بسم الله الرحمن الرحیم

# آزمون‌های ریشه واحد PanelData در حالت وابستگی مقطعی

## درس اول: مبانی نظری

حسین خاندانی

مدرس داده کاوی و اقتصادسنجی

Econometrics.blog.ir

## آزمون ریشه واحد و پیش‌فرض‌ها در پانل دیتا:

در حالت کلی فرض بر این است که داده‌های مورد استفاده استقلال مقطعی دارند. این پیش‌فرض همانند سایر فروض می‌تواند برقرار نباشد، بنابراین نخستین مرحله در اقتصادسنجی داده‌های پانلی – پیش از انجام هر آزمونی– تشخیص وابستگی یا استقلال مقطعی است. آزمون‌های متعددی برای این منظور در متون پیشنهاد شده است که آزمون‌های فریدمن (۱۹۳۷)، بریوش و پاگان (۱۹۸۰) و آزمون CD پسران (۲۰۰۴) برخی از این آزمون‌ها هستند.

## آزمون ریشه واحد و پیش‌فرض‌ها در پانل دیتا:

هرگاه بر اساس این روش‌ها وابستگی مقطعی در داده‌های پانل تأیید گردد استفاده از روش‌های مرسوم ریشه واحد پانلی[۷] مانند آزمون‌های لوین و لین[۸] (LL)، ایم، پسران و شین (IPS) و ... احتمال وقوع نتایج ریشه واحد کاذب را افزایش خواهد داد. برای رفع این مشکل در متون اقتصادسنجی آزمون‌های ریشه واحد پانلی متعددی با وجود وابستگی مقطعی پیشنهاد شده است که آزمون ریشه واحد ADF تعمیم‌یافته به‌صورت مقطعی (CADF) یا CIPS از آن جمله است.

## آزمون ریشه واحد پانل دیتا در حالت وابستگی مقطعی:

از این‌رو در حالتی که وابستگی مقطعی تأیید می‌شود می‌توان از دو آزمون ریشه واحد زیر استفاده نمود:

الف) آزمون CIPS

ب) آزمون CADF

در این فایل مبانی تئوری آزمون ریشه واحد تعدیل یافته پسران با در نظر گرفتن وابستگی مقطعی معرفی می‌شود.

## آزمون ریشه واحد و پیش‌فرض‌ها در پانل دیتا:

همچنین در صورت تأیید وابستگی مقطعی استفاده از روش‌های مرسوم همجمعی پانلی مانند پدرونی (۱۹۹۶)، کائو (۲۰۰۶) و ... احتمال وقوع نتایج همجمعی کاذب را افزایش خواهد داد. جهت رفع این مشکل نیز در متون اقتصادسنجی آزمون‌های همجمعی پانلی متعددی پیشنهاد صورت گرفته است که روش پیشنهادی وسترلوند و اجرتون (۲۰۰۸) از آن جمله است. هرچند روش‌های متعددی جهت بررسی رابطه همجمعی پانلی بین متغیرها پیشنهاد شده است، اما اکثریت قریب به اتفاق این روش‌ها تنها درباره بود و نبود رابطه بحث می‌کنند و اطلاعاتی درباره بردار همجمعی ارائه نمی‌دهند.

# آزمون وابستگی مقاطع پسران (CD)

پسران (۲۰۰۴) به‌منظور بررسی وابستگی مقطعی در الگوهای خطی پانل آزمونی با کاربردهای وسیع طراحی نموده است. این آزمون برای داده‌های پانل متوازن و نامتوازن قابل اجرا بوده و در نمونه‌های کوچک دارای خصوصیات مطلوبی است، همچنین بر خلاف روش بروش-پاگان (۱۹۸۰) برای ابعاد مقطعی (N)[۴] بزرگ و ابعاد زمانی (T)[۵] کوچک نیز نتایج قابل اعتمادی ارائه نموده و نسبت به وقوع یک یا چند شکست ساختاری در ضرایب شیب رگرسیون فردی مقاوم می‌باشد (پسران، ۲۰۰۴). آماره این آزمون برای رگرسیون فردی زیر بر اساس میانگین وزنی ضرایب همبستگی بین هر جفت از جملات اخلال ارائه می‌شود:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i x_{it} + u_{it}, \quad i = 1,2,...,N; t = 1,2,...,T, \qquad (۱۲)$$

