

بِلْمَ خُدَا

چهارم ریاضی

1	□□□□□	51	□□□□□	101	□□□□□	151	□□□□□
2	✓□□□□	52	□□✓□□	102	✓□□□□	152	□□□□✓
3	✓□□□□	53	✓□□□□	103	✓□□□□	153	□□□□✓
4	□□□□✓	54	□□✓□□	104	□□□✓□	154	□□□□✓
5	□□□✓□	55	□□□□✓	105	□□□□✓	155	□□□□✓
6	□□□□✓	56	□□✓□□	106	□□□✓□	156	✓□□□□
7	✓□□□□	57	□□✓□□	107	□□□✓□	157	✓□□□□
8	□□□□✓	58	✓□□□□	108	✓□□□□	158	✓□□□□
9	□□□✓□	59	✓□□□□	109	✓□□□□	159	□□□□✓
10	□□□□✓	60	□□✓□□	110	✓□□□□	160	□□□□✓
11	□□□□✓	61	□□□□✓	111	□□□□✓	161	□□□□✓
12	✓□□□□	62	□□□□✓	112	□□□□✓	162	□□□□✓
13	□□□□✓	63	□□□□✓	113	✓□□□□	163	□□□□✓
14	□□□□✓	64	□□✓□□	114	✓□□□□	164	□□□□✓
15	□□□□✓	65	□□✓□□	115	□□□□✓	165	□□□□✓
16	□□□□✓	66	□□□□✓	116	□□□□✓	166	□□□□✓
17	□□□□✓	67	✓□□□□	117	✓□□□□	167	□□□□✓
18	✓□□□□	68	✓□□□□	118	✓□□□□	168	✓□□□□
19	✓□□□□	69	□□□□✓	119	✓□□□□	169	✓□□□□
20	□□□□✓	70	□□□□✓	120	✓□□□□	170	✓□□□□
21	□□□□✓	71	✓□□□□	121	✓□□□□	171	✓□□□□
22	□□□□✓	72	✓□□□□	122	✓□□□□	172	✓□□□□
23	□□□□✓	73	□□□□✓	123	✓□□□□	173	✓□□□□
24	□□□□✓	74	□□✓□□	124	✓□□□□	174	✓□□□□
25	□□□□✓	75	✓□□□□	125	✓□□□□	175	✓□□□□
26	□□□□✓	76	□□□□✓	126	✓□□□□	176	✓□□□□
27	✓□□□□	77	□□□□✓	127	✓□□□□	177	✓□□□□
28	□□□□✓	78	□□□□✓	128	✓□□□□	178	✓□□□□
29	□□□□✓	79	□□□□✓	129	✓□□□□	179	✓□□□□
30	□□□□✓	80	✓□□□□	130	✓□□□□	180	✓□□□□
31	✓□□□□	81	□□□□✓	131	✓□□□□	181	✓□□□□
32	✓□□□□	82	□□□□✓	132	✓□□□□	182	✓□□□□
33	□□□□✓	83	□□□□✓	133	✓□□□□	183	✓□□□□
34	✓□□□□	84	□□□□✓	134	✓□□□□	184	✓□□□□
35	□□□□✓	85	✓□□□□	135	✓□□□□	185	✓□□□□
36	□□□□✓	86	□□□□✓	136	✓□□□□	186	✓□□□□
37	✓□□□□	87	✓□□□□	137	✓□□□□	187	✓□□□□
38	□□□□✓	88	□□□□✓	138	✓□□□□	188	✓□□□□
39	□□□□✓	89	□□□□✓	139	✓□□□□	189	✓□□□□
40	□□□□✓	90	□□□□✓	140	✓□□□□	190	✓□□□□
41	□□□□✓	91	✓□□□□	141	✓□□□□	191	□□□□□
42	□□□□✓	92	✓□□□□	142	✓□□□□	192	□□□□□
43	□□□□✓	93	□□□□✓	143	✓□□□□	193	□□□□□
44	□□□□✓	94	□□□□✓	144	✓□□□□	194	□□□□□
45	✓□□□□	95	✓□□□□	145	✓□□□□	195	□□□□□
46	□□□□✓	96	□□□□✓	146	✓□□□□	196	□□□□□
47	□□□□✓	97	□□□□✓	147	✓□□□□	197	□□□□□
48	□□□□✓	98	□□□□✓	148	✓□□□□	198	□□□□□
49	✓□□□□	99	✓□□□□	149	✓□□□□	199	□□□□□
50	□□□□✓	100	✓□□□□	150	✓□□□□	200	□□□□□

-۱

(سید جمال طباطبایی نژاد)

زندیق: ملحد، دهری، بی‌دین / قصور: سستی، کوتاهی، درماندگی، خطا و گناه، باز ایستادن در کار / مهین: بزرگ، بزرگ‌ترین / صعوه: پرنده‌ای کوچک به اندازه‌ی گنجشک / بهل: بگذار، رها کن

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۳۶ و فهرست واژگان)

-۲

(العام محمدی)

معنای هفت واژه صحیح است.

واژگانی که معنای آن‌ها نادرست است: آبن: حوض کوچک، حوضچه‌ای که از چینی یا آهن و مانند آن برای شستشو سازند. / دزم: خشمگین / رأی زدن: مشورت کردن

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، فهرست واژگان)

-۳

(علیرضا عبدالحمدی)

املای صحیح کلمه‌ی «دنائت» به معنای «پستی» است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۷)

-۴

(میریم شمیران)

«پله‌پله تا ملاقات خدا» اثر عبدالحسین زرین‌کوب ← زندگی‌نامه (شرح حال مولانا) / «سپیده‌ی آشنا» اثر محمدرضا حکیمی ← غنایی / «الایام» اثر دکتر طه حسین ← حسب حال / «شرح زندگانی من» اثر عبدالله مستوفی ← غنایی

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۵، ۵۶، ۳۸، ۲۴ و ۳۳)

-۵

(اور تالش)

«ادبیات و تعهد در اسلام» از محمدرضا حکیمی

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۳۸)

(مرتضی قشمی)

حسن تعلیل: شاعر علت کاسه‌گون بودن گل لاله را، این‌گونه تعبیر کرده است: «گل لاله از لحظه‌ی تولد تا مرگ شراب می‌نوشد، زیرا بی‌وفایی روزگار را دانسته است. (کاسه‌ی گل لاله را به جام شراب تشبیه کرده است.)» / «بزاد و بشد» تضاد / «جام از کف نهادن» کنایه از «پیوسته شراب نوشیدن و خوش‌گذرانی کردن» / «جام» استعاره از «کاسه‌ی گل لاله». «ز کف نهادن جام توسط لاله» و «بی‌وفایی دهر»: استعاره‌ی مکنیه و تشخیص دارند.

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: تلمیح: به پادشاهی جم (جمشید) اشاره می‌کند. / «به زیر نگین کشیدن» کنایه از «به تسلط و فرمانروایی خود در آوردن» / «خاتم لعل» استعاره از لب گزینه‌ی «۳»: تشبیه: «قامتم مثل چنگ شد» / جناس تام: «چنگ و چنگ» / تناسب: «قامت، چنگ و زلف»  
گزینه‌ی «۴»: حسن تعلیل: شاعر علت بی‌قراری آسمان را عاشق بودن او می‌داند. / «عاشق بودن آسمان»: استعاره

(زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)

(سیدجمال طباطبایی نژاد)

بیت‌های «ب، د، و» هماهنگ با بیت صورت سؤال هستند و به این مضمون اشاره دارند که عاشقان سختی‌های راه عشق را به جان می‌خرند. (جفاپذیری عاشق)  
بیت «الف»: عاشق از معشوق گله نمی‌کند. / بیت «ج»: آفرینش، بدون عشق معنی ندارد. / بیت «ه»: همه‌ی هستی، عاشق خداوند هستند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۴۵)

(ابراهیم رضایی مقدم)

مفهوم مشترک عبارت صورت سؤال و سایر گزینه‌ها: تواضع و خاکساری  
مفهوم بیت گزینه‌ی «۳»: ناچیزی آتش در مقابل خشم معشوق.  
(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۵۷)

(تفسن اصغری)

«آرامش نیافتن از دیدار معشوق» مفهوم مشترک بیت صورت سؤال و گزینه‌ی مرتبط است. معنای بیت گزینه‌ی صحیح چنین است: «گفتم با وصل از عشق رهایی یابم، اما چنین نشد. کسی که بیماری عطش دارد خوردن آب برای او فایده‌ای ندارد.»

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: گفتم شاید نشانی از معشوق از کسی بجویم، نه تنها از معشوق نشانی نیافتم، بلکه خود نیز بی‌نشان شدم.

گزینه‌ی «۳»: با آمدن تو (معشوق) تمام غم‌ها و رنج‌ها از دلم بیرون رفتند.

گزینه‌ی «۴»: ممکن است تو از دوری من شکیبا باشی و آرامش داشته باشی، اما به وصالت قسم می‌خورم که طاقت دوری تو را ندارم.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۳۲)

(مرتضی منشاری - اربیل)

مفهوم بیت اول: هر چیزی سرانجام به اصل و ریشه‌ی خویش باز می‌گردد.

مفهوم کلی بیت دوم: درد عشق معشوق، درد بی‌درمان است.

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: در هر دو بیت، غم جدایی از محبوب بیان شده است.

گزینه‌ی «۲»: در هر دو بیت، شاعر به دنبال همراهی برای بیان دردهاست.

گزینه‌ی «۴»: در هر دو بیت، به جدایی از معشوق اشاره شده است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۲)

(سراسری هنر - ۹۲، با تغییر)

معنی درست واژه‌هایی که نادرست معنی شده‌اند: پویه: رفتاری متوسط، رفتن نه به شتاب و نه نرم / شقاوت: بدبخت شدن، بدبختی، سخت‌دلی / استسقا: آب خواستن، طلب آب کردن، باران خواستن، نوعی بیماری که بیمار، عطش فوق العاده احساس می‌کند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۲، ۱۹ و ۶۲)

(سراسری فارج از کشور - ۱۹)

در این متن یک غلط املایی وجود دارد که املای درست آن عبارت است از:

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مشابه صفحه‌ی ۲)

«مفارقت».

- ۱۳

(سراسری هنر - ۹۲)

در قرن پنجم شاعرانی چون عنصری، فخرالدین اسعد گرگانی و عیوقی به سروden منظومه‌های عاشقانه پرداختند، ولی کمال این نوع شعر را باید در آثار نظامی، شاعر قرن ششم جست وجو کرد. (زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

- ۱۴

(سراسری تهریی - ۹۱)

دام و مدام: جناس ناقص / مدام: ایهام دارد: ۱- پیوسته، همیشه، پیاپی ۲- شراب، می / مدام مصراع اول و مصراع دوم: جناس تام / واج‌آرایی یا نغمه‌ی حروف صامت «م» و صوت «ا» در بیت دیده می‌شود. «دام» استعاره از «زلف» یار که همچون دامی انسان عاشق را به زنجیر می‌کشد. «مدام» استعاره از «لب» به جهت سرخی آن. در این بیت از تنافق و حسن تعلیل اثری نیست.

(زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)

- ۱۵

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «سنگ استخوان مرا مومیایی کرد.» تشخیص / نغمه‌ی حروف: صامت «م» تکرار شده است.

گزینه‌ی «۲»: «گره‌گشایی کردن» کنایه از مشکلی را آسان کردن / «دل خراشیدن» کنایه از «رنجاندن و آزار دادن» / «ناخن و خراشیدن» مراعات‌نظیر

گزینه‌ی «۴»: «گرسنه‌چشمی» کنایه از «حرص و طمع» / «بینیازی و گدایی» تضاد (زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)

(سراسری انسانی - ۹۰)

- ۱۶

ابیات گزینه‌های «۱، ۲ و ۳» در تأیید «مستی و بی‌خبری از خود در عالم عشق» هستند، اما بیت این گزینه در تأیید «هشیاری و نکوهش مستی» است و می‌گوید که مست به دنبال معشوق مرو. (زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۱۴۵)

-۱۷

(سراسری ریاضی - ۹۶)

مفهوم بیت صورت سؤال، «ارزش بخشی عشق» است که این مفهوم در بیت گزینه‌ی ۲ «نیز دیده می‌شود.

معنای بیت این گزینه: روزی که تصویر او بر صورت رنگ پریده (بیمار) من بیفتند، چنان‌چه سیاه‌چهره هم باشم مانند ماه، سفید‌چهره و زیبا خواهم شد. (رومی رخ: سفید‌چهره و زنگی: سیاه‌چهره) (زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۳۲)

-۱۸

(سراسری فارج از کشور - ۹۰)

در دو بیت صورت سؤال آمده است که دشمن، هنر به نظرش عیب می‌آید و دوست اگر یک هنر و هفتاد عیب داشته باشی، همان یک هنر را می‌بینند. ( فقط خوبی‌ها و زیبایی‌ها را می‌بینند). در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ نیز آمده است که عاشق (دوست) فقط نیکویی‌ها را می‌بیند، اما بیت گزینه‌ی ۱ می‌گوید: «ای که از لیلی نیکوترا بیم آن دارم که عشق تو مرا در کوه و بیابان سرگردان کند.»

#### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی ۲: عاشق کور و بداقبال است.

گزینه‌ی ۳: کسی دیوانه‌تر از عاشق نیست که عقل از جنون او کور و کر است.

گزینه‌ی ۴: برای چه مرا به خاطر عشق او ملامت می‌کنی، زیبایی لیلی را از چشم مجnoon ببین. (زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مشابه صفحه‌ی ۳۶)

-۱۹

(سراسری زبان - ۹۷)

مفهوم بیت صورت سؤال این است که حسن تو، در جهان عشق‌آفرین شد که این معنی در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ نیز آمده است، اما در گزینه‌ی پاسخ، شاعر حسن تدبیر و جهان‌داری ممدوح را ستایش می‌کند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۱)

-۲۰

(سراسری فارج از کشور - ۸۷)

بیت صورت سؤال و بیتهای گزینه‌های «۱، ۲ و ۴» بر جان بازی در راه معشوق دلالت می‌کند، اما در گزینه‌ی صحیح آمده است: «چرا بیهوده خود را فدای راهت کنم که اگر بر پایت نیز بوسه‌ای بزنم، به من توجه نمی‌کنی.»

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۲۹)

-۲۱

«من» (اسم استفهام): چه کسی / «یَخْشِی»: می‌ترسد / «عاقبة عمل صالح»: عاقبت کاری شایسته / «يَرْجُو (جمله‌ی وصفیه)»: که امید دارد

«مَن»: در عبارت داده شده، شرطی نیست، اگر چنین بود حرف عله‌ی فعل شرط و جواب شرط حذف می‌شد.

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «هر کس» به عنوان اسم شرط نادرست است.

گزینه‌ی «۲»: «هر که» و «هم‌چنان» نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۴»: «چندانی ... ندارد» نادرست است.

(جواد کرمی)

-۲۲

«لم يُشاهد»: مشاهده نشده است، مشاهده نشد / «أَثْرٌ»: اثری / «من التَّعب»: از خستگی / «الْفُرْسانُ الَّذِينَ»: دلاورانی که، سوارکارانی که / «انتصروا»: پیروز شدند / «على اعدائهم»: بر دشمنانشان

(ابوالفضل تاجیک)

-۲۳

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «مرکب‌هایشان» و «کار» صحیح‌اند. / گزینه‌ی «۲»: «اجازه ندادند» صحیح است. / گزینه‌ی «۳»: «رأیة» به معنی «پرچم» صحیح است، نه «أنديشه».

(حسین رضایی)

صورت صحیح ترجمه: «از کسی که حق را می‌گوید، دلپسند (جانانه) دفاع کن!»

#### **نکته‌ی هم درسی**

وقتی که مفعول مطلق، صفت دارد، فقط صفت‌ش را ترجمه می‌کنیم (به شکل مفعول به ترجمه نمی‌شود.).

#### **تشریح گزینه‌های دیگر**

گزینه‌ی «۱»: وقتی مفعول مطلق، مضارف‌إليه دارد، به جای خود مفعول مطلق، کلمه‌ی «هم‌چون، مانند و ...» را می‌آوریم و فقط مضارف‌إليه آن را ترجمه می‌کنیم.  
گزینه‌ی «۳»: «کثیراً» به عنوان صفتی که جانشین موصوف خود (مفعول مطلق) شده است، به صورت «زیاد، بسیار» ترجمه می‌شود.

گزینه‌ی «۴»: در ترجمه‌ی مفعول مطلق تأکیدی از قیدهای «کاملاً، حتماً، قطعاً و ...» استفاده می‌کنیم.

(حسین رضایی)

«عمل کن هم‌چون عمل کردن کسی که یقین دارد خداوند به بدی و خوبی او، وی را پاداش می‌دهد.»

ترجمه‌ی آیه‌ی شریفه در گزینه‌ی پاسخ: «همانا نیکی‌ها بدی‌ها را می‌زداید» (مناسب مفهوم عبارت نیست).

#### **تشریح گزینه‌های دیگر**

گزینه‌ی «۱»: «هر کس عملی شایسته انجام دهد به نفع خودش است و هر کس بدی کند به ضرر خودش است.»

گزینه‌ی «۳»: «هر شخصی نسبت به آن‌چه انجام داده است، مسئول است.»

گزینه‌ی «۴»: «خداوند از آن‌چه انجام می‌دهید، غافل نیست.»

