

$$Q = \frac{M v_0^2}{2} - \frac{(M+m) v^2}{2} \Rightarrow Q = \frac{M m v_0^2}{2(M+m)} \quad (300)$$

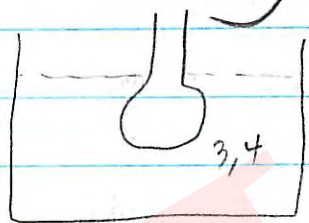
$$v = \frac{M v_0}{M+m}$$

(303) دما را تا ق آنرا می یابید زیرا هم زمان بستری در حال بازماند

موتور بخال بستری می کند و گرمای بستری تولید می کند

(304) می توانیم از گرمای بخال و وسایل برقی و همچنین خورشید بهره ببریم

و می توانیم این کار را با هزینه کمتر انجام دهیم زیرا خوب است.



$$650 \text{ cm}^3 = 0,65 \text{ kg}$$

(307)

$$Q = mc \Delta T \Rightarrow Q = 0,65 \times 4200 \times 3,4 \Rightarrow$$

$$Q = 9282 \quad P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow 54 = \frac{Q}{180} \Rightarrow Q = 9720$$

$$Q_{\text{گرمای}} - Q_{\text{برقی}} = Q_{\text{آبی}} \Rightarrow 9720 - 9282 = 438 \text{ ج}$$

$$T_2 = \frac{\lambda_2 T_0 + \lambda_1 T_1}{\lambda_2 + \lambda_1} \quad Q = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(\frac{T_0 - T_1}{2d} \right) A \quad (310)$$

$$K = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

312 دیوار I فریب رسانندگی بزرگتر خواهد داشت.

$$P = \frac{2A\lambda_1}{\frac{d}{2}} (T_1 - T_2) \Rightarrow P = \frac{4A\lambda_1}{d} (T_1 - T_2) \quad (311)$$

$$P = \frac{2A\lambda_2}{\frac{d}{2}} (T_2 - T_0) \Rightarrow P = \frac{4A\lambda_2}{d} (T_2 - T_0)$$

$$Q = \frac{4A\lambda_1}{d} (T_1 - T_2) \quad Q = \frac{4A\lambda_2}{d} (T_2 - T_0)$$

$$Q = \frac{4A\lambda_1}{d} \left(T_1 - \frac{\lambda_2 T_0 + \lambda_1 T_1}{\lambda_2 + \lambda_1} \right)$$

$$\frac{Q_{\text{دریافتی}}}{Q_{\text{کلی}}} = \frac{438}{9720} \approx 4.5\%$$

$$\begin{cases} P = \frac{A\lambda_1}{d_1} (T_1 - T_2) \\ -P = -\frac{A\lambda_2}{d_2} (T_2 - T_0) \end{cases} \Rightarrow 0 = A \left(\frac{\lambda_1}{d_1} (T_1 - T_2) - \frac{\lambda_2}{d_2} (T_2 - T_0) \right) \quad (309)$$

$$\frac{\lambda_1 T_1}{d_1} - \frac{\lambda_1 T_2}{d_1} - \frac{\lambda_2 T_2}{d_2} + \frac{\lambda_2 T_0}{d_2} = 0$$

$$\frac{\lambda_1 T_1 d_2 + \lambda_2 T_0 d_1}{d_1 d_2} = T_2 \left(\frac{\lambda_2 d_1 + \lambda_1 d_2}{d_1 d_2} \right)$$

$$T_2 = \frac{\lambda_1 T_1 d_2 + \lambda_2 T_0 d_1}{\lambda_2 d_1 + \lambda_1 d_2}$$

$$Q = \frac{AK}{d} (T - T_1) t \Rightarrow Q = \frac{12 \times 3}{100} \times 24 \times 3600 \times 30 \Rightarrow (308)$$

$$Q = 9,331 \text{ k cal}$$

$$\frac{dT}{dx} = -KT + \frac{K}{2}(T_{oH} + T_{oC}) \quad \frac{dT}{dx} + KT = \frac{K}{2}(T_{oH} + T_{oC}) \Rightarrow$$

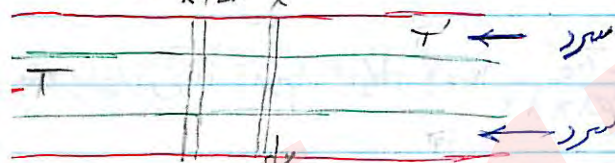
$$K\bar{T} = \frac{dT}{dx} + KT \Rightarrow (e^{Kx}K)T + e^{Kx} \frac{dT}{dx} = e^{Kx}K\bar{T} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{d e^{Kx}}{dx}\right)T + e^{Kx} \frac{dT}{dx} = \frac{d(\bar{T} e^{Kx})}{dx} \Rightarrow d(e^{Kx}(T - \bar{T})) = 0 \Rightarrow$$

$$e^{Kx}(T - \bar{T}) = C, e^0(T_{oH} - \frac{T_{oH} + T_{oC}}{2}) \Rightarrow e^{Kx}(T - \bar{T}) = \frac{T_{oH} - T_{oC}}{2}$$

$$\Rightarrow T(x) = \frac{T_{oH} + T_{oC}}{2} + \frac{T_{oH} - T_{oC}}{2} e^{-Kx} \Rightarrow T'(x) = \frac{T_{oH} + T_{oC}}{2} + \frac{T_{oC} - T_{oH}}{2} e^{-Kx}$$

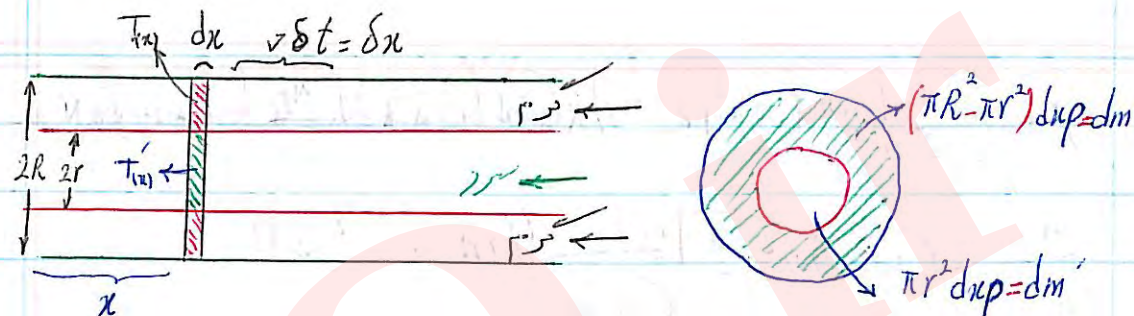
مثال: یک لوله فولادی با طول ۱ متر و قطر ۲ سانتی متر در دو سر آن آب با دماهای ۶۰ و ۲۰ درجه سانتیگراد جریان دارد. ضریب انتقال حرارت ۱۰۰۰ وات بر متر مربع درجه سانتیگراد است. دمای سطح داخلی لوله را در فاصله ۰.۵ متر از سر سردتر محاسبه کنید.



$$\Delta Q = (2\pi r dx) h' (T - T') \delta t = 2\pi r dx h' (T - T') \frac{\Delta x}{v} = (\pi r^2 dx) \rho c (T_{(x+\Delta x)} - T_{(x)})$$

$$\Delta Q = dm c (T_{(x+\Delta x)} - T_{(x)}) = 2\pi r dx h' (T - T') \frac{\Delta x}{v} = (\pi r^2 dx) \rho c (T_{(x+\Delta x)} - T_{(x)})$$

$$\Delta Q = dm' c (T'_{(x)} - T'_{(x+\Delta x)}) = \frac{2h(T - T')}{\rho c v r} = \frac{\Delta T}{\Delta x} \frac{\Delta T'}{\Delta x}$$



$$\delta t \rightarrow v \delta t = \delta x$$

$$\delta Q = h' (2\pi r dx) (T_{(x)} - T'_{(x)}) \delta t$$

$$-\delta Q = dm c (T_{(x+\delta x)} - T_{(x)}) \quad \delta Q = dm' c (T'_{(x+\delta x)} - T'_{(x)})$$

$$\begin{cases} h' 2\pi r dx (T'_{(x)} - T_{(x)}) \delta t = \pi r^2 dx \rho c (\delta T') \\ -h' 2\pi r dx (T - T') \delta t = \pi r^2 dx \rho c (\delta T) \end{cases} \Rightarrow \frac{2h'(T' - T)}{v} = \rho c \frac{\delta T'}{\delta x}$$

$$-\frac{2h'(T - T')}{v} = \rho c \frac{\delta T}{\delta x} \Rightarrow \frac{\delta T'}{\delta x} = \frac{2h'}{\rho c v} (T' - T)$$

$$\frac{\delta T}{\delta x} = -\frac{2h'}{\rho c v} (T - T') \Rightarrow \frac{\delta T'}{\delta x} = \frac{K}{2} (T - T'), \quad \frac{\delta T}{\delta x} = -\frac{K}{2} (T - T')$$

$$\frac{dT}{dx} + \frac{dT'}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d(T + T')}{dx} = 0 \Rightarrow T + T' = T_{oH} + T_{oC} \Rightarrow T' = \frac{T_{oH} + T_{oC}}{2} - T$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{K}{2} (T - (T_{oH} + T_{oC} - T)) \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{K}{2} (2T - (T_{oH} + T_{oC}))$$

$$\Rightarrow W_1 = \frac{T_{0H} - T_{0C}}{2} \left(Kl - \frac{K^2 l^2}{2} + \frac{K^3 l^3}{6} + \dots \right)$$

$$W_2 = T_{0H} - (T_{0C} + C) = T_{0H} - T_{0C} - C = (T_{0H} - T_{0C}) \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{Kl}{2}} \right) =$$

$$(T_{0H} - T_{0C}) \left(\frac{1 + \frac{Kl}{2} - 1}{1 + \frac{Kl}{2}} \right) = \frac{(T_{0H} - T_{0C}) (Kl)}{1 + \frac{Kl}{2}} =$$

$$\frac{(T_{0H} - T_{0C})}{2} \left(Kl - \frac{K^2 l^2}{2} + \frac{K^3 l^3}{4} + \dots \right) = W_2$$

سوال: یک کره داریم که در هر دو اقلان است. آیا توانیم داخل کره با شعاع R گرمای Q را بیاوریم؟

الف) دما را سطح کره را بیاوریم.

$$P = 4\pi R^2 h (T - T_0) \Rightarrow T = \frac{P}{4h\pi R^2} + T_0$$

ب) یک کره دیگر با شعاع R داریم که در هر دو اقلان است. دما را سطح کره را بیاوریم.

دو کره را بیاوریم. شعاع کره دوم R است.

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{k}{2} (T - T')$$

$$\frac{dT'}{dx} = -\frac{k}{2} (T - T')$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dT'}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} - \frac{dT'}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d(T - T')}{dx} = 0 \Rightarrow T - T' = C$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{k}{2} (T - (T - C)) \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{kC}{2}$$

$$T = -\frac{kC}{2} x + C' \quad T' = -\frac{kC}{2} x + C' - C \quad T_0 = T_{0H} = C' = T_{0H}$$

$$T'(l) = T_{0C} = -\left(\frac{kC}{2} - 1\right)C + T_{0H} = T_0 \Rightarrow C \left(1 + \frac{kC}{2}\right) = T_{0H} - T_{0C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{T_{0H} - T_{0C}}{1 + \frac{kC}{2}} \quad C = \text{اختلاف دما در دو کره} \quad \frac{T_{0H} - T_{0C}}{1 + \frac{kC}{2}}$$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{T_{0H} - T_{0C}}{1 + \frac{kC}{2}} \Rightarrow \Delta T = \frac{T_{0H} - T_{0C}}{\frac{kC}{2}} \quad W_1 = ? \quad W_2 = ? \quad \text{مقدار سرد کردن آب گرم}$$

$$W_1 = T_{0H} - \left(\frac{T_{0H} + T_{0C}}{2} + \frac{T_{0H} - T_{0C}}{2} \left(1 + (-kC) + \frac{K^2 l^2}{2} - \frac{K^3 l^3}{6} + \dots \right) \right)$$

$$W_1 = T_{0H} - \frac{T_{0H}}{2} \left(2 - kC + \frac{K^2 l^2}{2} - \frac{K^3 l^3}{6} + \dots \right) + \frac{T_{0C}}{2} \left(-1 + 1 - kC + \frac{K^2 l^2}{2} + \dots \right)$$

$$P = (4\pi R'^2)h(T_2' - T_0) \Rightarrow T_2' = T_0 + \frac{P}{4\pi R'^2 h}$$

$$P_{in} = P = -K(4\pi r^2) \frac{\Delta T}{\Delta r} \Rightarrow$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{P}{4K\pi r^2} \Rightarrow \int_{T_2}^{T_2'} dT = \int_R^{R'} -\frac{dr}{r^2} \times \frac{P}{4K\pi} \Rightarrow T \Big|_{T_2}^{T_2'} = \frac{P}{4K\pi} \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_R^{R'} \Rightarrow$$

$$T_2' - T_2 = \frac{P}{4K\pi} \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} \right) \Rightarrow T_2' = T_0 + \frac{P}{4\pi R'^2 h} + \frac{P}{4K\pi} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right)$$

$$T_0 + \frac{P}{4\pi R'^2 h} = T_0 + \frac{P}{4\pi R'^2 h} + \frac{P}{4K\pi} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) \quad (ج) \quad K_c (K_c) \quad \text{باید باشد}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R'^2 h} = \frac{1}{R'^2 h} + \frac{R' - R}{K R R'} \Rightarrow \frac{R'^2 - R^2}{h R'^2 R'} = \frac{R' - R}{K R R'} \Rightarrow K_c = \frac{h R R'}{R' + R}$$

(د) غدار را که در سطح R' و $(T_2 - R')$ داریم.

$$K < \frac{2h}{R} \quad (2)$$

$$K > \frac{2h}{R} \quad (1)$$

مثال: یک کره داریم با شعاع R از ماده رسانای همگن ساخته شده است. کره N هسته در مرکز آن قرار دارد و دما در آن T_0 است.