# آزمون وابستگی مقاطع پسران (CD)

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i x_{it} + u_{it}, \quad i = 1,2,...,N; t = 1,2,...,T,$$

که در آن، i نشان‌دهنده بعد مقطعی و t نشان‌دهنده بعد زمانی داده‌های پانل است. $x_{it}$ نیز یک بردار $k \times 1$ بعدی از متغیرهای توضیحی است که در طول زمان تغییر می‌کنند. این متغیرهای توضیحی می‌توانند شامل وقفه‌های $y_{it}$ به‌عنوان متغیرهای برون‌زا باشند. اجزای تصادفی $u_{it}$ نیز ممکن است در بعد زمانی (t) یا در بعد مقطعی (i) با یکدیگر وابسته باشند (پسران، ۲۰۰۴). با توجه به معادله فوق، برآورد ساده‌ای از میزان همبستگی بین جملات اخلال i–ام و j–ام در زمان t به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

# آزمون وابستگی مقاطع پسران (CD)

$$\hat{\rho}_{ij} = \hat{\rho}_{ji} = \frac{\sum_{t=1}^{T} e_{it} e_{jt}}{\left(\sum_{t=1}^{T} e_{it}^2\right)^{1/2} \left(\sum_{t=1}^{T} e_{jt}^2\right)^{1/2}} \qquad (۱۳)$$

جملات اخلال $e_{it}$ برآوردی از $u_{it}$ است که به روش حداقل مربعات معمولی به‌دست آمده است:

$$e_{it} = y_{it} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i' x_{it} \qquad (۱۴)$$

در این معادله، $\hat{\beta}_i$ و $\hat{\alpha}_i$ برآوردهایی از $\beta_i$ و $\alpha_i$ هستند که به روش OLS محاسبه شده است. متغیرهای توضیحی ($x_{it}$) برون‌زای اکید بوده و ماتریس $x_i' x_j$ مثبت معین است. بر این اساس، آماره CD پسران برای بررسی وجود وابستگی یا استقلال مقطعی در داده‌های پانل متوازن به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

# آزمون وابستگی مقاطع پسران (CD)

$$CD = \sqrt{\frac{2T}{N(N-1)}}\left(\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\hat{\rho}_{ij}\right)$$

آماره فوق برای مقادیر ثابت T و N دارای میانگین صفر می‌باشد. برای هر i، جملات اخلال ($u_{it}$) فاقد خودهمبستگی پیاپی دارای میانگین صفر و واریانسی بین صفر تا بی‌نهایت ($\sigma_i^2$) است، بنابراین در فرض صفر آزمون – مبنی بر نبود وابستگی مقطعی– خواهیم داشت:

# آزمون وابستگی مقاطع پسران (CD)

$$H_0 : u_{it} = \sigma_i \varepsilon_{it}$$

که در آن، $\varepsilon_{it}$ نوفه سفید بوده و حول صفر به‌طور متقارن توزیع شده است (پسران، ۲۰۰۴). چنانچه قدر مطلق آماره محاسباتی CD از ۱/۹۶ بیشتر باشد فرض صفر آزمون رد شده و وجود وابستگی مقطعی در داده‌های مورد مطالعه احراز می گردد (پسران، ۲۰۰۴).

## آزمون وابستگی مقاطع پسران (CD)

در نهایت لازم است به این نکته اشاره شود که آزمون CDtest یک پیش آزمون بر روی متغیرها است و با آزمون‌های خانواده CSDtest که آزمون‌های PostEstimation هستند کمی متفاوت است. آزمون CSDtest بروی مدل تخمینی (پسماندهای الگو تخمینی پانل) صورت می‌گیرد در حالی که CDtest بر روی متغیرها انجام می‌پذیرد. هر چند می‌توان پسماند مدل را ذخیره و آن را با تست CD آزمود.
ولی در آزمون‌های خانواده CSDtest این امکان وجود دارد برحسب تعداد مقاطع و دوره زمانی از option مناسب استفاده شود.
دستورات این آزمون در استاتا (قبل از آزمون باید دستورات نصب شود):

xtcsd ,pes
xtcsd , fri
xtcsd , fre

# آزمون ریشه واحد ایم، پسران و شین (IPS)

تا حدود زیادی می‌توان پیشرفت اولیه آزمون‌های ریشه‌واحد پانل را به کـواه (۱۹۹۲، ۱۹۹۴) و لـوین و لین (۱۹۹۳) منسوب نمود در آزمون کواه ناهمگونی بین گروه‌های مقطعـی ماننـد آثـار فـردی خـاص و الگوهای مختلف در خودهمبستگی پیاپی لحاظ نمـی‌شـود. آزمـون لـوین و لـین (LL) دامنـه کـاربردی