-۲۶

(امدر طریق)

«و برای پدر و مادر»: و للوالدین / «بهر است که»: الأفضلُ أَنْ / «میان فرزندان خویش در پرورششان»: بین أَوْلَادِهِمَا فِي تَرِيَتِهِم / «فرق نگذارند»: لَا يُفَرِّقَا / «تا (آن) فرزندان بزرگ شوند»: حَتَّى يَكُبُّرُ الْأَوْلَادُ / «با محبت آنان»: عَلَى مَحْبَّتِهِمَا

-۲۷

(فاطمه منصور فاکی)

«مرد بیابانگرد»: الرَّجُلُ الْبَدْوِيُّ (معرفه) / «راه سخت صحراء را»: طریق الصحراء الصعب / «به سرعت»: مُسْرِعاً، سریعاً (حال) / «می پیمود»: کان ... یقطع (ماضی استمراری) / «خود را»: نفسه / «می رساند»: کان ... یوصل (ماضی استمراری)

### نکات مهم درسی

- ۱- کلمه‌ی «طریق» هم مذکر است و هم مؤنث.
- ۲- فعل «کان» می‌تواند بر روی چند فعل مضارع بعد از خود تأثیر بگذارد و معنای ماضی استمراری درست کند.

-۲۸

(امدر طریق)

در این گزینه، فعل مضارع مجزوم به «لا» از فعل «خاف» به صیغه‌ی للمخاطب، به صورت «لاتَّخَفْ» درست است، زیرا حرف عله‌ی وسط فعل، یعنی «الف»، باید بر اثر التقای ساکنین، حذف شود. در کلیه‌ی فعل‌های معتل اجوف، هرگاه لام‌الفعل، ساکن شود، حرف عله‌ی وسط کلمه، بر اثر التقای ساکنین، حذف می‌شود.

-۲۹

(رویشعلی ابراهیمی)

در عبارت پاسخ، فعل «تحضرین» مفرد مؤنث مخاطب است که حال مناسب برای آن به صورت «راغبَةً» می‌باشد.

-۳۰-

(اهمد طریق)

در عبارت مورد سؤال، جمعاً، پنج مفعول از انواع مفاعیل عربی بهکار رفته است:  
 «اليوم»: مفعولٌ فيه زمانی / «دين»: مفعولٌ به / «إكمالاً»: مفعولٌ مطلق / «نعمه»:  
 مفعولٌ به / «إماماً»: مفعولٌ مطلق

---

-۳۱-

(سراسری ریاضی - ۹۰)

در این عبارت «سريعًا» حال برای فاعل فعل «أخذت» (ضمیر بارز «ت») است.

### تشویح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «خائفاً» حال برای نایب فاعل (*المُخْطَى*) است.

گزینه‌ی «۳»: «جالسين» حال برای مفعولٌ به (*الضیوف*) است.

گزینه‌ی «۴»: «شاكرين» حال برای مفعولٌ به (*أقرباء*) است.

---

-۳۲-

(سراسری هنر - ۹۲)

در گزینه‌ی پاسخ، مفعولٌ مطلق بهکار نرفته است و کلمه‌ی «مشيقاً»، حال مفرد است.

مفعول مطلق‌ها در سایر گزینه‌ها به ترتیب «شکراً، إحسانٍ و حُصولاً» هستند.

---

-۳۳-

(سراسری ریاضی - ۹۱، با تغییر)

«انهین» بدون اعلال است و حروف اصلی آن «ن ه ئی» می‌باشد.

### تشویح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «يرجون» اعلال به حذف دارد که حرف عله‌ی «واو» حذف شده است.

گزینه‌ی «۲»: «لم أنس» در اصل به صورت «لم + أنسی» بوده که مجزوم به حذف حرف عله شده است.

گزینه‌ی «۳»: «تدعین» اعلال به حذف دارد که حرف عله‌ی «واو» حذف شده و حروف اصلی آن «وَدَعَ» است.

-۳۴

(سراسری فارج از کشور - ۹۱، با تغییر)

چون «یوم الامتحان» متضمن معنای «فی» می‌باشد و فعلی در آن اتفاق افتاده است، لذا نقش مفعول<sup>ُ</sup> فیه (ظرف زمان) را دارد.

#### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: کلمه‌ی «اللَّیل» اسم «إنَّ» و منصوب است و کلمه‌ی «جَدًا» نقش مفعول مطلق را دارد.

گزینه‌ی «۳»: کلمه‌ی «صَبَاح» نقش مفعول<sup>ُ</sup> به دارد و «اللَّیلَة» مضاف<sup>ُ</sup> الیه است.

گزینه‌ی «۴»: کلمه‌ی «الْیوْم» اول، نقش تابع «هذا» و «الْیوْم» دوم، نقش خبر را دارد.

(سراسری فارج از کشور - ۹۱، با تغییر)

-۳۵

عبارت «لا یوافقون» خبر برای «أنَّ» است.

#### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: کلمه‌ی «قادِرًاً» حال است.

گزینه‌ی «۲»: کلمه‌ی «منتَظِرًاً» حال است.

گزینه‌ی «۳»: کلمه‌ی «ظَالِمِينَ» حال است.

«وقت، همان ماده‌ی اولیه در دست انسان است، مانند چوب در دست نجار و لذا باید او بر آن حریص باشد و نیکو به کارش بپردا! و عاقل ارزش وقت را بر اثر نیاز شدیدش به آن، می‌شناسد و فهمیده است که زندگی از دقیقه‌ها و ثانیه‌ها شمرده می‌شود، پس باید این دقیقه‌ها ارزش والایی داشته باشند! و پدیده‌ی پاییند نبودن به قرارهای زمانی، از نمونه‌های رایج در بین مردم است، پس مراقبت از وقت و پیمان‌های زمانی در هر انسانی که متصف به راستگویی و قدرت اراده است، آشکار می‌شود و انسان بی‌توجه همان کسی است که وقت خود را بدون هیچ فایده‌ای ضایع می‌کند، پس زندگی اش بد می‌شود. لذا وظیفه‌ای که ما باید انجام دهیم این است که عادت پاییندی بر قرارها را از کودکی در جان کودکان بکاریم، تا این‌که وقتی بزرگ شدند، این عادت را ثابت و استوار یابند که ممکن نباشد شرایط آن‌ها را تغییر دهد، و در این هنگام کارها منظم می‌گردد و نظم حاکم می‌گردد، و فرصت‌های موفقیت فزونی می‌یابد و مردم در آرامش زندگی می‌کنند!»

-۳۶

(سراسری تبری - ۹۲)

منظور از عبارت «وقت همان ماده‌ی اولیه در دست انسان است» این است که انسان همان مسئول خوب استفاده کردن یا بد استفاده کردن از وقت است.

-۳۷

صورت سؤال: «چه کسی قرارهای زمانی را مراعات می‌کند (مورد توجه قرار می‌دهد؟)؟» با توجه به متن کسی که راستگو است و دارای اراده می‌باشد، قرارها را مراقبت می‌کند و مورد توجه قرار می‌دهد.

(سراسری تبریز - ۹۲)

حرکت‌گذاری کامل عبارت: «العاقلُ يَعْرُفُ قيمةَ الوقتِ معرفةً ناتجةً مِن حاجتهِ الشَّدِيدَةِ إِلَيْهِ!»

«العاقلُ»: مبتدأ و مرفوع / «يَعْرُفُ»: فعل مضارع مرفوع و فاعل آن ضمير مستتر «هو» و خبر برای «العاقلُ» / «قيمةً»: مفعول به و منصوب / «الوقتِ»: مضاف إليه و مجرور / «معرفةً»: مفعول مطلق نوعي و منصوب / «ناتجةً»: صفت و منصوب به تبعية / «من»: حرف جر / «حاجةً»: مجرور به حرف جر / «ه»: مضاف إليه و محل مجرور / «الشَّدِيدَةِ»: نعت و مجرور / «إِلَيْهِ»: جار و مجرور

(سراسری تبریز - ۹۲)

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «من الأفعال المشبهة بالفعل» نادرست است. / گزینه‌ی «۲»: «للمخاطب» نادرست است. / گزینه‌ی «۴»: «اسمه ضمير «هي» المستتر» نادرست است.

(سراسری تبریز - ۹۲، با تغییر)

### تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «مرفوع» نادرست است. / گزینه‌ی «۳»: «نكرة» نادرست است. / گزینه‌ی «۴»: «خبر «إن» مفرد و مرفوع» نادرست است.

-۴۱

(مسلم بعمن آبادی)

در ورای هر چیزی خدا را دیدن که مفهوم فرمایش امام علی (ع) می‌باشد، نتیجه‌ی (مولود) توجه به این بخش از سخن رسول گرامی اسلام: «تفکروا فی آلاء اللہ: در نعمت‌های خداوند تفکر کنید» است که بر تفکر در صفات الهی به منظور شناخت ویژگی‌های خداوند از راه شناخت مخلوقاتش تأکید دارد. هم‌چنین این فرمایش امام علی (ع) با آیه‌ی «اللہ نور السماوات و الأرض» که مبین هر چیزی در این جهان بیانگر وجود خالق و آیه‌ی از آیات الهی محسوب می‌شود مطابقت دارد. لازم به یادآوری است که کلمه‌ی مولود به معنای معلول و کلمه‌ی متبع (پیروی شده) به معنای علت است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۱، صفحه‌های ۵، ۸، ۹ و ۱۰)

-۴۲

(امین اسریان پور)

وقتی که گفته شود هر پدیده‌ای که وجودش از خودش نباشد، برای موجود شدن نیازمند به دیگری است به مقدمه‌ی دوم، و زمانی که بگوییم، ما و همه موجودات پدیده‌هایی هستیم که زمانی نبوده‌ایم و سپس پدید آمده‌ایم به مقدمه‌ی اول از اثبات نیازمندی جهان و مخلوقات به خدا اشاره کرده‌ایم.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۱، صفحه‌ی ۶)

-۴۳

(سید احسان هندی)

از آن جا که خداوند مالک حقیقی جهان است (علت)، بر آن ولايت نیز دارد (معلول). یعنی هرگونه تصرف در جهان، حق او و شایسته‌ی اوست. توحید در مالکیت از آیه‌ی شریفه‌ی «وَاللّٰهُ مَا فِي السّمَاوَاتِ وَمَا فِي الارضِ» برداشت می‌شود.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۲، صفحه‌های ۱۵ و ۱۷)

(امین اسریان‌پور)

معرفت به خداوند، زمانی میوهی خود را می‌دهد که از مرحله‌ی شناخت ذهنی به مرحله‌ی ایمان قلبی برسد و در قلب تثبیت شود، یعنی انسان به چشم قلب ببیند که خداوند در کوچک‌ترین حوادث عالم نیز حضور دارد. توجه داشته باشیم وقتی گفته شود انسان به چشم قلب ببیند که چرخ خلقت با تدبیر خداوند می‌چرخد به توحید عملی (عبدی) یعنی میوهی توحید در نظر و عقیده اشاره کرده‌ایم اما زمانی که بگوییم؛ انسان بداند که چرخ خلقت با تدبیر خداوند می‌گردد، به توحید ربویت که جنبه‌ی نظری و فکری (معرفتی) دارد، اشاره کرده‌ایم. یعنی، دانستن لزوماً رسیدن به مرحله‌ی ایمان را موجب نمی‌شود و ایمان و باور مرحله‌ای بالاتر از دانستن است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌ی ۲۷)

(مسام بعمن‌آبادی)

از نتایج تحقیق شرک عملی به خدمت گرفتن دیگران در جهت امیال خود و به دنبال آن تحقق حاکمیت طاغوت و دستورهای آن است و از عوامل ایجاد کننده‌ی این نوع شرک این است که افراد جامعه فقط منافع خود را محور فعالیت‌های اجتماعی قرار دهند و اهل ایثار و تعاون و خیرساندن به دیگران نباشند. آیه‌ی شریفه‌ی «و ما امروا ألا ليعبدوا الهاً واحداً» به انتفای این شرک می‌پردازد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

(محمدحسن فضلعلی)

با توجه به آیات قرآن‌کریم، شیطان خود اقرار کرده که توانایی فریب مؤمنان با اخلاص را ندارد و خداوند متعال وعده‌ی: «أَجْعَلْكَ حَيَاً لَا تَمُوتُ؛ تو را زندگی‌ای بخشم که نمیری» را در صورت پیمودن راههای عالی بندگی داده است. پاکی مصون از بدی و زشتی از میوه‌های اولیه‌ی درخت اخلاص به شمار می‌آید.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(امین اسدیان پور)

به ترتیب دریغ و خجلت، ناظر بر مفهوم احساس پشیمانی، سبک و سنگین کردن کارها، بیانگر تفکر و تصمیم، وفاداری به پیمان مرتبط با مسئولیت‌پذیری و دچار تردید شدن مربوط به تفکر و تصمیم هستند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۴۶ و ۴۵)

(مسلام بهمن آباری)

ایمان به خداوند حکیم و نظام حکیمانه‌ی او، این اطمینان را به انسان می‌بخشد که جهان دارای حافظ و نگهبانی است که اشتباه در کار او راه ندارد. کشتی جهان ناخدایی دارد که به علت علم و قدرت بی‌پایان آن ناخدا، به هیچ وجه احتمال غرق شدن و نابودی آن نمی‌رود و هیچ‌کس جز او نیز نمی‌تواند آن را از نابودی نجات دهد. ایمان به حکیمانه بودن جهان از عوامل زمینه‌ساز شکوفایی اختیار انسان است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(محمدحسن فضلعلی)

کسی که ایمان خود به خداوند و راه هدایت الهی را اعلام می‌کند، وارد آزمایش‌های ویژه و امتحان‌های خاص الهی می‌گردد. این مطلب مرتبط با سنت الهی «امتحان و ابتلاء» و آیه‌ی «احسب الناس ان يتركوا ان يقولوا آمنا و هم لا يُفتتون» است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۶ و ۵۹)

(محمدحسن فضلعلی)

مطابق با سنت امداد الهی، کسی که راه حق را برمی‌گزیند، مورد لطف خداوند قرار می‌گیرد و مراتب کمال را می‌پیماید و افرادی که فقط خواهان دنیا هستند و برای آن می‌دوند، آن را به دست می‌آورند. همچنین مطابق با سنت الهی املاء (مهلت دادن) کسانی که راه باطل را برمی‌گزینند و با حق عناد و دشمنی می‌ورزنند، خداوند به آن‌ها مهلت و فرصت زندگی می‌دهد ولی آن‌ها این فرصت را وسیله‌ی غوطه‌ور شدن در تاریکی‌ها قرار می‌دهند. در حقیقت، مهلتها و امکانات، با اختیار و اراده‌ی خودشان به صورت بلای الهی جلوه‌گر شده و باعث می‌شود که بار گناهان آنان هر روز سنگین‌تر شود. آیه‌ی «كَلَّا نَمَدَ هُولَاءِ وَ هُولَاءِ مِنْ عَطَاءِ رَبِّكَ ...» مرتبط با سنت امداد و آیه‌ی «وَ لَا يَحْسِنَ الَّذِينَ كَفَرُوا أَنَّمَا نَمَلَى لَهُمْ خَيْرٌ لَا نَفْسَهُمْ ...» مرتبط با سنت املاء است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۹، صفحه‌های ۵۶، ۵۹ و ۶۰)

(سراسری فارج از کشور - ۹۱)

هستی موجودات به خداوند وابسته است. رابطه‌ی وجود ما با وجود خداوند مانند رابطه‌ی پرتوهای نور با منبع آن است همان‌طور که اگر خورشید نورافشانی نکند دیگر پرتو نوری نیست، اگر خداوند نیز هستی بخشی نکند دیگر موجودی در جهان باقی نخواهد ماند. (نیازمندی در پیدایش و بقا) از این رو در قرآن‌کریم خداوند غنی خوانده شده است و انسان و سایر مخلوقات فقیر و نیازمند به او، و این نسبت هیچ‌گاه تغییر نمی‌کند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۱، صفحه‌ی ۷)

(سراسری هنر - ۹۲)

منظور از توحید در خالقیت این است که او تنها مبدأ و هستی‌بخش (خالق) جهان است. موجودات همه از او هستند و در کار آفرینش شریک و همتایی ندارد. به عبارت دیگر، جهان از اصل‌های متعدد پدید نیامده است. آیات «الله خالق کلّ شيء» و «يا ايها الناس انتم ...» نیز حاکی از همین موضوع هستند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۱ و ۲، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(سراسری فارج از کشور - ۸۸)

آیه‌ی شریفه‌ی «و لَقَدْ بَعَثْنَا فِي كُلِّ أُمَّةٍ رَسُولًا أَنْ اعْبُدُوا اللَّهَ وَ اجْتَنِبُوا الطَّاغُوتَ» به وحدت دعوت اشاره دارد که شامل تحقق توحید عبادی و نفی شرک در پرستش است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(سراسری فارج از کشور - ۹۰، با تغییر)

اگر هر یک از افراد جامعه، خواست و تمایلات دنیایی خود را دنبال کنند و فقط منافع خود را محور فعالیت‌های اجتماعی قرار دهند و اهل ایثار و تعاون و خیر رسانند به دیگران نباشند، این همان شرک عبادی در بعد اجتماعی است که با سلطه و فرمان‌روایی ستمگران همراه است. در این‌گونه جوامع سخنی از حاکمیت خداوند و فرمان‌های او نیست، بلکه سخن از حاکمیت طاغوت و دستورهای اوست که این رفتار خلاف توحید عبادی اشاره شده در آیه‌ی شریفه‌ی «انَّ اللَّهَ رَبُّى وَ رَبُّكُمْ فَاعْبُدُوهُ هَذَا صِرَاطٌ مُسْتَقِيمٌ» است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

