

## فصل ۷: توان و جذر

معرفی توان :

برای خلاصه نویسی جمع از ضرب استفاده می کنیم :

$$۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۲ \times ۴$$

برای خلاصه نویسی ضرب از توان استفاده می کنیم :

$$۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^۴$$

می خوانیم سه به توان چهار

به طور کلی اگر  $x$  را  $y$  مرتبه در خودش ضرب کنیم آن وقت حاصل  $x^y$  می شود

$$x \times x \times x \times \dots \times x = x^y$$

$y$  مرتبه

در این صورت به  $x$  پایه و به  $y$  توان می گوئیم

مثال:

$$۳^۵ = ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳$$

عدد ۳ پایه و عدد ۵ توان می باشد

مثال : حاصل عبارت های زیر را به دست آورید ؟

$$۲^۳ =$$

$$(-۳)^۳ =$$

$$\left(\frac{۳}{۲}\right)^۳ =$$

$$\frac{۳^۳}{۲} =$$

پاسخ:

$$۲^۳ = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

$$(-۳)^۳ = -۳ \times -۳ \times -۳ = -۲۷$$

$$\left(\frac{۳}{۲}\right)^۳ = \frac{۳ \times ۳ \times ۳}{۲ \times ۲ \times ۲} = \frac{۲۷}{۸}$$

$$\frac{3^3}{2} = \frac{27}{2}$$

نکته:  $\left(\frac{3}{2}\right)^3$  با  $\frac{3^3}{2}$  با یکدیگر متفاوت اند در اولی توان برای کل عبارت است ولی در دومی توان فقط برای صورت است

با توجه به تعریف توان ترتیب انجام عملیات ریاضی عبارت اند از:

(۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم از چپ (۴) جمع و تفریق

مثال حاصل عبارت های زیر را به دست آورید؟

الف)  $3^2 \times (5^2 - 2^4) =$

ب)  $2^2 - 3^2 \times 2 + 5^2 - 3^3 \div 3 + 2^5 =$

پاسخ:

الف)  $3^2 \times (5^2 - 2^4) =$

$(5^2 - 2^4) = 25 - 16 = 9$

ابتدا پرانتز:

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

سپس توان:

$9 \times 9 = 81$

حاصل:

ب)  $2^2 - 3^2 \times 2 + 5^2 - 3^3 \div 3 + 2^5 =$

ابتدا توان ها:  $2^2 = 4$      $3^2 = 9$      $5^2 = 25$      $3^3 = 27$      $2^5 = 32$

جایگذاری:  $4 - 9 \times 2 + 25 - 27 \div 3 + 32 =$

ترتیب انجام:  $4 - 18 + 25 - 9 + 32 = 34$

حالا چند نکته از بحث توان که باید به خاطر بسپارید:

(۱) هر عدد به توان ۱، برابر خود آن عدد می شود:

$5^1 = 5$

$a^1 = a$

همینطور اگر عددی توان نداشت توان آن ۱ است :  $7 = 7^1$

(۲) عدد یک به توان هر عددی برسد حاصل برابر ۱ می شود:

$$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

(۳) عدد صفر به توان هر عدد مثبت غیر از صفر برسد حاصل همان صفر است:

$$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$$

(۴) هر عددی به غیر از صفر به توان صفر برسد ، حاصل برابر ۱ می شود

$$2^0 = 1$$

$$-3^0 = 1$$

عدد  $0^0$  تعریف نشده است

نکته : عدد  $(-2)^4$  و  $-2^4$  با یکدیگر فرق دارند:

$$(-2)^4 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 = 16$$

$$-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$$

چرا ؟

این نکته برای توان های فرد فرقی نمیکنند و فقط برای توان های زوج است

(امتحان کنید )

با توجه به مطالب به مثال های زیر توجه کنید :

مثال : ضخامت کاغذی  $0.2\%$  میلی متر است . دوتا از این کاغذ را بر می داریم و هر کدام را از وسط تا می کنیم ، سپس ۶ مرتبه دیگر هم هر کدام از آن ها را از وسط تا می کنیم . حالا اگر دو کاغذتا شده را روی هم قرار دهیم و از بغل به آن نگاه کنیم تقریبا چه ضخامتی از کاغذ ها را می بینیم؟

پاسخ : پس از هر بار تا کردن ضخامت ۲ برابر می شود ، پس چون هر کاغذ را

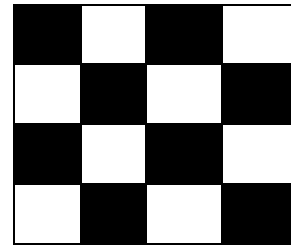
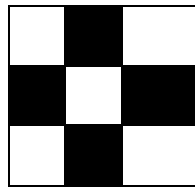
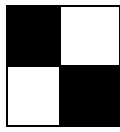
مجموعا ۷ بار تا می کنیم نهایتا ضخامت برابر است با :

$$2^7 \times 0.2 = 128 \times 0.2 = 25.6$$

چون دو تا کاغذ داریم :

$$2 \times 2 / 56 = 5 / 12 mm$$

مثال : الگوی زیر را با دقت ببینید جمله  $n$  ام را برای مربع های سیاه به دست آورید؟



پاسخ:

شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	....
مربع سیاه	۲	۴	۸	۱۲	۱۸	۲۴	.....

$$n \text{ فرد} = \frac{(n+1)(n+1)}{2} = \frac{(n+1)^2}{2}$$

$$n \text{ زوج} = \frac{(n-1)(n+1)-1}{2} = \frac{(n+1)^2-1}{2}$$

تمرین :

تمرین ۱ تا ۷ صفحه ۱۰۶ و ۱۰۷ کتاب تکمیلی

صفحه ۸۴ و ۸۵ و ۸۶ در کتاب وزارتی