# آزمون ریشه واحد ایم، پسران و شین (IPS)

وسیع‌تری داشته، آثار فردی خاص و ناهمگونی پویای بین گروه‌های مقطعی در آن لحاظ شده و مستلزم برقراری $N/T \to 0$ برای زمانی است که N و T به سمت بی‌نهایت میل می‌کنند. ایم و همکاران (۲۰۰۳) با استفاده از چارچوب درستنمایی، آزمون ریشه واحدی برای داده‌های پانل با ناهمگونی پویا بر پایه میانگین آماره‌های ریشه واحد فردی معرفی نمودند. به این منظور، آنها آماره آزمون خود را بر اساس میانگین آماره‌های دیکی- فولر (۱۹۷۹) مربوط به هر یک از گروه‌های مقطعی ارائه کردند. آماره این آزمون، خودهمبستگی پیاپی بین جملات اخلال، ناهمگونی پویایی و ناهمگونی واریانس خطا بین گروه‌های مقطعی را در نظر می‌گیرد و با استفاده از معادله زیر معرفی می‌گردد (ایم و همکاران، ۲۰۰۳):

# آزمون ریشه واحد ایم، پسران و شین (IPS)

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \beta_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{Pi} \rho_{ij} \Delta y_{i,t-j} + u_{it} \quad i = 1,2,...,N, \; t = 1,2,...,T,$$

این معادله با استفاده از فرایند خودتوضیح مرتبه اول برای متغیر $y_{it}$ به‌دست آمده است و برای رفع خودهمبستگی پیاپی بین جملات اخلال از وقفه‌های $\Delta y_{it}$ در سمت راست آن استفاده شده است (ایم و همکاران، ۲۰۰۳).

بر این اساس، فرض صفر وجود ریشه واحد به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$H_0 : \beta_i = 0 \quad i = 1,2,...,N,$$

## آزمون ریشه واحد ایم، پسران و شین (IPS)

فرض مقابل آزمون نیز عبارتست از:

$$H_1 : \beta_i < 0, \quad i = 1,2,\ldots,N_1, \quad \beta_i = 0, \quad i = N_1 + 1, N_1 + 2,\ldots, N. \qquad (۱۹)$$

فرض مقابل آزمون این امکان را فراهم می‌سازد تا $\beta_i$ در طول گروه‌های مقطعی تغییر کند، از این رو نسبت به فرض مقابل همگن $\beta_i = \beta < 0$ مورد استفاده کواه (۱۹۹۴) و لوین و لین (۱۹۹۳) جامع‌تر است. همچنین، در فرض مقابل IPS امکان وجود ریشه واحد برای برخی فرایندهای فردی در نظر گرفته شده است، اما برای برقراری فرض مقابل لازم است که نسبت فرایندهای فردی مانا غیرصفر باشد، به‌عبارت دیگر:

$$\lim_{N\to\infty}(N_1/N) = \delta, \quad 0 < \delta \leq 1 \qquad (۲۰)$$

## آزمون ریشه واحد ایم، پسران و شین (IPS)

آماره محاسباتی IPS برای الگوی (۱۷) به‌صورت میانگینی از آماره‌های دیکی- فولر تعمیم‌یافته فردی ($t_{ADFi}$) بیان می‌شود (ایم و همکاران، ۲۰۰۳):

$$\tilde{t}_{IPS} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_{ADFi} \qquad (۲۱)$$

آماره محاسباتی فوق با مقادیر بحرانی ارائه‌شده توسط ایم و همکاران (۲۰۰۳) مقایسه می‌شود. چنانچه آماره محاسباتی از مقدار بحرانی موردنظر بیشتر باشد فرض صفر مانایی برای متغیر پانلی $y_{it}$ پذیرفته نخواهد شد.

