

نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

علی شکیبا

دانشگاه ولی‌عصر (عج) رفسنجان

ali.shakiba@vru.ac.ir

فصل ۷: اتوماتای پشته‌ای

محدودیت‌های پذیرنده‌ی متناهی

- زبان‌های غیر منظم مانند مستقل از متن را نمی‌توانند پذیرش کنند.
- دارای حافظه‌ی متناهی است.
- مثال:
 - اگر می‌توانست تعداد هر نماد را ذخیره کند:

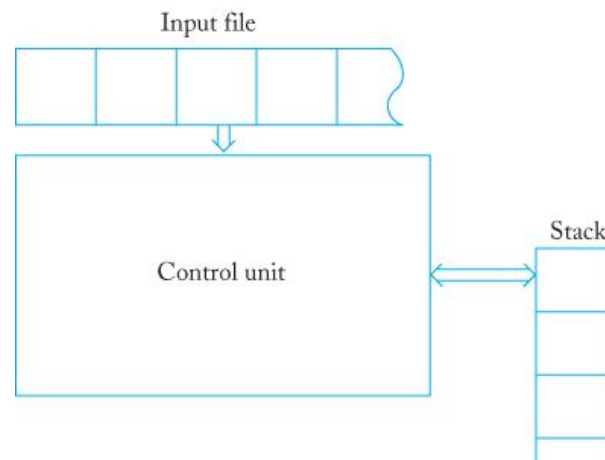
$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

- اگر می‌توانست بخش دلخواهی از رشته‌ی ورودی را ذخیره کند:

$$L = \{ww^R : w \in \Sigma^*\}$$

اتوماتای پشته‌ای

مانند یک پذیرنده‌ی متنای
+ یک پشته‌ی نامتناهی



معین یا نامعین؟

- PDA یا NPDA تمام زبان‌های مستقل از متن را می‌پذیرد.
- DPDA نمی‌تواند همه‌ی زبان‌های مستقل از متن را پذیرش کند.
- زیررده‌ای از زبان‌های مستقل از متن را پذیرش می‌کند.

چگونه کار می کند؟

- با خواندن نماد جاری از نماد ورودی؛ بر مبنای
 - نماد خوانده شده از ورودی
 - حالت واحد کنترل
 - و نماد قرار گرفته در بالای پشته
- طبق تابع انتقال
 - به یک حالت جدید رفته
 - و نمادی را از پشته pop یا به پشته push می کند.
- یک PDA می تواند حرکت های λ انجام دهد.

قراردادها برای اتوماتای پشته‌ای

- پشته در ابتدا؛ صرفاً شامل نماد آغازین پشته است.
- نماد λ نمایش‌دهنده‌ی انتهای رشته‌ی ورودی است.
- هیچ حالتی برای رد کردن وجود ندارد.
- در صورتی که PDA نتواند بر اساس تابع انتقال حرکت بعدی را انجام دهد و به انتهای رشته نرسیده باشد؛ آنگاه متوقف شده و ورودی رد می‌شود.

تعریف رسمی

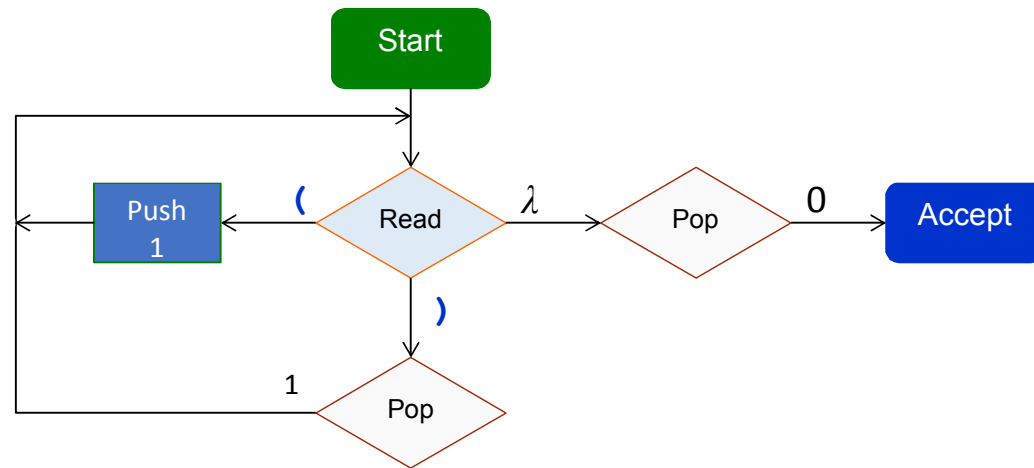
پذیرنده‌ی پشت‌های نامعین یا NPDA یا PDA عبارت است از هفت‌تایی

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$$

- Q مجموعه‌ای متناهی از حالت‌های داخلی ماشین
- Σ مجموعه‌ای متناهی از الفبای ورودی
- Γ مجموعه‌ای متناهی از الفبای پشت
- تابع انتقال $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}^f(Q \times \Gamma^*)$
- $z \in \Gamma$ نماد انتهای پشت
- $F \subseteq Q$ مجموعه‌ی حالت‌های پایانی