(سراسری هنر - ۹۱)

با توجه به ادامه‌ی آیه‌ی شریفه: «اَن تَقُومُوا لِلّٰهِ مُشْتَنِي وَ فَرَادِي»، خداوند مردم را تنها به یک چیز اندرز می‌دهد و آن «قیام برای خداوند» است و لازمه‌ی اولین قدم در این راه، آمدن حسن فعلی به دنبال حسن فاعلی است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه‌های ۳۱ و ۳۳)

(سراسری تهری - ۹۰)

به ترتیب عبارت‌های «فَاعْبُدُ اللّٰهَ»، «لَا تَعْبُدُوا الشَّيْطَانَ» و «مَنْ عَبَادَنَا الْمُخْلَصِينَ» بیان‌گر مفهوم توحید عبادی هستند که در بیت «بندگی کن تا که سلطانت ...»، به آن اشاره شده است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه‌های ۳۲ و ۳۹)

امام علی (ع) در پاسخ یکی از یاران خود که پرسیده بود آیا از قضای الهی می‌گریزی؟ فرمود: «من از قضای الهی به قدر الهی پناه می‌برم» و به آن شخص آموخت که اعتقاد به قضا و قدر نه تنها مانع تحرک و عمل انسان نیست بلکه عامل و زمینه‌ساز آن است. فرو ریختن دیوار کج یک قانون و قضای الهی است این قضا متناسب با شرایط و تقدیر خاص آن دیوار یعنی کجی آن است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

(سراسری انسانی - ۹۳)

پیام آیه‌ی ۳ سوره‌ی انسان، هدایت یافتن انسان به راه راست و مسئولیت انسان و اختیار وی در انتخاب طریق صحیح یا راه نادرست است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌ی ۴۲)

(سراسری هنر - ۹۳، با تغییر)

بر مبنای توفیق الهی، انسان حق‌گرا، خود را با نظام حاکم بر جهان که نظامی حق است، هماهنگ کرده و در نتیجه نظام خلقت به او کمک می‌کند و یک قدمش به اندازه‌ی دهها قدم نتیجه می‌دهد. آیه‌ی ۹۶ سوره‌ی اعراف نیز به همین موضوع اشاره دارد: ایمان

آوردن مردم شهرها و گرایش آن‌ها به تقوا ← گشوده شدن برکات از سنت توفیق آسمان و زمین

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۷ و ۶۰)

(سراسری ریاضی - ۹۳)

ترجمه‌ی آیه‌ی شریفه‌ی ۲۰ سوره‌ی اسراء: «کمک می‌کنیم هم به اینان (نیکوکاران) و هم به آنان (بدکاران) از عطای پروردگارت و عطای پروردگارت منعی ندارد.» سنت امداد الهی این است که هر کس با اراده و اختیار خود راه حق یا باطل را برگزیند، شرایطی برای او فراهم شود که در مسیری که انتخاب کرده به پیش روید و سرشت خود را آشکار کند یعنی خداوند برای هر دو گروه امکانات و لوازم رسیدگی به خواسته‌ها و هدف‌هایشان را فراهم می‌کند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۶، ۵۹ و ۶۰)

(میرحسین زاهدی)

ترجمه‌ی جمله: «دانشجویان از کشورهای اسلامی باید در امتحان ورودی شرکت کنند.»

### نکات مهم درسی

عبارت وصفی که شکل کوتاه شده‌ی جمله‌ی وصفی است و در واقع با حذف ضمیر موصولی و فعل "to be" حاصل می‌شود به اشکال گوناگون در جمله ظاهر می‌شود که رایج‌ترین آن اسم مصدر (ing + فعل) و شکل سوم فعل (p.p.) می‌باشد. عبارت وصفی با عبارت حرف اضافه‌ای (Prepositional phrase) نیز ساخته می‌شود.

مثال:

The clothes which are on the table should be taken to the laundry.  
The clothes on the table should be taken to the laundry.

که با حذف ضمیر موصولی و فعل "to be" عبارت حرف اضافه‌ای به صورت عبارت وصفی به کار رفته است.

ترجمه‌ی جمله: «معلم فکر می‌کرد که می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا از طریق مجبور کردن آن‌ها به بالا یا پایین آوردن صدایشان، به گفتارشان تنوع دهند.»

### نکات مهم درسی

۱) از ساختار «by + ing + فعل» برای نشان دادن روش انجام کاری استفاده می‌شود (دلیل نادرستی گزینه‌ی «۲»). در ضمن در ساختار مذکور می‌توان به جای "از" "through" استفاده کرد.

۲) بعد از "make" و "let" فعل دوم به صورت مصدر بدون "to" به کار می‌رود (دلیل نادرستی گزینه‌ی «۱»).

۳) بعد از "help" می‌توان از مصدر یا مصدر بدون "to" استفاده کرد (دلیل نادرستی گزینه‌ی «۳»).

۴) بعد از "allow" و "force" فعل دوم به صورت مصدر با "to" به کار می‌رود (دلیل نادرستی گزینه‌ی «۲»).

-۶۳

(شهردار مஹوی)

ترجمه‌ی جمله: «نگرانی عمومی بسیاری درباره‌ی مواد سمی خطرناکی که اخیراً در غذا یافت شده، وجود دارد.»

- (۱) ادا و اطوار
- (۲) اضافی، افزایش
- (۳) نگرانی
- (۴) انقراض

-۶۴

(شهاب اناری)

ترجمه‌ی جمله: «۳۹/۰۰۰ مورد جدید در سال پیش وجود داشتند- یک افزایش ۶ درصدی.»

- (۱) رقابت
- (۲) افزایش
- (۳) ابداع
- (۴) آزمایش

-۶۵

(بوار مؤمنی)

ترجمه‌ی جمله: «آموزش فراهم می‌شود، بنابراین به تجربه‌ی قبلی برای شغل نیاز نیست.»

- (۱) قابل پیش‌بینی
- (۲) قبلی
- (۳) معقول
- (۴) گوناگون

-۶۶

(حبيب الله سعارت)

ترجمه‌ی جمله: «من فقط تمایل دارم که تأکید کنم یادگیری زبان‌های خارجی چقدر برای مردم مهم است.»

- (۱) تمرکز کردن
- (۲) تأکید کردن
- (۳) تأثیر گذاشتن
- (۴) کامل کردن

«خواندن روزنامه عادت صبحگاهی میلیون‌ها انسان است. این عادت ساده به محیط زیست صدمه وارد می‌کند. در یک بررسی جدید، پژوهشگران دانشگاه کالیفرنیا دریافتند که خواندن اخبار بر (صفحه‌ی) کامپیوترا برای سیاره (زمین) به مراتب بهتر از خواندن نسخه‌ی کاغذی خواهد بود. پژوهشگران برای بررسی‌شان، بر (روزنامه‌ی) نیویورک تایمز تمرکز کردند، که در هر هفت روز هفته بیشتر از هر روزنامه‌ی دیگر در ایالات متحده مشترک دارد. در حدود  $1/2$  میلیون مشترک آن را در روزهای هفته می‌خرند و  $1/7$  میلیون (مشترک) چاپ یکشنبه را می‌گیرند. تولید کاغذ انرژی و منابع زیادی را مصرف می‌کند. ارزش (مالی) یک سال نیویورک تایمز از لحاظ وزنی معادل تقریباً ۲۳۶ کیلوگرم (کاغذ) است. تولید کاغذ برای تنها یک خواننده، هر سال نیازمند تقریباً  $22/700$  لیتر آب است. همین فرآیندها، در حدود ۶۶۰ کیلوگرم دی‌اکسیدکربن آزاد می‌کند، گازی که به گرمایش جهانی کمک می‌کند. چاپ و حمل و نقل روزنامه حتی (دی‌اکسیدکربن) بیشتری آزاد می‌کند. پژوهشگران دریافتند که، صرفاً از طریق تلاش برای مطلع ماندن، یک خواننده‌ی روزانه‌ی واحد در بیکلی هر ساله ۲۷۰ کیلوگرم دی‌اکسیدکربن اضافی به جو اضافه می‌کند. نیویورک تایمز هم‌چنین در شکل الکترونیکی در دسترس است. یک خواننده‌ی واحد که نسخه‌ی الکترونیکی را استفاده می‌کند برای تولید صرفاً ۵ کیلوگرم دی‌اکسیدکربن مسئول خواهد بود.»

(رضا کیاسالار)

-۶۷-

ترجمه‌ی جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر ایده‌ی اصلی متن را به بهترین شکل

توضیح می‌دهد؟»

«گرمایش جهانی از گذر دست‌یابی به اطلاعات.»

(رضا کیاسالار)

-۶۸-

ترجمه‌ی جمله: «مطابق با متن، نیویورک تایمز برای بررسی انتخاب شد به دلیل

مخاطبان بسیارش.»

-۶۹-

(رضا کیاسالار)

ترجمه‌ی جمله: «کدامیک از گزینه‌های زیر، مطابق با متن، درست است؟»  
 «نیویورک تایمز در ایالات متحده پرخواننده‌ترین روزنامه است.»

-۷۰-

(رضا کیاسالار)

ترجمه‌ی جمله: «خواندن اخبار بر صفحه‌ی کامپیوتر معقولانه‌تر است، زیرا آسیب کم‌تری به محیط زیست وارد خواهد شد.»

-۷۱-

(سراسری تهری - ۹۰)

ترجمه‌ی جمله: «او در حالی که رانندگی می‌کند همیشه به رادیو گوش می‌دهد.»  
 «while» به معنی «در حالی که، زمانی که» ربط‌دهنده‌ی زمان، «since» به معنی «از زمانی که، چون که» ربط‌دهنده‌ی دلیل و زمان، «whether» به معنی «که آیا، خواه» ربط‌دهنده‌ی شرط و «because» به معنی «چون که» ربط‌دهنده‌ی دلیل است. چون بعد از ربط‌دهنده فاعل وجود ندارد، مشخص است که جمله‌ی پیرو کوتاه شده است. ربط‌دهنده‌های «since» و «because» در هنگام کوتاه شدن از جمله حذف می‌شوند و بعد از «whether» فعل به صورت مصدر به کار می‌رود.

-۷۲-

(سراسری تهری - ۹۱)

ترجمه‌ی جمله: «من او را به قدری زیاد منتظر نگه داشتم که خیلی عصبانی شد.»  
 با توجه به ساختار «جمله + that + اسم + صفت + such(a/an)» گزینه‌ی «۱» صحیح است.

«من ایستادم تا صحبت کنم و ذهنم خالی شد. (نتوانستم چیزی به یاد بیاورم). آیا این موضوع) تاکنون برای شما اتفاق افتاده است؟ شما ممکن است در مقابل حضار عصبی شوید. شما ممکن است نگران شوید که به اندازه‌ی کافی آماده نیستید. شما ممکن است برخی از مطالب خود را فراموش کنید. چه کاری می‌توانید انجام دهید؟ گاهی اوقات افراد بیش از حد آماده می‌شوند و اگر آن‌ها نتوانند کلماتی را که تمرین کردند به‌خاطر بیاورند، می‌ترسند. آن ایده‌ی خوبی است که تعدادی یادداشت بیاورید که به شما در سازماندهی (ذهنتان) کمک نماید، اما سخنرانی‌تان را حفظ نکنید. اگر شما چیزی را نتوانستید به یاد بیاورید، با توضیح هدف سخنرانی خود شروع کنید و بقیه‌ی (مطالب) احتمالاً از پی (خود) خواهند آمد.»

-۷۳

(سراسری ریاضی - ۹۱، با تغییر)

۱) شوخ‌طبعی

۲) ارائه، بیان

۳) ذهن

۴) مقاله

(سراسری ریاضی - ۹۱)

-۷۴

۱) تعجب‌انگیز، شگفت‌آور

۲) ترسیده

۳) مخرب

۴) بی‌احساس

(سراسری ریاضی - ۹۱)

-۷۵

۱) سازماندهی کردن

۲) حمایت کردن

۳) جلوگیری کردن

۴) تعریف کردن

۱) موضوع، مسئله

۲) جنبه، لحاظ

۴) طرز نشستن یا ایستادن، حالت بدن

۳) هدف

«ارتباط چشمی یک روش غیرکلامی است که به سخنران کمک می‌کند تا عقایدش را به حضار عرضه نماید. ارتباط چشمی هم‌چنین کمک می‌کند تا علاقه‌ی شنونده را حفظ نماید. یک سخنران موفق باید سعی نماید تا ارتباط چشمی با حضار داشته باشد. به منظور داشتن یک رابطه‌ی خوب با شنوندگان، یک سخنران باید دست کم ۷۵ درصد از زمان را ارتباط چشمی مستقیم (با حضار) برقرار کند. برخی از سخنران‌ها فقط روی یادداشت‌هایشان تمرکز می‌کنند. دیگران به بالای سر شنوندگانشان خیره می‌شوند. هر دو ممکن است علاقه و احترام حضار را از دست بدهند. افرادی که در حین سخنرانی، چه از تریبون یا چه از پشت میز، ارتباط چشمی برقرار می‌سازند، نه تنها استثنائاً توسط هدف (مخاطب) خود در صحبت کردن ماهر هستند (به نظر می‌رسند)، بلکه هم‌چنین قابل اطمینان‌تر و جدی‌تر در نظر گرفته می‌شوند. به منظور نشان دادن قدرت ارتباط چشمی در زندگی روزمره، ما فقط باید (به این موضوع) توجه کنیم که افراد چگونه رفتار می‌کنند زمانی که آن‌ها به‌طور اتفاقی در خیابان به هم‌دیگر نگاه می‌کنند. در یک سو افرادی هستند که احساس می‌کنند آن‌ها مجبورند زمانی که ارتباط چشمی برقرار می‌سازند، لبخند بزنند. در سمت دیگر افرادی هستند که احساس آرامش نمی‌کنند و فوراً به دور دست می‌نگرند. به نظر می‌رسد که برقراری ارتباط چشمی ایجاد ارتباطی خاص با یک شخص است.»

ترجمه‌ی جمله: «چه چیزی را نویسنده به‌طور ضمنی بیان می‌کند، که ارتباط چشمی می‌تواند انجام دهد زمانی که وی (در سطر ۱) می‌گوید «... کمک می‌کند سخنران عقایدش را به حضار عرضه نماید؟؟»

«آن می‌تواند احتمال قبول عقاید سخنران توسط افراد را افزایش دهد.»

-۷۸-

(سراسری ریاضی - ۹۱)

ترجمه‌ی جمله: «طبق متن، چه کسی محتمل‌تر است توسط حضار مورد احترام واقع شود؟»

«سخنرانی که در بیش‌تر (زمان) سخنرانی‌اش، ارتباط چشمی با حضار برقرار می‌سازد.»

-۷۹-

(سراسری ریاضی - ۹۱، با تغییر)

ترجمه‌ی جمله: «کدامیک از (موارد) زیر بدون تغییری در معنی می‌تواند بهجای واژه‌ی “target” در سطر هفتم قرار بگیرد؟  
«حضار»

-۸۰-

(سراسری ریاضی - ۹۱)

ترجمه‌ی جمله: «نویسنده‌ی متن سعی می‌کند نکته‌ی اصلی خود را در پاراگراف دوم از طریق ارائه‌ی یک مثال ثابت نماید.»

-۸۱

(محمد طاهر شعاعی)

$$\left. \begin{array}{l} a^2 < a \\ 0 \leq a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 < a < 1 \quad \left. \begin{array}{l} b < 5 \\ ab < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow ab < 5$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۵ تا ۷ و ۱۲)

-۸۲

(کتاب نوروز، صفحه های ۷۱، سؤال ۵۱۷)

$$\therefore \frac{b}{3a} = \frac{b}{1 \cdot 3} \Rightarrow \frac{\overline{3a} - 3}{9} = \frac{b}{1 \cdot 3} \Rightarrow 3 \cdot + a - 3 = 9b \Rightarrow 3 \cdot + a = 9b + 3$$

$$\begin{cases} b = 3 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a + b = 3 & \text{غ.ق.ق} \\ b = 4 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow a + b > 3 & \text{ق.ق} \end{cases} \Rightarrow a - b = 9 - 4 = 5$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۷ و ۸)

-۸۳

(علی یوسفی)

$$|\sin x - \cos x| < |\sin x| + |\cos x|$$

$$\Rightarrow |\sin x - \cos x| < |\sin x| + |- \cos x|$$

$$|a + b| < |a| + |b| \Rightarrow ab < 0$$

با توجه به نامساوی مثلثی زیر داریم:  
 $(\sin x).(-\cos x) < 0 \Rightarrow \sin x \cdot \cos x > 0$

: پس

در نتیجه  $x$  در ربع اول یا سوم قرار دارد.

(دیفرانسیل - صفحه های ۱۲ تا ۱۶)

-۸۴

(علی یوسفی)

با توجه به تمرین ۹ صفحه های ۱۷ کتاب درسی داریم:

$$5 \leq x - \frac{3}{x} < 5 + \frac{2}{n} \xrightarrow{\text{برقرار}} x - \frac{3}{x} = 5 \Rightarrow x^2 - 3 = 5x$$

به ازای هر  $n$  برقرار است.

