



# نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

علی شکیبا

دانشگاه ولی‌عصر (عج) رفسنجان

[ali.shakiba@vru.ac.ir](mailto:ali.shakiba@vru.ac.ir)

# فصل ۷: اتوماتای پشته‌ای

# محدودیت‌های پذیرنده‌ی متناهی

- زبان‌های غیر منظم مانند مستقل از متن را نمی‌توانند پذیرش کنند.
- دارای حافظه‌ی متناهی است.
- مثال:
  - اگر می‌توانست تعداد هر نماد را ذخیره کند:

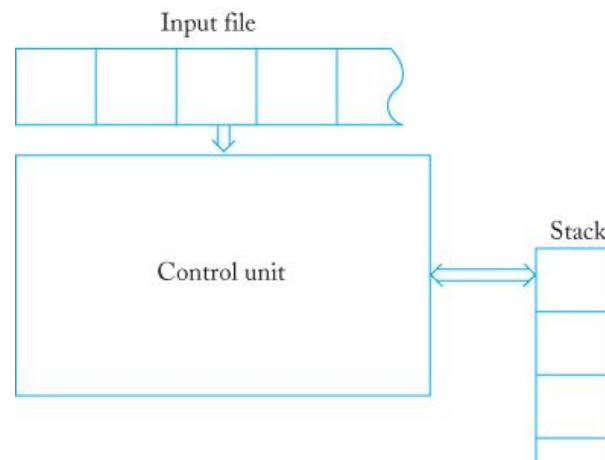
$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

- اگر می‌توانست بخش دلخواهی از رشته‌ی ورودی را ذخیره کند:

$$L = \{ww^R : w \in \Sigma^*\}$$

# اتوماتای پشته‌ای

مانند یک پذیرنده‌ی متنای  
+ یک پشته‌ی نامتناهی



## معین یا نامعین؟

- PDA یا NPDA تمام زبان‌های مستقل از متن را می‌پذیرد.
- DPDA نمی‌تواند همه‌ی زبان‌های مستقل از متن را پذیرش کند.
- زیررده‌ای از زبان‌های مستقل از متن را پذیرش می‌کند.

## چگونه کار می کند؟

- با خواندن نماد جاری از نماد ورودی؛ بر مبنای
  - نماد خوانده شده از ورودی
  - حالت واحد کنترل
  - و نماد قرار گرفته در بالای پشته
- طبق تابع انتقال
  - به یک حالت جدید رفته
  - و نمادی را از پشته pop یا به پشته push می کند.
- یک PDA می تواند حرکت های  $\lambda$  انجام دهد.

# قراردادها برای اتوماتای پشته‌ای

- پشته در ابتدا؛ صرفاً شامل نماد آغازین پشته است.
- نماد  $\lambda$  نمایش‌دهنده‌ی انتهای رشته‌ی ورودی است.
- هیچ حالتی برای رد کردن وجود ندارد.
- در صورتی که PDA نتواند بر اساس تابع انتقال حرکت بعدی را انجام دهد و به انتهای رشته نرسیده باشد؛ آنگاه متوقف شده و ورودی رد می‌شود.



## تعریف رسمی

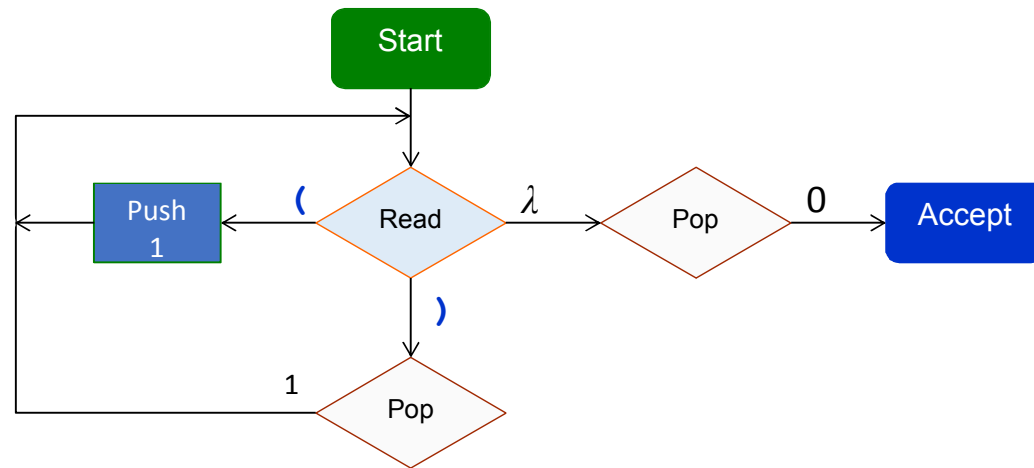
پذیرنده‌ی پشته‌ای نامعین یا NPDA یا PDA عبارت است از هفت‌تایی

