گام سوم: با استفاده از رابطهٔ نسبتی، نسبت $F_۳$ (نیروی وارد بر $q_۳$ از طرف $q_۱$) به $F_۱$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_۳}{F_۱}=\frac{|q_۱||q_۳|}{|q_۱||q_۲|}\left(\frac{r}{۲r}\right)^۲=\frac{|q_۱|\times۳|q_۱|}{|q_۱|\times|q_۱|}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۱۲۵۷- گزینهٔ ۱ اندازهٔ نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، برابر است. پس داریم:

$$F_{BA}=F_{AB}\Rightarrow m_Aa_A=m_Ba_B\Rightarrow\frac{a_B}{a_A}=\frac{m_A}{m_B}=\frac{۳m}{۴m}=\frac{۳}{۴}$$

۱۲۵۸- گزینهٔ ۲ رابطهٔ نسبتی قانون کولن را برای دو حالت می‌نویسیم:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|q_۱'|}{|q_۱|}\times\frac{|q_۲'|}{|q_۲|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=۳\times۳\times\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲=۱$$

۱۲۵۹- گزینهٔ ۴ **گام اول:** این‌جا اندازهٔ بارها را تغییر ندادیم و فقط فاصله تغییر کرده است. پس فقط نسبت F و r را می‌نویسیم:

$$F\propto\frac{۱}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\Rightarrow\frac{r'}{r}=\sqrt{\frac{F}{F'}}=\sqrt{\frac{۴}{۲}}=\sqrt{۲}\Rightarrow r'=r\sqrt{۲}$$

عجله نکنید! هنوز به گام دیگه مونده!

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده فاصلهٔ بین دو بار را چند r بیشتر کنیم؟ یعنی باید تغییر فاصلهٔ دو بار را حساب کنیم:

$$r'-r=r\sqrt{۲}-r=r(\sqrt{۲}-۱)$$

۱۲۶۰- گزینهٔ ۴ در این تست مقدار بار الکتریکی ذرات تغییر نکرده، پس داریم:

$$\frac{F'}{F}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\Rightarrow\frac{۲F}{F}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\Rightarrow\frac{r}{r'}=\sqrt{۲}\Rightarrow r'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}r$$

۱۲۶۱- گزینهٔ ۳ **گام اول:** نیروی الکتریکی بین دو بار از رابطهٔ $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ محاسبه می‌شود.

$$q_۱=q_۲=q\ ,\ r=d$$

$$F=k\frac{q\,q}{d^۲}=k\frac{q^۲}{d^۲}$$

گام دوم: اگر فاصلهٔ بین دو بار ۲۰ درصد مقدار اولیه کاهش یابد، داریم:

$$r'=d-\frac{۲۰}{۱۰۰}d=\frac{۸۰}{۱۰۰}d=\frac{۸}{۱۰}d$$

$$F'=k\frac{q^۲}{\left(\frac{۸}{۱۰}d\right)^۲}=\frac{۱۰۰}{۶۴}k\frac{q^۲}{d^۲}=\frac{۲۵}{۱۶}k\frac{q^۲}{d^۲}=\frac{۲۵}{۱۶}F$$

۱۲۶۲- گزینهٔ ۴ می‌خواهیم نیروی بین دو بار تغییر نکند. فرض می‌کنیم بار $q_۱$ را تغییر دهیم و بار $q_۲$ ثابت بماند. از رابطهٔ $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ داریم:

$$\frac{F'}{F}=\left(\frac{q_۱'q_۲'}{q_۱q_۲}\right)\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲\xrightarrow{F=F'}{}_{r'=\frac{۳}{۴}r}\ ۱=\frac{q_۱'}{q_۱}\times\left(\frac{r}{\frac{۳}{۴}r}\right)^۲\Rightarrow۱=\frac{q_۱'}{q_۱}\times\frac{۱۶}{۹}\Rightarrow\frac{q_۱'}{q_۱}=\frac{۹}{۱۶}$$

می‌خواهیم درصد تغییرات بار $q_۱$ را به دست آوریم:

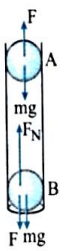
$$\frac{q_۱'-q_۱}{q_۱}\times۱۰۰=\frac{۹-۱۶}{۱۶}\times۱۰۰=\frac{-۷}{۱۶}\times۱۰۰=-٪۴۳/۷۵$$

پس باید مقدار بار $q_۱$ (یا $q_۲$) را ۴۳/۷۵ درصد کاهش دهیم.