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta=37>0}$$

دو مقدار برای  $x$  وجود دارد.

(دیفرانسیل - صفحه های ۱۷)

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۷۳۶، سؤال ۵۳۶)

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{n+1} + \sqrt[n]{n}} = \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{n}\left(\sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} + 1\right)} \\
 &= \frac{1}{\sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} + 1} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2} \\
 |a_n - \frac{1}{2}| &< \frac{1}{2} \Rightarrow \left| \frac{1}{\sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} + 1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} + 1} &< \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} + 1} &> \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} + 1 < \frac{2}{1} \Rightarrow \sqrt[n]{1+\frac{1}{n}} < \frac{11}{9} \\
 \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{n}\right) &< \left(\frac{11}{9}\right)^n \\
 \Rightarrow \frac{1}{n} &< \left(\frac{11}{9}\right)^n - 1 \Rightarrow \frac{1}{n} < \left(\frac{11}{9} - 1\right)\left(\frac{121}{81} + \frac{11}{9} + 1\right) \\
 \Rightarrow \frac{1}{n} &< \frac{2 \times 3 \cdot 1}{9 \times 81} \Rightarrow n > 1/21 \dots \Rightarrow n \geq 2
 \end{aligned}$$

(علی یوسفی)

برای آن که  $a_n$  همگرا باشد، باید حد  $\left[ \frac{an+2}{n+3} \right]$  برابر صفر یا یک شود.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{an+2}{n+3} \right] = 0 \Rightarrow 0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an+2}{n+3} < 1 \Rightarrow 0 \leq a \leq 1 \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{an+2}{n+3} \right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an+2}{n+3} < 2 \Rightarrow 1 < a < 2 \quad (2)$$

از طرفی اگر  $a = 2$  باشد داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{2n+2}{n+3} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 2 - \frac{4}{n+3} \right] = [2^-] = 1 \quad (3)$$

پس از (1)، (2) و (3) نتیجه می‌شود:  $a \in [0, 2]$

(دیرانسیل-صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

(محمد رضا اسلامی)

برای مشخص شدن ضابطه‌ی مربوط به دنباله باید مقدار  $a_2$  را به دست آوریم:

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 24 - 4 + 5a_1 \Rightarrow a_2 = -5$$

بنابراین جمله‌ی پنجم عبارت است از:

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 6 \times 25 - 10 + 5a_1 = 140 - 25 = 115$$

(دیرانسیل-صفحه‌های ۲۲ تا ۳۵)

(غلامرضا هلی)

$$a_n = \sin \frac{1}{n} + \cos \frac{1}{n} = \sqrt{2} \sin\left(\frac{1}{n} + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 1$$

اگر کمان  $\sin$  در ناحیه‌ی اول باشد، با کاهش مقدار کمان، مقدار  $\sin$  کاهشمی‌یابد. با افزایش  $n$  مقدار  $\frac{1}{n} + \frac{\pi}{4}$  کاهش می‌یابد و از طرفی از جمله‌ی دوم بهبعد  $\frac{1}{n} + \frac{\pi}{4}$  در ناحیه‌ی اول است. بنابراین از جمله‌ی دوم به بعد  $a_n$  نزولی است.اگر  $a_2 \leq a_1$  باشد، دنباله همواره نزولی است.

$$a_1 = \sqrt{2} \sin\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \approx \sqrt{2} \sin(1 + 0.78) = \sqrt{2} \sin(1.78)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + 0.78\right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 0.21\right)$$

$$a_2 = \sqrt{2} \sin\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \approx \sqrt{2} \sin(0.5 + 0.78) = \sqrt{2} \sin(1.28)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 0.31\right)$$

 $\Rightarrow a_2 < a_1 \Rightarrow$  دنباله همواره نزولی است.

$$\frac{\pi}{4} \approx 0.78, \quad \frac{\pi}{2} \approx 1.57$$

(دیفرانسیل-صفحه‌های ۲۳ تا ۳۷)

$$a_{2k+1} = \frac{2k+1}{2} - \left[ \frac{2k+1}{2} - \frac{1}{2(2k+1)} \right]$$

$$= k + \frac{1}{2} - \left[ k + \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2k+1)} \right] = k + \frac{1}{2} - k - \left[ \frac{2k}{2(2k+1)} \right]$$

$$\Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} a_{2k+1} = \frac{1}{2} - \left[ \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}$$

پس این دنباله به ازای  $n$  های زوج همگرا به یک و به ازای  $n$  های فرد همگرابه  $\frac{1}{2}$  است. پس واگرا است. (دیفرانسیل-صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

توجه:

-۹۰

(بیب شفیعی)

$$\text{می‌دانیم } \{\cos(n\pi)\} = \{(-1)^n\}. \text{ بنابراین داریم:}$$

$$\{\cos((n+1)\pi)\} = \{(-1)^{n+1}\} = 1, -1, 1, -1, \dots$$

$$\left\{\frac{\cos((n+1)\pi)}{n+1}\right\} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\} = \frac{1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{-1}{5}, \dots$$

ملاحظه می‌شود که جملات دنباله به صفر نزدیک می‌شوند و

$$\inf = \frac{-1}{3}, \sup = \frac{1}{2} \quad \text{پس:}$$

$$\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۴ تا ۲۳)

-۹۱

(علی در ابی نیا)

$$a_n = \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^n \times \frac{1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \times \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \times \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = e \times 0 = 0$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸)

(محمود رضا اسلامی)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{(n+1)!+1}{n!}}{\frac{(n+2)n!}{n!}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1) + \frac{1}{n!}}{(n+2)} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n!}{n!+3}}{\frac{n!}{n!}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{3}{n!}} = \frac{1}{1+0} = 1$$

بنابراین دنباله‌های  $\{a_n\}$  و  $\{b_n\}$  به ترتیب به ۱ و ۲ همگرا هستند.در نتیجه دنباله‌های  $\{b_n - a_n\}$  و  $\{a_n b_n\}$  به ترتیب به ۲ و ۱ همگرا هستند و داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n b_n + 1}{b_n - a_n} = \frac{(1 \times 2) + 1}{1} = 3$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۵)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1^- \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$a_n = \frac{n^2 + n + b^2}{n^2 + n + 1} \Rightarrow a_n = \frac{n^2 + n + 1 + b^2 - 1}{n^2 + n + 1}$$

$$= 1 + \frac{b^2 - 1}{n^2 + n + 1} \leq 1 \Rightarrow b^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq b \leq 1$$

بنابراین  $b$  سه مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد. (۷۳ تا ۷۵)

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۷۵، سؤال ۵۵۵)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{\pi}{4} \\ \wedge}} f(x) = \tan \frac{\pi}{4} \times \tan 0^\circ = \infty \times 0 \text{ مبهم}$$

$$\left( \begin{array}{l} x - \frac{\pi}{4} = t \Rightarrow x = t + \frac{\pi}{4} \\ x \rightarrow \frac{\pi}{4} \Rightarrow t \rightarrow 0 \end{array} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan \frac{\pi}{4} x \tan \left( x - \frac{\pi}{4} \right)$$

فرض می‌کنیم  $x - \frac{\pi}{4} = t$  باشد، داریم:

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \tan \frac{\pi}{4} \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \tan t = \lim_{t \rightarrow 0} \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} t \right) \cdot \tan t$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} -\cot \frac{\pi}{4} t \cdot \tan t = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\tan t}{\tan \frac{\pi}{4} t} = -1$$

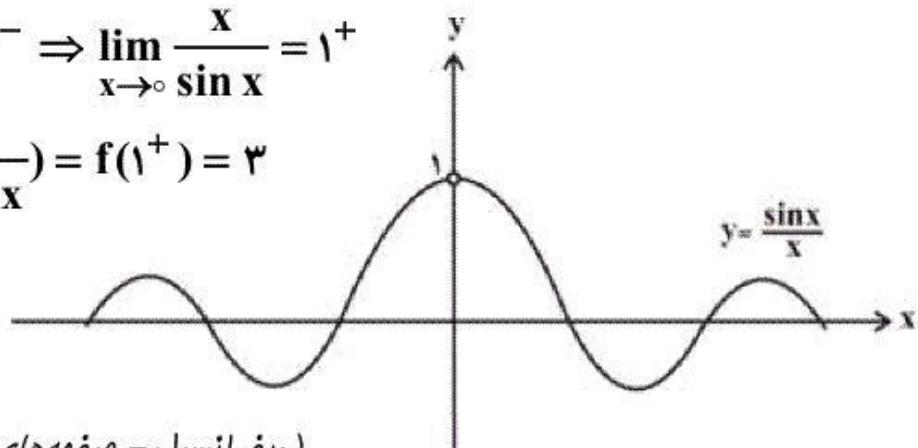
(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

(محمد مهران)

با توجه به نمودار  $y = \frac{\sin x}{x}$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sin x} = 1^+$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{x}{\sin x}\right) = f(1^+) = 3$$



(دیفرانسیل - صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

## (کاظم اجلالی)

راه حل اول: اگر فرض کنیم  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$  خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (f'(x) - 2 \cos^2 x f(x) + \cos 2x) \leq \lim_{x \rightarrow 0}$$

$$\Rightarrow L' - 2L + 1 \leq 0 \Rightarrow (L - 1)' \leq 0 \Rightarrow L = 1$$

$$2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$$

راه حل دوم:

$$\Rightarrow f'(x) - (1 + \cos 2x)f(x) + \cos 2x \leq 0$$

$$\Rightarrow (f(x) - 1)(f(x) - \cos 2x) \leq 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x \leq f(x) \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x = \lim_{x \rightarrow 0} 1 = 1$$

$\xrightarrow{\text{فسردگی}} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

(دیفرانسیل-صفعه‌های ۷۳ تا ۷۸)

بنابراین حد دنباله‌ی  $\{f(b_n)\}$  نباید صفر باشد. ( $b_n$  در تمامی گزینه‌ها با مقادیر بیش‌تر از صفر به صفر همگرا هستند).

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) \right] \quad \text{گزینه‌ی «۱»}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \right] = [^+ \circ] = \circ$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{6}} \sin(2n\pi + \frac{\pi}{6}) \right] \quad \text{گزینه‌ی «۲»}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{6}} \right] = [^+ \circ] = \circ$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2n\pi - \frac{\pi}{2}} \sin(2n\pi - \frac{\pi}{2}) \right] \quad \text{گزینه‌ی «۳»}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{-1}{2n\pi - \frac{\pi}{2}} \right] = [-^- \circ] = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2n\pi + \pi} \sin(2n\pi + \pi) \right] \quad \text{گزینه‌ی «۴»}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{0}{2n\pi + \pi} \right] = [^0 \circ] = \circ$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(بیب شفیعی)

تابع  $g$  در نقاطی حد دارد که در آن نقاط یا ۱) عبارت  $x^3 - 2x = 0$  صفر شود یا ۲) دو ضابطهٔ تابع  $f$  برابر باشد.

$$1) x^3 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm\sqrt{2}$$

$$2) 2x = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین تابع  $g$  در ۴ نقطهٔ حد دارد.

توجه: در نقاطی که عبارت  $x^3 - 2x = 0$  صفر می‌شود، حد تابع  $g$  به صورت (کران دار  $\circ^\circ$ ) می‌شود. بنابراین در این نقاط  $g$  حد دارد.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

(بیب شفیعی)

$\tan^2 \frac{x}{4}$  عامل غیرصفر است، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos^3 x)(\tan^2 \frac{x}{4})}{\cos^2 \frac{x}{4}} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\cos^2 \frac{x}{4}} \times \lim_{x \rightarrow \pi} \tan^2 \frac{x}{4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 + \cos^2 x - \cos x)}{\cos^2 \frac{x}{4}} \times 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(2 \cos^2 \frac{x}{4})(1 + \cos^2 x - \cos x)}{\cos^2 \frac{x}{4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} 2(1 + \cos^2 x - \cos x) = 2(1 + 1 + 1) = 6$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(محمد رضا شوکتی بیرق)

باید داشته باشیم  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{\frac{x}{ax+b}} - 1) = 0$  زیرا در غیر این صورت حاصل حد داده شده برابر بی نهایت خواهد بود و برای این منظور، باید  $a = 1$  باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{(\sqrt{\frac{x}{x+b}} - 1)(\sqrt{\frac{x}{x+b}} + 1)}{(\sqrt{\frac{x}{x+b}} + 1)} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\frac{x}{x+b} - 1)}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\frac{x-x-b}{x+b})}{2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-bx}{2(x+b)} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = \frac{-1}{2} \\ \Rightarrow b &= 1 \Rightarrow a+b = 1+1 = 2 \\ &\text{(دیفرانسیل - صفحه های ۱۰۷ تا ۱۰۸)} \end{aligned}$$

(کتاب نوروز، صفحه های ۷۷، سؤال ۵۷۵)

$$y = [x^3 - 1] = [x^3] - 1$$

اگر  $f$  صعودی اکید و  $(c)$  مقداری صحیح شود، آنگاه تابع  $y = [f(x)]$  در  $x = c$  ناپیوسته است. بنابراین برای این که  $[f(x)]$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته باشد، باید به ازای  $x \in (a, b)$   $f(x)$  صحیح شود. با توجه به این که  $x^3$  صعودی اکید است، برای این که  $y = [x^3] - 1$  در بازه  $(2, 2+k)$  پیوسته باشد، چون  $8 = 2^3$  است و باید  $x^3$  بین دو عدد صحیح متوالی باشد، باید مقدار  $x^3$  به ازای  $x \in (2, 2+k)$  صحیح شود. داریم:

$$(2+k)^3 = 8+1 = 9 \Rightarrow 2+k = \sqrt[3]{9} \Rightarrow k = \sqrt[3]{9} - 2$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۸۷ تا ۹۲)

(همید ستاری)

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n[x]+2}{n[x]+3} = \frac{n[x]}{n[x]} = 1 \quad \text{اگر } [x] \neq 0 \text{ باشد داریم:}$$

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \times 0+2}{n \times 0+3} = \frac{2}{3} \quad \text{اگر } [x] = 0 \text{ باشد، داریم:}$$

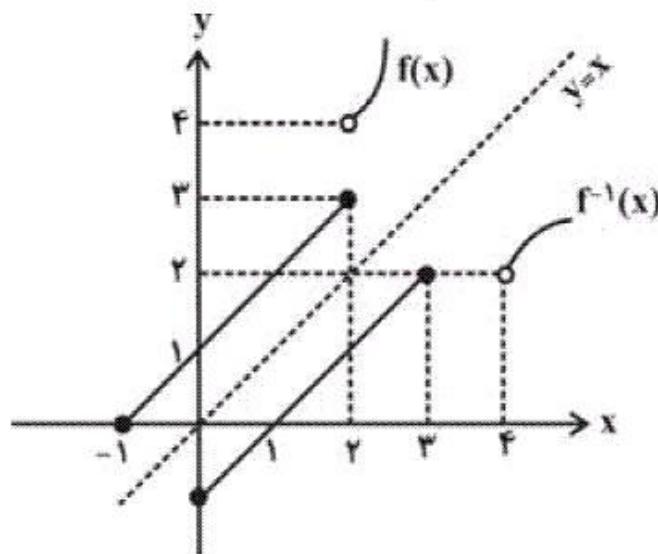
$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad [x] \neq 0 \\ \frac{2}{3} & ; \quad [x] = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) \\ \frac{2}{3} & ; \quad x \in [0, 1] \end{cases}$$

 $f$  در نقاط مرزی  $1, 0 = x$  ناپیوسته است، بنابراین تابع دو نقطه‌ی ناپیوستگی دارد.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

(همید رضا علیزاده)

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & x > 2 \end{cases}$$

با توجه به نمودار،  $y = f^{-1}(x)$  در تمام نقاط دامنه‌اش پیوسته است.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۷۸، سؤال ۵۱۱)

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 2x^2 \quad \left| \begin{array}{c} x^2 + 5 \\ x + 2 \end{array} \right. \\
 \underline{-} \quad \underline{-} \\
 2x^2 - 5x \\
 \underline{\quad} \quad \underline{+} 10 \\
 \hline
 -5x - 10
 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = x + 2 + \frac{-5x - 10}{x^2 + 5} \Rightarrow y = x + 2 \text{ مجانب مایل}$$

$$\begin{cases} y = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 5} \Rightarrow \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 5} = x + 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 = x^3 + 2x^2 + 5x + 10 \Rightarrow x = -2$$

بنابراین تابع، مجانب مایلش را در یک نقطه قطع می‌کند.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۹)

-۱۰۵

(مبین شفیعی)

اگر فرض کنیم  $f(x) = x^3 + x + 1$  داریم:

$$f(+) = 1, f(-1) = -1 \Rightarrow f(+)(f(-1)) < 0 \xrightarrow{\text{پیوسته}} f \text{ در بازه } (-1, +) \text{ حداقل یک جواب دارد.}$$

از طرفی  $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$  است، پس  $f$  صعودی اکید است و در نتیجه  $f(x) = 0$  فقط یک جواب (مجانب قائم) دارد. اگر  $x = a$  جواب این معادله باشد، با توجه به صعودی بودن  $f$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x^3 + 1}{x^3 + x + 1} = \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x^3 + 1}{x^3 + x + 1} = \frac{\text{عدد مثبت}}{-} = -\infty \end{cases}$$

بنابراین گزینه‌ی «۳» صحیح است.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰ و ۱۱۱)

-۱۰۶

(کاظم اجلالی)

اگر مخرج کسر دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، تابع دارای یک مجانب قائم خواهد بود:

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 + 16m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = -16$$

همچنین اگر یکی از  $x = 2$  یا  $x = -2$  ریشه‌های مخرج کسر باشند، عامل  $2 - x$  یا  $2 + x$  از صورت و مخرج کسر حذف خواهد شد و باز هم تابع دارای یک مجانب قائم خواهد بود.

$$x = 2 \Rightarrow 4 \times 2^2 + 2m - m = 0 \Rightarrow m = -16$$

$$x = -2 \Rightarrow 4 \times (-2)^2 - 2m - m = 0 \Rightarrow m = +\frac{16}{3}$$

بنابراین ۳ مقدار متفاوت برای  $m$  وجود دارد.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۱۰)

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{bx - \sqrt{fx^2 + ax}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} b - \frac{\sqrt{fx^2 + ax}}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} b - \sqrt{\frac{fx^2 + ax}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} b - \sqrt{f + \frac{a}{x}} = b - 2 \\ m_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} b + \sqrt{\frac{fx^2 + ax}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} b + \sqrt{f + \frac{a}{x}} = b + 2 \end{cases}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow (b - 2)(b + 2) = -1 \Rightarrow b^2 - 4 = -1$$

$$\Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow |b| = \sqrt{3}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۷۷، سؤال ۵۷۲)

-۱۰۸

تابع  $y = g(x)[f(x)]$  در نقطه‌ی درونی  $x = c$  ناپیوسته است اگر:

-۱  $f(c)$  مقداری صحیح باشد.