(الف) نیمه عمر این ماده را بدست آورید.

حاصل این ماده m است و عدد جرمی آن M می باشد. (ب) چرا این کره رسانا نیست.

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \quad (ب) \quad M' = M \cdot 1 \text{ Amu} \Rightarrow n = \frac{4 \pi R^3 \rho}{3 M'} \quad (ج)$$

$$\text{توان} = \text{انرژی در واحد زمان} = \frac{4 \pi N_A \pi R^3 \rho}{3 M' N} E_0$$

(ج) فرض کنید N بسیار بزرگ است. تعداد اویا بیسی ها را بدست آورید.

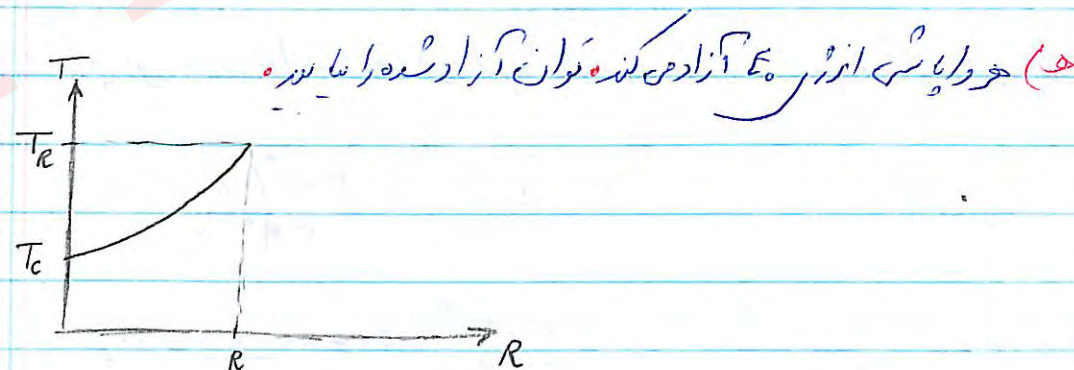
$$Q = \frac{\epsilon N_A \pi r^2 \rho}{\epsilon M' N} E_0 \quad (6) \quad \frac{\epsilon N_A \pi r^2 \rho E_0}{\epsilon M' N} = \frac{\epsilon k \pi r^2 (T_{(r+\Delta r)} - T_{(r)})}{\Delta r} \quad (7)$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{N_A \rho E_0 r}{\epsilon M' N k} \Rightarrow \Delta T = \frac{N_A \rho E_0 r^2}{\epsilon M' N k}$$

$$\frac{\epsilon N_A \pi R^2 \rho}{\epsilon M' N} E_0 = \frac{\epsilon k \pi R^2 h (T_R - T_0)}{\epsilon M' N h} \quad (8)$$

$$\epsilon \pi R^2 h (T_R - T_0) = \frac{\epsilon N_A \pi R^2 \rho}{\epsilon M' N} E_0 \Rightarrow T_R = \frac{N_A \rho E_0}{\epsilon M' N h} E_0 + T_0 \quad (9)$$

$$T_R - T_0 = \frac{N_A \rho E_0 R^2}{\epsilon M' N k} \Rightarrow T_0 = \frac{N_A \rho E_0}{\epsilon M' N h} E_0 + T_0 - \frac{N_A \rho E_0 R^2}{\epsilon M' N k}$$

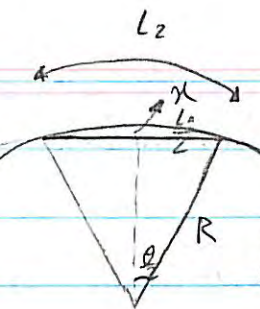


(11) می توان آزاد شده را بر سطح حجم است که می تواند عبور کند از کره لایه شعاع R

رایا ...

(12) $\frac{\Delta T}{\Delta r}$ رایا ...

(13) دما هوا T_0 و ...



$$L_2 - L_0 = \lambda \Delta T L_0 \rightarrow L_2 = L_0 (\lambda \Delta T + 1)$$

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{L_0}{2R} \rightarrow \theta = 2 \operatorname{Arcsin} \frac{L_0}{2R} \quad R\theta = L_2 \rightarrow$$

$$2R \sin^{-1}\left(\frac{L_0}{2R}\right) = L_0 (\lambda \Delta T + 1) \quad \textcircled{I}$$

$$\operatorname{Arcsin} x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 \rightarrow$$

$$\frac{x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} = 2a_2 + 6a_3 x \rightarrow \frac{(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + 3x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-x^2)^3} = 6a_3 \rightarrow$$

$$a_0 = 0 \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 0 \quad a_3 = \frac{1}{6} \rightarrow$$

$$\operatorname{Arcsin} x = x + \frac{x^3}{6} \rightarrow \sin^{-1}\left(\frac{L_0}{2R}\right) = \frac{L_0}{2R} \left(1 + \frac{L_0^2}{24R^2}\right) \quad \textcircled{II}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{II} \rightarrow 1 + \frac{L_0^2}{24R^2} = 1 + \lambda \Delta T \rightarrow R^2 = \frac{L_0^2}{24\lambda \Delta T} \rightarrow R = \frac{L_0}{2\sqrt{6\lambda \Delta T}}$$

$$R = x + R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \rightarrow x = R \left(1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = x \rightarrow x = \frac{R\theta^2}{8} \rightarrow x = \frac{L_2^2}{8R}$$

$$-\frac{k_B T}{m} = -\frac{2U_0}{d_1 m} r_1 \rightarrow r_1 = \frac{k_B T d_1}{2U_0} \quad \textcircled{C} \quad \bar{r} = r_0 + \frac{t_1 \left(\frac{-2}{3} r_1\right) + t_2 \left(\frac{2}{3} r_2\right)}{t_1 + t_2}$$

$$-\frac{k_B T}{m} = -\frac{2U_0}{d_2 m} r_2 \rightarrow r_2 = \frac{k_B T d_2}{2U_0} \rightarrow \bar{r} = r_0 + \frac{\frac{\sqrt{k_B T m} k_B T}{3U_0^2} (d_2^2 - d_1^2)}{\frac{\sqrt{k_B T m}}{U_0} (d_1 + d_2)}$$

$$\frac{k_B T d_1}{2U_0} = \frac{U_0 t_1^2}{2d_1 m} \rightarrow t_1 = \frac{d_1}{U_0} \sqrt{k_B T m}$$

$$\frac{k_B T d_2}{2U_0} = \frac{U_0 t_2^2}{2d_2 m} \rightarrow t_2 = \frac{d_2}{U_0} \sqrt{k_B T m}$$

$$\rightarrow \bar{r} = r_0 + \frac{k_B T (d_2 - d_1)}{3U_0}$$

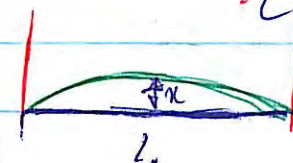
$$\lambda = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial T} \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{1}{r_0 + \frac{k_B T (d_2 - d_1)}{3U_0}} \cdot \frac{k_B (d_2 - d_1)}{3U_0}$$

مثال: محاسبه طول موج در یک شبکه گریس. ما داریم: دما را به اندازه ΔT بالا می‌بریم و طول شبکه را بین دو دروازه

چنین قرار می‌دهیم که تغییر طول انجام ندهد. در شبکه مطابق شکل آنچه می‌توانیم فرض کنیم:

محاسبه λ از فرکانس دایره است. به سبب شیب دایره و گشتاور λ !



$$x = \frac{L^2 (\lambda \Delta T + 1)^2}{8R} \rightarrow x = \frac{L_0^2}{4\sqrt{6\lambda \Delta T}}$$

$$\sin(\arcsin x) = x \rightarrow \cos(\arcsin x) \frac{d(\arcsin x)}{dx} = 1 \rightarrow$$

$$\cos \alpha \cdot \frac{d(\arcsin x)}{dx} = 1 \rightarrow \frac{d(\arcsin x)}{dx} = \frac{1}{\cos \alpha}$$


$$\frac{d(\arcsin x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(2k-1)!! \cdot (2k)!! \leq (2k)! \quad (2k)!! \leq 2^k k!$$

$$\frac{d \arcsin x}{dx} = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)(-x^2) + \frac{1}{2!} \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{3}{2}\right) (-x^2)^2 +$$

$$\frac{1}{3!} \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{3}{2}\right) \left(-\frac{5}{2}\right) (-x^2)^3 = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{3x^4}{8} + \frac{15x^6}{48} \quad \textcircled{I}$$

$$\Rightarrow \arcsin x = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \frac{5x^7}{112}$$

$$\textcircled{II} \rightarrow \frac{(2k-1)!! x^{2k}}{k! 2^k} = \frac{(2k-1)!! x^{2k} (2k)!!}{k! 2^k (2^k k!)} = \frac{(2k)! x^{2k}}{2^{2k} (k!)^2}$$

$$\arcsin x = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k)! x^{2k}}{2^{2k} (k!)^2} dx \rightarrow \arcsin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k)! x^{2k+1}}{(2k+1) 2^{2k} (k!)^2}$$

$$\sin^{-1}(\sin x) = x \rightarrow x = \sin^{-1}(\sin x) = a_0 + a_1 \sin x + a_2 \sin^2 x + a_3 \sin^3 x \rightarrow$$

$$x = a_1 \left(x - \frac{x^3}{6}\right) + a_3 \left(x - \frac{x^3}{6}\right)^3 = a_1 x - a_1 \frac{x^3}{6} + a_3 x^3 = x \rightarrow a_1 = 1, a_3 = \frac{1}{6} \rightarrow$$

$$\sin^{-1}(k) = k + \frac{1}{6} k^3 + \dots \quad \sin^{-1}\left(\frac{L_0}{2R}\right) = \alpha = \frac{L_0 (1 + \lambda \Delta T)}{2R} \rightarrow$$

$$\frac{L_0}{2R} + \frac{1}{6} \left(\frac{L_0^3}{8R^3}\right) = \frac{L_0}{2R} (1 + \lambda \Delta T) \rightarrow \frac{L_0^3}{48R^3} = \frac{L_0 \lambda \Delta T}{2R} \rightarrow R = \sqrt{\frac{L_0^2}{24 \lambda \Delta T}} \rightarrow$$

$$R = \frac{L_0}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6 \lambda \Delta T}} \quad \sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} = \frac{L_0}{2R} = \frac{L_0}{2R} (1 + \lambda \Delta T) - \frac{1}{6} \left[\frac{L_0}{2R} (1 + \lambda \Delta T)\right]^3$$

$$\frac{L_0}{8R} \lambda \Delta T = \frac{L_0^3}{48R^3} (1 + \lambda \Delta T)^3 \rightarrow R = \frac{L_0}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6 \lambda \Delta T}}$$

$$x \leq R (1 - \cos \alpha) \rightarrow x \leq \frac{R \alpha^2}{2} \rightarrow x \leq \frac{R}{2} \cdot \frac{L_0^2 (1 + \lambda \Delta T)^2}{4R^2} \rightarrow x \leq \frac{L_0^2}{8R} \rightarrow$$

$$x \leq \frac{L_0^2 \sqrt{6 \lambda \Delta T}}{8 L_0} \rightarrow x \leq \frac{L_0}{4} \sqrt{6 \lambda \Delta T}$$

$$\Delta L = L_0 \lambda \Delta T$$

با سه تعادل

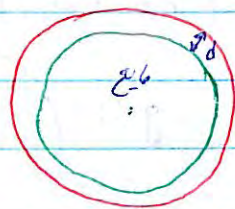
$$\frac{P}{y_1} - 1 - \lambda_1 \Delta T = -\frac{L_1'}{L_1} \rightarrow \frac{-PL_1}{y_1} + L_1 + L_1 \lambda_1 \Delta T = \frac{PL_2}{y_2} + L_1 - L_2 \lambda_2 \Delta T \rightarrow$$

$$\frac{P}{y_2} + \frac{L_1}{L_2} - \lambda_2 \Delta T = \frac{L_1'}{L_2}$$

$$L_1 \lambda_1 \Delta T + L_2 \lambda_2 \Delta T = P \left(\frac{L_1}{y_1} + \frac{L_2}{y_2} \right) \rightarrow$$

$$P = \frac{\lambda_1 L_1 + \lambda_2 L_2}{\frac{L_1}{y_1} + \frac{L_2}{y_2}} \Delta T \rightarrow P = \frac{y_1 y_2 (L_1 \lambda_1 + L_2 \lambda_2)}{y_1 L_2 + y_2 L_1} \Delta T$$

