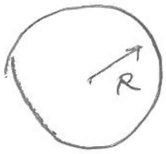
پاسخ تشریحی سوالات مرحله اول دوره ۳۲ ، سال ۹۷ — کد دفترچه : ۱

by : Majid Zahedian

① : گزینه ۳ :

یک قطره 

$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

n قطره 

بار $= nq$

$V_n = \frac{nq}{4\pi\epsilon_0 R}$

حجم n قطره = n × حجم یک قطره

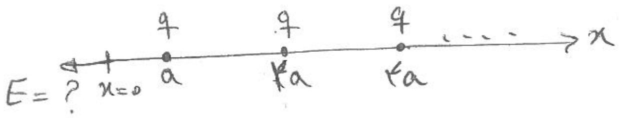
$\frac{4}{3}\pi R^3 = n\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

$\hookrightarrow R = n^{\frac{1}{3}} r$

$V_n = \frac{nq}{4\pi\epsilon_0 n^{\frac{1}{3}} r} = n^{\frac{2}{3}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = n^{\frac{2}{3}} V \to$ گزینه ۳

---

② : گزینه ۳ :



$x_n = 2^n a \,,\ n = \{0, 1, 2, \dots\}$

$E = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x_n^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sum \frac{1}{(2^n)^2} \to \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n}$

$A = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots$

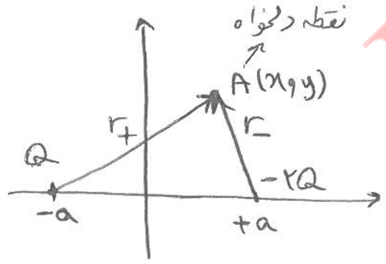
$4A = 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots$

$\to 3A = 4 \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

$\to E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \times \frac{4}{3} = \frac{q}{3\pi\epsilon_0 a^2} \to$ گزینه ۳

---

③ : گزینه ۱ :



$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_+} + \frac{-2Q}{4\pi\epsilon_0 r_-}$,
$\begin{cases} \vec{r}_- = (x-a)\hat{x} + y\hat{y} \\ \vec{r}_+ = (x+a)\hat{x} + y\hat{y} \end{cases}$

$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} - \frac{2}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} \right\} = 0 \Rightarrow \frac{1}{(x+a)^2 + y^2} = \frac{4}{(x-a)^2 + y^2}$

$\Rightarrow x^2 - 2xa + a^2 + y^2 = 4x^2 + 8xa + 4a^2 + 4y^2 \Rightarrow 3x^2 + 10xa + 3a^2 + 3y^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2 \times \frac{5}{3} xa + a^2 + y^2 = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{5}{3}a\right)^2 + a^2 - \frac{25}{9}a^2 + y^2 = 0$

$\Rightarrow \left(x + \frac{5}{3}a\right)^2 + y^2 = \frac{25-9}{9}a^2 = \frac{16}{9}a^2 \to$ معادله دایره‌ای به مرکز $C\left(-\frac{5}{3}a, 0\right)$ و شعاع $r = \frac{4}{3}a$ → گزینه ۱

معادله دایره: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

۴) گزینه‌ی $\underline{1}$:

$(12-n)\varepsilon$ باتری‌های درست وصل شده

$n(-\varepsilon)$ باتری‌های اشتباه وصل شده

$$\longrightarrow \varepsilon_{کل} = (12-n)\varepsilon + n(-\varepsilon) = (12-2n)\varepsilon$$

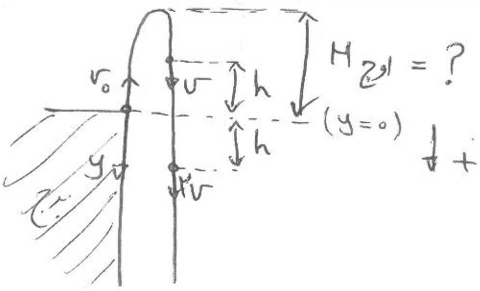
مقاومت کل $= 12r$

$$[(12-2n)\varepsilon\,,\ 12r] + [2\varepsilon\,,\ 2r] \rightarrow [(14-2n)\varepsilon\,,\ 14r] \rightsquigarrow \text{جریان } 3A$$

$$[(12-2n)\varepsilon\,,\ 12r] + [-2\varepsilon\,,\ 2r] \rightarrow [(10-2n)\varepsilon\,,\ 14r] \rightsquigarrow \text{جریان } 2A$$

$$I = \frac{\varepsilon_{کل}}{r_{کل}} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3 = \dfrac{(14-2n)\varepsilon}{14r} \\[2ex] 2 = \dfrac{(10-2n)\varepsilon}{14r} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{14-2n}{10-2n} \Rightarrow 30 - 6n = 28 - 4n$$

$$\Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow \boxed{n=1} \longrightarrow \text{گزینه‌ی } \underline{1}$$