$g(c) \neq 0$

-۳  $f$  در این نقطه می‌نیمم نداشته باشد.

$$0 < x < 4 \Rightarrow -1 < \frac{1}{4}x - 1 < \frac{5}{4} \xrightarrow{(\frac{1}{4}x-1) \in \mathbb{Z}}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x - 1 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ \frac{1}{4}x - 1 = 1 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

اما باید دقت داشته باشید  $x = 4$  عبارت پشت برآخت را صفر می‌کند، پس  $f$  در بازه‌ی  $(0, 9)$  در یک نقطه ناپیوسته است.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

-۱۰۹

(محمد طاهر شعاعی)

بـه ازای  $x \geq 0$ ، هـمـواره  $|x| = x$  است، پـس دامـنـهـی

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x - |x|} \quad \text{تابع } f(x) \text{ اعداد حقیقی منفی است و داریم:}$$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x - |x|} \xrightarrow{x < 0} f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{2x} = \frac{3x - 2}{2}$$

$$x < 0 \Rightarrow 3x - 2 < -2 \Rightarrow \frac{3x - 2}{2} < -1 \Rightarrow R_f = (-\infty, -1)$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۷)

-۱۱۰

(هاری پلاور)

تابع  $g$  صعودی اکید است بنابراین بیشترین مقدار  $g(x)$  به ازای بیشترین مقدار  $x$  به دست می‌آید. بنابراین بیشترین مقدار  $g \circ f$  به ازای بیشترین مقدار  $f(x)$  به دست می‌آید. با توجه به این که  $f$  تابع درجه دوم است، بیشترین

$$\text{مقدار آن به ازای } -1 = \frac{-b}{2a} = -\frac{b}{2a} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$f(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 2 = 3$$

$$\Rightarrow g(f(-1)) = g(3) = 3^3 + 3 = 3.$$

(مسابان - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

-۱۱۱

(نویر مهندی) (هندسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۹، ۱۳ و ۱۷)

نقطه‌ی M وسط ضلع AC است، پس:

$$M = \frac{1}{2} [(1, -2, 4) + (3, -2, 2)] = (2, -2, 3) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = (1, -1, 0)$$

از سوی دیگر داریم  $\overrightarrow{AC} = (2, 0, -2)$ ، پس اگر  $\theta$  زاویه‌ی مورد نظر باشد، آنگاه

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{BM}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{(1, -1, 0) \cdot (2, 0, -2)}{|(1, -1, 0)| |(2, 0, -2)|} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

(محمدعلی نادرپور) (هندسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

-۱۱۲

برای سه بردار  $a$ ،  $b$  و  $c$  داریم:

$$(a \times b) \times c = (a \cdot c)b - (b \cdot c)a$$

$$= (4+1+0)(1, -2, 2) - (2-2+0)(2, 1, 0) = (5, -1, 1) \Rightarrow |(a \times b) \times c| = \sqrt{225} = 15$$

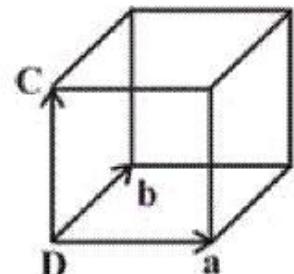
(محمدهدی محسن‌زاده طبری) (هندسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۱۳ و ۱۷)

-۱۱۳

$$\begin{cases} a + b = 2i + j \\ a + c = 4i - k \Rightarrow 2a + 2b + 2c = 6i + 2j - 2k \\ b + c = j - k \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 3i + j - k \\ a + b = 2i + j \\ a + c = 4i - k \\ b + c = j - k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2i \\ b = -i + j \\ c = i - k \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -3 \Rightarrow v = |a \cdot (b \times c)| = |-3| = 3$$



-۱۱۴

(محمدابراهیم کیانیزاده) (هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

ابتدا نقطه‌ی  $A'$  تصویر قائم نقطه‌ی  $A$  را روی خط  $D$  تعیین می‌کنیم:

معادله‌ی صفحه‌ی  $P$  را که از نقطه‌ی  $A$  بر خط  $D$  عمود می‌شود، به دست  
 $P \perp D \Rightarrow n_P = u_D = (1, -1, 1), A = (3, 2, -1)$   
 می‌آوریم.

$$\Rightarrow P : 1(x - 3) - 1(y - 2) + 1(z + 1) = 0 \Rightarrow P : x - y + z = 0$$

نقطه‌ی تلاقی خط  $D$  و صفحه‌ی  $P$ ، نقطه‌ی  $A'$  است، داریم:  
 $A'(x = t + 2, y = -t, z = t - 2)$

مختصات  $A'$  در معادله‌ی صفحه‌ی  $P$  صدق می‌کند، پس داریم:

$$t + 2 + t + t - 2 = 0, t = 0 \Rightarrow A' = (2, 0, -2)$$

نقطه‌ی  $A''$  قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  نسبت به خط  $D$  را از دستور  $A'' = 2A' - A$  محاسبه  
 $A'' = 2(2, 0, -2) - (3, 2, -1) \Rightarrow A'' = (1, -2, -3)$  می‌نماییم.

(علیرضا شریف‌خانی) (هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

-۱۱۵

$$\vec{u} = \vec{CB} = (-3, 0, 4)$$

$$\vec{CA} = (1, 0, 1)$$

$$\vec{u} \times \vec{CA} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (0, 7, 0) \Rightarrow D = \frac{|\vec{u} \times \vec{CA}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{0+49+0}}{\sqrt{9+0+16}} = \frac{7}{5}$$

(امیرحسین ابوالحصوب) (هنرسه‌ی تحلیلی - مشابه تمرین ۱۷ صفحه‌ی ۴۹)

-۱۱۶

نقطه‌ی  $M$  (وسط پاره خط  $AB$ ) در صفحه‌ی عمودمنصف این پاره خط واقع است و

بردار  $\vec{AB}$ ، بردار عمود بر صفحه‌ی عمودمنصف پاره خط  $AB$  است. داریم:

$$M = \frac{\vec{A} + \vec{B}}{2} = (3, 0, 3)$$

$$\vec{AB} = (4, -4, 6) \xrightarrow{\div 2} \vec{n} = (2, -2, 3)$$

معادله‌ی صفحه‌ی عمودمنصف عبارت است از:

از بین نقاط داده شده، تنها نقطه‌ی  $(1, 1, 5)$  در صفحه‌ی عمودمنصف  
 پاره خط  $AB$  واقع است.

ابتدا معادلات فصل مشترک دو صفحه را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} P_1 : \begin{cases} x + 2z = 0 \Rightarrow \frac{z}{1} = \frac{x}{-2} \quad (1) \\ 2x - y + z = 4 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} -2x - 4z = 0 \\ 2x - y + z = 4 \end{cases} \\ P_2 : \begin{cases} 2x - y - 3z = 4 \Rightarrow \frac{z}{1} = \frac{y+4}{-3} \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

از (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت که  $L$  فصل مشترک  $P_1$  و  $P_2$  است:

$$L : \frac{x}{-2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z}{1}$$

حال باید معادله‌ی صفحه‌ی شامل نقطه‌ی  $A = (1, 2, -2)$  و خط

$$L : \frac{x}{-2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z}{1}$$

برای این منظور، نقطه‌ی دلخواهی مانند  $B = (0, -4, 0)$  در نظر

می‌گیریم، بردار  $\vec{AB} \times \vec{u}_L$  بردار نرمال صفحه‌ی مورد نظر و  $A$  یا  $B$  نقطه‌ای

$$\vec{u}_L = (-2, -3, 1) \quad \text{و} \quad \vec{AB} = (-1, -6, 2)$$

معلوم از آن است:

$$\Rightarrow \vec{n}_P = \vec{u}_L \times \vec{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -3 & 1 \\ -1 & -6 & 2 \end{vmatrix} = (0, 3, 9)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_P = (0, 3, 9), \quad B = (0, -4, 0) \in P$$

$$\Rightarrow P : 0(x - 0) + 3(y + 4) + 9(z - 0) = 0$$

$$\Rightarrow P : (y + 4) + 3(z) = 0 \Rightarrow P : y + 3z = -4$$

توجه کنید که در معادله‌ی صفحه‌ی  $P$ ، ضریب  $x$ ، برابر صفر است، پس این صفحه موازی محور  $x$  هاست و از آنجا که مختصات مبدأ در معادله‌ی صفحه‌ی  $P$  صدق نمی‌کند، نمی‌توان نتیجه گرفت که محور  $x$  ها به تمامی در صفحه‌ی  $P$  قرار دارد.

-۱۱۸-

(محمد طاهر شعاعی) (هندسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

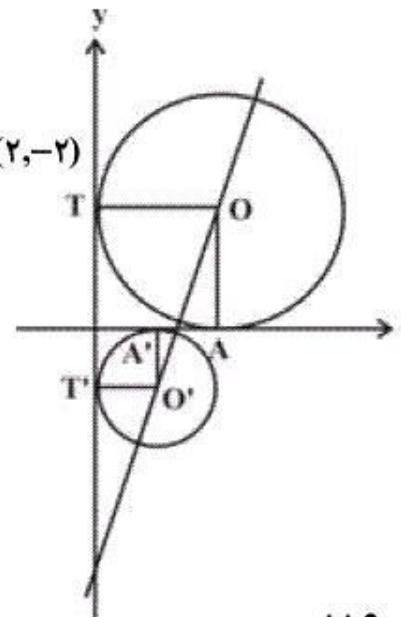
مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که بر محورهای مختصات مماس‌اند، دو خط  $x = y$  و  $y = -x$  (غیر از مبدأ مختصات) می‌باشد. کافی است آنها را با خط‌المرکزین دو دایره  $y - 2x + 6 = 0$  قطع دهیم تا مراکزهای دو دایره به دست آید:

$$\begin{cases} y - 2x + 6 = 0 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = 6, y = 6 \Rightarrow O(6, 6)$$

$$\begin{cases} y - 2x + 6 = 0 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2, y = -2 \Rightarrow O'(2, -2)$$

طول مماس مشترک خارجی دو دایره  $TT' = 6 + 2 = 8$

طول مماس مشترک داخلی  $AA' = 6 - 2 = 4$



-۱۱۹-

(علی سعیدی‌زاده) (هندسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

مختصات مبدأ مختصات در معادله‌ی این بیضی صدق می‌کند، بنابراین طبق تعریف بیضی، مجموع فواصل هر نقطه روی آن از دو کانون برابر  $2a$  (طول قطر بزرگ) می‌باشد. پس معادله را استاندارد کرده و مقدار  $a$  را به دست می‌آوریم.

$$2(x - 4)^2 + 4y^2 = 32 \Rightarrow \frac{(x - 4)^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 2a = 8$$

(محمد ابراهیم‌کیانی‌زاده) (هندسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

-۱۲۰-

$$x^2 - 2x - 3y = -4 \Rightarrow (x - 1)^2 = 3(y - 1) \Rightarrow S = (1, 1)$$

$$OS : (y - 1) = 1(x - 1) \Rightarrow OS : y = x$$

$$\begin{cases} (x - 1)^2 = 3(y - 1) \\ y = x \end{cases} \Rightarrow (y - 1)^2 = 3(y - 1) \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد وتر  $OS$  با سهمی عبارتند از:

$$y = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = (1, 1)$$

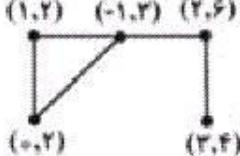
$$y = 4 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow M = (4, 4)$$

$$SM = \sqrt{(4 - 1)^2 + (4 - 1)^2} = 3\sqrt{2}$$

(نوید مجیدی)

بازه‌های  $(-1,3)$ ,  $(0,2)$  و  $(1,2)$  همگی با هم اشتراک ناتهی دارند، پس به صورت یک مثلث می‌توانیم آن‌ها را در نظر بگیریم، سپس با توجه به وضعیت بازه‌های دیگر با هریک از این بازه‌ها، یال‌های باقی‌مانده‌ی گراف را رسم می‌کنیم:

همان گونه که می‌بینیم، فاصله‌ی رأس‌های متناظر با بازه‌های  $(3,4)$  و  $(1,2)$  برابر ۳ است که با مسیر  $(3,4) \rightarrow (2,6) \rightarrow (-1,3) \rightarrow (1,2)$  به دست می‌آید.



(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۹، ۱۳ و ۲۳)

(امیرحسین ابوهصوب)

گراف مورد نظر دارای ۳ رأس فرد است پس ۳ رأس دیگر یا همگی فرد هستند و یا تنها یکی از آن‌ها فرد می‌باشد. از طرفی گراف دارای رأسی از درجه‌ی یک است، پس تعداد رأس‌های درجه‌ی ۷ آن (رأس‌های فول) نمی‌تواند بیشتر از یک باشد یعنی  $6 \leq x, y, z$  حال اگر  $x = y = z = 5$  در نظر گرفته شود.

دبیله‌ی درجات به صورت  $7, 6, 6, 5, 4, 3, 2, 1$  در می‌آید که یک دنباله‌ی گرافی نیست زیرا در صورتی که ارتباط رأس درجه‌ی ۷ را با سایر رأس‌ها قطع کنیم، دنباله به صورت  $5, 5, 4, 3, 2, 1$  در می‌آید که با کنار گذاشتن رأس درجه‌ی صفر، گرافی با ۶ رأس موجود است که در آن دو رأس فول وجود دارد و در این صورت باید  $2 \geq \delta \geq 2$  باشد که با رأس درجه‌ی یک در تناقض است.

بنابراین حالت‌های ممکن برای داشتن حداقل تعداد یال عبارتند از  $x = y = z = 5$  و  $x = 6, y = 5, z = 4$  یعنی دنباله‌های  $7, 5, 5, 5, 4, 3, 2, 1$  یا  $7, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 1$  که در هر کدام  $2q = 32 \Rightarrow q = 16$  از این حالت‌ها داریم:

(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۱۰ و ۱۵)

(علی ساوی)

تعداد دورهای به طول  $r$  در گراف  $k_p$  برابر است با:

$$\binom{p}{r} \times \frac{(r-1)!}{2}$$

در نتیجه اگر یکی از رئوس  $k_p$  حذف شود به گراف  $k_{p-1}$  می‌رسیم و طبق فرض مسئله داریم:

$$\begin{aligned} \binom{p}{3} \times \frac{(3-1)!}{2} &= 2 \times \binom{p-1}{3} \times \frac{(3-1)!}{2} \\ \Rightarrow \frac{p(p-1)(p-2)}{3 \times 2} &= 2 \times \frac{(p-1)(p-2)(p-3)}{3 \times 2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow p = 2(p-3) \Rightarrow p = 6 \Rightarrow q(k_5) = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

-۱۲۴

(هومن نورائی)

درایه‌های قطر اصلی  $A^2$  همان درجات رأس‌های گراف  $G$  می‌باشند، پس مجموع درایه‌های روی قطر اصلی  $A^2$  برابر  $2q$  می‌باشد، از طرفی تعداد یک‌های ماتریس  $A$  نیز برابر است با  $2q$ ، پس داریم:  $2q = 4 + 4 + 3 + 3 + 1 = 18$

از طرفی تعداد درایه‌های قطر اصلی  $A^2$  برابر ۶ است پس  $p = 6$  در نتیجه داریم:

$$A^2 = p^2 - 2q = 6^2 - 18 = 18$$

$$A^2 = 18 - 6 = 12$$

(ریاضیات گسته- صفحه‌های ۱۱ و ۲۱)

-۱۲۵

(سیدمحسن فاطمن)

گزاره الف و ج و د درست هستند.

$$\left. \begin{array}{l} a | b \rightarrow a | b' \\ a | c \end{array} \right\} \Rightarrow a | b' + c \quad (\text{الف})$$

$$\left. \begin{array}{l} a | b \rightarrow a | b' \\ a | c \rightarrow a | c' \\ a | a' \end{array} \right\} \Rightarrow a | a' + b' + c' \quad (\text{ج})$$

$$\left. \begin{array}{l} a | b \\ a | c \end{array} \right\} \Rightarrow a' | bc \quad \left. \begin{array}{l} a' | a' \\ a = 5, b = 1, c = 2. \end{array} \right\} \Rightarrow a' | a' + bc \quad (\text{د})$$

مثال نقض گزاره‌ی ب)

-۱۲۶

(مهدی عزیزی)

$$353 = b(11) + r \Rightarrow r = 353 - 11b$$

همین طور که می‌دانیم در الگوریتم تقسیم شرط  $b < r \leq b$  برقرار است، پس:

$$0 \leq 353 - 11b < b \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq 353 - 11b \Rightarrow b \leq \frac{353}{11} \Rightarrow b \leq 32 \\ 353 - 11b < b \Rightarrow b > \frac{353}{12} \Rightarrow b \geq 31. \end{cases}$$

بنابراین برای  $b$  سه مقدار  $30, 31$  و  $32$  وجود دارد.

