رویکرد شاخص علل چندگانه (برای تخمین متغیر پنهان)

مدل MIMIC رابطه بین متغیرهای قابل مشاهده و متغیر غیرقابل مشاهده را با حداقل‌سازی فاصله بین ماتریس کواریانس نمونه و ماتریس پیش‌بینی شده توسط مدل، توضیح می‌دهد که در حال حاضر متداول‌ترین روش برای اندازه‌گیری متغیر پنهان است. در این مدل متغیرهای قابل مشاهده به دو دسته تقسیم می‌شوند، علل متغیر پنهان و شاخص‌های آن. از لحاظ شکل فرمولی، مدل MIMIC از دو بخش تشکیل شده است: معادله ساختاری[1] و معادله اندازه‌گیری[2]. معادله ساختاری می‌تواند به صورت زیر تصریح شود:

$$\eta_t = \delta' x_t + \vartheta_t$$

که در آن $X_t' = (X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, \dots X_{qt})$ بردار $(1.q)$ از سری‌های زمانی است که با اندیس t مشخص شده است. هر سوی سری زمانی i=1, …., q علت بالقوه متغیر پنهان η_t می‌باشد. $\delta' =$ $(\delta_1, \delta_2, \dots., \delta_q)$ برداری $(1.q)$ از ضرایبی است که در معادله ساختاری رابطه علی بین متغیر پنهان و علل آن را نشان می‌دهد. از آنجایی که معادله ساختاری تنها بخشی از متغیر پنهان (η_t) را نشان می‌دهد، جمله خطای ϑ_t نشان دهنده جزء توضیح داده نشده است. مدل MIMIC متغیرها را به صورت انحراف از میانگین اندازه‌گیری کرده و فرض می‌کند که جملات خطا با علل هم‌بستگی ندارند یعنی $E(\eta_t) =$ $E(x_t) = E(\vartheta_t) = 0$ و $E(X_t \vartheta_t') = E(\vartheta_t X_t') = 0$.

معادله اندازه‌گیری بین متغیر پنهان و شاخص‌های آن را نشان می‌دهد یعنی متغیر غیرقابل مشاهده بر حسب متغیرهای مشاهده شده بیان می‌شود. تصریح آن به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$y_t = \lambda \eta_t + e_t$$

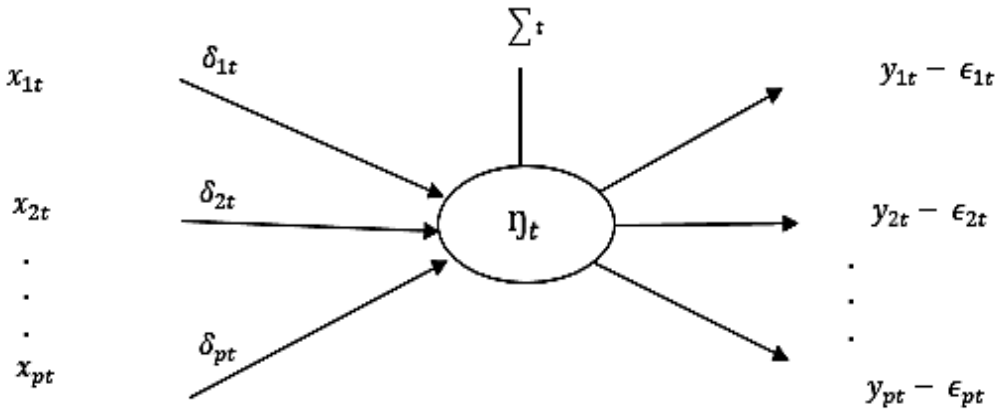
که در آن، $y' = (y_{1t}, y_{2t}, \dots., y_{pt})$ بردار $(1.q)$ از سری‌های زمانی است. $e_t =$ $(e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{pt})$ بردار $(1.q)$ از اجزاء اخلال است که هر یک از اجزاء اخلال به جمله خطای آوای (نوفه) سفید[3] هستند.

---

[1] Structural Equation
[2] Measurment Equation
[3] White Noise

ماتریس کوواریانس $(P.P)$ که آنها با θ_e نشان داده می‌شود. λ_j بردار $(P.1)$ از ضرایب رگرسیون است که نشان‌دهنده اثر متغیرهای شاخص بر متغیر پنهان می‌باشند. به مانند علل مدل MIMIC شاخص-های این مدل نیز مستقیماً قابل اندازه‌گیری بوده و به‌صورت انحراف از میانگین بیان می‌شوند. و جملات اخلال با سایر متغیرها (اعم از پنهان یا توضیح‌دهنده) همبستگی ندارد. نمودار زیر ساختار مدل MIMIC را نشان می‌دهد.

به طور کلی مدل MIMIC به معرف‌های چندگانه و علل چندگانه ارجاع شده است و نوع خاصی از مدل‌های معادله ساختاری را معرفی می‌کند. مدل‌های MIMIC شامل کاربرد متغیرهای پنهانی است که بوسیله متغیرهای مشاهده شده پیش‌بینی می‌شوند. (قاسمی وحید، ۱۳۸۸: ص۳۵۶)



شکل ۱. ساختار عمومی مدل

نمایش ماتریسی الگوی روش شاخص‌های چندگانه – علل چندگانه (MIMIC)

در ادامه نمایش ماتریسی روش شاخص‌های چندگانه – علل چندگانه ارائه شده است.

$$j = 1, 2, \dots p, \quad i = 1,2 \dots q$$
$$y = \lambda\eta + \varepsilon$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ . \\ . \\ . \\ \lambda_p \end{bmatrix} [\eta] + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

$$[\eta] = [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_q] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_p \end{bmatrix} + [\zeta]$$

$$y = \prod x + z$$

$$\prod = \lambda \gamma'$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1\gamma_1 & \lambda_1\gamma_1 & & \lambda_1\gamma_q \\ \lambda_2\gamma_1 & \lambda_2\gamma_1 & & \lambda_2\gamma_q \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ \lambda_p\gamma_1 & \lambda_p\gamma_1 & & \lambda_p\gamma_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1\zeta + \varepsilon_1 \\ \lambda_2\zeta + \varepsilon_2 \\ . \quad . \\ . \quad . \\ . \quad . \\ \lambda_p\zeta + \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

$$z = \lambda\zeta + \varepsilon$$

$$\eta = \gamma' x + \zeta$$

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ . \\ . \\ . \\ y_{1t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1\gamma_1 x_{11} + \lambda_1\gamma_1 x_{21} + & & + \lambda_1\gamma_1 x_{q1} + \lambda_1\zeta_1 + \varepsilon_{11} \\ \lambda_2\gamma_1 x_{12} + \lambda_2\gamma_1 x_{22} + & & + \lambda_2\gamma_1 x_{q2} + \lambda_1\zeta_2 + \varepsilon_{12} \\ . \quad . \quad . \quad . & \cdots & . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . & & . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . & & . \quad . \quad . \quad . \\ \lambda_1\gamma_1 x_{1t} + \lambda_1\gamma_1 x_{2t} + & & + \lambda_1\gamma_1 x_{qt} + \lambda_1\zeta_t + \varepsilon_{1t} \end{bmatrix}$$