۱۲۶۳- گزینهٔ ۲ فاصلهٔ r تغییری نمی‌کند، پس از رابطهٔ $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ داریم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_۱'q_۲'}{q_۱q_۲}\Rightarrow\frac{۰/۰۳}{۰/۰۲}=\frac{q(q+۲)}{q^۲}\Rightarrow۳q=۲q+۴\Rightarrow q=۴\ \mu C$$

۱۲۶۴- گزینهٔ ۱ **گام اول:** همین‌طور که در شکل نشان داده‌ایم، به گلولهٔ A دو نیرو (یعنی وزن و نیروی الکتریکی) و به گلولهٔ B سه نیرو (وزن، نیروی الکتریکی و نیروی عمودی تکیه‌گاه) اثر می‌کند. مقدار نیروهای الکتریکی و عمودی تکیه‌گاه را نمی‌دانیم. پس برای حل مسئله گلولهٔ A را انتخاب می‌کنیم که فقط یک مجهول (یعنی نیروی الکتریکی) داشته باشیم. گلولهٔ A در حال تعادل است؛ پس برایند نیروهای وارد بر آن صفر است:



$$F-mg=۰\Rightarrow F=mg$$

گام دوم: از سوی دیگر $F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$ است. پس داریم:

$$\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}=mg\xrightarrow{r=h}\frac{kq_۱q_۲}{h^۲}=mg$$

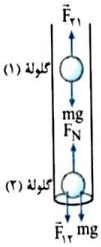
قبل از جای‌گذاری مقدارها در این رابطه، هواستون به دو چیز باشه:

۱) جرم را برحسب میلی‌گرم داده و باید آن را به کیلوگرم تبدیل کنیم. هر میلی‌گرم معادل $۱۰^{-۶}$ kg است.

۲) چون بارهای الکتریکی برحسب میکروکولن داده شده و فاصله برحسب سانتی‌متر خواسته شده، k را برابر ۹۰ قرار می‌دهیم.

$$\frac{۹۰\times۴\times۱۰^{-۳}\times۵\times۱۰^{-۳}}{h^۲}=(۲۰\times۱۰^{-۶})\times۱۰\Rightarrow h^۲=\frac{۹۰\times۲۰\times۱۰^{-۶}}{(۲۰\times۱۰^{-۶})\times۱۰}=۹\Rightarrow h=۳\ cm$$

۱۲۶۵- گزینهٔ ۴ **گام اول:** نیروهای وارد بر دو گلوله را رسم می‌کنیم.



می‌دانیم که دو گلوله نیروهای الکتریکی برابر ولی در خلاف جهت بر هم وارد می‌کنند.

$$F_{۱۲}=F_{۲۱}=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}=۹۰\times\frac{۶\times۶}{(۳۰)^۲}=۳/۶\ N$$

از طرفی:

$$(۱)\text{ گلولهٔ }:F_{net_۱}=۰\Rightarrow F_{۲۱}-mg=۰\Rightarrow F_{۲۱}=mg=۳/۶\ N$$

$$(۲)\text{ گلولهٔ }:F_{net_۲}=۰\Rightarrow F_N-F_{۱۲}-mg=۰\Rightarrow F_N=F_{۱۲}+mg=۳/۶+۳/۶=۷/۲\ N$$

۱۲۶۶- گزینهٔ ۱ **گام اول:** مقدار بارها پس از تغییرات برابر است با:

$$q_۱'=۲-۱=۱\ \mu C\ ,\ q_۲'=-۲+۱=-۱\ \mu C$$

گام دوم: حالا می‌توانیم نسبت نیروها را بنویسیم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_۱'q_۲'}{q_۱q_۲}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\frac{۱\times۱}{۲\times۲}\times\left(\frac{r}{\frac{r}{۲}}\right)^۲=۱$$