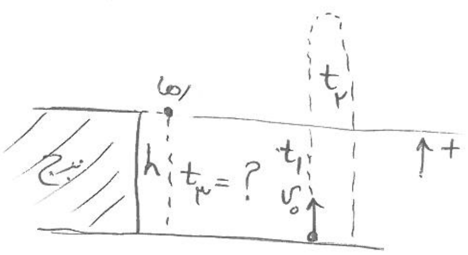
۵) گزینه‌ی $\underline{2}$:

از رابطه‌ی مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$\left\{\begin{array}{l} v^2 - v_0^2 = 2g(-h) \\ (2v)^2 - v_0^2 = 2gh \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} v^2 = v_0^2 - 2gh \\ 4v^2 = v_0^2 + 2gh \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow 4v_0^2 - 8gh = v_0^2 + 2gh \Rightarrow 3v_0^2 = 10gh \Rightarrow v_0^2 = \frac{10}{3}gh$$

برای ارتفاع اوج : $0 - v_0^2 = 2g(-H) \Rightarrow H_{اوج} = \dfrac{v_0^2}{2g} = \dfrac{\frac{10}{3}gh}{2g} = \boxed{\dfrac{5}{3}h} \longrightarrow$ گزینه‌ی $\underline{2}$



۶) گزینه‌ی $\underline{1}$:

$$\text{اوج}\ \cancel{v} = -gt + v_0 \Rightarrow t_{اوج} = \frac{v_0}{g} = t_1 + \frac{t_2}{2}$$

لذا $v_0 = g\left(t_1 + \dfrac{t_2}{2}\right)$

$$h = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 t_1 = \frac{-gt_1^2}{2} + g\left(t_1^2 + \frac{t_2}{2}t_1\right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{g}{2}\left(t_1^2 + t_1 t_2\right)$$

اگر سنگی را از ارتفاع h رها کنیم: $h = \frac{1}{2}g t_3^2 + 0$

$$\Rightarrow t_3^2 = t_1^2 + t_1 t_2$$

$$\Rightarrow \boxed{t_3 = \sqrt{t_1(t_1 + t_2)}}$$

گزینه‌ی $\underline{1}$

۷) گزینه ی ۳: این مسأله از روش تحلیل ابعادی حل می شود. باید با پارامترهای m و v_0 و نیروی اصطکاک bv_0^n یک کمیت از جنس زمان بسازیم.

$$t = m^{\alpha} v_0^{\beta} (b v_0^n)^{\gamma}$$

واحد t: s ، واحد m: kg ، واحد v_0: m/s ، واحد نیرو: $kg\frac{m}{s^2}$

$$\Rightarrow s^1 = kg^{\alpha} \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta} \left(kg\frac{m}{s^2}\right)^{\gamma} \rightarrow \begin{cases} kg: \alpha + \gamma = 0 \longrightarrow \alpha = 1 \\ m: \beta + \gamma = 0 \rightarrow \beta = -\gamma \longrightarrow \beta = 1 \\ s: -\beta - 2\gamma = 1 \Rightarrow -\gamma = 1 \Rightarrow \gamma = -1 \end{cases}$$

$$t = m^1 v_0^1 (b v_0^n)^{-1} = \frac{m v_0}{b v_0^n} \Rightarrow \boxed{t = \frac{m}{b v_0^{n-1}}} \longrightarrow \text{گزینه ی ۳}$$

---

۸) گزینه ی ۳:

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{2}{3} \qquad h_{n+1} = \frac{v_{n+1}^2}{2g} \qquad h_n = \frac{v_n^2}{2g}$$

$$\frac{v_{n+1}^2}{v_n^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \sqrt{\frac{2}{3}} \rightsquigarrow \frac{v_n}{v_0} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^n$$

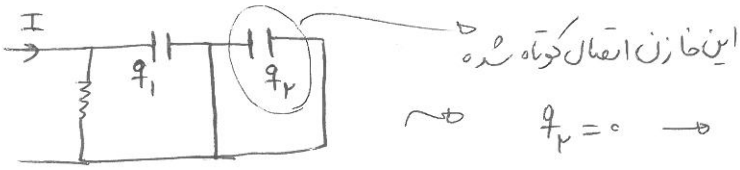
تعداد برخورد با سطح زمین

$$\frac{v_n}{v_0} < \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n}{2}} < \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n < \frac{1}{4} \longrightarrow$$ باید ببینیم به ازای کدام n برقرار است

