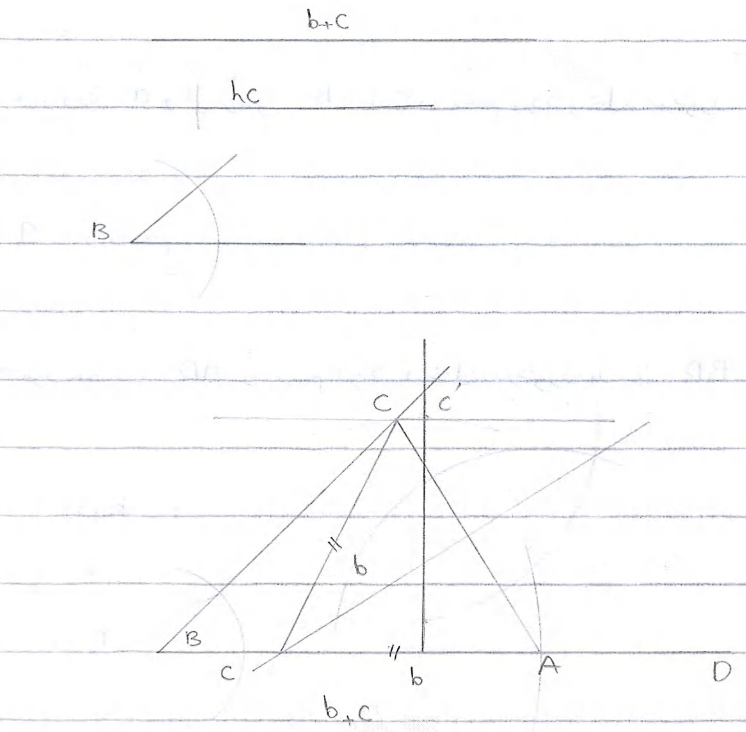
• b+c
• a
• B



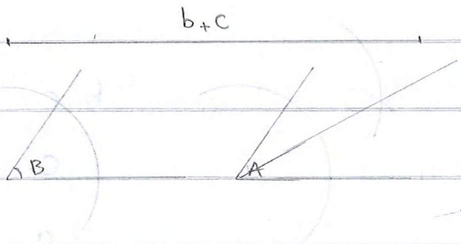


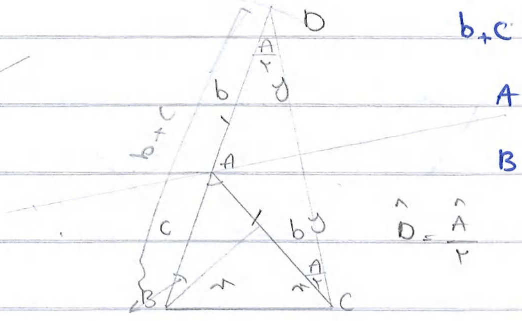
یک پاره خط BD به طول b+c را a رسم می‌کنیم و b+c به اندازه‌ی زاویه‌ی B
به ضلع BD و رأس B را رسم می‌کنیم. از رأس B به شعاع a کمانی زده و محل برخورد آن
با ضلع زاویه‌ی B را C می‌نامیم. عمودمنصف CD را رسم کرده و محل برخورد آن با BD را A
می‌نامیم.

- $b+c$
- B
- h_c



پاره خط BD را به طول $b+c$ رسم می کنیم. ۲ـ از رأس B، به ضلع BD زاویه ی B را رسم می کنیم. ۳ـ در رأس B و به ضلع BD عمودی رسم کرده. از رأس B و به شعاع h_c کمانی زده. و محل برخورد کمان با عمود رسم شده را C' می نامیم. در رأس C' و در پاره خط BC عمودی رسم می کنیم و محل برخورد آن با زاویه ی B را C می نامیم.
عمودمنصف DC را رسم کرده و محل برخورد آن با BD را A می نامیم.