پاسخنامه تکلیف فصل الکتریسیته

۱۲۶۷- گزینهٔ ۳ **گام اول:** اندازهٔ بارها پس از تغییرات را می‌نویسیم:

$$q_1 = q_2 \Rightarrow \begin{cases} q_1' = q_1 - \frac{۲۵}{۱۰۰}q_1 = \frac{۷۵}{۱۰۰}q_1 = \frac{۳}{۴}q_1 \\ q_2' = \underbrace{q_2}_{=q_1} + \frac{۲۵}{۱۰۰}q_1 = \frac{۱۲۵}{۱۰۰}q_1 = \frac{۵}{۴}q_1 \end{cases}$$

گام دوم: حالا نسبت نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} = \frac{\frac{۳}{۴}q_1 \times \frac{۵}{۴}q_2}{q_1q_2} = \frac{۱۵}{۱۶} \Rightarrow F' = \frac{۱۵}{۱۶}F$$

۱۲۶۸- گزینهٔ ۴ فرض می‌کنیم که مقدار x کولن از بار اولی برداشته و به بار دومی اضافه می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned} F = k\frac{qq}{r^۲} \\ F' = k\frac{(q-x)(q+x)}{r^۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{(q-x)(q+x)}{q^۲} = \frac{q^۲-x^۲}{q^۲} \xrightarrow{F'=\frac{۱۵}{۱۶}F} \frac{۱۵}{۱۶} = \frac{q^۲-x^۲}{q^۲} \Rightarrow ۱۵q^۲ = ۱۶q^۲ - ۱۶x^۲ \Rightarrow q^۲ = ۱۶x^۲ \Rightarrow x = \frac{q}{۴}$$

حالا درصد را محاسبه می‌کنیم:

$$x = \frac{\frac{۱}{۴}q}{q} \times ۱۰۰ = ٪۲۵$$

۱۲۶۹- گزینهٔ ۲ **گام اول:** طبق معمول، رابطهٔ بین بارها قبل و بعد از تغییرات را می‌نویسیم:

$$q_1 = q_2 = q \Rightarrow \begin{cases} q_1' = q-۲ \\ q_2' = q+۲ \end{cases}$$

گام دوم: حالا نسبت نیروها را می‌نویسیم تا اندازهٔ بار q مشخص شود.

$$r = r' \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} \Rightarrow \frac{\cancel{۶۰}^{۱۵}}{\cancel{۶۴}_{۱۶}} = \frac{\overbrace{(q-۲)(q+۲)}^{q^۲-۴}}{q^۲} \Rightarrow ۱۵q^۲ = ۱۶q^۲ - ۶۴ \Rightarrow q^۲ = ۶۴ \Rightarrow q = ۸\,\mu C$$

۱۲۷۰- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ۲۵ درصد از بار q_1 را به q_2 منتقل می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

$$q_1' = q_1 - \frac{۲۵}{۱۰۰}q_1 = ۸۰ - (\frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۸۰) = ۸۰ - ۲۰ \Rightarrow q_1' = ۶۰\,\mu C$$

$$q_2' = q_2 + \frac{۲۵}{۱۰۰}q_1 = -۵۰ + (\frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۸۰) = -۵۰ + ۲۰ \Rightarrow q_2' = -۳۰\,\mu C$$

گام دوم: رابطهٔ نسبتی قانون کولن را برای دو حالت می‌نویسیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times (\frac{r}{r'})^۲ \xrightarrow{r=r'} \frac{F'}{F} = \frac{۶۰ \times ۳۰}{۸۰ \times ۵۰} = ۰/۴۵$$

نیروی الکتریکی ۰/۴۵ برابر شده است؛ بنابراین این نیرو ٪۵۵ = [٪۱۰۰ × (۰/۴۵ − ۱)] کاهش یافته است.

۱۲۷۱- گزینهٔ ۲ **گام اول:** داده‌های مسئله را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$q_1' = q_1 - \frac{۲۵}{۱۰۰}q_1 = ۸ - \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۸ = ۶\,\mu C \qquad q_2' = q_2 + \frac{۲۵}{۱۰۰}q_1 = q_2 + \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۸ = q_2 + ۲$$

گام دوم: با توجه به این‌که $r = r'$ است، نسبت نیروها را می‌نویسیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} \Rightarrow \frac{۱/۵F}{F} = \frac{۶ \times (q_2+۲)}{۸q_2} \Rightarrow q_2 = ۲\,\mu C$$