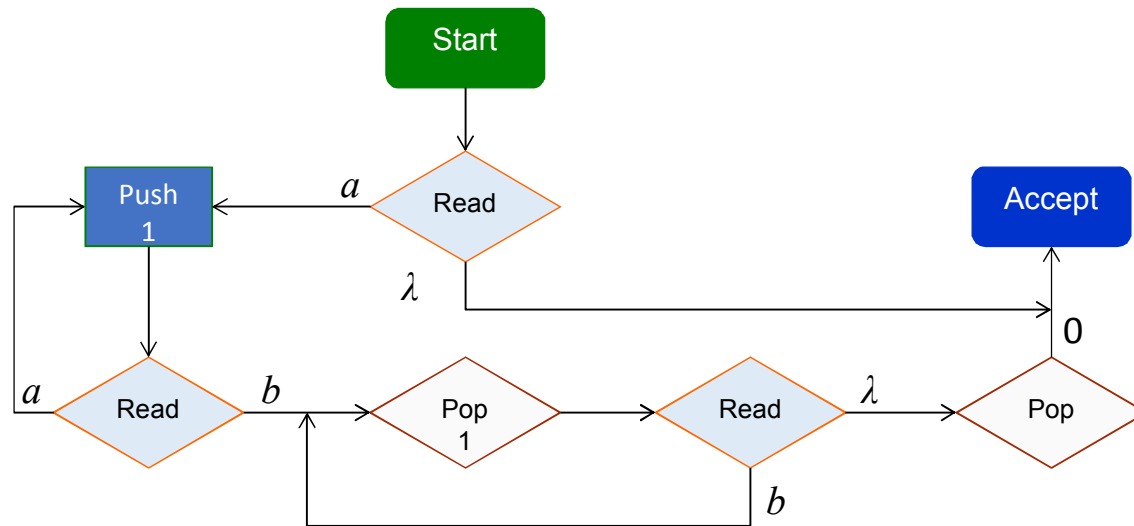
مثال: $S \rightarrow (S) \mid SS \mid \lambda$

• نماد آغاز پشته 0 در نظر گرفته شده است.



مثال: $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

• نماد آغاز پشته 0 در نظر گرفته شده است.



پیکربندی لحظه‌ای

- پیکربندی لحظه‌ای یک NPDA عبارت است از (q, w, u) که
 - q حالت جاری واحد کنترل
 - w بخش خوانده نشده‌ی رشته‌ی ورودی
 - u بیانگر محتویات پشته
 - که سمت چپ‌ترین نماد؛ بیانگر نماد بالای پشته است.

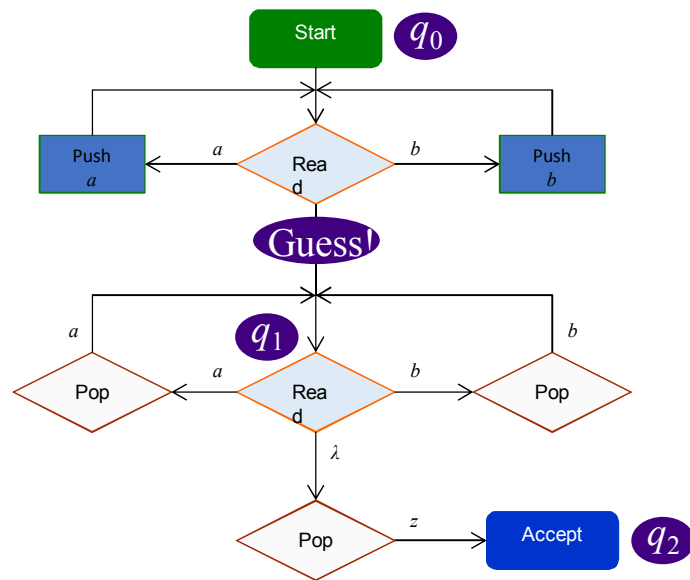
- انتقال از یک پیکربندی لحظه‌ای (q_1, aw, bx) به پیکربندی لحظه‌ای (q_2, w, yx) را به $(q_1, qw, bx) \mapsto (q_2, w, yx)$ نمایش می‌دهیم و تنها در صورتی ممکن است که $(q_2, y) \in \delta(q_1, a, b)$ باشد.

زبان مورد پذیرش در NPDA

زبان پذیرش شده توسط NPDA ای مانند $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$ عبارت است از

$$L(M) = \left\{ w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, z) \xrightarrow{*} (p, \lambda, u), p \in F, u \in \Gamma^* \right\}$$

$$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$



$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
 $\Sigma = \{a, b\}$
 $\Gamma = \{a, b, z\}$
 stack start symbol = z
 $F = \{q_2\}$

• push کردن رشته‌ی w در پشته

$$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, aa) \}$$

$$\delta(q_0, b, a) = \{ (q_0, ba) \}$$

$$\delta(q_0, a, b) = \{ (q_0, ab) \}$$

$$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, bb) \}$$

$$\delta(q_0, a, z) = \{ (q_0, az) \}$$

$$\delta(q_0, b, z) = \{ (q_0, bz) \}$$

• وسط رشته را حدس می‌زنیم

$$\delta(q_0, \lambda, a) = \{ (q_1, a) \}$$

$$\delta(q_0, \lambda, b) = \{ (q_1, b) \}$$

• تطبیق رشته‌ی w^R با پشته

$$\delta(q_1, a, a) = \{ (q_1, \lambda) \}$$

$$\delta(q_1, b, b) = \{ (q_1, \lambda) \}$$

• تطبیق موفق

$$\delta(q_1, \lambda, z) = \{ (q_2, z) \}$$

رابطه‌ی بین NPDA و زبان‌های مستقل از متن

قضیه ۷-۱: برای همه‌ی زبان‌های مستقل از متن مانند L ، یک NPDA مانند M وجود دارد به طوری که $L=L(M)$.

رابطه‌ی بین NPDA و زبان‌های مستقل از متن

قضیه ۲-۷: اگر M یک NPDA باشد؛ آنگاه $L(M)$ یک زبان مستقل از متن است.