فصل: یک پوسته سرد جرم داریم که درون آن یک ماده مذکوره داریم. $R \gg d$



P, R' به دست آورید. دما را به اندازه ΔT از مرکز به محیط تغییر است. $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, d, \Delta T, R_0$ پارامترهای معلوم.

$$r = r^{(0)} + kr^{(1)} + k^2 r^{(2)} + k^3 r^{(3)} + \dots \rightarrow$$

$$a = a^{(0)} + ka^{(1)} + k^2 a^{(2)} \quad a = g - kv \rightarrow$$

$$a = g - k(v^{(0)} + kv^{(1)} + k^2 v^{(2)} + \dots) \quad a^{(0)} = g \rightarrow v^{(0)} = gt$$

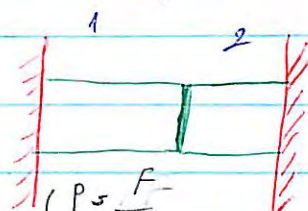
$$\rightarrow \text{Arc Sin } x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$$

فصل: سول بایک اگر جسم را به شکل آن صورت قبل از به طول L_0 در سطح

شعاع A است در امتداد طول آن به تقسیم (تقسیم) طول آن متساوی با $\frac{1}{A}$ و نیز در

$$\Delta L = \frac{FL_0}{Ay} \quad \Delta L = \frac{FL_0}{Ay}$$

فصل: در شکل مقابل دما را به اندازه ΔT بالا می بریم. P, R_0, L_1, L_2 را بدانید.



بر حسب $(A, \lambda_1, \lambda_2, y_1, y_2, L_1, L_2, L_1')$

$$\begin{cases} P = y_1 \left(1 + \lambda_1 \Delta T - \frac{L_1'}{L_1} \right) \\ F = \frac{A}{y_1} \frac{L_1 (1 + \lambda_1 \Delta T) - L_1'}{L_1} \\ F = y_2 \frac{L_2 (1 + \lambda_2 \Delta T) - L_2'}{L_2} \\ L_1' + L_2' = L_1 + L_2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 a \cdot g - kv^{(0)} &\rightarrow g - kv^{(0)} \rightarrow v^{(1)} g + k \left(\frac{-g + v^2}{2} \right) \rightarrow \\
 v &= g + \frac{-kv^{(0)} + k^2 g}{2} + \frac{k^2 g + 3}{3!} \dots \\
 a \cdot g - kv^2 &= g - k \left[v_0 + kv_1 + k^2 v_2 + k^3 v_3 + k^4 v_4 + \dots \right]^2 \\
 &= g - k \left[(v_0^2) + (2kv_0 v_1) + (k^2 v_1^2 + 2k^2 v_0 v_2) + \right. \\
 &\quad \left. (2k^3 v_1 v_2 + 2v_0 v_3 k^3) + (2k^4 v_1 v_3 + k^4 v_2^2 + 2k^4 v_0 v_4) \right] \\
 v_0 &= g + t, \quad v_1 = \frac{-g^2 + 3}{3}, \quad v_2 = \frac{2g^3 + 5}{15}, \quad v_3 = \frac{-g^4 + 7}{7} \left(\frac{1}{9} + \frac{4}{15} \right)
 \end{aligned}$$

مثال: سیستم گرمایشی برای یک اتاق چسبن عمل می‌کنند. اگر دمای پایین‌ترین تراز T_1 برود

روشن می‌شود و اگر دمای بالاتر T_2 برود خاموش می‌گردد. دما هوا را به دین می‌برد

است. توان گرمایش این سیستم در حالت روشن P و توان آلفا گرمایشی را به دین

حداکثر آلفا $\alpha \Delta T$ است که ΔT اختلاف دما در داخل و خارج اتاق است.

الف) چه رابطه‌ای بین پارامترها برقرار است تا وجود داشته باشد تا این سیستم

حالت خاموش نیز داشته باشد؟ **ب)** با فرض افتاق شرط دین نسبت

به دین زمان خاموش بودن سیستم به مدت زمان روشن بودن رابطه پیدا کند.

ب) به تقریب α در حقیقت به دست آورده

الف) $C \frac{dT}{dt} = P - \alpha(T - T_0) \quad \left(\frac{dT}{dt} \right)_{T=T_2} = 0 \rightarrow$

در حالت خاموش: $C \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_0) \quad \left(\frac{dT}{dt} \right)_{T=T_1} = 0 \rightarrow$

$P = \alpha(T_2 - T_0) \quad \rightarrow \quad P = \alpha(T_2 - T_0) \quad \rightarrow \quad P = \alpha(T_2 - T_0)$

ب) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \rightarrow \quad T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \rightarrow \quad T = \frac{T_1 + T_2}{2}$

$$t_{\text{خارج}} \sim \frac{1}{\frac{1}{t_{\text{خارج}}} \sim \frac{2}{\frac{1}{t_{\text{خارج}}^{(1)}} + \frac{1}{t_{\text{خارج}}^{(2)}}} \sim \frac{2(T_2 - T_1)}{\frac{\alpha}{C}(T_1 - T_0 + T_2 - T_0)} \sim \frac{C(T_2 - T_1)}{\alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right)}$$

$$C \frac{dT}{dt} \sim P - \alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right) \sim C \frac{T_2 - T_1}{t_{\text{خارج}}} \rightarrow$$

$$t_{\text{خارج}} \sim \frac{C(T_2 - T_1)}{P - \alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right)}$$

$$C \frac{dT}{dt} \sim -\alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right) \sim C \frac{T_1 - T_2}{t_{\text{خارج}}} \rightarrow$$

$$\frac{t_{\text{خارج}}}{t_{\text{خارج}}} \sim \frac{C(T_2 - T_1)}{\alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right)} \rightarrow \frac{t_{\text{خارج}}}{t_{\text{خارج}}} \sim \frac{P}{\alpha \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0 \right)} - 1$$

$$\frac{dT}{dt} \sim \frac{-\alpha(T - T_0)}{C} \rightarrow -\frac{\alpha}{C} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T - T_0} \sim \ln \left(\frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0} \right) \sim$$

$$\ln \left(\frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0} - 1 + 1 \right) \sim \ln \left(1 - \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_0} \right) \sim -\frac{\alpha}{C} t_{\text{خارج}} \rightarrow$$

$$t_{\text{خارج}} \sim \frac{C}{\alpha} \ln \left(\frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} \right) \sim \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_0} \cdot \frac{C}{\alpha}$$

$$t_{\text{خارج}}^{(1)} \sim \frac{C}{\alpha} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 - T_0} \sim \frac{t_{\text{خارج}}^{(2)}}{2} \sim \frac{C}{\alpha} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_0}$$

صبح در زاویه θ از زمین است. تا $\frac{\pi}{2}$ و θ با سرعت زاویه ای ثابت زاویه θ را

میشد. تغییر در دهنده (الف) نمودار توان تابشی جذب شده از نور خورشید را برای

این زاویه از زمین به صورت گراف رسم کنید. P

$$L = \frac{L'}{\cos \theta} \rightarrow L' = L \cos \theta$$

$$E = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \alpha P_e \cos(\omega t) dt = \sigma A T_{er}^4 \cdot 24 \rightarrow E = \alpha P_e \frac{\sin(\omega t)}{\omega}$$

$$\alpha \frac{P_e}{\frac{2\pi}{24}} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = \sigma A T_{er}^4 \cdot 24 \quad \alpha P_e \cdot \frac{1}{\pi} = \sigma A T_{er}^4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sigma_r}{\pi} \sigma A (394)^4 = \sigma A (300)^4 \rightarrow \alpha \frac{P_e}{\pi} + \alpha \frac{\sigma A T_{er}^4}{2} = \frac{\sigma A T_{er}^4}{2}$$

$$\alpha \left(\frac{\sigma A (394)^4}{\pi} + \frac{\sigma A 300^4}{2} \right) = \frac{\sigma A 300^4}{2} \rightarrow \alpha = 0,346$$

(ج) حد اکثر دما در هوا از زمین

$$m_s \approx 2 \times 10^{30} \quad R_s \approx 7 \times 10^8 \quad \rho_s \approx \frac{m_s}{V_s} \approx \frac{8 \times 10^{30}}{\frac{4}{3} \pi \cdot 343 \cdot 10^{24}} \approx$$

$$\frac{10^4}{7} \approx \frac{10}{7} \cdot 10^3 = \left| 1,413 \times 10^3 \approx \rho_s \right| \quad \left| \rho_e \approx 4 \rho_s \right|$$

$$\rho_e \approx \frac{6 \times 10^{24}}{\frac{4}{3} \pi \cdot (6,4 \cdot 10^6)^3} \approx \frac{6 \times 10^{24}}{1,048576 \times 10^{6+15}} \approx \left| 6 \times 10^3 = \rho_e \right|$$

$$\frac{P}{4\pi r^2} \bigg| \frac{P_e}{\pi R_e^2} \rightarrow P_e \approx P \frac{R^2}{4r^2} \rightarrow 4 \times 10^{26} \frac{4,1 \times 10^{13}}{2,25 \cdot 10^{22}}$$

$$\rightarrow P_e \approx \frac{16,4 \cdot 10^{17}}{2,25} \quad P_e \approx \sigma A \bar{T}_e^4 \rightarrow \bar{T}_e \approx \left(\frac{7,3 \times 10^{17}}{5,85 \times 10^{-8} \times 4\pi \times 4,1 \times 10^{13}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\rightarrow \bar{T}_e \approx \left(\frac{7,2 \times 10^{11}}{30} \right)^{\frac{1}{4}} \rightarrow T_e \approx 394 (K)$$

$$r = 10^{11} \cdot 1,5$$

فرض کنید طریقت کربان قنطرة با سطح زمین $\approx 10^{11}$ باشد نور خورشید هر روز

$$kR \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - 2h(T - T_A) \approx \rho C R \frac{\partial T}{\partial t}$$

نشان بدهید در خورشید در هر ثانیه 4,5 میلیون تن ماده به انرژی تبدیل می شود.

$$P \approx A \sigma T^4 \quad \text{الف) این توانش چقدر است؟}$$

$$E \approx mc^2 \rightarrow \frac{dE}{dt} \approx P \approx \frac{dm}{dt} c^2 \approx 4,5 \times 10^9 \times 3 \times 10^{16} = 4,05 \times 10^{26}$$

ب) اگر شعاع خورشید $R \approx 7 \times 10^8$ و بار سطح آن 58×10^3 باشد

$$4,05 \times 10^{26} \approx 4\pi \cdot 49 \times 10^{16} \sigma \cdot 58^4 \times 10^{12} \rightarrow \sigma \approx 5,8 \times 10^{-8}$$

مثال: اگر در فاصله $r \approx 1,5 \times 10^{11}$ از خورشید واقع است. چقدر بار زمین

باشد؟ ب) با فرض $T_e \approx 3000$ در حد فیلد

ج) اگر فاصله زمین از خورشید در بار متوسط زمین چهار است. $\approx 10^{11}$ باشد در خط فیلد

$$T_x = T_A + \frac{P_0 \cosh(\gamma x)}{2\pi R \sqrt{2hkR} \sinh(\gamma l)}, T_{\text{center}} = T_A + \frac{P_0}{2\pi R \sqrt{2hkR} \sinh(\gamma l)}$$

$$Ah \left[\frac{\theta(y+dy) - \theta(y)}{dy} \right] - Ak \left[\frac{\theta(y+2dy) - \theta(y+dy)}{dy} \right] + \rho A dy c \left(\frac{\theta_t - \theta_{t+dt}}{dt} \right)$$

$$\rightarrow k \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y+dy} - \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_y \right) - \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} = \left(\frac{k}{\rho c} \right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \rightarrow \theta = \alpha y + \beta \quad \theta(y) \rightarrow \alpha y + \beta$$