(ریاضیات گسته- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(آزاد ریاضی عصر - ۱۴)

$$(ab^3)^c = (a^c)(b^3)$$

$$2 + 3 \times 4 + b \times 4^2 + a \times 4^3 = c + 3 \times 8 + 1 \times 8^2$$

$$2 + 12 + 16b + 64a = c + 24 + 64$$

$$16(4a + b) = c + 74 \Rightarrow 16|c + 74$$

چون  $c$  رقم می‌باشد و از ۸ کمتر است، اگر به جای  $c$  عدد ۶ را قرار دهیم، داریم:

$$16(4a + b) = 6 + 74 \Rightarrow 4a + b = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$a + b + c = 1 + 1 + 6 = 8$$

(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۳۲، ۳۴ و ۳۷)

(سیدوحید ذوالفقاری)

$$vp + 25 = x^2 \Rightarrow vp = x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

$$vp = (x - 5)(x + 5)$$

از آن جایی که  $v$  و  $p$  دو عدد اول می‌باشند، حالات زیر را داریم:

$$\begin{cases} x - 5 = 1 \\ x + 5 = vp \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ p = \frac{11}{v} \end{cases} \quad \text{غقق}$$

$$\begin{cases} x - 5 = vp \\ x + 5 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ p = -\frac{9}{v} \end{cases} \quad \text{غقق}$$

$$\begin{cases} x - 5 = v \\ x + 5 = p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ p = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 5 = p \\ x + 5 = v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ p = -3 \end{cases} \quad \text{غقق}$$

(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(هومن نورائی)

نکته: اگر عدد  $a$  را به صورت  $a = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$  تجزیه کنیم در این صورت تعداد مقسوم علیه‌های طبیعی عدد  $a$  برابر است با:

از طرفی می‌دانیم اگر هر عدد مربع کامل را به ضرب عوامل اول تجزیه کنیم، توان عامل‌های اول همواره زوج است:

پس طبق نکته بالا تعداد مقسوم علیه‌های  $a^2$  همواره فرد خواهد شد.

$a^2 = (2\alpha_1 + 1)(2\alpha_2 + 1) \cdots (2\alpha_n + 1)$  = تعداد مقسوم علیه‌های  $a^2$  فرد

پس با توجه به آن که عدد خواسته شده دارای تعداد فردی (۲۷) مقسوم علیه طبیعی است پس این عدد باید مربع کامل باشد و می‌دانیم رقم یکان اعداد مربع کامل ۲، ۳، ۷ و ۸ نمی‌تواند باشد پس جواب درست گزینه‌ی ۳ است.

(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

-۱۳۰-

(امیرحسین ابومهند)

اگر  $(a, b) = d$  باشد، آنگاه می‌توان نوشت:

$$d + a'b'd = 2(a'd + b'd) \Rightarrow d(1 + a'b') = 2d(a' + b') \xrightarrow{d \neq 0} 1 + a'b' = 2(a' + b')$$

با توجه به رابطه‌ی فوق واضح است که  $a'b'$  و در نتیجه  $a'$  فرد هستند. از آن جا که  $a = 36$  است. پس  $a'$  یکی از مقادیر ۱، ۳ یا ۹ می‌باشد. داریم:

$$a' = 1 \Rightarrow 1 + b' = 2(1 + b') \Rightarrow b' = -1$$

$$a' = 3 \Rightarrow 1 + 3b' = 2(3 + b') \Rightarrow b' = 5$$

$$a' = 9 \Rightarrow 1 + 9b' = 2(9 + b') \Rightarrow b' = \frac{17}{7}$$

بنابراین تنها مقدار قابل قبول  $a' = 3$  است و در نتیجه  $d = \frac{36}{3} = 12$  می‌باشد.

(ریاضیات گستته - صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

-۱۳۱-

(غلامرضا محبی)

طبق نمودار مکان-زمان، متوجه در مسیری مستقیم از مکان  $x_0 = -20\text{m}$  و

در جهت مثبت محور  $X$  ها حرکت می‌کند تا به مکان  $x_1 = 30\text{m}$  می‌رسد.

بنابراین اندازه‌ی جابه‌جایی آن طی این مدت برابر با

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 30 - (-20) = 50\text{m}$$

سپس از مکان  $x_1 = 30\text{m}$  و در خلاف جهت محور  $X$  ها حرکت می‌کند و در

لحظه‌ی  $t = 2.8$  به مکان  $x_2 = 0$  می‌رسد. بنابراین اندازه‌ی جابه‌جایی آن طی

این مدت برابر با  $|\Delta x_2| = |x_2 - x_1| = |0 - 30| = 30\text{m}$  خواهد بود. در

نتیجه مسافت طی شده توسط متوجه برابر است با:

$$|\Delta x| = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 50 + 30 \Rightarrow |\Delta x| = 80\text{m}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

(مصطفی کیانی)

با استفاده از تعریف سرعت متوسط، می‌توان نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 \\ x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 \end{cases}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{1}{2}at_2^2 - \frac{1}{2}at_1^2}{t_2 - t_1} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{\frac{1}{2}a(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \xrightarrow{t_2 - t_1 \neq 0} \bar{v} = \frac{1}{2}a(t_2 + t_1)$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۱۰۳، سوال ۸۲۷)

نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) که مربوط به حرکت با شتاب متغیر هستند صحیح نمی‌باشند. از طرف دیگر چون شبی این نمودار مثبت است، باید تقر نمودار  $x - t$  به طرف بالا باشد، بنابراین تنها گزینه‌ی (۲) صحیح است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

$$a = \frac{dv}{dt} = vt - c \Rightarrow a = 0 \Rightarrow vt - c = 0 \Rightarrow t = \frac{c}{v}$$

$t(s)$	0	1	$\infty$
$v$	+	-	+
$a$	-	0	+
$a.v$	-	0	+

بنابراین حرکت متحرک از لحظه‌ی  $t = 0$  تا لحظه‌ی  $t = \frac{c}{v}$  کندشونده و از لحظه‌ی  $t = \frac{c}{v}$  تا لحظه‌ی  $t = \frac{2c}{v}$  تندشونده خواهد بود.  
 (فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

(احسان آریامند)

روش اول: با استفاده از معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=2\frac{m}{s^2}, v_0=1 \cdot \frac{m}{s}} x = t^2 + 1 \cdot t + x_0$$

دو ثانیه‌ی آخر حرکت یعنی بازه‌ی زمانی بین لحظه‌های  $t_1 = 8s$  تا  $t_2 = 1 \cdot s$ ، بنابراین می‌توان نوشت:

$$t_1 = 8s \Rightarrow x_1 = 8^2 + 1 \cdot 8 + x_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 144m$$

$$t_2 = 1 \cdot s \Rightarrow x_2 = 1^2 + 1 \cdot 1 + x_0 \Rightarrow \Delta x_2 = 20.0m$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 20.0 - 144 = 56m$$

روش دوم: با استفاده از رابطه‌ی اندازه‌ی جابه‌جایی در  $T$  ثانیه‌ی  $n$  ام در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}aT^2(2n-1) + v_0 T \xrightarrow{T=2s, n=5} \begin{aligned} a &= 2\frac{m}{s^2}, v_0 = 1 \cdot \frac{m}{s} \\ \Delta x &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 \times (2 \times 5 - 1) + 1 \times 2 = 36 + 2. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 56m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

-۱۳۶-

(غلامرضا مهی)

اگر محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و جهت رو به پایین را با علامت مثبت در

نظر بگیریم، با استفاده از رابطه‌ی  $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$  در

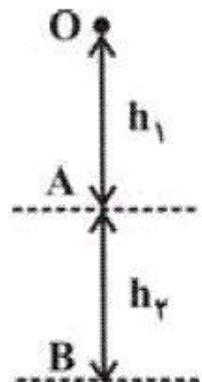
مسیرهای  $OB$  و  $OA$  می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h_1 + h_2 = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)^2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_1 + h_2} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{t_1 = \frac{5}{2}t_2} \frac{h_1}{h_1 + h_2} = \left(\frac{\frac{5}{2}t_2}{\frac{5}{2}t_2 + t_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{25}{49} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{25}{24}$$



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

-۱۳۷-

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۱۰۵، سؤال ۸۴۳)

با یک بار مشتق گرفتن از معادله‌های حرکت بر حسب زمان و قرار دادن در رابطه‌ی اندازه‌ی سرعت، داریم:

$$\begin{cases} x = 3t^2 \Rightarrow v_x = 6t \\ y = \lambda t \Rightarrow v_y = \lambda \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$\Rightarrow 100 = 36t^2 + 64 \Rightarrow t = 1s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

(نیما نوروزی)

ابتدا لحظه‌ای را که بردار سرعت متحرک صفر می‌شود، به دست می‌آوریم، داریم:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = (3t^2 - 12)\vec{i} + (12t - 24)\vec{j}$$

$$\vec{v} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3t^2 - 12 = 0 \Rightarrow t = 2s \\ 12t - 24 = 0 \Rightarrow t = 2s \end{cases}$$

حال باید بردار شتاب را در لحظه‌ی  $t = 2s$  به دست آوریم، داریم:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (6t)\vec{i} + 12\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{a} = 12\vec{i} + 12\vec{j}$$

برای به دست آوردن زاویه‌ی بردار شتاب با محور افقی، داریم:

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow \tan \theta = \frac{12}{12} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

(بابک اسلامی)

ابتدا با استفاده از رابطه‌ی بین بُرد یک پرتابه و ارتفاع اوج آن، زاویه‌ی پرتاب را تعیین می‌کنیم:

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \frac{H}{R} = \frac{1}{4} \tan \alpha$$

$$H = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{R=4H}{\tan \alpha = 1} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

با توجه به این که زاویه‌ی پرتاب برابر با  $45^\circ$  است، بنابراین اندازه‌ی مؤلفه‌ی سرعت در راستای افقی برابر با اندازه‌ی مؤلفه‌ی سرعت در راستای قائم است.

$$\tan \alpha = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} \xrightarrow{\alpha=45^\circ} 1 = \frac{20}{v_{ox}} \Rightarrow v_{ox} = 20 \cdot \frac{m}{s}$$

در نتیجه بُرد پرتابه برابر است با:

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} \xrightarrow{v_{oy}=v_o \cos \alpha, v_{ox}=v_o \sin \alpha}$$

$$R = \frac{2v_{ox}v_{oy}}{g} = \frac{2 \times 20 \times 20}{10} \Rightarrow R = 80 \text{ m}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۲)

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۱۰۸، سؤال ۱۶۴)

واکنش هر نیرو به جسمی وارد می‌شود که نیروی کنش را وارد کرده است. بنابراین واکنش نیروی وزن بر زمین وارد می‌شود.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

-۱۴۱

(مختصی کیانی)

ابتدا اندازه‌ی شتاب گرانی را در مدار چرخش ماهواره به دست می‌آوریم:

$$W_h = mg_h \xrightarrow{W_h=1\ldots N, m=4\ldots kg}$$

$$1\ldots = 4\ldots g_h \Rightarrow g_h = 2/5 \frac{N}{kg}$$

اکنون با مقایسه‌ی اندازه‌ی شتاب گرانی بر روی سطح زمین و اندازه‌ی شتاب گرانی در ارتفاع  $h$  از سطح زمین، می‌توان فاصله‌ی ماهواره از سطح زمین را حساب کرد.

$$g_r = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_0}{g_h} = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right)^2 \xrightarrow{g_0=1\frac{N}{kg}, g_h=2/5\frac{N}{kg}}$$

$$\frac{1}{2/5} = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{R_e + h}{R_e} \Rightarrow h = R_e$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(سیدعلی میرنوری)

-۱۴۲

با استفاده از قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$F = m_1 a_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1} \quad (1)$$

$$F = m_2 a_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2} \quad (2)$$

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{F}{a} \xrightarrow{(1),(2)} \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} = \frac{F}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = 2/4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

## (بعادر کامران)

ابتدا باید تعیین کنیم مجموعه در حال سکون است و یا حرکت می‌کند. به این منظور، بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم.

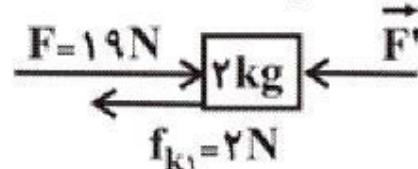
$$f_{s\max} = \mu_{1s} N_1 + \mu_{2s} N_2 = (0.2 \times 2 \times 10) + (0.3 \times 4 \times 10) = 16 \text{ N}$$

چون نیروی محرك ( $F = 19 \text{ N}$ ) از بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی ( $f_{s\max} = 16 \text{ N}$ ) بیشتر است، بنابراین مجموعه حرکت می‌کند.

$$\sum F = (\sum m)a \Rightarrow F - f_{k_1} - f_{k_2} = (m_1 + m_2)a$$

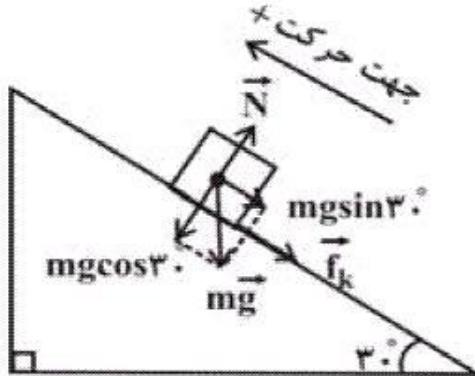
$$\Rightarrow 19 - 0.1 \times 2 \times 10 - 0.2 \times 4 \times 10 = 6a \Rightarrow a = \frac{9}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال قانون دوم نیوتون را برای جسم ۲ کیلوگرمی می‌نویسیم، داریم:



(کاظم شاهملکی)

مطابق شکل زیر، ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$N = mg \cos 30^\circ$$

$$-f_k - mg \sin 30^\circ = ma \Rightarrow -\mu_k N - mg \sin 30^\circ = ma$$

$$\Rightarrow a = -g(\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)$$

$$\frac{\mu_k = \frac{\sqrt{3}}{3}}{a = -1 \cdot \times \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow a = -1 \cdot \times \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow a = -1 \cdot \frac{m}{s^2}$$

اگر این جسم بخواهد حداقل ۵ متر روی سطح شیبدار حرکت کند، با توجه به رابطه‌ی مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، می‌توان سرعت اولیه‌ی جسم را به دست آورد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\frac{\Delta x = 5 \text{ m}, \quad v = 0}{a = -1 \cdot \frac{m}{s^2}} \Rightarrow \Delta = \frac{0 - v_0^2}{2 \times (-1 \cdot)} \Rightarrow v_0^2 = 1 \cdot \cdot \Rightarrow |v_0| = 1 \cdot \frac{m}{s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲۵ و ۳۷ تا ۴۱)

-۱۴۵

(مسئلۀ کیانی)

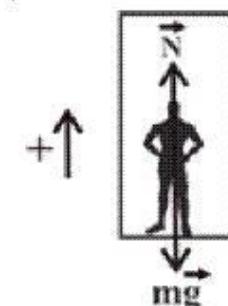
ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت دستگاه را به دست می‌آوریم.  
دقت کنید، در این سؤال  $m_1g + m_2g$  نیروی محرک و  $(m_1 + m_2)g$  نیروی مقاوم است.

$$\begin{aligned}\sum F &= (\sum m)a \\ \Rightarrow m_1g - (m_2 + m_3)g &= (m_1 + m_2 + m_3)a \\ \frac{m_1 = 5\text{kg}}{m_3 = 1\text{kg}}, \quad m_2 = 2\text{kg}} &\rightarrow 5 \times 1 - (2 + 1) \times 1 = 8a \\ \Rightarrow a &= 2 / 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\end{aligned}$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای وزنهای  $m_2$  و  $m_3$  با توجه به جهت حرکت آن که رو به بالا است، می‌نویسیم. دقت کنید بر وزنهای  $m_2$ ، نیروی وزن آن و نیرویی از طرف وزنهای  $m_1$  وارد می‌شود.