$n=1: \frac{2}{3} < \frac{1}{4}$ ✗ $\quad n=2: \frac{4}{9} < \frac{1}{4}$ ✗ $\quad n=3: \frac{8}{27} < \frac{1}{4}$ ✗ $\quad n=4: \frac{16}{81} < \frac{1}{4}$ ✓ $\longrightarrow$ گزینه ی ۳

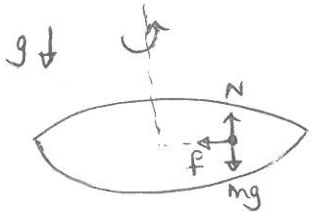
---

۹) اینکه مقادیر جریان و بارها ثابت هستند یعنی همگی اجزا در حالت نهایی (حالت پایا) قرار دارند. بنابراین خازن ها پر شده اند و از آن ها جریانی نمی گذرد، بنابراین مقاومت های بعد از خازن ها صرفا مثل یک سیم عمل می کنند چراکه جریانی از آن ها نمی گذرد. ← گزینه ی ۴



$$\rightsquigarrow q_2 = 0 \longrightarrow \frac{q_2}{q_1} = 0 \longrightarrow \text{گزینه ی ۴}$$

(۱۰) گزینه‌ی $\underline{۲}$:



$$\omega = \frac{1}{2}\,\frac{دور}{ثانیه} \times \frac{2\pi\ rad}{1\ دور} = \pi\ rad/s$$

اینکه جسم با صفحه‌ی چرخنده اصطکاک از نوع ایستایی است چرا که جسم سُر نخورده است.

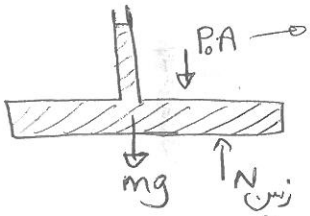
$$f = f_s = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = \frac{1}{10}\times\frac{20}{100}\times\pi^2 = \frac{2}{100}\times 3.14^2 = 0.197 \simeq \boxed{0.2\ N}$$

گزینه‌ی $\underline{۲}$

دقت کنید که اصطکاک ایستایی (f_s) را با بیشینه اصطکاک ایستایی ($(f_s)_{max} = \mu_s N$) قاطی نکنید.

---

(۱۱) گزینه‌ی $\underline{۲}$: ظرف و آب درون آن را کلاً یک جسم در نظر بگیرید و برای آن معادله‌ی تعادل بنویسید.



$$N_{زمین} = mg + P_0A$$

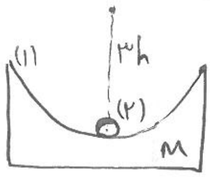
$$m = \rho_{آب} V = 1000\ kg/m^3 \times \left(400\times10^{-4}\times\frac{2}{10} + 10\times10^{-4}\times 1\ m\right)$$

$$m = 8 + 1 = 9\ kg$$

$$N_{زمین} = 9\times10 + 10^5\times400\times10^{-4} = 90 + 4000 = \boxed{4090\ N} \longrightarrow \text{گزینه‌ی } \underline{۲}$$

---

(۱۲) گزینه‌ی $\underline{۳}$:



ابتدا بین نقاط (۱) و (۲) روی شکل پایستگی انرژی می‌نویسیم:

$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh$$

معادله نیرو برای m : $N - mg = m\frac{v^2}{r} = m\frac{2gh}{3h} = \frac{2}{3}mg \Rightarrow N = mg + \frac{2}{3}mg = \frac{5}{3}mg$

معادله نیرو برای M : $N_{ترازو} = Mg + N = Mg + \frac{5}{3}mg \Rightarrow \boxed{N_{ترازو} = (M + \frac{5}{3}m)g} \longrightarrow$ گزینه‌ی $\underline{۳}$

۱۳) گزینه ی $\underline{2}$:

در این سوال انتقال حرارت از نوع رسانش گرمایی داریم که رابطه آن به شکل زیر است :

توان رسانش $P = KA\frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow P = K\left(\sum \frac{A_i}{\Delta x_i}\right)(T_1 - T_2)$