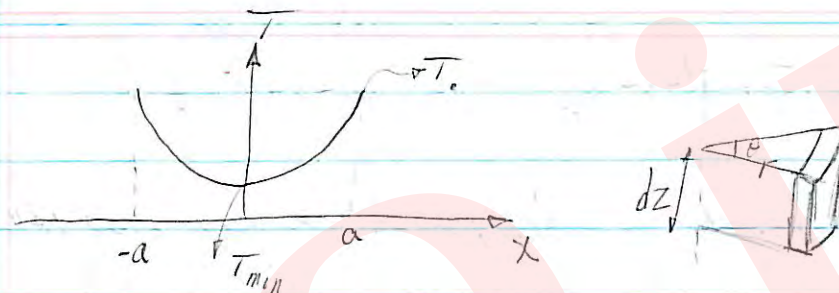
$$Ak \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_y = Ah(\theta_{y_{\text{center}}} - (-\theta_A)) \quad Ak\alpha = Ah(\beta + \theta_A) \rightarrow$$

$$k\alpha = h(-\alpha y + \theta_A) \rightarrow \alpha(hy + k) = h\theta_A \rightarrow \alpha = \frac{h\theta_A}{hy + k}, \beta = \frac{-hy}{hy + k} \theta_A$$

$$\theta_0(y) = \frac{-h\theta_A}{hy + k} (y - y) \quad Ak \frac{\partial \theta}{\partial y} dt + \rho(A dy) L_f \rightarrow$$

$$\frac{k}{\rho L_f} \cdot \frac{h\theta_A}{hy + k} \cdot \frac{dy}{dt} \rightarrow \int_0^y (hy + k) dy = \int_0^t \frac{kh\theta_A}{\rho L_f} dt \rightarrow \frac{hy^2}{2} + ky = \frac{kh\theta_A}{\rho L_f} t$$

$$\rightarrow \frac{y^2}{2k} + \frac{y}{h} = \frac{\theta_A}{\rho L_f} t$$



$$-k(r\theta) dz \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_r + k(r+dr)\theta dz \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r+dr} - k r \theta dr \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_z + k r \theta dr \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z+dz} = 0$$

$$\rightarrow k\theta \left(dz \left((r+dr) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r+dr} - r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_r \right) + r dr \left(-\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_z + \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z+dz} \right) \right) = 0$$

$$f(r) = r \frac{\partial T}{\partial r} \rightarrow \frac{1}{r dr} (f(r+dr) - f(r)) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \rightarrow \frac{1}{r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} dr \rightarrow$$

$$-k\pi R^2 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x + k\pi R^2 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} - 2\pi R dx h(T - T_A) - \pi R^2 dx \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

چون به تعین است پس باید تابع $T(x)$ زوج باشد $A=0$

$$-k\pi R^2 \frac{dT}{dx} \Big|_{x=-L} = (P_0 - 2\pi R h S (T_{(-L)} - T_A)) / 2 \rightarrow -2k\pi R^2 B \gamma \sinh(-\gamma L)$$

$$= P_0 - 2\pi R h S (T_A + B \cosh(-\gamma L) - T_A) \rightarrow$$

$$P_0 = 2\pi R B (kR \gamma \sinh(\gamma L) + h \cosh(\gamma L)) \rightarrow B = \frac{P_0}{2\pi R (\gamma kR \sinh(\gamma L) + h \cosh(\gamma L))}$$

سوال: دما در هوار با یک دیواره آب شیرین θ_A است. آب زرقه

انجام خود یعنی θ قرار دارد. پس از گذشت زمان t دما به یک حالت پایداری می‌رسد.

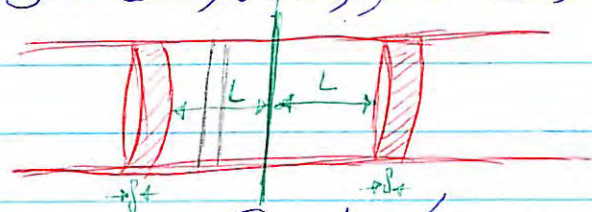
بافتن ایندکس را از اندک در زمان انجام توسط سانس از طریق یک به بالا جریان پیدا

کند و پس توسط حرکت آب در هوار شود و به حساب t می‌آید.

C, ρ, h, k, L
برای مکان هوا چنانچه
درب

الف) معادلات برای T_x بنویسید.

ب) تا تغییر متغیر $U = T_x - T_A$ معادلات این را بر حسب U و مشتقات آن



باز بنویسید.

ج) معادله برای U حل کرده و جواب را بنویسید.

$$k\pi R^2 \frac{T(x) - T(x+dx)}{dx} \rightarrow \boxed{} \rightarrow k\pi R^2 \frac{T(x+dx) - T(x+2dx)}{dx}$$

$$-kR \frac{dT}{dx} \Big|_x = -kR \frac{dT}{dx} \Big|_{x+dx} + 2h dx (T - T_A) \quad \frac{dT}{dx} = T'$$

$$\rightarrow kR \left(\frac{T(x+dx) - T(x)}{dx} \right) = 2h (T - T_A) \rightarrow T'' = \frac{2h}{kR} (T - T_A)$$

$$T - T_A = U \rightarrow U'' = \frac{2h}{kR} U \rightarrow \gamma = \sqrt{\frac{2h}{kR}} \rightarrow U(x) = A \sinh(\gamma x) + B \cosh(\gamma x)$$

$$T_x = U_x + T_A \rightarrow T_x = T_A + A \sinh(\gamma x) + B \cosh(\gamma x)$$

$$U(z=a) \rightarrow A_{ij} e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} z} + B_{ij} e^{-\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} z} \rightarrow B_{ij} - A_{ij} e^{2\pi \sqrt{i^2+j^2} z}$$

$$U \sim \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y) (A_{ij} e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} z} + B_{ij} e^{-\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} z}) \rightarrow$$

$$U \sim \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y) (e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} z} - e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} (2a-z)})$$

$$U(z=a) \sim T_0 - T_1 \sim T' / \int_0^a \int_0^a U(x,y,z_0) \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y) dx dy$$

$$\int_0^a \int_0^a \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y) A_{ij} (1 - e^{2\pi \sqrt{i^2+j^2} z}) \sin(i' \frac{\pi}{a} x) \sin(j' \frac{\pi}{a} y) dx dy$$

$$\rightarrow T' \left(\cos(i' \frac{\pi}{a} x) \Big|_0^a \cos(j' \frac{\pi}{a} y) \Big|_0^a \right) \cdot \frac{1}{i' \frac{\pi}{a}} \cdot \frac{1}{j' \frac{\pi}{a}} \cdot \int_0^a \frac{4a^2 T'}{\pi^2 i' j'} \cdot i' j' \cdot$$

$$T \int_0^a \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(i' \frac{\pi}{a} x) dx \cdot \frac{1}{2} \int_0^a [\cos((i-i') \frac{\pi}{a} x) - \cos((i+i') \frac{\pi}{a} x)] dx$$

$$i \sim i' \rightarrow T \cdot \frac{1}{2} \int_0^a (1 - \cos(\frac{2i \pi x}{a})) dx \cdot \frac{a}{2}$$

$$= A_{ij} (1 - e^{2\pi \sqrt{i^2+j^2} z}) \int_0^a \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(i' \frac{\pi}{a} x) dx \int_0^a \sin(j \frac{\pi}{a} y) \sin(j' \frac{\pi}{a} y) dy$$

$$\sim A_{ij} (1 - e^{2\pi \sqrt{i^2+j^2} z}) \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{4a^2 T'}{\pi^2 i' j'} \rightarrow A_{ij} \cdot \frac{16 T'}{i' j' \pi^2 (1 - e^{2\pi \sqrt{i^2+j^2} z})}$$

$$A_{ij} \sim \frac{e^{-\pi \sqrt{i^2+j^2} z}}{2} \rightarrow \text{در صورت دفرانسیال گیری نسبت به } z$$

$$A_{ij} \sim \frac{8 T' e^{-\pi \sqrt{i^2+j^2} z}}{\pi^2 i j \sinh(\pi \sqrt{i^2+j^2} z)}$$

$$U \sim \frac{8 T'}{\pi^2 i j} \frac{e^{-\pi \sqrt{i^2+j^2} z} \sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y)}{\sinh(\pi \sqrt{i^2+j^2} z)} (e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} z} - e^{\frac{\pi}{a} (2a-z) \sqrt{i^2+j^2}})$$

$$\sim \frac{8 T'}{\pi^2} \frac{\sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y) (e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} (a-z)} - e^{\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} (z-a)})}{i j \sinh(\pi \sqrt{i^2+j^2} z)} \rightarrow$$

$$U \sim \frac{16 T'}{\pi^2} \frac{\sin(i \frac{\pi}{a} x) \sin(j \frac{\pi}{a} y) \sinh(\frac{\pi}{a} \sqrt{i^2+j^2} (a-z))}{i j \sinh(\pi \sqrt{i^2+j^2} z)}$$

نکات: ۱. باید داریم به طول ۲. به فاصله ۲. و باید متوجه شویم که اینها

۰. p و طول S. اگر داریم شعاع R است. دایره عبور فاصله باید ضرب

همیشه هوا محصور اطراف اوست و در هر جا که هوا است.

$$k(dz dx) \frac{\partial T}{\partial y}|_{y+dy} - k(dx dy) \frac{\partial T}{\partial z}|_z + k(dx dy) \frac{\partial T}{\partial z}|_{z+dz}$$

$$\rho C(dx dy dz) \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}|_{x+dx} - \frac{\partial T}{\partial x}|_x + \frac{\partial T}{\partial y}|_{y+dy} - \frac{\partial T}{\partial y}|_y + \frac{\partial T}{\partial z}|_{z+dz} - \frac{\partial T}{\partial z}|_z$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}|_{z+dz} - \frac{\partial T}{\partial z}|_z = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho C}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\rightarrow \nabla^2 T = \frac{\rho C}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$T_{(x=0)} = T_{(y=0)} = T_{(x=a)} = T_{(y=a)} = T_{(z=a)} = T_1$$

$$T_{(z=0)} = T_0$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$X(x) Y(y) Z(z) \rightarrow X'' Y Z + X Y'' Z + X Y Z'' = 0$$

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = 0$$

$$Z'' = -\lambda^2 Z \rightarrow Z_1 = e^{\lambda z} + Z_2 = e^{-\lambda z}$$

$$Y''_{\lambda y} - \lambda_y^2 Y'' \rightarrow Y_{(y)} = Y_{1\lambda y} \sin(\lambda_y y) + Y_{2\lambda y} \cos(\lambda_y y)$$

$$X''_{\lambda x} - \lambda_x^2 X \rightarrow X_x = X_{1\lambda x} \sin(\lambda_x x) + X_{2\lambda x} \cos(\lambda_x x)$$

$$T = T_1 + U \quad U(x,y,z) = U_{(x,y,z)} = T_0 - T_1 \quad U = \text{تفاوت دما}$$

$$U = \sum_{\lambda_x, \lambda_y} (x_{1\lambda_x} \sin(\lambda_x x) + x_{2\lambda_x} \cos(\lambda_x x)) (y_{1\lambda_y} \sin(\lambda_y y) + y_{2\lambda_y} \cos(\lambda_y y))$$

$$(Z_1 e^{\sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_y^2} z} + Z_2 e^{-\sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_y^2} z}) \rightarrow$$

$$U = \sum (x_i \sin(\frac{2\pi i}{a} x) + x_i \cos(\frac{2\pi i}{a} x)) (y_j \sin(\frac{2\pi j}{a} y) + y_j \cos(\frac{2\pi j}{a} y))$$

$$(Z_1 e^{\frac{2\pi}{a} \sqrt{i^2 + j^2} z} + Z_2 e^{-\frac{2\pi}{a} \sqrt{i^2 + j^2} z})$$

$$\text{تسین: } \int_0^{2\pi} \sin(ix) \sin(jx) dx = ?$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(ix) \cos(jx) dx = 0 \quad \forall i \neq j$$

$$\sin(\lambda_x a) = 0 \rightarrow \lambda_x = \frac{n_x \pi}{a} \quad \sin(\lambda_y a) = 0 \rightarrow \lambda_y = \frac{n_y \pi}{a}$$