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$$

- $Q$  مجموعه‌ای متناهی از حالت‌های داخلی ماشین
- $\Sigma$  مجموعه‌ای متناهی از الفبای ورودی
- $\Gamma$  مجموعه‌ای متناهی از الفبای پشته
- تابع انتقال  $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}^f(Q \times \Gamma^*)$
- $z \in \Gamma$  نماد انتهای پشته
- $F \subseteq Q$  مجموعه‌ی حالت‌های پایانی

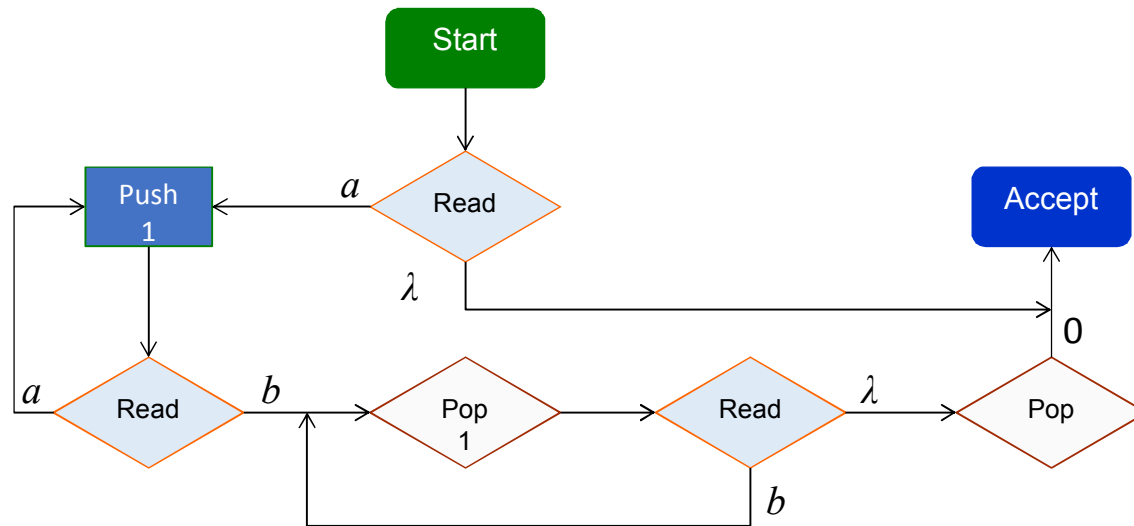
**مثال:**  $S \rightarrow ( S ) \mid SS \mid \lambda$

- نماد آغاز پشته 0 در نظر گرفته شده است.

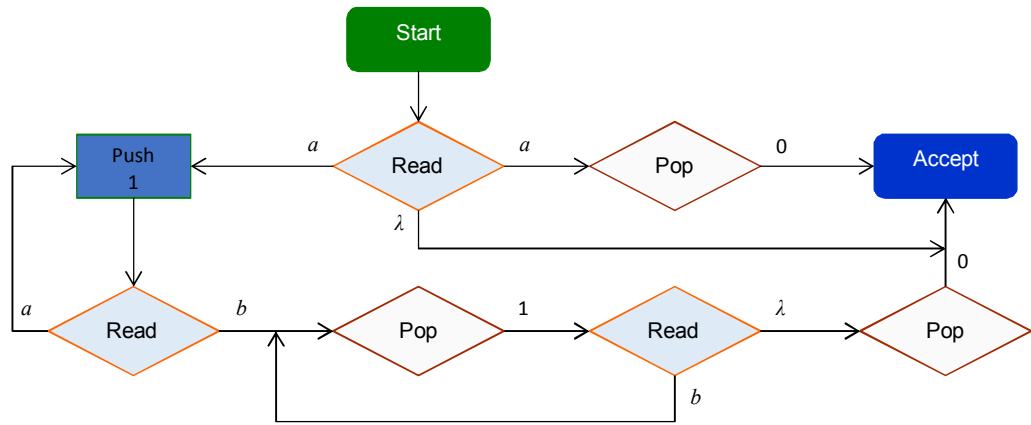


**مثال:**  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

• نماد آغاز پشته 0 در نظر گرفته شده است.

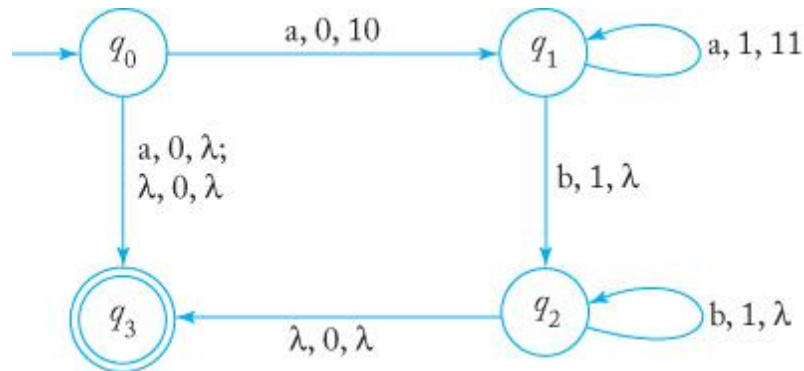


مثال:  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a\}$



$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$   
 $\Sigma = \{a, b\}$   
 $\Gamma = \{0, 1\}$   
 stack start symbol = 0  
 $F = \{q_3\}$