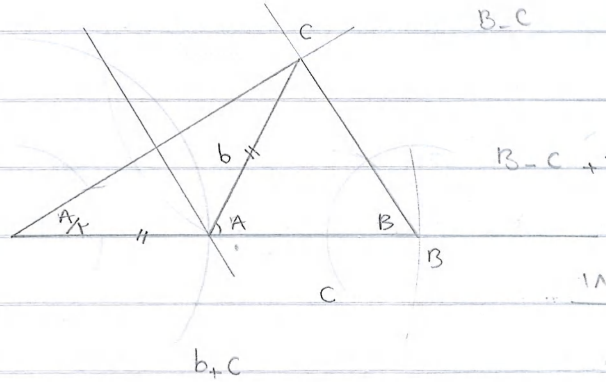
b+C .

A .

B .

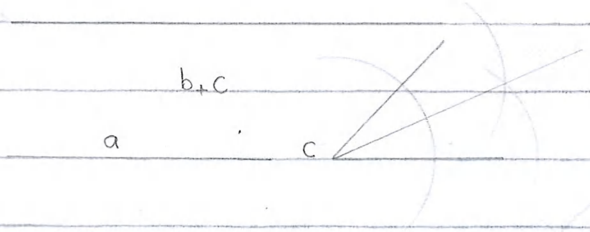
$\hat{D} = \frac{\hat{A}}{۲}$

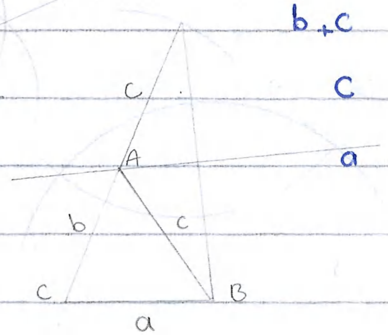
B-C a



$B - C + x + x + y + y = ۱۸۰$

$\frac{۱۸۰ - (B - C)}{۲}$

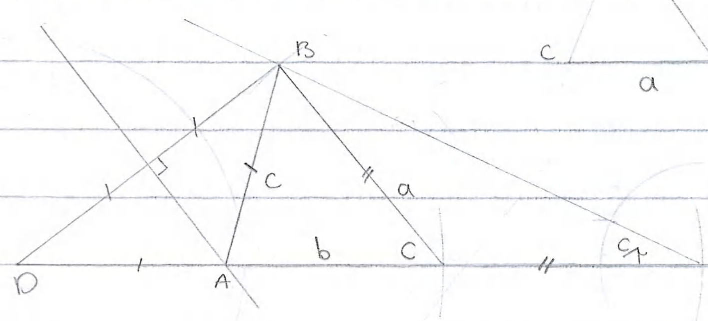




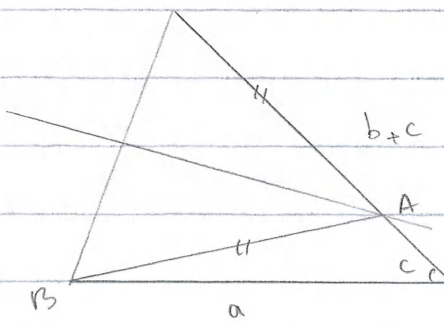
b+c

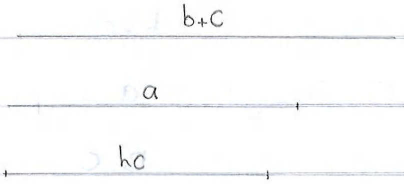
C

a



b+c a

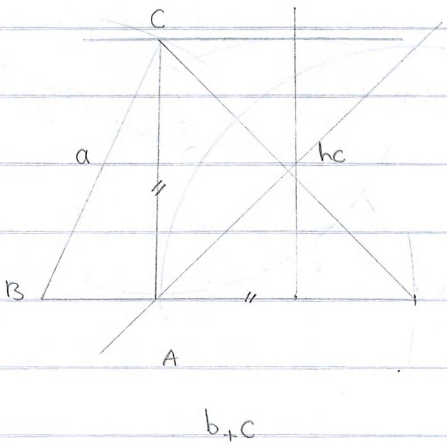




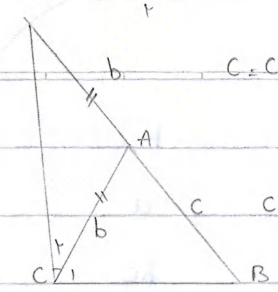
$b+c$

a

h_c



$C_2 = \frac{1}{2} A$



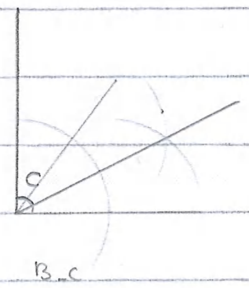
$C = C_1 + C_2 = \frac{1}{2} A + \frac{1}{2} C_2 + \frac{1}{2} C_2 + \frac{1}{2} B - \frac{1}{2} B$