مثال: میله ای داریم که توان P_0 به انتهای آن می‌دهیم. اگر چه



$$-k(\pi r^2) \frac{dT}{dx} \Big|_x + h(2\pi r dx)(T_x - T_A) + (-k(\pi r^2) \frac{dT}{dx} \Big|_{x+dx}) \rightarrow$$

$$\frac{dT}{dx^2} = \frac{2h}{kr} (T_x - T_A) \rightarrow T'' = \alpha^2 (T - T_A) \quad u = T - T_A \rightarrow$$

$$u'' = \alpha^2 u \rightarrow u = A e^{-\alpha x} + B e^{\alpha x} \quad x \rightarrow \infty \rightarrow u \rightarrow \infty \quad \therefore B = 0$$

$$P_0 = -k\pi r^2 \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} \rightarrow A = \frac{P_0}{k\pi r^2 \sqrt{2h}} \sqrt{kr}$$

$$T(x) = T_A + \frac{P_0}{\pi r \sqrt{2hkr}} e^{-\sqrt{\frac{2h}{kr}} x}$$

$$\text{مثال: میله ای داریم که توان P_0 به انتهای آن می‌دهیم. اگر چه}$$

$$2c(\pi r^2 \delta x)(T_{(t+\delta t)} - T_t) \rightarrow kr \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \delta x (T - T_A) + \rho c r \frac{\partial T}{\partial t} \delta x$$

$$u = T - T_A \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{2h}{kr} u + \frac{\rho c}{k} \frac{\partial u}{\partial t} \rightarrow u'' = \alpha u + \beta \dot{u}, \quad u = X \theta, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial (X \theta)}{\partial x} = \frac{dX}{dx} \theta + X' \dot{\theta}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X'' \theta + \frac{\partial u}{\partial x} = X' \dot{\theta} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X'' \theta + \frac{\partial u}{\partial x} = X' \dot{\theta}$$

$$X'' \theta + \alpha X \theta + \beta X \dot{\theta} = \frac{X''}{X} + \alpha + \beta \frac{\dot{\theta}}{\theta} \quad \frac{\dot{\theta}}{\theta} = \tau \rightarrow \frac{d\theta}{\theta} = \tau dt \rightarrow$$

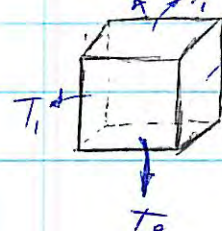
$$-\tau + \ln\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) = 0 \rightarrow \theta = \theta_0 e^{-\tau t} \quad \frac{X''}{X} + \alpha - \beta \tau = 0$$

$$X = A e^{\sqrt{\alpha - \beta \tau} x} + B e^{-\sqrt{\alpha - \beta \tau} x} \quad X_{(x \rightarrow \infty)} = 0 \rightarrow A = 0 \rightarrow X = B e^{-\sqrt{\alpha - \beta \tau} x}$$

$$u = (\theta_0 B) e^{-(\tau + \sqrt{\alpha - \beta \tau} x)} \quad \bullet \quad \tau \leq \frac{\alpha}{\beta}$$

$$U(x, \infty) = \frac{P_0}{k\pi r^2 \sqrt{2h}} e^{-\sqrt{\frac{2h}{kr}} x}$$

مثال: میله ای داریم که توان P_0 به انتهای آن می‌دهیم. اگر چه



$$P_0 = -k(dydz) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x + k(dydz) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} - k(dzdx) \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_y$$

لازمه‌های تشکیل شده است که در این پدیده هم ΔT آن توان گرمایی P تولید می‌کند

در حالت تعادل در سطح درختی که یک پدیده خودار $T = T_0$ داریم که

$$\rho(4\pi r^2) dr - k(4\pi r^2) \frac{dT}{dr} \Big|_r + k(4\pi(r+dr)^2) \frac{dT}{dr} \Big|_{r+dr} = \Delta m c \frac{dT}{dt} \rightarrow$$

$$-k f(r) + k f(r+dr) = -\rho r^2 dr \rightarrow \frac{df(r)}{dr} = \frac{\rho r^2}{k} \rightarrow \int_{f(r_0)}^{f(r)} df(r) = \frac{\rho}{k} \int_0^r r^2 dr \rightarrow$$

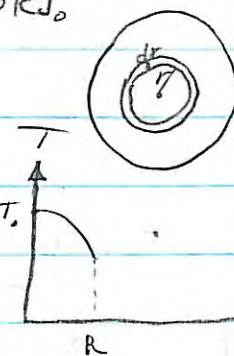
$$f(r) - f(r_0) = -\frac{\rho r^3}{3k} \rightarrow r^2 \frac{dT}{dr} = -\frac{\rho r^3}{3k} \rightarrow \int_{T_0}^{T(r)} dT = -\frac{\rho}{3k} \int_0^r r dr \rightarrow$$

$$T_r = T_0 - \frac{\rho r^2}{6k} \quad f(r) = r^2 \frac{dT}{dr}$$

$$k(4\pi r^2) \frac{dT}{dr} + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = 0 \rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\rho r}{3k}$$

$$4\pi R^2 h (T_{(R)} - T_A) \rightarrow T_R = T_A + \frac{PR}{3h}$$

$$T_R = T_0 - \frac{PR^2}{6k} \rightarrow T_0 = T_A + \frac{PR^2}{6} \left(\frac{1}{k} + \frac{2}{hR} \right)$$

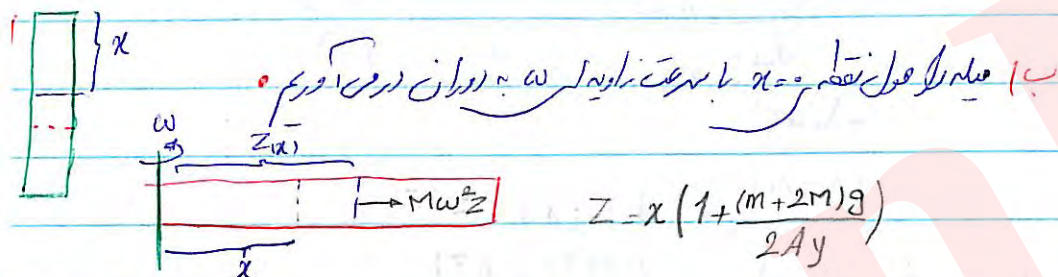


$$(M - m + \frac{m}{2})g = \frac{A y (Z - x)}{x} \rightarrow Z - x = \frac{(2M + m)gx}{2Ay}$$

مثال: میله ای به جرم m ، طول L ، سطح مقطع A و مدول یانگ Y داریم در حالتی که هیچ نیرویی به

میله وارد نمی‌شود نقطه‌ای از میله را در نظر بگیرید که از لب چپ آن فاصله x دارد فاصله این نقطه را

از همان سر میله در حالت تعادل x میانه Y را پیدا کنید (الف) میله را در یک گره نشانی و آنرا بچینه ایم.



$$m = \frac{Mx}{L} \rightarrow Z = x + Mgx \frac{x+2L}{2AyL} \quad (ج) \text{ در حالت (ب) } \omega_{max} \text{ را پیدا کنید}$$

$$2AyL = \omega_{max}^2 Mx (2L+x) \rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\frac{2AyL}{Mx(2L+x)}} \quad (ح)$$

مثال: گره ای به شعاع R و به ساندگی k داریم و ضرب هفت هوا که است. گره از

$$0,9(\theta_T - 80) + 0,1(\theta_T - 20) = 0,9\theta_T - 72 + 0,1 - 2 \Rightarrow \theta_T = 74,1^\circ \text{C}$$

$$y = 5,85 \Rightarrow n = \frac{5,85 - 3}{3} \Rightarrow n = 0,95 \quad \text{تکین}$$

تقریباً از هر 100 اتم 95 اتم در دین اکسید دارند و 5 اتم ندارند.

$$y = 6,42 \Rightarrow n = \frac{3,42}{3} = 1,14 \quad \text{میس}$$

از هر 100 اتم 114 اتم 2 اتم در دین اکسید دارند و بقیه (86) 1 اتم در دین اکسید دارند.

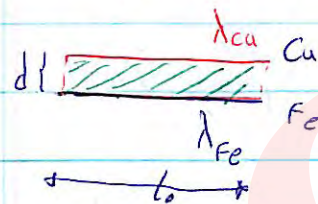
دارند یا نه 1 اتم در دین اکسید دارند اما 14 اتم 2 اتم در دین اکسید دارند.

تکین: دلیل آن این است که میسر است که به عنوان اتم در دین اکسید
تعداد اتم در دین اکسید
1 2 2
93 1 93
6 0 0
100 95

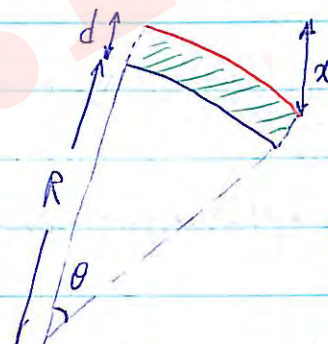
اگر اتم ها برین شوند و:

1	2	2
93	1	93
6	0	0
100	95	

مثال: یک میل آهنی و یک میل مس داریم. بین آنها یک سبک قرار داده ایم. در یک



به اندازه ΔT از یک سر به گرم. α, θ, R را پیدا کنید.



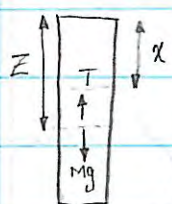
$$L_c = L_0(1 + \lambda_c \Delta T) \quad L_f = L_0(1 + \lambda_f \Delta T)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta R = L_f - L_c \\ \theta(R+d) = L_c \end{array} \right\} \rightarrow \frac{L_c - L_f}{d} = \theta \rightarrow \theta = \frac{L_0 \Delta T (\lambda_c - \lambda_f)}{d}$$

$$R = \frac{d(1 + \lambda_f \Delta T)}{\Delta T (\lambda_c - \lambda_f)}$$

$$\alpha = (R+d)(1 - \cos \theta) \rightarrow \alpha = \left(\frac{d(1 + \lambda_f \Delta T)}{\Delta T (\lambda_c - \lambda_f)} + d \right) \left(1 - \cos \frac{L_0 \Delta T (\lambda_c - \lambda_f)}{d} \right)$$

$$\alpha = \frac{d(1 + \lambda_c \Delta T)}{\Delta T (\lambda_c - \lambda_f)} \left(1 - \cos \frac{L_0 \Delta T (\lambda_c - \lambda_f)}{d} \right)$$



$$(M + \frac{m}{2}) \omega^2 Z = \frac{A y (Z - x)}{x} \rightarrow A y = Z \left(\frac{A y}{x} - \frac{\omega^2 (2M + \frac{m}{2})}{2} \right)$$

$$Z = \frac{2 A y x}{2 A y - \omega^2 x (2M + \frac{m}{2})} \rightarrow Z = \frac{2 A y L x}{2 A y L - \omega^2 x (2L + x)}$$

گرمای مبادله شده برابر تغییر دما ΔT در حجم m گرم و در زمان ΔT در $Q = mc \Delta T$

سوال: دو جسم به جرم m_1 و m_2 در زمان اولیه T_1 و T_2 در

مجاورت هم قرار می دهیم تا به تعادل گرمایی برسند. دما را تعادل می خوانند!

$$Q_1 = m_1 C_1 (T_c - T_1) \quad Q_1 + Q_2 = 0$$

$$Q_2 = m_2 C_2 (T_c - T_2)$$

$$m_1 C_1 (T_c - T_1) + m_2 C_2 (T_c - T_2) = 0$$

$$m_1 C_1 T_c + m_2 C_2 T_c = m_1 C_1 T_1 + m_2 C_2 T_2 \Rightarrow$$

$$T_c = \frac{m_1 C_1 T_1 + m_2 C_2 T_2}{m_1 C_1 + m_2 C_2}$$

فرض می کنیم انرژی گرمایی به جرم m گرم و در زمان ΔT در $Q = mc \Delta T$

$$\boxed{\begin{matrix} m_1 & C_1 \\ T_1 \end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix} m_2 & C_2 \\ T_2 \end{matrix}} \quad Q = mCT$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = m_1 C_1 T_1 + m_2 C_2 T_2$$

$$\boxed{\begin{matrix} m_1 & C_1 \\ T_1 \end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix} m_2 & C_2 \\ T_c \end{matrix}} \quad Q' = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q' = m_1 C_1 T_c + m_2 C_2 T_c$$

$$Q = Q' \Rightarrow m_1 C_1 T_1 + m_2 C_2 T_2 = m_1 C_1 T_c + m_2 C_2 T_c \Rightarrow$$

$$T_c = \frac{m_1 C_1 T_1 + m_2 C_2 T_2}{m_1 C_1 + m_2 C_2}$$

سوال: مقدار 100 گرم آب 40° با یک لیتر آب در دمای 1° در تماس قرار می دهیم.