- $\delta(q_0, a, 0) = \{ (q_1, 10), (q_3, \lambda) \}$
- $\delta(q_0, \lambda, 0) = \{ (q_3, \lambda) \}$
- $\delta(q_1, a, 1) = \{ (q_1, 11) \}$
- $\delta(q_1, b, 1) = \{ (q_2, \lambda) \}$
- $\delta(q_2, b, 1) = \{ (q_2, \lambda) \}$
- $\delta(q_2, \lambda, 0) = \{ (q_3, \lambda) \}$



# پیکربندی لحظه‌ای

- پیکربندی لحظه‌ای یک NPDA عبارت است از  $(q, w, u)$  که
  - $q$  حالت جاری واحد کنترل
  - $w$  بخش خوانده نشده‌ی رشته‌ی ورودی
  - $u$  بیانگر محتویات پشته
  - که سمت چپ‌ترین نماد؛ بیانگر نماد بالای پشته است.

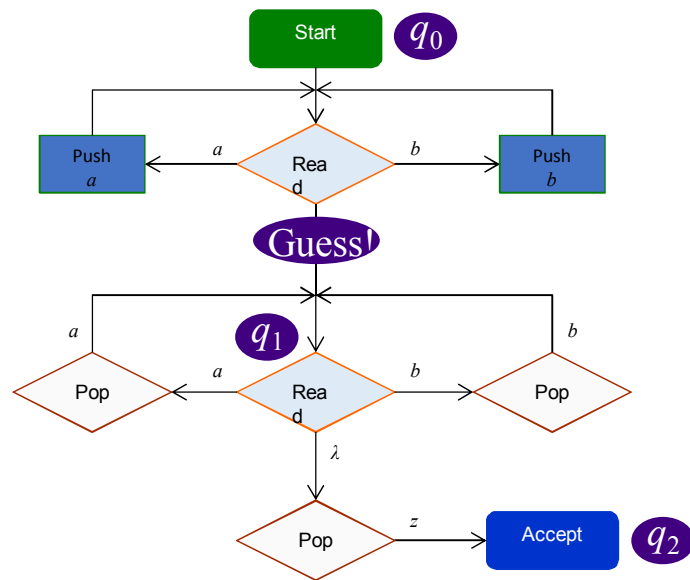
- انتقال از یک پیکربندی لحظه‌ای  $(q_1, aw, bx)$  به پیکربندی لحظه‌ای  $(q_2, w, yx)$  را به  $(q_1, qw, bx) \mapsto (q_2, w, yx)$  نمایش می‌دهیم و تنها در صورتی ممکن است که  $(q_2, y) \in \delta(q_1, a, b)$  باشد.

## زبان مورد پذیرش در NPDA

زبان پذیرش شده توسط NPDA ای مانند  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$  عبارت است از

$$L(M) = \left\{ w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, z) \xrightarrow{*} (p, \lambda, u), p \in F, u \in \Gamma^* \right\}$$

$$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$



$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$   
 $\Sigma = \{a, b\}$   
 $\Gamma = \{a, b, z\}$   
 stack start symbol =  $z$   
 $F = \{q_2\}$

• push کردن رشته‌ی  $w$  در پشته

$$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, aa) \}$$

$$\delta(q_0, b, a) = \{ (q_0, ba) \}$$

$$\delta(q_0, a, b) = \{ (q_0, ab) \}$$

$$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, bb) \}$$

$$\delta(q_0, a, z) = \{ (q_0, az) \}$$

$$\delta(q_0, b, z) = \{ (q_0, bz) \}$$

• وسط رشته را حدس می‌زنیم

$$\delta(q_0, \lambda, a) = \{ (q_1, a) \}$$

$$\delta(q_0, \lambda, b) = \{ (q_1, b) \}$$

• تطبیق رشته‌ی  $w^R$  با پشته

$$\delta(q_1, a, a) = \{ (q_1, \lambda) \}$$

$$\delta(q_1, b, b) = \{ (q_1, \lambda) \}$$

• تطبیق موفق

$$\delta(q_1, \lambda, z) = \{ (q_2, z) \}$$

# رابطه‌ی بین NPDA و زبان‌های مستقل از متن

قضیه ۱-۷: برای همه‌ی زبان‌های مستقل از متن مانند  $L$ ، یک NPDA مانند  $M$  وجود دارد به طوری که  $L=L(M)$ .



# رابطه‌ی بین NPDA و زبان‌های مستقل از متن

قضیه ۲-۷: اگر  $M$  یک NPDA باشد؛ آنگاه  $L(M)$  یک زبان مستقل از متن است.