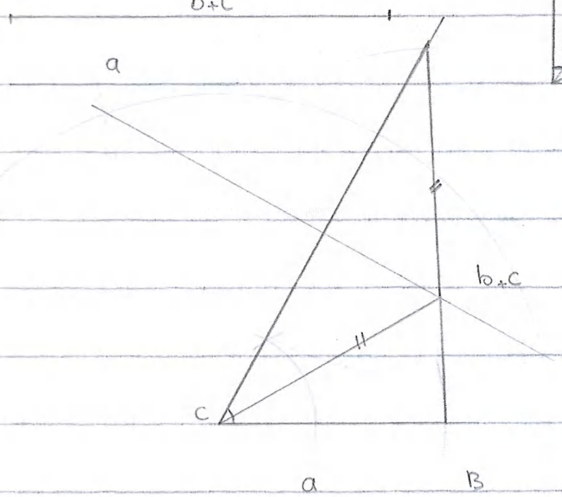
b + c .

$C = \frac{1}{2} (\overbrace{A + B + C_2}^{180}) - \frac{1}{2} (B - C_2) = 90 - \frac{1}{2} (B - C)$ a .

B − C .

a $C = 90 - \frac{1}{2} (B - C)$



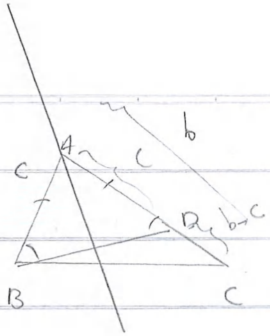


b + c , hc , B − C

b + c , hb , B − C

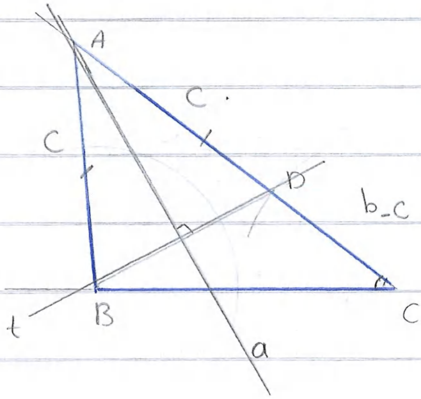
b, c, B − C

$\hat{C}$, $b-c$, a



$DC = b-c$

مسئله را ترسیم می کنیم



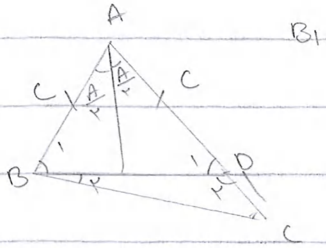
شرح ترسیم:

۱ـ پاره خط BC به طول a را رسم می کنیم. ۲ـ زاویه ی C به ضلع BC را رسم می کنیم.

۳ـ اندازه ی b-c از راس C جدا کرده و محل برخورد با ضلع زاویه ی C را D می نامیم.

۴ـ عمود منصف BD را رسم کرده و محل برخورد آن با امتداد CD را A می نامیم.