# آزمون ریشه واحد پسران با لحاظ وابستگی مقطعی(CIPS)

آزمون ریشه واحد IPS در مواردی که وابستگی مقطعی بین کشورها وجود ندارد روشی مناسب برای آزمون فرض صفر نامانایی است، اما چنانچه وجود اریب وابستگی مقطعی برای متغیرهای پانلی تأیید شود، نتایج این آزمون قابل استناد نیست، از این رو پسران (۲۰۰۶، ۲۰۰۷) آزمون ریشه واحدی برای داده‌های پانل معرفی نمود که در آن به مسئله وابستگی مقطعی توجه شده است. وی به رگرسیون متداول ADF –که در قالب رابطه (۱۷) بیان شده است– وقفه مرتبه اول میانگین مقطعی متغیر و تفاضل مرتبه اول آن را اضافه نموده است و آماره ADF به‌دست آمده در نتیجه این رگرسیون را CADF می‌نامد. در ادامه، همانند روش IPS میانگین CADF محاسبه‌شده برای تمام گروه‌های مقطعی را CIPS نامیده و جداول جدیدی شامل مقادیر بحرانی طراحی می‌کند (پسران، ۲۰۰۶). برای ارائه شکل تعمیم‌یافته مقطعی تابع رگرسیون ADF فرض می‌کنیم مشکل وابستگی مقطعی وجود داشته و $u_{it}$ در معادله (۱۷) از فرایند زیر تبعیت می‌کند:

# آزمون ریشه واحد پسران با لحاظ وابستگی مقطعی(CIPS)

$$u_{it} = \gamma_i f_t + \varepsilon_{it} \qquad (۲۲)$$

در این معادله، $f_t$ اثر مشترک – و غیرقابل مشاهده– و $\varepsilon_{it}$ خطای فردی است (پسران، ۲۰۰۶).

بنابراین می‌توان رابطه (۱۷) را به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \beta_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{Pi} \rho_{ij} \Delta y_{i,t-j} + \gamma_i f_t + \varepsilon_{it} \qquad (۲۳)$$

# آزمون ریشه واحد پسران با لحاظ وابستگی مقطعی(CIPS)

حال میانگین مقطعی $y_{it}$ و وقفه‌های آن را به‌عنوان متغیر نماینده $f_t$ در نظر گرفته و در رابطه فوق قرار می‌دهیم، بنابراین وارد کردن این متغیرها در رگرسیون باعث خنثی شدن آثار عامل مشترک و غیرقابل مشاهده $f_t$ می‌شود (پسران، ۲۰۰۶). بنابراین می‌توان رگرسیونی برای انجام آزمون ریشه واحد با درجه p–ام تعمیم مقطعی و سری زمانی به‌صورت زیر ارائه داد:

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \beta_i y_{i,t-1} + c_i \bar{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^{P} \rho_{ij} \Delta y_{i,t-j} + \sum_{j=1}^{P} d_{ij} \Delta \bar{y}_{t-j} + \varepsilon_{it} \qquad (۲۴)$$

# آزمون ریشه واحد پسران با لحاظ وابستگی مقطعی(CIPS)

فرض صفر و مقابل این آزمون همانند فرض صفر و مقابل آزمون IPS بوده و آماره‌های CADF فردی نیز با استفاده از نسبت t مربوط به پارامتر $\beta_i$ در معادله فوق محاسبه می‌شود. در ادامه، آماره CIPS نیز همانند آماره IPS از میانگین آماره‌های ریشه واحد فردی (CADF) محاسبه می‌شود (پسران، ۲۰۰۶):

$$CIPS = N^{-1}\sum_{i=1}^{N} CADF_i \qquad (۲۵)$$

## آزمون ریشه واحد پسران با لحاظ وابستگی مقطعی(CIPS)

دستور آزمون ریشه واحد پسران با در نظر گرفتن وابستگی مقطعی در استاتا:

xtcips x, maxlags(#) bglags(#)

دستور آزمون ریش واحد CADF پسران در استاتا:

pescadf x, lags(#)

*توجه: قبل از آزمون این دستورات را نصب نمایید.

## آزمون ریشه واحد پسران با لحاظ وابستگی مقطعی(CIPS)

دستور آزمون ریشه واحد پسران xtcips فقط قابل انجام برای پانل **متوازن** است و در صورت مشاهده مفقود در استاتا قابل کاربرد نیست.

آزمون ریش واحد CADF در استاتا برای پانل **نامتوازن نیز** قابل انجام است و برای آن فقط آماره Z(t-bar) محاسبه می‌شود (pescadf).

**پایان بخش نظری آزمون‌های ریشه واحد پانل با وابستگی مقطعی**

مدیریت وب و تهیه کننده:
حسین خاندانی

Econometrics.blog.ir