گرمای ویژه $0.1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ و در دمای 1° است. دما را تعادل

خانی بلا با فرض T_c زیر باشد: دما را اولیه زراف:

220 (ا) 100 (ب) 40 (ج)

340 (د) 160 (ه) 70 (و)

$$T_c = \frac{0,1 \times 1 \times 40 + 1 \times 0,1 \times 40}{0,1 \times 1 + 1 \times 0,1} \Rightarrow T_c = \frac{8}{1} \Rightarrow T_c = 40 \quad \text{الف}$$

$$T_c = \frac{0,1 \times 1 \times 40 + 1 \times 0,1 \times 70}{1 \times 0,1 + 1 \times 0,1} = \frac{11}{1} = T_c = 55 \quad \text{ب}$$

$$T_c = \frac{0,1 \times 1 \times 40 + 1 \times 0,1 \times 100}{1 \times 0,1 + 1 \times 0,1} = \frac{14}{1} = T_c = 70 \quad \text{ج}$$

$$Q = m C \Delta T = 1000 \times 0,1 \times (160 - 100) = 6000$$

$$Q = m \times 1 \times 60 + m \times 540 \Rightarrow Q = 600m \Rightarrow m = \frac{6000}{600} = 10 \quad \text{د}$$

$$T_c = \frac{1000 \times 0,1 \times 100 + 90 \times 1 \times 40}{1000 \times 0,1 + 90 \times 1} = \frac{1360}{19} \Rightarrow T_c = 71,57$$

$$m_{340} = \frac{24000}{600} = 40 \text{ gr} \quad Q = m C \Delta T = 1000 \times 0,1 \times (340 - 100) = 24000$$

12000

$$m_{220} = \frac{12000}{600} = 20 \text{ gr} \quad Q = m C \Delta T = 1000 \times 0,1 \times (220 - 100)$$

$$T_c = \frac{100 \times 100 + 80 \times 40}{100 + 80} = T_c = \frac{1320}{18} = \frac{660}{9}$$

مسال: 1 آب لاریک کتر برقی می ریزیم. 2 دقیقه به طول می انجامد تا آب

کتر به جوش بیاید. 205 دقیقه طول می کشد تا آب کتر خشک شود.

$$Q = mL_v$$

1 لیتر آب با دما 100 درجه را اولیه بر مقل در یک کتر معمولی می ریزیم در صورت عمل اعداد

کافزار می دهیم. مقدار سطح را میانه تنظیم می کنیم که در مدت 2 دقیقه آب به

جوش بیاید. مطلوب است مدت زمان لازم برای خشک شدن کتر!

با دما 25 درجه

الف) کمتر از 25 دقیقه

(2) بستن از 25 دقیقه

(1) هر دو از لحاظ ممتز است.

$$T_c = \frac{\frac{1}{2} \times 0 \times 20 + 1 \times 80 \times 100}{\frac{1}{2} \times 20 + 1 \times 80 \times 100} \Rightarrow$$

دمای متادل:

$$T_c = \frac{8000}{8010} \Rightarrow T_c = \frac{800}{801} \Rightarrow T_c \approx 1$$

سوال در ظرف مختصر 80 گرم آب 100° قطع می‌شود با دما 20° از آن بزرگتر می‌شود:

$$80 \text{ g آب } 100^\circ = 80 \text{ g آب } 0^\circ + 80 \times 100$$

(الف) دمای متادل:

$$20 \text{ g بخار } 0^\circ = 20 \text{ g آب } 0^\circ - 20 \times 80 - 20 \times \frac{1}{2} \times 0^\circ$$

$$100 \text{ g آب } 0^\circ + 8000 - 1600 = 6400$$

$$6400 = 80 m \Rightarrow m = \frac{6400}{80} = 80$$

80 g بخار 0°
20 g آب 0°

(ب) تغییر دما:

در باره قطع می‌شود و شایع اضافی می‌شود

$$100 \text{ g آب } 1^\circ = 100 \text{ g آب } 0^\circ + 1 \times 100 \times 1$$

دمای متادل

$$20 \text{ g بخار } 0^\circ = 20 \text{ g آب } 0^\circ - 20 \times 1 \times 0^\circ - 20 \times 80$$

18,75 g بخار

$$120 \text{ g آب } 0^\circ + 100 - 1600 = -1500$$

101,25 g آب 0°

$$1500 = 80 m \Rightarrow m = \frac{1500}{80} = \frac{75}{4} \Rightarrow m = 18,75$$

(د) تغییر دما:

تغییر دما در دایره بسته بیشتر است! (اج ۱) یا (۲)

مثال: حاله جاز ۲۰g - ۲۰° - ۱۲۰g - ۲۰° - آب سرد، غوطه کشیم

الف) دما را تعادل دایره بسته؟
 $80g - 70^\circ = 80g - 50^\circ + 80 \times 70$

$120g - 20^\circ = 120g - 50^\circ - 120 \times 80 - 120 \times \frac{1}{2} \times 20$

$200g - 50^\circ + 80 \times 70 - 80 \times 120 - 120 \times 20 \times \frac{1}{2} = 5600 - 9600 -$

$1200 = 5200 \quad 5200 = 80m \Rightarrow m = 65$
 ۶۵g - ۲۰° و ۱۳۵g - ۵۰°

ب) اگر آب ۷۰° با ۲۰g - ۲۰° در یک غوطه کشیم؟

دما را تعادل و تغییر دما دایره بسته.

$80g - 70^\circ = 80g - 50^\circ + 80 \times 70$

$$20g - 20^\circ = 20g - 10^\circ - 20 \times \frac{1}{2} \times 20 - 20 \times 80$$

$$100g - 10^\circ + 5600 - 200 - 1600 = 100g - 10^\circ + 3800$$

$$3800 = 80m \Rightarrow m = \frac{3800}{80} = 47,5g$$

مثال: 10g آب 20° داریم. مقدار یخ 20° را با این آب مخلوط کنیم.

ما را می‌گوید: مقدار یخ چقدر باید باشد!

$$mC\Delta T + mL_f = (10+m)g - 10^\circ$$

$$10 \times 1 \times 20 = 200$$

$$90m = 200 \Rightarrow m = \frac{200}{9} = 22,2g$$

ما را می‌گوید: مقدار یخ چقدر باید باشد!

$$mC\Delta T + mL_f = 10 \times 1 \times 20 + 10 \times 80 = 200 + 800 = 1000$$

$$m \times \frac{1}{2} \times 20 = 10m$$

$$10m = 1000 \Rightarrow m = 100$$

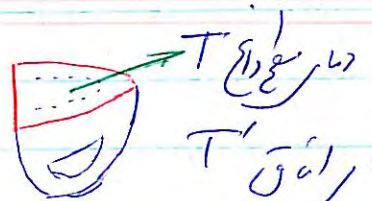
مثال: 80kg یخ 20° را در استخر از آب 10° براندازیم در حالت تعادل.

$$mC\Delta T = m'L_f$$

$$8000 \times \frac{1}{2} \times 20 = 80 \times m' \Rightarrow m' = 1000$$



$$\frac{9}{10}$$



$$Q = hA(T - T') \Delta T$$

حالت نهان سیال و سطح مایه

$$h = \left(\frac{W}{m^2 c^0} \right)$$

$$h = \frac{Q}{\frac{A(T - T')}{m^2 C^2} \Delta T} \quad h = 50$$

مثال: یک تیر به صورت استوانه‌ای با ارتفاع 10 cm و ارتفاع 20 cm

دایم. دما آب داخل کمتر از 90° بالاتر نمی رود. (توانیم ترسانه را در شده به

کرتوتی و الحنت داخل الاست آورید۔ (دما ۲۰°)

$$(2\pi rh + 2\pi r^2)h(T - T') = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot \rho$$

$$P = 2\pi r(h+r)h(T-T') \Rightarrow P = \frac{20\pi \times 30 \times 50 \times 70}{10^4} = 210\pi$$

$$\pi \approx \frac{22}{7} \Rightarrow 270 \times \frac{22}{7} = 660 \text{ (W)}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{8000}{n} \Rightarrow n = 8888, \bar{8} \quad \text{2} \quad , w = 21 \times 21 \times 21$$

$$1000 - 888, \bar{8} \approx 112$$

$$1764n + 768n^2 + 4n^3 = 712$$

سوال: یک اتاق به برار استند احساس سرما کنند باید در دما 25 باشد.

تقریباً توانی گرمایی که بدست می آید چقدر است؟ (دما اتاق 137)

$$\frac{1}{2} \times \frac{17}{10} \times 2 = 1,7 = A (m^2)$$

سوال: حریت مولی به تقریباً 2000 kcal انرژی گرمایی آزاد می کند.

راندن به خارجها 70٪ است. یک بخار داریم که گاز از سولافری به شمع

1 mm بدین می زند. فشار گاز شهر تقریباً 160 mm آب است.

حد اکثر توانی گرمایی که بخار می تواند بدهد است!

$$16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$$

$$V = \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho_{CH_4}}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 10 \times 0,16}{0,7}} = 100 \times 0,4 \sqrt{2,86} \Rightarrow$$

$$\rho_{CH_4} = 0,7 \left(\frac{kg}{m^3} \right), \quad V \approx 68 \frac{m}{s}$$

160 (mm آب)

$$r = \pi r^2 \Rightarrow r = \pi \times 10^{-6}$$

$$P_w = \rho g h$$

$$Q = V \times r \Rightarrow Q = 68 \times \pi \times 10^{-6} (m^3)$$

$$Q_{\text{مجموعه}} = 68 \pi \times 10^{-3} \left(\frac{lit}{s} \right)$$

$$22,4 (lit) = 1 \text{ mol}$$

$$2000 \text{ kcal}$$

$$10^{-3} \times 68 \pi$$

$$n$$

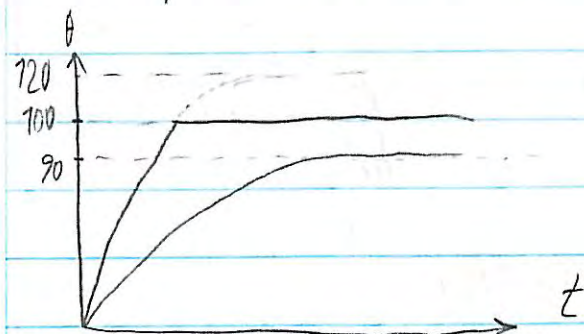
$$22 \approx 22,4$$

$$\pi \approx \frac{22}{7}$$

نمودار دما بر حسب زمان از آنجا که باتوان 1000W گرم می‌شود

$$P = 1000 \text{ W}$$

ΔT	P
70	660
K	1000



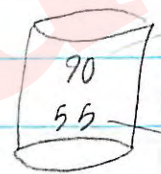
$$P \Delta t = m C \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{P \Delta t}{m C} \Rightarrow \Delta \theta = \frac{660}{\frac{44}{7} \times 10^3 \times 4,2} \Rightarrow 1 \quad (3)$$

$$\Delta \theta = 0,025$$

$$\Delta \theta_1 = 2 \Delta \theta_2$$

$$\Delta \theta \Rightarrow 0,0725$$

$$\frac{\Delta Q}{t} = h \cdot A \cdot \Delta \theta$$



$$\Delta \theta = 70$$

$$20$$

$$\Delta \theta = 35 \quad (4)$$

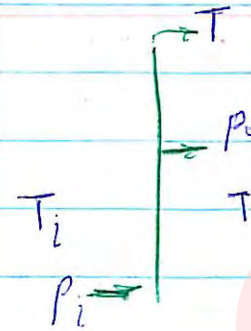
$$660 - 330 = 330$$

$$Q = \frac{68 \times 22 \times 2 \times 10^6 \times 4,2 \times 7}{7 \times 22,4 \times 10} \approx 56000 \text{ W} = 56 \text{ KW}$$

سوال: به همان قدر با توان 660 (از دما 20° تا دما 70°)

نمودار دما بر حسب زمان را رسم کنید

شما هم می‌توانید این را یاد بگیرید
در اینجا است و در اینجا هم درست است
آن را برابر است



$$P_o = hA(T - T_o)$$

$$P_i = hA(T_i - T)$$

$$P_i \Delta t - P_o \Delta t = mC \Delta T$$

$$T = T_o + \frac{P}{Ah} \Rightarrow T = T_o + \frac{T_i - T_o}{2} \Rightarrow T = \frac{T_i + T_o}{2}$$

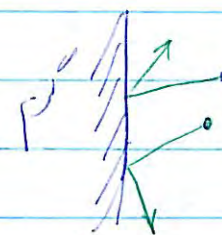
$$\frac{P}{hA} = T - T_o$$

$$\frac{P}{hA} = T_i - T$$

$$\frac{2P}{hA} = T_i - T + T - T_o$$

$$\frac{2P}{hA} = T_i - T_o \Rightarrow P = \frac{hA}{2} (T_i - T_o)$$

در فریب هر چه به پارامترهای هم هستند!

