

به نام خداوند جان و خرد

آزمون تئوری چهارم

دپارتمان ریاضی و کامپیوتر مشهد

mathdpt.blog.ir

وقت آزمون : ۲۴۰ دقیقه

سؤال اول : جدول جادویی ۲۵ امتیاز

داستان امروز در مورد ادالف پسر باهوشی که آرزوی تغییر دادن دنیا را داشت. ادالف عاشق حل کردن معما های مختلف بود. معمای جدول جادویی ذهن ادالف را از کودکی مشغول خود کرده بود. جدول جادویی جایزه‌ی یک فرد ناشناس در کودکی ادالف بود. او به ادالف قول داده بود حل این جدول باعث تغییر دنیا می‌شود. جدول جادویی یک جدول 5×5 بود(شامل ۲۵ مربع). ادالف برای حل این جدول باید بعضی از اقطار ۲۵ مربع کوچک را رسم می‌کرد به طوری که هیچ دو قطر رسم شده‌ای نقطه مشترک نداشته باشند (حتی در رئوس مربع‌ها). ادالف پس از سال‌ها تلاش توانست ۱۴ قطر با شرط خواسته شده رسم کند اما می‌دانست که این پاسخ صحیح نمیباشد برای همین از شما خواست که مسأله را برایش حل کنید.

یک مثال ارائه کرده‌(الف) و ثابت کنید بیشتر از آن تعداد نمی‌توان قطر رسم کرد(ب)

(هر قسمت سؤال ۱۰ نمره دارد . حل هر دو قسمت ۲۵ نمره دارد)

سؤال دوم : ماموران مخفی ۳۵ امتیاز

ادالف هیتلر قهرمان داستان دیگر بزرگ شده و علاقه زیادی به بازی‌های وحشتناک و سخت دارد. ادالف امروز طی یک بازی جرأت صداقت مجبور شد به لهستان حمله کند. برای این کار ادالف ۱۶ مامور مخفی برای چک کردن ۱۶ مقر در مرزهای لهستان فرستاد. از آنجا که ادالف به ماموران مخفی اعتماد ندارد به هر کدام گفته مراقب بعضی دیگر (به انتخاب ادالف) باشند. برای اینکه عملیات جاسوسی میان خود ماموران لو نزود هیچ دو ماموری وجود ندارند که همزمان مسئولیت مراقبت کار هم دیگر را داشته باشد (یعنی نمی‌شود هم مامور آ در حال مراقبت از مامور ب باشد هم مامور ب در حال مراقبت از مامور آ باشد). پیچیدگی شدید این عملیات نیاز به شرط دیگری هم دارد و آن این است که هر ۱۱ مامور را بتوان طوری از یک تا یازده شماره گذاری کرد که مامور اول مراقب مامور دوم باشد ، مامور دوم مراقب مامور سوم باشد و... و مامور یازدهم مراقب مامور اول باشد (هر یازده نفر یک دور جهت دار به اندازه یازده داشته باشند). ادالف پس از فرستادن ۱۶ مامور مخفی متوجه شد که در محاسباتش به جای عدد ۱۱ از عدد ۱۰ استفاده کرده (یعنی به جای اینکه هر ۱۱ نفر در میان خود دوری به طول ۱۱ داشته باشند ، هر ۱۰ نفر دوری به طول ده دارند). ادالف از آنجا که نمی‌توانست با مامورین تماس داشته باشد(به خاطر خطرات تماس با مقرهای مرزی) بسیار از سرانجام این اشتباه ترسید اما پس از مدتی فهمید که اگر مسأله به ازای هر ده نفر درست باشد به ازای هر ۱۱ نفر نیز درست است.

حال شما ثابت کنید اگر هر ده نفر شرایط مسأله را داشته باشند (دوری به طول ده در خود داشته باشند) هر ۱۱ نفر نیز شرایط مسأله را دارند .

سوال سوم : قحطی ۴۰ امتیاز

امروز هیتلر طی فاجعه شدیدی کشته شد و شکست خورد. مردم آلمان که تا زنده بودن هیتلر در صلح و صفا زندگی میکردند حال به قحطی افتادند. هیچ دو نفری چشم دیدن همیگر را ندارند. مردم دیگر نمیتوانند زیر یک سقف در کنار یک دیگر زندگی کنند. زمان آن رسیده که کشور آلمان فروپاشی کند و به کشور های کوچکتر تقسیم شود. کشور آلمان شامل n شهر (n عددی زوج است) است که تعدادی جاده دارد به طوری که بین هیچ دو شهری بیش از یک جاده نیست و هیچ شهری به خود جاده ندارد. بین هر دو شهر مسیری وجود دارد. برای اینکه مردم پس از فروپاشی بتوانند در آرامش زندگی کنند کشور های کوچکتر باید سه شرط زیر را داشته باشند :

۱) از آنجا که یک شهر به تنها یی دوام نمی آورد هر کشور باید حداقل دارای دو شهر باشد.

۲) بین هر دو شهر در یک کشور باید دقیقن یک مسیر (توسط جاده های داخل همان کشور) وجود داشته باشد

۳) هر شهری در یک کشور جدید باشد و هیچ دو کشوری شهر مشترک نداشته باشند

ثابت کنید به ازای هر تعداد شهر و هر حالتی که جاده ها داشته باشند ، میتوان فروپاشی به کشور های کوچکتر را با موفقیت انجام داد.