۱۲۷۲- گزینهٔ ۲ **گام اول:** فاصلهٔ بین دو بار ۲۵ درصد افزایش و نیرویی که به هم وارد می‌کنند، ۵۲ درصد کاهش یافته است؛ یعنی:

$$\frac{r'}{r} = \frac{۱۰۰+۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱۲۵}{۱۰۰} = \frac{۵}{۴} \qquad \frac{F'}{F} = \frac{۱۰۰-۵۲}{۱۰۰} = \frac{۴۸}{۱۰۰} = \frac{۱۲}{۲۵}$$

گام دوم: فرض می‌کنیم باری به اندازهٔ x از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه می‌کنیم؛ بنابراین در حالت جدید بارها $q-x$ و $q+x$ خواهند بود. شکل مناسبی از بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها رسم می‌کنیم:

حالت اول: $q_1 = q$ ⟵ $\vec{F}$ — r — $\vec{F}$ ⟶ $q_2 = q$

حالت دوم: $q_1' = q-x$ ⟵ $\vec{F}'$ — r' — $\vec{F}'$ ⟶ $q_2' = q+x$

حالا از فرمول $F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^۲}$ به طور نسبتی برای دو حالت استفاده می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = |\frac{q_1'}{q_1}| \times |\frac{q_2'}{q_2}| \times (\frac{r}{r'})^۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{۲۵} = \frac{q-x}{q} \times \frac{q+x}{q} \times (\frac{۴}{۵})^۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{۲۵} = \frac{q^۲-x^۲}{q^۲} \times \frac{۱۶}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۴} = ۱ - (\frac{x}{q})^۲ \Rightarrow (\frac{x}{q})^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{x}{q} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}q = \frac{۵۰}{۱۰۰} \times q$$

۱۲۷۳- گزینهٔ ۲ اگر مجموع دو بار الکتریکی ثابت باشد، زمانی نیروی الکتریکی بین دو بار بیشینه است که اندازهٔ بارها با یکدیگر برابر باشد.

با توجه به نکته‌ای که گفته شد، این تست را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = \underbrace{q_t}_{۲q_1} = ۲q_1 \\ q_1' = q_2' = \frac{q_t}{۲} = \frac{۲}{۲}q_1 = \frac{۳}{۲}(\frac{q_2}{۲}) = \frac{۳}{۴}q_2 \end{cases}$$

برای آن که بار q_2، $\frac{۳}{۴}q_2$ شود، باید $\frac{۱}{۴}q_2$ را برداریم. به بیان درصدی، باید ۲۵ درصد از بار q_2 را برداریم و به بار q_1 اضافه کنیم.

۱۲۷۴- گزینهٔ ۲ **گام اول:** بار هر گلوله را پس از اتصال حساب می‌کنیم:

$$q_A' = q_B' = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{۳+۵}{۲} = ۴\,\mu C$$

گام دوم: با توجه به ثابت‌بودن فاصله، نسبت نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_A'q_B'}{q_Aq_B} = \frac{۴ \times ۴}{۳ \times ۵} = \frac{۱۶}{۱۵} \Rightarrow F' = \frac{۱۶}{۱۵}F$$

۱۲۷۵- گزینهٔ ۴ **گام اول:** بارهای دو کره را در حالت نهایی به دست می‌آوریم:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{۲} = \frac{۵+۱۵}{۲} = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰\,\mu C$$

@physics_konkor

گام دوم: با استفاده از $\frac{F'}{F}=(\frac{q_1'}{q_1})(\frac{q_2'}{q_2})$ تغییرات نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F}=(\frac{q_1'}{q_1})(\frac{q_2'}{q_2})=(\frac{۱۰}{۵})(\frac{۱۰}{۱۵})=۲\times\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۳}\simeq ۱/۳۳$$

پس $F'=۱/۳۳F$ است؛ از این‌رو:

$$\Delta F=F'-F=۱/۳۳F-F=۰/۳۳F=\frac{۳۳}{۱۰۰}F$$

بنابراین نیرو تقریباً ۳۳٪ افزایش یافته است.