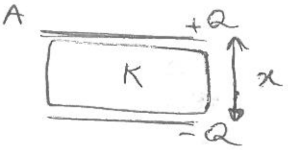
این مقدار را باید برای هر ۶ سطح از دیواره‌های مکعب حساب کنیم

$$P = K\left(\frac{ab}{\Delta c}\times 2 + \frac{ac}{\Delta b}\times 2 + \frac{bc}{\Delta a}\times 2\right)(T_1 - T_2) \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{P}{K\left(2\frac{ab}{\Delta c} + 2\frac{ac}{\Delta b} + 2\frac{bc}{\Delta a}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 + \frac{P}{2K\left(\frac{ab}{\Delta c} + \frac{ac}{\Delta b} + \frac{bc}{\Delta a}\right)}} \longrightarrow \text{گزینه ی } \underline{2}$$

---

۱۴) گزینه ی $\underline{2}$:



x فاصله بین صفحات خازن است.

$$C = \frac{KA\epsilon_0}{x}$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2KA\epsilon_0}x$$

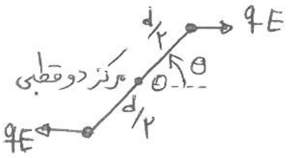
$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{x} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{Q^2}{2K\epsilon_0 A} = PA \Rightarrow \text{فشار } \boxed{P = \frac{Q^2}{2K\epsilon_0 A^2}} \longrightarrow \text{گزینه } \underline{2}$$

* بچه‌هایی که چگالی انرژی الکتریکی بلدند می‌توانند از این استفاده کنند که فشار وارده همان چگالی انرژی است.

$$\boxed{P = \frac{\epsilon}{2}E^2 = \frac{\epsilon}{2}\left(\frac{\sigma}{\epsilon}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon} = \frac{Q^2}{2\epsilon A^2} = \frac{Q^2}{2K\epsilon_0 A^2}} \checkmark \text{ راه حل } \underline{2}$$

---

۱۵) گزینه ی $\underline{4}$:



مرکز دوقطبی ثابت است اما دو نیروی qE کوپل هستند → گشتاور حول نقطه ی O را بدست می‌آوریم

$$\tau_O = \sum \vec{r}\times\vec{F} = qE\frac{d}{2}\sin\theta \times 2 = qEd\sin\theta \quad \text{درون سو}$$

(توجه: جهت بردار θ برون سو گرفته شده)

کار ناشی از گشتاور خارجی $W = \int \vec{\tau}\cdot d\vec{\theta} = -\int_{\theta_0}^{0} qEd\sin\theta\, d\theta = -qEd\underbrace{\int_{\theta_0}^{0}\sin\theta\, d\theta}_{-\cos\theta\big|_{\theta_0}^{0}}$

$$\Rightarrow W = qEd(1-\cos\theta_0)$$

$$\underbrace{qd = P}\longrightarrow \boxed{W = PE(1-\cos\theta_0)} \longrightarrow \text{گزینه ی } \underline{4}$$

* اگر در مورد علامت W گیج شدید، خودتان دستی علامت آن را چک کنید. اگر از θ_0 به $\theta = 0$ بیاییم ↷ چرخیدیم و اگر جهت گشتاور را ببینیم ↷ است. پس هر دو در یک جهت بوده و کار مثبت است.

(۱۶) گزینه‌ی ۲ :

حل ساده: می‌دانیم $F \sim \frac{q^2}{r^2}$ یعنی نیرو با بار رابطه مستقیم دارد و با فاصله رابطه عکس.

$\Big\{$ بار هر اتم متناسب است با عدد اتمی (Z)
فاصله دو پروتون متناسب است با عدد جرمی (A)

بنابراین نیرو باید با عدد اتمی رابطه مستقیم داشته باشد و با عدد جرمی رابطه‌ی عکس ← گزینه‌ی ۲ درست است.

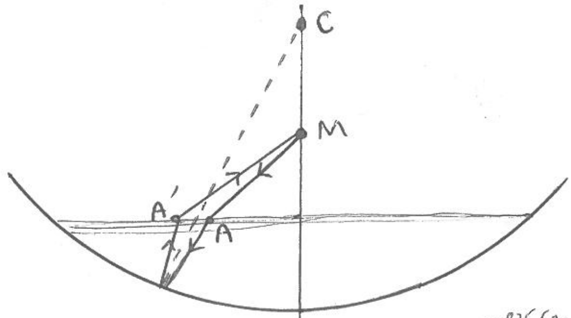
حل کامل:

حجم $\frac{4}{3}\pi r^3 \sim A$ عدد جرمی $\Rightarrow \quad \frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{1/3}$