$b-c \qquad B-C \qquad a$



$B_1 = D_1 \qquad B_1 + 90 + \frac{A}{2} = 180 \Rightarrow B_1 = 90 - \frac{A}{2}$

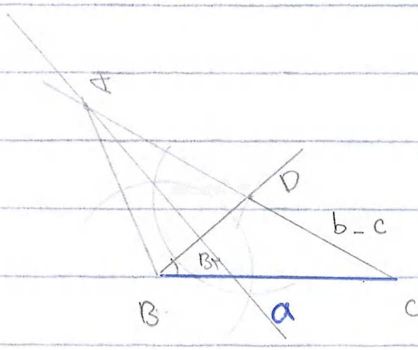
$D_1 + D_2 = 180 \qquad D_2 = 180 - D_1$

$D_2 = 180 - 90 + \frac{A}{2} = 90 + \frac{A}{2}$

$B_2 + D_2 + C = 180$

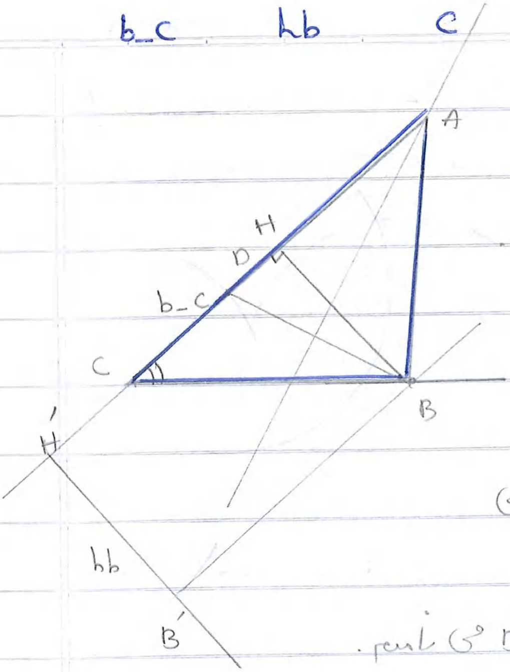
$$B_2 = 180 - D_2 - C = 180 - 90 - \frac{A}{2} - \frac{C}{2} - \frac{C}{2} + \frac{B}{2} - \frac{B}{2}$$

$$B_2 = 90 - \frac{1}{2}\overbrace{(A+B+C)}^{180} + \frac{1}{2}(B-C) \qquad B_2 = \frac{1}{2}(B-C)$$



۱- پاره خط BC به طول a را رسم می کنیم. ۲- از رأس B و به ضلع BC زاویه ای با اندازه ی نصف B-C رسم می کنیم. ۳- به اندازه ی b-c و از رأس C کمانی زده و محل برخورد آن با ضلع دیگر زاویه ی B را D می نامیم. ~~[illegible]~~ BD را رسم کرده

و ...



به اندازه‌ی b_c پاره‌خط CD را رسم می‌کنیم.

زاویه‌ی C به ضلع CD را رسم می‌کنیم.

از نقطه‌ی دلخواه H بر روی پاره‌خط CD عمودی

رسم و به اندازه‌ی hb جدا کرده و آن را B' می‌نامیم.

۴ـ بر نقطه‌ی B' از پاره HB' عمودی می‌کشیم و محل برخورد آن با زاویه‌ی C را

B می‌نامیم

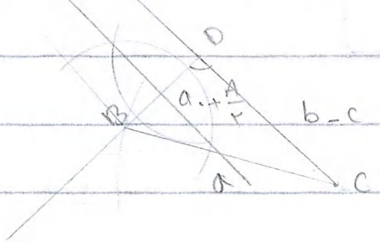
a A b-c

$$D_۲ = ۱۸۰ - D_۱$$

$$۲D_۱ + A = ۱۸۰$$

$$\Rightarrow D_۱ = \frac{۱۸۰ - a}{۲}$$

$$D_۲ = ۱۸۰ - \left(۹۰ - \frac{A}{۲}\right) = ۹۰ + \frac{A}{۲}$$



b-c
~~B-C~~ hb A

b-c A B