-۱۴۶

(کتاب نوروز، صفحه‌ی ۱۰۹، سؤال ۱۶۸)



با استفاده از قانون دوم نیوتون و در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت بالا، داریم:

$$N - mg = ma \Rightarrow \begin{cases} a_1 = +2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow N_1 - 500 = 50 \times 2 \Rightarrow N_1 = 600\text{N} \\ a_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow N_2 - 500 = 50 \times (-2) \Rightarrow N_2 = 400\text{N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_1 - N_2 = 600 - 400 = 200\text{N}$$

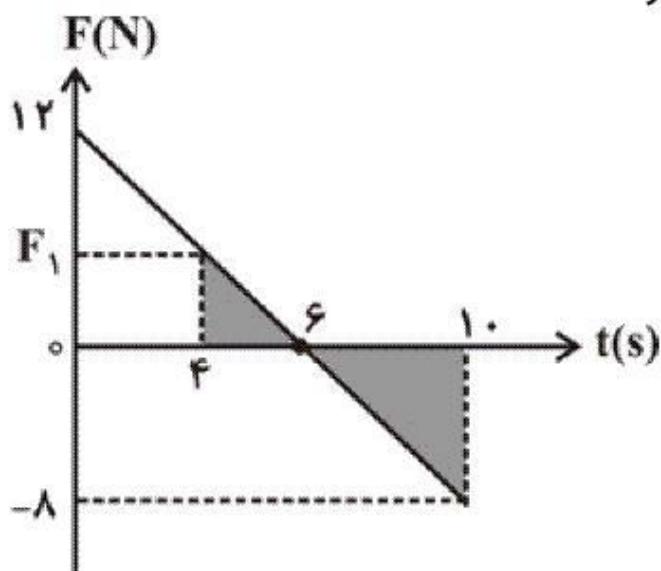
(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۳۸)

(محيطي كيانی)

با توجه به شکل زیر و با استفاده از تشابه مثلث‌ها، نیروی وارد بر متحرک را در لحظه‌ی  $t = 4\text{ s}$  حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از سطح زیر نمودار  $F - t$ ، تغییر تکانه را به دست می‌آوریم. چون مثلث‌های هاشور‌خورده متشابه‌اند، می‌توان نوشت:

$$\frac{F_1}{8} = \frac{6-4}{10-6} \Rightarrow F_1 = 4\text{ N}$$

اندازه‌ی تغییر تکانه در مدت ۴ ثانیه‌ی اول حرکت برابر با مساحت ذوزنقه است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta P = \frac{12 + F_1}{2} \times 4 \Rightarrow \text{مساحت ذوزنقه}$$

$$\frac{F_1 = 4\text{ N}}{\Delta P = \frac{12 + 4}{2} \times 4} \Rightarrow \Delta P = 32 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

دقیق کنید مساحت سطح محصور بین نمودار نیرو- زمان با محور زمان، برابر با اندازه‌ی تغییرات تکانه است.

(فيزيك پيش‌دانشگاهي - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۳)

(سید علی میرنوری)

با توجه به معادله مکان زاویه‌ای ذره که روی دایره‌ای به شعاع  $9\text{m}$  حرکت می‌کند، می‌توان فهمید که حرکت متحرک یک حرکت دایره‌ای یک‌نواخت است. بنابراین سرعت زاویه‌ای آن ثابت بوده و برابر است با:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \xrightarrow{\theta = \frac{\pi}{3} t + \frac{\pi}{4}} \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{3 \text{ s}}$$

بنابراین اندازه شتاب مرکزگرا در این حرکت دایره‌ای یک‌نواخت برابر است با:

$$a = R\omega^2 \xrightarrow[R=9\text{m}]{\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{3 \text{ s}}} a = 9 \times \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 = \pi^2 \Rightarrow a = 1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

دقت کنید در حرکت دایره‌ای یک‌نواخت، اندازه شتاب ثابت است ولی جهت آن با زمان تغییر خواهد کرد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۲)

(بابک اسلامی)

در یک حرکت هماهنگ ساده و در حالت کلی، هنگامی که نوسانگر به مبدأ مکان نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده است، بنابراین سرعت و شتاب آن هم علامت هستند. از طرفی هیچ رابطه‌ی خاصی بین علامت مکان و سرعت یک نوسانگر هماهنگ ساده وجود ندارد و می‌توانند هم علامت و یا غیر هم علامت باشند.

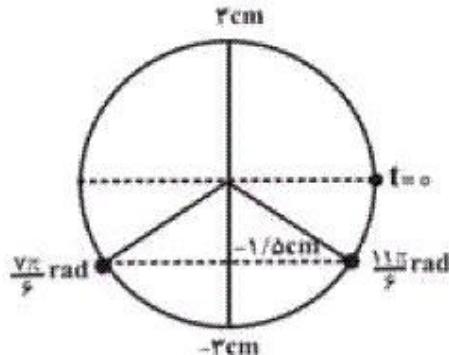
بسامد یک نوسانگر هماهنگ ساده طبق رابطه  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$  با جذر جرم

نوسانگر نسبت عکس دارد، بنابراین هر چه جرم نوسانگر بیشتر باشد، بسامد نوسانهای آن کمتر خواهد بود. در بازه‌ی زمانی معین، طبق رابطه‌ی  $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ ، تغییر فاز نوسانگر مضرب معینی از بسامد زاویه‌ای آن بوده و در نتیجه عددی ثابت خواهد بود.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

(امیر محمدی انزابی)

با استفاده از معادله بُعد- زمان نوسانگر و دایره مرجع داریم:



$$\sin \varphi = \frac{x}{A} \xrightarrow{A = 0.3 \text{ m}, x = -1/5 \times 10^{-2} \text{ m}} \sin \varphi = \frac{-1/5 \times 10^{-2}}{0.3} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}, \frac{11\pi}{6} \text{ rad}, \dots$$

هنگامی که متوجه برای دومین بار به مکان  $-1/5 \text{ cm}$  می‌رسد، دارایفاز  $\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$  است.

$$\Delta\varphi = \omega t \Rightarrow \frac{11\pi}{6} = 2/5\pi t \Rightarrow t = \frac{11}{15} \text{ s}$$

لذا گزینه «۳» پاسخ صحیح سؤال است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۴)

-۱۵۱

(محسن پیگان)

در حرکت هماهنگ ساده، رابطه‌ی بین بُعد و سرعت نوسانگر

$$\text{به صورت } 1 = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 \text{ می‌باشد. بنابراین داریم:}$$

$$x^2 + v^2 = 3/6 \times 10^{-3} \Rightarrow \left(\frac{x}{0.6}\right)^2 + \left(\frac{v}{0.2}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 0.6 \text{ m} \\ A\omega = 0.2 \end{cases} \xrightarrow{A=0.6 \text{ m}} \omega = \frac{1}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

(نصرالله افضل)

-۱۵۲

$$a = -0.2 \sin(2\pi t)$$

$$F = ma \xrightarrow{m=0.1 \text{ kg}} F = -0.2 \sin(2\pi t)$$

$$\xrightarrow{t=\frac{1}{80} \text{ s}} F = -0.2 \sin\left(\frac{2\pi}{80}\right) = -0.2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow |F| = \frac{\sqrt{2}}{100} \text{ N}$$

چون در لحظه‌ی  $t = \frac{1}{80}$ ، فاز حرکت نوسانگر برابر

$$\text{با } \varphi = 2\pi \times \frac{1}{80} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

دارد و به طرف انتهای مسیر می‌رود، بنابراین اندازه‌ی نیروی وارد بر آن در حال افزایش است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

(امیر مفمودی انزابی)

همان طور که بر روی نمودار مشاهده می شود، انرژی مکانیکی یک نوسانگر هماهنگ ساده در همه زمانها و همه بعدها مقدار ثابتی است و برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad (1)$$

از سوی دیگر اندازه بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر ساده برابر است با:

$$F_{\max} = m a_{\max} \xrightarrow{a_{\max}=A\omega^2} F_{\max} = m A \omega^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{F_{\max}}{E} = \frac{2}{A} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2E}{A}$$

$$\xrightarrow{E=18 \cdot mJ=1/8 \times 10^{-1} J \quad A=4/5 \times 10^{-2} m} F_{\max} = \frac{2 \times 1/8 \times 10^{-1}}{4/5 \times 10^{-2}} = 8N$$

لذا گزینه «۳» پاسخ صحیح است و همان طور که ملاحظه می شود به جرم نوسانگر و بسامد حرکتش نیازی نداریم.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۸)

$$K = \lambda U \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \lambda \times \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \xrightarrow{v^2=\omega^2(A^2-x^2)}$$

$$A^2 - x^2 = \lambda x^2 \Rightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{|x|}{A} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۸)

-۱۵۵

(رضا ملک محمدی)

با استفاده از رابطه‌ی دوره‌ی نوسان‌های حرکت یک آونگ ساده‌ی کم‌دامنه، می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\xrightarrow{T_1=2s} 2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} \xrightarrow{\pi^2=g} l_1 = 1m = 100cm$$

$$\xrightarrow{T_2=1/8s} 1/8 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} \xrightarrow{\pi^2=g} l_2 = 1/81m = 81cm$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = 81 - 100 \Rightarrow \Delta l = -19cm$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۱ تا ۹۱)

-۱۵۶

(ناصر فوارزمنی)

با توجه به رابطه‌ی نیروی کشش طناب و سرعت انتشار امواج عرضی در طول طناب، می‌توان نوشت:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F=900\mu} v = \sqrt{\frac{900\mu}{\mu}} \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}$$

و چون سرعت انتشار موج در طول طناب ثابت است، خواهیم داشت:

$$x = vt \xrightarrow{\begin{array}{l} v=30 \\ x=0/6m \end{array}} 0/6 = 30t \Rightarrow t = 0/02s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

-۱۵۷

(آرش قاسمی)

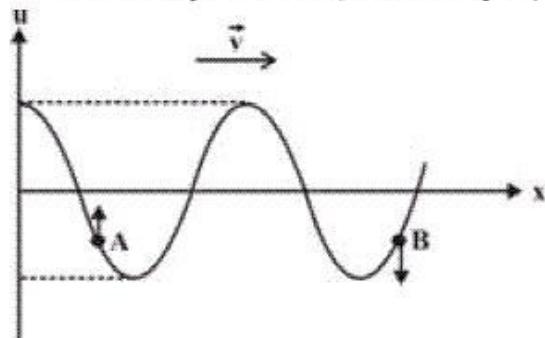
در یک موج که در یک بُعد منتشر می‌شود، اختلاف فاز بین تمامی ذره‌های مختلف محیط ثابت است و با زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین تغییر اختلاف فاز بین نقاط مختلف محیط برابر با صفر است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۵)

-۱۵۸

(محسن پیگان)

در حالت کلی با توجه به جهت انتشار موج عرضی در محیط، بعد از گذشت زمان کوتاهی، هر نقطه از محیط، در بُعد نقطه‌ی قبلی خود قرار می‌گیرد، بنابراین با توجه به این که موج در جهت مثبت محور  $X$  ها منتشر می‌شود، نقطه‌ی A به مرکز نوسان نزدیک و نقطه‌ی B از مرکز نوسان دور می‌شود. بنابراین حرکت نقطه‌ی A تندشونده و حرکت نقطه‌ی B کندشونده است.



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶ و ۱۱۵ تا ۱۲۴)

(فسرو ارگوانی خرد)

ابتدا اختلاف فاز بین نقطه‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\phi = |\phi_A - \phi_B| = |2\pi t - \frac{\pi}{3} - 2\pi t + \frac{\pi}{2}| = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

چون بین دو نقطه‌ی A و B سه نقطه‌ی هم‌فاز با نقطه‌ی B وجود دارد، اختلاف فاز

آنها برابر با  $\Delta\phi = \frac{\pi}{6} + 3(2\pi) = \frac{37\pi}{6} \text{ rad}$  می‌توان

نوشت:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \xrightarrow{\omega=2\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}} \frac{37\pi}{6} = 2\pi\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{37}{12} \text{ s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۱ تا ۸۶ و ۹۶ تا ۱۵)

(محسن پیگان)

روش اول:

ابتدا معادله‌ی نوسان‌های ذره‌ای از محیط انتشار را که در مکان  $x = +25\text{cm}$  قرار دارد، به دست می‌آوریم:

$$u_y = \cdot / \cdot 2 \sin(2 \cdot \pi t - 4\pi x)$$

$$\xrightarrow{x = \cdot / 25\text{m}} u_y = \cdot / \cdot 2 \sin(2 \cdot \pi t - 4\pi \times \cdot / 25)$$

$$\Rightarrow u_y = \cdot / \cdot 2 \sin(2 \cdot \pi t - \pi)$$

حال از معادله‌ی نوسان‌های این ذره نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت حرکت این ذره به دست آید:

$$v = \frac{du_y}{dt} = \cdot / 4\pi \cos(2 \cdot \pi t - \pi)$$

$$\xrightarrow{t = \cdot / 25\text{s}} v = \cdot / 4\pi \cos(2 \cdot \pi \times \cdot / 25 - \pi) = \cdot / 4\pi \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\pi = \frac{\pi}{2}} v = 1 / 2 \frac{m}{s}$$

روش دوم:

ابتدا بُعد ذره‌ای را که در  $x = +0 / 25\text{m}$  قرار دارد، در لحظه‌ی  $t = \cdot / 25\text{s}$  به دست می‌آوریم:

$$u_y = \cdot / \cdot 2 \sin(2 \cdot \pi \times \cdot / 25 - 4\pi \times \cdot / 25) \Rightarrow u_y = 0$$

حال با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان در حرکت نوسانی ساده، داریم:

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \xrightarrow{\begin{array}{l} \omega = 2 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ x = u_y = 0, A = \cdot / \cdot 2\text{m} \end{array}} v = 2 \cdot \pi \sqrt{(\cdot / \cdot 2)^2 - 0}$$

$$\Rightarrow v = \cdot / 4\pi \xrightarrow{\pi = \frac{\pi}{2}} v = 1 / 2 \frac{m}{s}$$

(محمدحسین انوشه)

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{3} = \frac{\bar{R}_{KClO_3}}{2}, \bar{R}_{KClO_3} = 0.8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{3}{2} \times 0.8 = 1.2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

پس در ۵ دقیقه،  $6 = 5 \times 1/2 = 5$  مول گاز  $O_2$  تولید می‌شود.  
 حجم گاز تولید شده در شرایط استاندارد  
 (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲ تا ۷)

(حسن عیسی‌زاده)

اگر انرژی فعال‌سازی برگشت دو واکنش را برابر  $c$  در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} \Delta H_1 = a - c \\ \Delta H_2 = b - c \end{cases} \Rightarrow \Delta H_1 - \Delta H_2 = a - c - b + c = a - b$$

بررسی گزینه‌های دیگر:

با توجه به این‌که واکنش (۱) گرماییر و واکنش (۲) گرماده است، بنابراین مقدار  $a$  بیش‌تر از  $b$  است. در ضمن تشکیل پیچیده‌ی فعال در واکنش (۱)، از فراورده‌ها راحت‌تر است، اما در واکنش (۲)، از واکنش‌دهنده‌ها راحت‌تر تشکیل می‌شود. هر چه  $E_a$  کوچک‌تر باشد. واکنش سریع‌تر است.  
 (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

(حسن عیسی‌زاده)

ابتدا با استفاده از یکی از بازه‌های زمانی براساس تغییر غلظت مواد، معادله‌ی واکنش را مشخص می‌کنیم. مثلاً دقایق ۲ تا ۴:

$$\Delta[A] = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}, \quad \Delta[B] = \frac{2}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Delta[C] = \frac{2}{9} - \frac{2}{1} = \frac{1}{8}$$

همه آن‌ها را بر کوچکترین‌شان یعنی  $\frac{1}{4}$  تقسیم می‌کنیم. (تغییر غلظت برای واکنش دهنده‌ها منفی و برای فراورده‌ها مثبت است).

$$A = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = -1 \quad \text{ضریب}$$

$$B = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = 2 \quad \text{ضریب}$$

پس معادله‌ی واکنش به صورت مقابل است:  
حال مقدار مصرف شده‌ی A را از مقدار تولید شده‌ی C به دست می‌آوریم.

$$? \text{ mol A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{2 \text{ mol C}} = 1/0.5 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow A = 1/8 + 1/0.5 = 2/8.5 \text{ mol}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

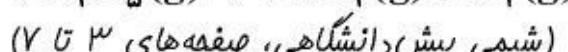
سرعت هر واکنشی با گذشت زمان کاهش می‌یابد و از طرفی سرعت واکنش در ۲ دقیقه سوم با سرعت مصرف A یا  $\frac{1}{3}$  سرعت مصرف B برابر است.

$$R_A = -\frac{(1/2 - 1/4)M}{6 - 4 \text{ min}} = \frac{1/2 M}{2 \text{ min}} = 0.1 M \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲ تا ۷)

(رضاء عجمی فیروزآبادی)

با توجه به ضرایب  $\text{NO}_2$  و  $\text{O}_2$  در معادله‌ی زیر می‌توان گفت در هر بازه‌ی زمانی، نسبت سرعت متوسط تولید  $\text{NO}_2$ ، به سرعت متوسط تولید  $\text{O}_2$  برابر ۴ است.