۱۲۷۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** با توجه به گفته‌های طراح سؤال، قانون کولن را می‌نویسیم تا ببینیم قبل از تماس دو گلوله با هم، چه رابطه‌ای بین بار دو گلوله وجود داشته است:

$$F=k\frac{|q_1q_2|}{r^2}\Rightarrow ۴=۹۰\times\frac{|q_1q_2|}{۳۰^2}\Rightarrow |q_1q_2|=۴۰ \quad (۱)$$

(از تکنیک $k=۹۰\frac{N(cm)^2}{(\mu C)^2}$ استفاده کردیم.)

تکمیک اگر زرنگ باشید، تا همین‌جا گزینهٔ درست را پیدا کرده‌اید. چرا که فقط در ۲ قدرمطلق حاصل‌ضرب بارها برابر ۴۰ می‌شود.

گام دوم: با توجه به تماس دو گلوله با هم و معلوم‌بودن بار نهایی، رابطهٔ بین بار دو گلوله را مشخص می‌کنیم:

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{۲}=۳\Rightarrow q_1+q_2=۶\,\mu C \quad (۲)$$

گام سوم: حالا دو معادله و دو مجهول داریم. می‌توانیم با حل این دستگاه، مقدار بار اولیهٔ گلوله‌ها را پیدا کنیم. اما یک راه راحت‌تر وجود دارد و آن هم چک‌کردن گزینه‌ها است! برای این کار باید دنبال ۲ عدد بگردید که حاصل‌ضرب قدرمطلق آن‌ها برابر ۴۰ و جمع جبری آن‌ها ۶ باشد، این موارد با ۲ هم‌خوانی دارد.

۱۲۷۷- گزینهٔ ۲ **گام اول:** قانون کولن را برای حالت اول می‌نویسیم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{\text{تکنیک }۹۰}۰/۹=۹۰\frac{|q_1||q_2|}{۶۰^2}\Rightarrow |q_1||q_2|=۳۶\,\mu C^2 \quad (۱)$$

گام دوم: بار دو کره پس از تماس با یکدیگر، هم‌اندازه و هم‌نام می‌شود. بار هر کره در این حالت به صورت روبه‌رو به دست می‌آید: $q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{۲}$

حالا قانون کولن را برای این حالت می‌نویسیم:

$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}\xrightarrow{\text{تکنیک }۹۰}۱/۶=۹۰\frac{|\frac{q_1+q_2}{۲}||\frac{q_1+q_2}{۲}|}{۶۰^2}\Rightarrow (q_1+q_2)^2=۲۵۶\Rightarrow |q_1+q_2|=۱۶\,\mu C \quad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادلات (۱) و (۲) یا جای‌گذاری گزینه‌ها در این معادلات به جواب زیر می‌رسیم:

$$|q_1|=۲\,\mu C\xrightarrow{q_1>۰}q_1=۲\,\mu C \qquad |q_2|=۱۸\,\mu C\xrightarrow{q_2<۰}q_2=-۱۸\,\mu C$$

۱۲۷۸- گزینهٔ ۴ با توجه به کلی‌بودن این سؤال، گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم تا به پاسخ درست برسیم:

۱ $F>F'$: اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم اندازه باشند، این حالت برقرار است. مثلاً اگر بار یک کره $۲\,\mu C$ و بار کرهٔ دیگر $-۲\,\mu C$ باشد، پس از تماس، اندازهٔ بار هر کره و در نتیجه نیروی بین دو کره صفر می‌شود، بنابراین مقدار نیرو کاهش می‌یابد.

۲ $F<F'$: اگر بار دو کره هم‌نام ولی با اندازه‌های مختلف باشد، این حالت برقرار است. مثلاً اگر بار یک کره $۲\,\mu C$ و بار کرهٔ دیگر $۴\,\mu C$ باشد، نیروی بین دو کره پس از تماس افزایش می‌یابد:

$$q_1'=q_2'=\frac{۴+۲}{۲}=۳\,\mu C$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_1'q_2'}{q_1q_2}=\frac{۳\times۳}{۲\times۴}=\frac{۹}{۸}>۱\Rightarrow F'>F$$

۳ $F=F'$: اگر بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه باشد، پس از تماس، بار کره‌ها و در نتیجه نیروی بین آن‌ها تغییری نخواهد کرد.

۴ با توجه به گزینه‌ها، بسنه به شرایط هر کدام ممکن است درست باشد؛ پس پاسخ درست، ۴ است.

@kanoon.ir

پاسخنامه تکلیف فصل الکتریسیته