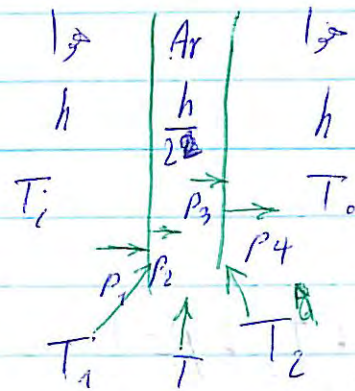


$$P \sim n$$

$$h \sim M$$

$$h \sim r$$

دیوار در اینجا یک سطح دو جداره می‌باشد که از آن به این صورت است



$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$$

مطلوبه P, T, T_1, T_2

$$T_1 = \frac{5T_i + T_o}{6}$$

$$T_2 = \frac{5T_o + T_i}{6}$$

$$P_1 = hA(T_i - T_1) \Rightarrow \frac{P}{hA} = T_i - T_1$$

$$P_2 = \frac{hA}{2}(T_1 - T) \Rightarrow \frac{2P}{hA} = T_1 - T$$

$$P_3 = \frac{hA}{2}(T - T_2) \Rightarrow \frac{2P}{hA} = T - T_2$$

$$P_4 = hA(T_2 - T_o) \Rightarrow \frac{P}{hA} = T_2 - T_o$$

$$\boxed{T = \frac{T_i + T_o}{2}} \quad \frac{6P}{hA} = T_i - T_o \Rightarrow P = \frac{hA}{6} (T_i - T_o)$$

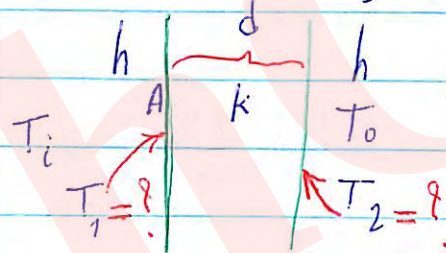
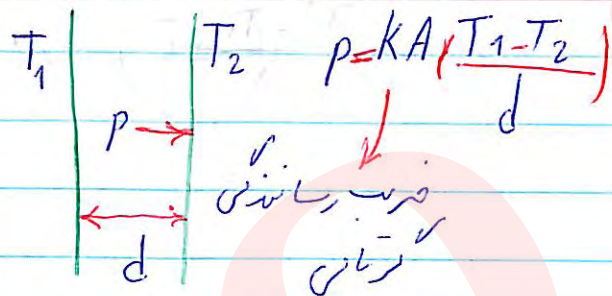
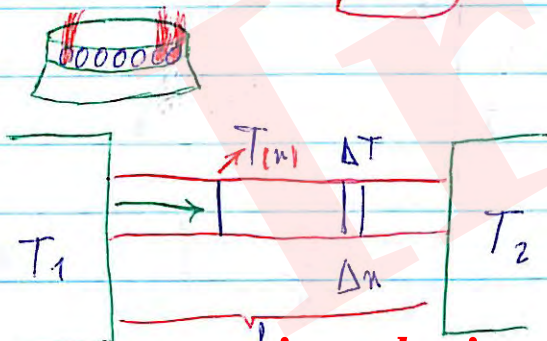
مثال: فرب همرفتی هوا $(\frac{W}{m^2 K})$ 40 است و فرب رسانندگی فربان
سیسه رسانندگی $(\frac{W}{m K})$ 1 می باشد. فرب همرفتی معادل این سیسه فربان
داخل و خارج آن چه قدر است؟ ضخامت سیسه $5 (mm)$ فرض کنید.

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{h} + \frac{d}{k} + \frac{1}{h} \Rightarrow \frac{1}{h} = \frac{1}{40} + \frac{6 \times 10^{-3}}{1} + \frac{1}{40} =$$

$$\frac{1}{20} + \frac{3}{500} = \frac{25+3}{500} = \frac{28}{500} \Rightarrow h = \frac{125}{7} = 17.857143 (\frac{W}{m^2 K})$$



مثال: مطلوب است P و T_1 و T_2



مثال: مطلوب است P و T_1 و T_2

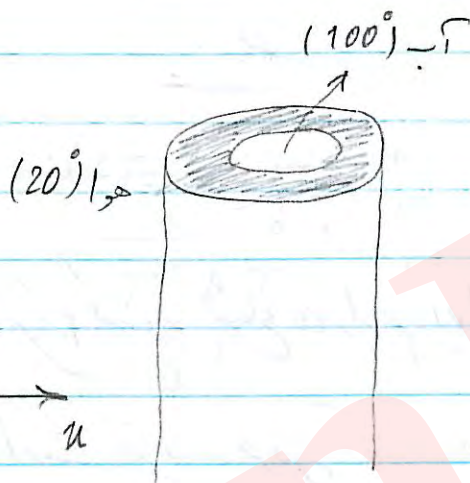
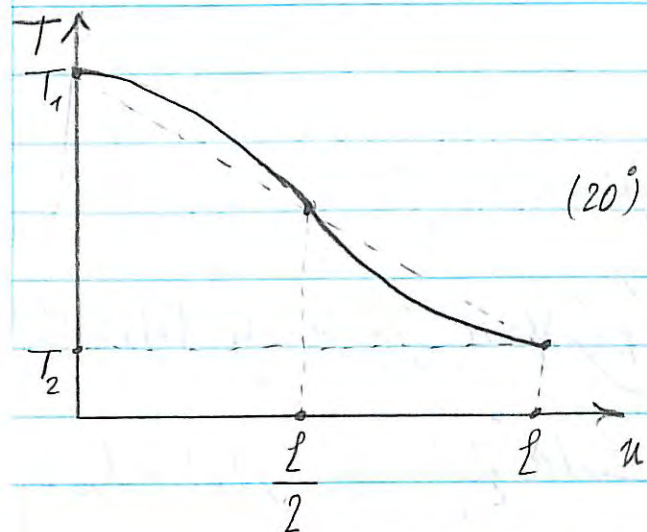
$$P_1 = Ah(T_i - T_1) \Rightarrow \frac{P}{Ah} = T_i - T_1$$

$$P_2 = AK \left(\frac{T_1 - T_2}{d} \right) \Rightarrow \frac{P \cdot d}{A \cdot k} = T_1 - T_2$$

$$P_3 = Ah(T_2 - T_o) \Rightarrow \frac{P}{Ah} = T_2 - T_o$$

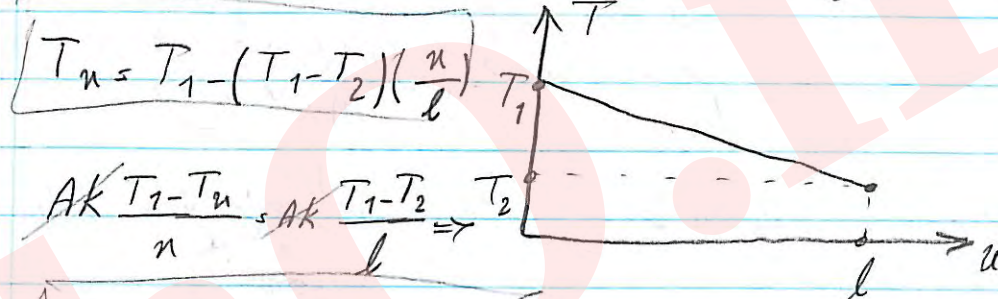
$$\frac{2P}{Ah} + \frac{P \cdot d}{AK} = T_i - T_o \Rightarrow \frac{2Pk + Pd}{Ahk} = T_i - T_o \Rightarrow$$

$$\frac{P}{A} \left(\frac{1}{h} + \frac{d}{k} + \frac{1}{h} \right) = T_i - T_o \Rightarrow P = \frac{A}{\frac{2}{h} + \frac{d}{k}} (T_i - T_o)$$



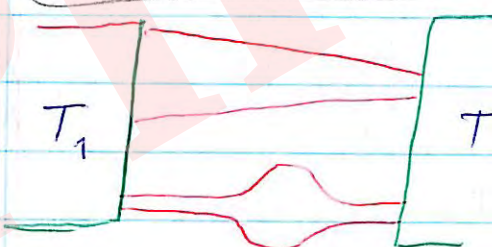
مثال: یک پوسته استوانه‌ای به سطح‌های داخلی و خارجی با دماهای مشخص و آب 100°C است. دمای هوای بیرون استوانه 20°C است. نمودار دما بر حسب فاصله از محور استوانه را رسم کنید.

$$P = Ak \frac{T_1 - T_2}{l} \quad P_1 = P_2 \Rightarrow Ak \frac{T_1 - T_n}{n} = Ak \frac{T_n - T_2}{l - n} \Rightarrow$$

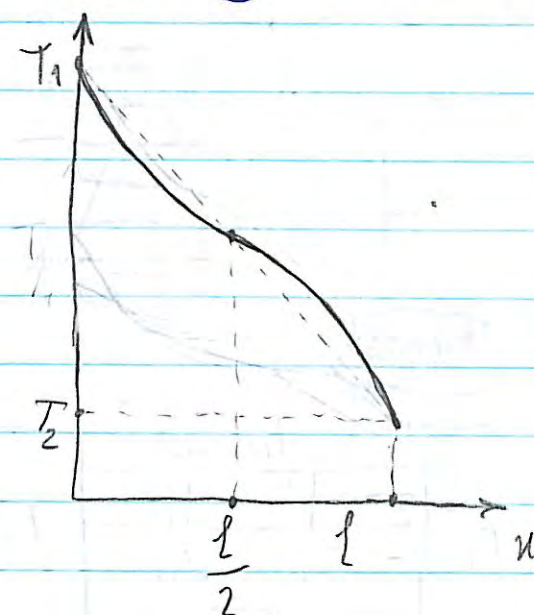
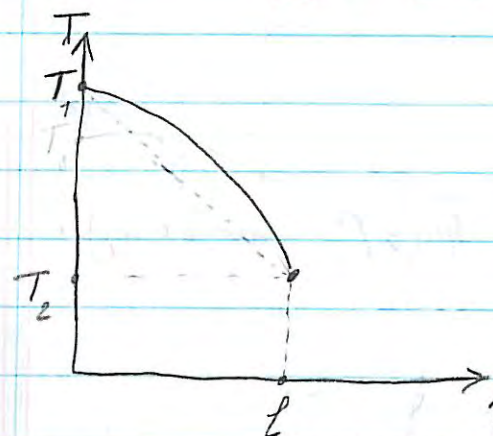


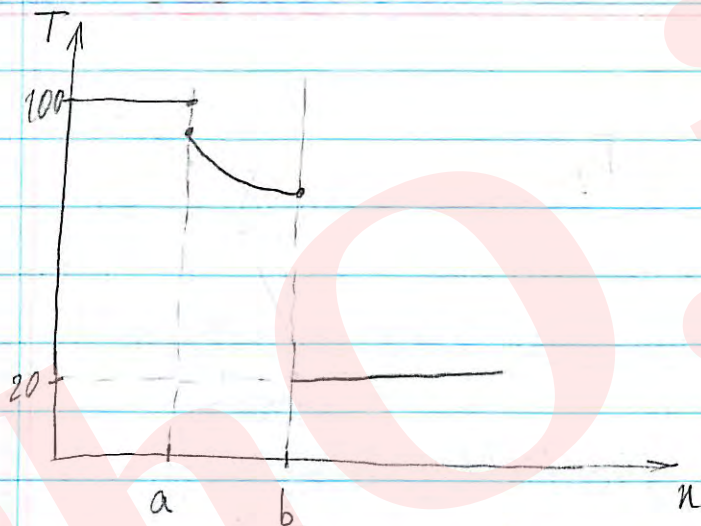
$$Ak \frac{T_1 - T_n}{n} = Ak \frac{T_n - T_2}{l - n} \Rightarrow$$

$$T_1 - T_n = \frac{n}{l - n} (T_n - T_2)$$



مثال: نمودار دما بر حسب فاصله از محور استوانه را رسم کنید.





مثال: داخل یک ساور برقی n میله گرم کننده به شعاع a داریم. دیواره‌ی ساور استوانه‌ای با ضخامت R است. ضریب هرفته آب و هوا به ترتیب h و h' است. دما در هوا T_0 فرض کنیم. اگر بخواهیم دما در آب را مقدار ثابت T_1 نگه داریم باید دما در میله‌ها گرم کننده T_2 (حقیقتاً باید دما در دیواره ساور را نیز بدانیم) T_1 ساور و میله‌ها گرم کننده را از

با طول l فرض نماید و همین شرط را که دما از دیواره‌ها به پایین و پایین به

برین می‌رود: $n(2\pi al)h(T_2 - T) = (2\pi Rl)h'(T - T_1) \Rightarrow$

$$T_2 = T + \frac{R}{na}(T - T_1)$$

$(2\pi Rl)h'(T_1 - T_0) = (2\pi Rl)h(T - T_1) \Rightarrow$

$$T_1(h' + h) = hT + h'T_0 \Rightarrow T_1 = \frac{hT + h'T_0}{h' + h}$$

$\log_{10}^2 =$

مثال: $(1+x)^n = 1 + \frac{n}{1!}x + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$

$(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$

$$(1+u)^4 = 1 + 4u + 6u^2 + 4u^3 + u^4$$

$$(1+u)^{-1} = \frac{1}{1+u}$$

$$(1-u)^{-1} = \frac{1}{1-u}$$

$$(1+u)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1+u}$$

مثال: یک لوله داریم. آب از یک طرف آن با دما 80° دارد و

از طرف دیگر آب 40° خارج می شود. دما در طول لوله را بیابید.