(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۷)

-۱۶۵

(محمد رضا نصیری اوانکی)

پس از نوشتن معادله موازن شده واکنش و با استفاده از رابطه سرعت و استوکیومتری جرم  $\text{PCl}_5$  مصرفی را به دست می‌آوریم:



$$\bar{R}_{\text{Cl}_2} = \bar{R}_{\text{PCl}_5} = 0 / 1 \frac{\text{L}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{mol}}{25 \text{L}} = \frac{1}{250} \text{mol.s}^{-1}$$

$$\text{PCl}_5 = \frac{1 \text{ mol}}{250 \text{ s}} \times 240 \text{ s} \times \frac{208 / 5 \text{ gPCl}_5}{1 \text{ molPCl}_5} = 200 / 16 \text{ gPCl}_5$$

$$\text{PCl}_5 = \frac{200 / 16 \text{ g}}{(200 / 16 + 199 / 84) \text{ g}} \times 100 = 50 / 04 \%$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳ تا ۷ و ۳۱)

-۱۶۶

(محمد صادرق همنژه)

طبق نمودار  $\Delta H$  واکنش (II) مثبت است (گرمایی) و طبق رابطه‌ی زیر:

آنالی استاندارد تشکیل واکنش‌دهنده‌ها - آنالی استاندارد تشکیل فراورده‌ها = واکنش  $\Delta H$

(واکنش‌دهنده‌ها) تشکیل  $\Delta H^\circ >$  (فراورده‌ها) تشکیل  $\Delta H^\circ >$  واکنش

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(شیمی ۳، صفحه‌های ۶۸ تا ۶۴)

-۱۶۷

(افشین احمدی)

انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت - انرژی فعال‌سازی واکنش رفت =  $\Delta H$

چون واکنش گرماده است، به جای  $\Delta H$ ،  $-226$  - می‌گذاریم:

$$-226 - E'_a \Rightarrow E'_a = 134 \text{ kJ}$$

محتوای انرژی مواد واکنش‌دهنده از فراورده‌ها بیش‌تر است و انرژی پیوندی مواد واکنش‌دهنده از فراورده‌ها کمتر می‌باشد. با توجه به این‌که انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت، بیش‌تر از انرژی فعال‌سازی واکنش رفت است، بنابراین سرعت واکنش برگشت کمتر از سرعت واکنش رفت است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

-۱۶۸

(رضا بعفری فیروزآبادی)

با توجه به منحنی، تشکیل پیچیده‌ی فعال در مرحله‌ی اول ساده‌تر و در مرحله‌ی دوم دشوارتر است، مرحله‌ی دوم تعیین‌کننده‌ی سرعت کلی واکنش بوده و انرژی فعال‌سازی واکنش کلی در جهت رفت برابر ۱۷۴ کیلو‌ژول بر مول است.

$$\text{Ea}_{\text{کلی}} = 174 - 32 + 141 = 65 \text{ kJ}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

-۱۶۹

(امین نفیسی)

از مقایسه‌ی آزمایش‌های ۲ و ۳ مشخص می‌شود که با دو برابر شدن  $[B]$ ، سرعت ۴ برابر شده است؛ پس مرتبه‌ی واکنش نسبت به  $[B]$ ، ۲ است. پس:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1/44}{0/18} = \frac{(0/6)^m \times (0/4)^2}{(0/3)^m \times (0/2)^2} \Rightarrow m = 1$$

بنابراین مرتبه‌ی واکنش نسبت به  $[A]$  نیز برابر یک خواهد بود. (تأیید گزینه‌های ۱ و ۳)

با قراردادن مقادیر آزمایش ۱ در معادله‌ی کلی سرعت داریم:

$$k[A]^1[B]^2 = k \times 0/3 \times (0/2)^2 \rightarrow 0/18 = k \times 0/3 \times (0/2)^2 \text{ سرعت واکنش}$$

$$\Rightarrow k = 15 \text{ mol}^{-2} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{تأیید گزینه‌ی ۴})$$

$$R_4 = 15 \times 0/5 \times (0/5)^2 = 1/875 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{رد گزینه‌ی ۲})$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

به دلیل این‌که غلظت  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq})$  را کم می‌کند، باعث کاهش سرعت

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۹ و ۱۹)

واکنش خواهد شد.

-۱۷۱

(کتاب نوروز)

کاهش حجم سبب افزایش غلظت و افزایش تعداد برخوردها می‌گردد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۱۲)

(مسن پعفری)

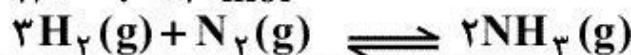
زغال چوب با بخار آب داغ در دمای  $1000^{\circ}\text{C}$  طبق معادله زیر واکنش می‌دهد:

$$\text{H}_2\text{O(g)} + \text{C(s)} \rightarrow \text{CO(g)} + \text{H}_2\text{(g)}$$

$$\text{g C} \quad \text{mol C}$$

$$12 \quad 1$$

$$360 \quad ? = 30 \text{ mol}$$



	$\text{H}_2$	$\text{N}_2$	$\text{NH}_3$
مول اولیه	30	8	0
تغییر مول	$-3x$	$-x$	$+2x$
مول تعادلی	$30 - 3x$	$8 - x$	$2x$

به همراه 8 مول  $\text{N}_2$  وارد ظرف 100 لیتری می‌شوند:

$$30 - 3x + 8 - x + 2x = 26$$

$$2x = 12 \Rightarrow x = 6 \text{ mol}$$

$$K = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{H}_2]^3 [\text{N}_2]} = \frac{\left(\frac{12}{100}\right)^2}{\left(\frac{12}{100}\right)^3 \left(\frac{2}{100}\right)} = \frac{1}{\frac{12}{100} \times \frac{2}{100}} \approx 416/7$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

(محمدحسین انوشه)

$$\left\{ \begin{array}{l} [\text{CO}_2] = [\text{H}_2] = ۰/۱ \text{ mol.L}^{-1} \\ [\text{CO}] = [\text{H}_2\text{O}] = ۰/۲ \text{ mol.L}^{-1} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow Q = \frac{۰/۱ \times ۰/۱}{۰/۲ \times ۰/۲} = ۰/۲۵ > K \Rightarrow \text{پیشرفت واکنش در جهت عکس}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [\text{CO}_2] = [\text{H}_2] = ۰/۱ - x \\ [\text{CO}] = [\text{H}_2\text{O}] = ۰/۲ + x \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۲} = \frac{(۰/۱-x)^۲}{(۰/۲+x)^۲} \Rightarrow x = ۰/۰۵ \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_2\text{O}] = ۰/۲ + ۰/۰۵ = ۰/۲۵ \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹ و ۳۲ تا ۳۴)

(کامبیز فراهانی)

واکنش تعادلی زیر نمونه‌ای از یک تعادل ناهمگن سه‌فازی است.



(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۰ و ۳۹ تا ۴۵)

$$[\text{CO}] = [\text{Cl}_2] = \frac{۰/۶}{V} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{و} \quad [\text{COCl}_2] = \frac{۰/۳}{V} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{Cl}_2][\text{CO}]}{[\text{COCl}_2]} \Rightarrow \frac{۰/۶}{۰/۳} = \frac{\frac{۰/۶}{V} \times \frac{۰/۶}{V}}{\frac{۰/۳}{V}} \Rightarrow V = ۴L$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

-۱۷۶-

(محمدعلی زیرک)



مول‌های اولیه	$m$	•	•
تغییر مول‌ها	$-x$	$+2x$	$x$
مول‌های تعادلی	$m - x$	$2x$	$x$

$$2x + x = • / 3 \text{ mol} \Rightarrow x = • / 1 \text{ mol} \Rightarrow \begin{cases} [B] = • / 2 \text{ mol.L}^{-1} \\ [C] = • / 1 \text{ mol.L}^{-1} \end{cases}$$

۲۰ درصد  $m$ ، برابر  $x$  (مقدار تجزیه شده) است:

$$m = \frac{100}{20} \times • / 1 = • / 5 \text{ mol}$$

$$K = [B]^2 [C] = (• / 2)^2 (• / 1) = (• / 0.4) (• / 1) = 4 \times 10^{-3} \text{ mol}^3 \cdot \text{L}^{-3}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

(کیوان عامری)

-۱۷۷-

واکنش گرم‌آگیر است و بر اثر افزایش دما، طبق اصل لوشاپلیه به سمت راست جابه‌جا می‌شود و رنگ مخلوط به رنگ آبی در می‌آید. زیرا رنگ  $\text{CoCl}_4^-$  آبی است.

در ضمن افزایش دما در یک واکنش گرم‌آگیر باعث پیشرفت تعادل به سمت راست و افزایش مقدار عددی ثابت تعادل می‌شود.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

(محمدحسین انوشه)

-۱۷۸-

$\text{CaCO}_3$  ماده‌ای جامد است، بنابراین غلظت آن تغییر نمی‌یابد. چون  $K = [\text{CO}_2]$  و دما ثابت است، پس تمام  $\text{CO}_2$  وارد شده با جابه‌جایی تعادل از چپ به راست، مصرف می‌شود، به‌طوری که در تعادل جدید، مقدار  $K$  و در نتیجه  $[\text{CO}_2]$  دقیقاً با مقادیر قبلی آن‌ها یکسان است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۳۰)

-۱۷۹

(امیر قاسمی)

برای انجام واکنش رفت وجود گاز  $O_2$  ضروری است، بنابراین در آغاز سرعت واکنش رفت برابر صفر و سرعت واکنش برگشت زیاد است. به تدریج با تولید گاز اکسیژن واکنش رفت هم شروع شده و سریع‌تر پیش می‌رود و با کم شدن غلظت  $SO_3$  سرعت واکنش برگشت کاهش یافته تا بالاخره سرعت واکنش رفت و برگشت با هم برابر و تعادل برقرار گردد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

-۱۸۰

(زهره صفائی)

افزایش فشار در این تعادل تأثیر ندارد چون تعداد مول‌های گازی در دو طرف واکنش یکسان است.

-۱۸۱

(منهبور سلیمانی ملکان)

فسفر سفید با اکسیژن شدیداً واکنش می‌دهد و آن را مصرف می‌کند. بنابراین طبق اصل لوشاپلیه تعادل در جهت تولید اکسیژن (برگشت) به پیش می‌رود بنابراین در تعادل جدید غلظت  $SO_3$  و  $O_2$  کاهش یافته ولی غلظت  $SO_2$  افزایش می‌یابد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱) و (شیمی ۳، صفحه‌ی ۹)

-۱۸۲

(زهره صفائی)

با توجه به  $10$  برابر شدن غلظت تمام اجزاء تعادل، تحمیل وارد شده افزایش فشار یا کاهش حجم ظرف تعادل است. افزایش فشار، باعث جابه‌جایی تعادل به سمت تعداد مول گاز کم‌تر می‌شود؛ یعنی غلظت  $SO_3$  بایستی از  $68\%$  مول بر لیتر بیش‌تر باشد.

(امیر قاسمی)

-۱۸۳

در صنعت  $NH_3$  را در مجاورت  $Fe$  و  $MgO$  و  $Al_2O_3$  تهیه می‌کنند.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

(محمدحسین انوشه)

$\text{SO}_4^2-$  ضمن حل شدن در آب، سولفور اسید ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) تولید می‌کند که در نتیجه‌ی یونش آن در محلول آبی،  $\text{H}^+$  تولید می‌شود. پس  $\text{SO}_4^2-$  اسید آرنیوس به شمار می‌رود.  
تشريح سایر گزینه‌ها:

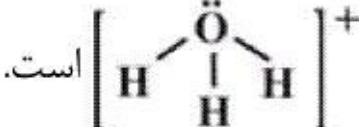
گزینه‌ی «۱»: در این واکنش،  $\text{NH}_3$  به دلیل تولید  $\text{OH}^-$  در محلول آبی، باز آرنیوس به شمار می‌رود. اما  $\text{H}_2\text{O}$  را فقط مطابق مدل لوری-برونستد می‌توان اسید به حساب آورد.

گزینه‌ی «۲»: در این واکنش، یک پروتون از  $\text{HCl}$  به  $\text{NH}_3$  منتقل شده است؛ پس فقط برطبق نظریه‌ی لوری-برونستد، می‌توان  $\text{HCl}$  را اسید و  $\text{NH}_3$  را باز در نظر گرفت.

گزینه‌ی «۴»: این واکنش را نه از دیدگاه آرنیوس و نه از دیدگاه لوری-برونستد، نمی‌توان واکنش اسید-باز به حساب آورد. بلکه فقط از دیدگاه لورویس است که می‌توان آن را به عنوان واکنش اسید-باز بررسی کرده و برای  $\text{NH}_3$  نقش باز (دهنده‌ی جفت الکترون) و برای  $\text{BF}_3$  نقش اسید (گیرنده‌ی جفت الکترون) در نظر گرفت.

(شیمی پیش‌رانشگاهی، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

(سید، رضا عمامی)

ساختر لوئیس  $\text{H}_3\text{O}^+$  (یون هیدرونیوم) به صورت  است.

اتم مرکزی در آن چهار قلمرو الکترونی داشته و شکل هندسی آن هرمی است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: بار مثبت یون هیدرونیوم متعلق به کل یون است.

گزینه‌ی «۲»: با تشکیل  $\text{H}_3\text{O}^+$ ، نیروی دافعه میان بارهای مثبت  $\text{H}_3\text{O}^+$  و  $\text{H}^+$  مانع تشکیل پیوند داتیو می‌شود.

-۱۸۶-

(امیر قاسمی)

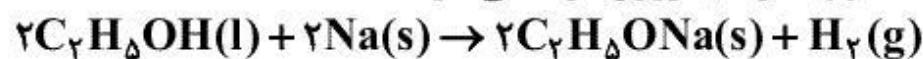
اسیدی که قوی‌تر است  $K_a$  بزرگ‌تر و  $pK_a$  کوچک‌تر دارد و آنیون تولید شده در اثر تفکیک آن اسید پایدارتر است و تمایل بیش‌تری برای باقی ماندن به صورت آب پوشیده دارد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۱)

-۱۸۷-

(امیر قاسمی)

با توجه به معادله واکنش می‌توان دریافت که به‌ازای مصرف ۲ مول اتانول و ۲ مول سدیم؛ ۱ مول گاز هیدروژن آزاد می‌شود.



(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

-۱۸۸-

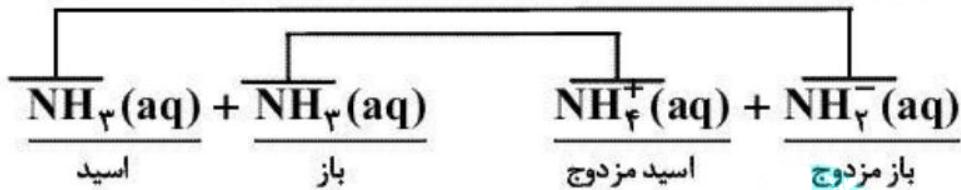
(حسن عیسی‌زاده)

از آنجایی که ثابت تعادل بسیار کوچک است، پس تعادل در سمت چپ قرار دارد یعنی  $HA$  به مقدار کمتری تفکیک شده است. یعنی  $HA$  یک اسید ضعیف است؛ بنابراین  $A^-$  یک باز قوی خواهد بود، در مقابل  $HB$  یک اسید قوی و  $B^-$  یک باز ضعیف است، در نتیجه  $HA$  نسبت به  $HB$  اسید ضعیفتری است و تمایل  $A^-$  برای جذب  $H^+$  نسبت به  $B^-$  بیش‌تر است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۱)

(حسن عیسی‌زاده)

اسید و باز مزدوج در یک  $\text{H}^+$  با هم تفاوت دارند، اگر معادله خود یونش آمونیاک را در نظر بگیرید، اسید و باز به همراه مزدوج هر کدام مشخص هستند:



$\text{NH}_3$  خود هم اسید مزدوج  $\text{NH}_2^-$  هم باز مزدوج  $\text{NH}_4^+$  است.  
بررسی سایر گزینه‌ها:

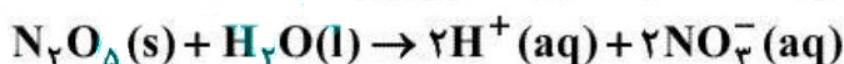
گزینه‌ی «۱»: همه اسیدها قوی نیستند، بنابراین همه آن‌ها الکترولیت قوی و رسانای قوی نیستند.

گزینه‌ی «۲»: قدرت یک اسید با مقدار  $K_a$  و درصد یونش رابطه مستقیم دارد. اما غلظت زیاد اسید، دلیل بر قدرت زیاد آن نیست.

گزینه‌ی «۳»: باز مزدوج یک  $\text{H}^+$  کمتر از اسید دارد.  
(شیمی پیش‌رانشگاهی، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

(حسن عیسی‌زاده)

هر مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  به هنگام حل شدن در آب مطابق معادله زیر، دو مول نیتریک اسید تولید می‌کند که هر کدام یک مول یون  $\text{H}^+$  تولید می‌کنند.



مالحظه می‌کنید که هر مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  دو مول یون  $\text{H}^+$  تولید می‌کند که این دو مول یون  $\text{H}^+$  توسط یک لیتر محلول دو مولار  $\text{NaOH}$  به طور کامل خنثی می‌شود.

در مورد گزینه‌های «۱» و «۲» باید ذکر کرد که؛

گزینه‌ی «۱»: در واکنش خنثی شدن  $\text{H}^+$  اسید و  $\text{OH}^-$  با هم وارد واکنش می‌شوند و یون‌های  $\text{Na}^+$  و  $\text{Br}^-$  یون‌های تماشاگر هستند.

گزینه‌ی «۲»:  $\text{Al}_2\text{O}_3$  در آب حل نمی‌شود؛ اما هم با اسید و هم با باز واکنش می‌دهد. (آمفوتر است). (شیمی پیش‌رانشگاهی، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)