یک لوله داریم که آب از یک طرف آن با دما T_1 دارد و

الف) T_2 را بدست آورید.

$$\text{اگر } n \rightarrow \infty \Rightarrow T_n = T_A + k^n (T_1 - T_A)$$

ج) T_2 را بصورت $T_2 = kT_1 + mT_A$ بنویسید و k و m را برابری آورید

$$k = \frac{prCV - h\Delta x}{prCV + h\Delta x} \quad m = \frac{2h\Delta x}{prCV + h\Delta x}$$

ب) T_{i+1} را بر حسب T_i و k و m و T_A بنویسید.

$$(pr^2\pi\delta x)C(T_i - T_{i+1}) = h(2\pi r\delta x)\frac{\Delta x}{V}\left(\frac{T_i + T_{i+1}}{2} - T_A\right) \Rightarrow$$

$$T_{i+1} = mT_i + kT_A \Rightarrow T_{i+1} = T_i \frac{prCV - h\Delta x}{prCV + h\Delta x} + \frac{2h\Delta x}{prCV + h\Delta x} T_A$$

ه) T_3 را بر حسب T_1 و k و m و T_A بنویسید.

$$T_2 = kT_1 + mT_A \quad m_3 = kT_2 + mT_A \Rightarrow$$

$$m_3 = k^2 T_1 + mkT_A + mT_A \Rightarrow m_3 = k^2 T_1 + T_A m(k+1)$$

$$(pr^2\pi\delta x)C(T_1 - T_2) = h(2\pi r\delta x)\frac{\Delta x}{V}\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_A\right) \Rightarrow$$

$$(T_1 - T_2)prC = \frac{h\Delta x}{V}(T_1 + T_2 - 2T_A) \Rightarrow$$

$$T_1 - T_2 = \frac{h\Delta x}{prCV}(T_1 + T_2 - 2T_A) \Rightarrow$$

$$T_2\left(1 + \frac{h\Delta x}{prCV}\right) = T_1\left(1 - \frac{h\Delta x}{prCV}\right) + \frac{2h\Delta x}{prCV} T_A \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{1 - \frac{h\Delta x}{prCV}}{1 + \frac{h\Delta x}{prCV}} \right) + T_A \left(\frac{\frac{2h\Delta x}{prCV}}{1 + \frac{h\Delta x}{prCV}} \right)$$

$$k = \frac{\frac{h\Delta x}{V} - prC}{\frac{h\Delta x}{V} + prC} \Rightarrow k = \frac{1 - \frac{hl}{nprCV}}{1 + \frac{hl}{nprCV}}$$

$$T_n = T_1 k^{n-1} + T_A (1 - k^{n-1}) \Rightarrow T_n = T_1 k^n + T_A (1 - k^n)$$

(و) T_4 را بر حسب T_1 ، k ، m ، T_A بنویسید.

$$T_4 = k^3 T_1 + T_A m (k^2 + k + 1)$$

(ز) T_i را بر حسب T_1 ، k ، m ، T_A بنویسید و فریب T_A را ساده کنید.

$$T_i = T_1 k^{i-1} + T_A m (k^{i-2} + k^{i-3} + \dots + k + 1)$$

$$a = k^{i-2} + k^{i-3} + \dots + k + 1 \quad ak = k^{i-1} + k^{i-2} + \dots + k \Rightarrow$$

$$ak = a + k^{i-1} - 1 \Rightarrow a(k-1) = k^{i-1} - 1 \Rightarrow a = \frac{k^{i-1} - 1}{k-1}$$

عدد زیر را بدست آورید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + n \times \frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2n^2} + \dots =$$

$$2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots \approx 2,718281828$$

عدد زیر بتوان x را بر حسب x بدست آورید.

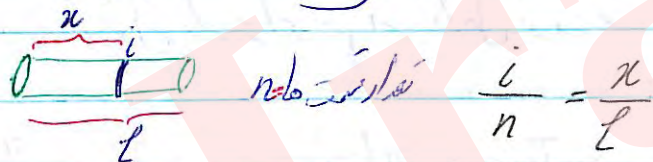
$$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = 1 + \frac{nx}{n} + \frac{nx(nx-1)}{2!n^2} + \dots =$$

$$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$T_{im} = T_1 k^n + T_A (1 - k^n) \Rightarrow \quad (5) \quad k^n, \text{ را بدست آورید.}$$

$$40 = 80k^n + 20 - 20k^n \Rightarrow 60k^n = 20 \Rightarrow k^n = \frac{1}{3}$$

(ک) i ، x ، l و n را با رابطه هستند. رابطه را بر میان آنان بنویسید.



(د) $T(x)$ را بدست آورید.

ع) مساحت سطح مقطع لوله 4 cm^2 است و آب با سرعت $10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ در لوله

جریان دارد. حجم آبی که در مدت 1 ثانیه وارد لوله می شود یا از آن خارج می شود

بیرون می ریزد را بدست آورید. $V = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ cm}$

$$10 \times 4 = 40 = V_{\text{آب}} \text{ cm}^3$$

ف) انرژی گرمایی که در درازمان از این لوله با کولر به هوا منتقل

می شود چقدر است؟ $C_{\text{H}_2\text{O}} = 4.2$ ، $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 40 \text{ gr} \quad Q = mc\Delta T \Rightarrow$$

$$Q = 40 \times 4.2 \times 40 \Rightarrow Q = 6720 \text{ J}$$

ص) فرض کنید این لوله را با توربین شوفاژ است که دمای آن را به 20 ثابت

$$T_{(i)} = 80K^{i-1} + 20K^{i-1} + 20 \Rightarrow T_{(i)} = 60K^{i-1} + 20 \Rightarrow$$

$$T_{(i)} = 60K^{\frac{xn}{2}-1} + 20 \Rightarrow T_{(x)} = \lim_{n \rightarrow \infty} 60K^{\frac{xn}{2}} + 20 \Rightarrow T_{(x)} = 60 \frac{1}{3^{\frac{x}{2}}} + 20$$

(2) $T_{(x)}$ را بدست آورید.

$$T_{(\frac{1}{2})} = 60 \times \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} + 20 \Rightarrow T_{(\frac{1}{2})} = 60 \times \frac{1}{\sqrt{3}} + 20 \Rightarrow$$

$$T_{(\frac{1}{2})} = 20 \left(\frac{3}{\sqrt{3}} + 1 \right) = 20(\sqrt{3} + 1)$$

$$T_{(\frac{1}{4})} = 60 \times \frac{1}{3^{\frac{1}{4}}} + 20 \Rightarrow$$

(4) $T_{(\frac{1}{4})}$ را بدست آورید.

$$T_{(\frac{1}{4})} = 20 \left(\frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} + 1 \right) \Rightarrow T_{(\frac{1}{4})} = 20(3^{\frac{1}{4}} - 1) \Rightarrow T_{(\frac{1}{4})} = 20(\sqrt[4]{3} - 1)$$

س) اگر طول را دو برابر کنیم آب داخل آن خنک تر می شود $T_{(2\ell)}$ را بدست آورید.

$$T_{(2\ell)} = 60 \times \frac{1}{3^{\frac{2\ell}{2}}} + 20 \Rightarrow T_{(2\ell)} = 20 \left(\frac{3}{9} + 1 \right) = T_{(2\ell)} = \frac{80}{3}$$

نگه داشته است. دمای هوای بیرون اتاق 0° است. موتورخانه سردخانه را

تنظیم شده است که دمای فن ها عموماً به 80° نگه دارد. اگر دمای هوای بیرون

20° شود دمای خودی را برای تور (T) و دمای هوای اتاق (T_A) و فرب Z

برست آورده. رابطه:

$$T_{(c)} = T_A + k^{-1} (T_1 - T_A)$$

توان گرمایی که از رادیاتور خارج می شود = $Z (T_A'' - T_0)$

$$Q = Z (T_A + 20) \Rightarrow 6720 \leq 20 Z \Rightarrow Z \leq 336$$

$$T' = T_A' + \frac{(T_1 - T_A')}{3} \Rightarrow T' = \frac{2T_A'}{3} + \frac{80}{3} \quad (I)$$

$$40 \times 4,2 (80 - T') \leq \frac{336}{2} (T_A' + 20) \Rightarrow 80 - T' \leq 2T_A' + 40 \Rightarrow$$

$$T' \leq 40 - 2T_A' \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{2T_A'}{3} + \frac{80}{3} \leq 40 - 2T_A' \Rightarrow$$

$$T_A' + 40 \leq 60 - 3T_A' \Rightarrow 4T_A' \leq 20 \Rightarrow T_A' = 5$$

$$T' \leq 40 - 10 \Rightarrow T' \leq 30$$

(ن₂) در همین حالت اگر بول لوله را 2 برابر کنیم دمای خروجی آب لوله (T_{2c})

و دمای اتاق T_A'' چقدر خواهد شد؟

$$T_{(2c)} = T_A' + \frac{1}{3} (T_1 - T_A') \Rightarrow T_{(2c)} = T_A' + \frac{1}{3} (80 - T_A')$$

$$T_{(2c)} \leq T_A'' + \frac{1}{3} (80 - T_A'') \Rightarrow T_{(2c)} \leq \frac{8}{9} (T_A'' + 10)$$

$$Q = 40 \times 4,2 (80 - T_{2c}) = \frac{336}{2} (T_A'' + 20) \Rightarrow$$

$$T_{2c} \leq 40 - 2T_A'' \Rightarrow 40 - 2T_A'' \leq \frac{8T_A''}{9} + \frac{80}{9} \Rightarrow 26T_A'' \leq 280$$

$$\Rightarrow T_A'' \leq \frac{140}{13} \quad T_{2c} \leq \frac{240}{13}$$

(ن₃) درباره دمای اتاق را عاتی بند می کنیم تا نصف شود طول رادیاتور را

عنان 2 گد می داریم. دما در مخزن را با ترموستات در 20- برین دما را 20 بماند! دما در مخزن را با ترموستات در 20 بماند!

$$T_{2c}'' = \frac{T_1}{9} + \frac{8T_A}{9} \Rightarrow T_{2c}'' = \frac{1}{9}(T_1 + 160)$$

$$Q = 40 \times 412 (T_1 - T_{2c}'') = 168 (20 + 20) \Rightarrow T_{2c}'' = T_1 - 40$$

$$9T_1 - 360 = T_1 + 160 \Rightarrow 8T_1 = 520 \Rightarrow T_1 = 65$$

$$T_{2c}' = 65 - 40 \Rightarrow T_{2c}' = 25$$

د) اگر دما در سطح داخل مخزن 300 بالاتر کند دما در مخزن بماند و دما در مخزن 100 است دما در مخزن 150 بماند و دما در مخزن 60 گد می داریم دما در مخزن 60 گد می داریم!

دما در مخزن بماند!

ن) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

م) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

انجام می شود دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

ن) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

م) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

ن) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

م) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

ن) دما در مخزن 100 است دما در مخزن 60 است!

$$\nabla^2 T_{s0} \rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} s_0, U_{s0} \rightarrow \nabla^2 U_{s0}$$

$$U_{s0} = X_{(x)} Y_{(y)} Z_{(z)} \rightarrow \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} s_0 \rightarrow \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 \rightarrow$$

$$X = A \sin(\lambda_x x) + B \cos(\lambda_x x), Y = C \sin(\lambda_y y) + D \cos(\lambda_y y)$$

$$Z = E e^{\lambda_z z} + F e^{-\lambda_z z}, Z \rightarrow \infty: U_{s0} \rightarrow E_{s0}$$

$$U_{(x)} = U_{(-x)} \rightarrow A s_0, U_{(y)} = U_{(-y)} \rightarrow C s_0$$

$$U_{s0} = B \cos(\lambda_x x) \cos(\lambda_y y) e^{-\lambda_z z}$$

$$ds \left(\frac{-\partial T}{\partial x} \right) k = h(T - T_A) ds \rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} s = \frac{h}{k} (T - T_A) \Big|_{x=a}$$

$$\rightarrow B \cos(\lambda_y y) e^{-\lambda_z z} (-\lambda_x \sin(\lambda_x x)) = \frac{h}{k} B \cos(\lambda_y y) e^{-\lambda_z z} \cos(\lambda_x x) \Big|_{x=a}$$

$$\tan(\lambda_x a) = \frac{h}{k \lambda_x}$$

iranpho.ir