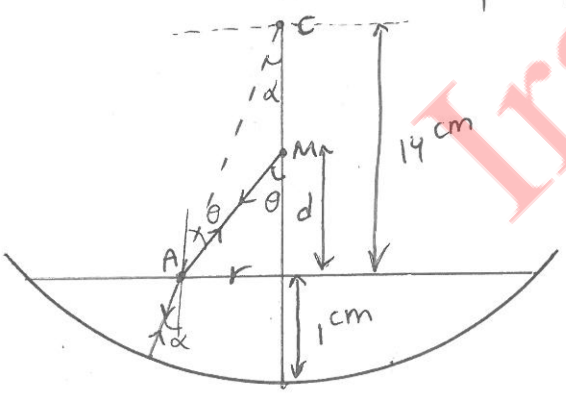
$$q \sim Z^{1/3} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{1/3}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\left(\frac{q_1}{r_1}\right)^2}{\left(\frac{q_2}{r_2}\right)^2} = \left(\frac{q_1 r_2}{q_2 r_1}\right)^2 = \boxed{\left(\frac{Z_1 A_2}{Z_2 A_1}\right)^{2/3}}$$

(۱۷) گزینه‌ی ۴ :



برای اینکه تصویر M روی خودش بیفتد، باید پرتو نوری که از M گسیل شده، به نقطه‌ی M بازگردد. در حالت کلی مسیر پرتو نور مطابق شکل مقابل است
اما در صورت سوال (شکل سوال) این تقریب وجود دارد که دو نقطه‌ی A و A′ را باید روی هم بگیریم.



$$\tan\alpha \simeq \alpha = \frac{r}{14}$$
$$\tan\theta \simeq \theta = \frac{r}{d}$$

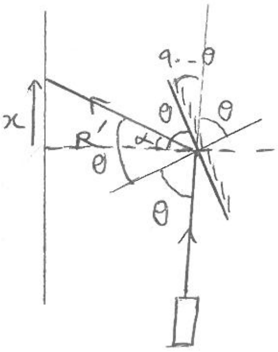
رابطه اسنل-دکارت: $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow 1 \times \overbrace{\sin\theta}^{\theta} = 1.4\ \overbrace{\sin\alpha}^{\alpha}$

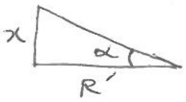
$$\Rightarrow \frac{r}{d} = 1.4 \times \frac{r}{14} \Rightarrow d = 10^{cm}$$

فاصله M تا C $= 14 - d = \boxed{4^{cm}}$ → گزینه‌ی ۴

(۱۸) گزینه‌ی ۳ : زاویه‌ی لیزر با خط عمود بر آینه را θ می‌گیریم ← زاویه‌ی آینه با افق همان θ می‌شود.

زاویه‌ی تابش و بازتابش برابر است (هر دو θ هستند) ← زاویه‌ی بازتاب θ می‌شود





محل لکه روی دیوار را با مختصه‌ی x نشان می‌دهیم. پس سرعت لکه $\dot{x} = v$ است.

رابطه هندسی از روی شکل: $(\theta - \alpha) + \theta = 90°$
$\hookrightarrow \alpha = 2\theta - 90$

$$\tan\alpha = \frac{x}{R'} \Rightarrow x = R' \tan\alpha$$

$$x = R' \tan(2\theta - 90) = -R' \cot(2\theta) \Rightarrow v = \dot{x} = R'\left(1 + \cot^2(2\theta)\right)(2\dot{\theta})$$

$\dot{\theta}$ همان سرعت زاویه‌ای آینه است ← $\dot{\theta} = \omega = \frac{2\pi}{T}$

هنگامی که لکه از نقطه‌ی H عبور می‌کند ← پرتو بازتابش افقی است ← $\alpha = 0$ ← $2\theta = 90^\circ$ ← $\theta = 45^\circ$

$\cot(2\theta) = 0$

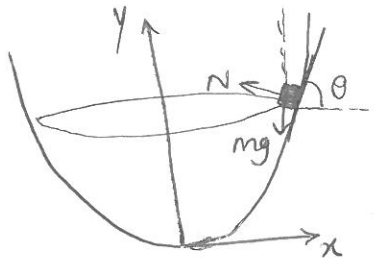
$$v = R'(1+0)\left(2\,\frac{2\pi}{T}\right) = \boxed{\frac{4\pi R'}{T}}$$

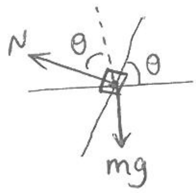
گزینه‌ی ۳

---

(۱۹) گزینه‌ی ۱ :

$y = ax^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2ax$





شیب منحنی $\tan\theta = \frac{dy}{dx} = 2ax$

در راستای عمودی حرکت نداریم ← $a_y = 0$

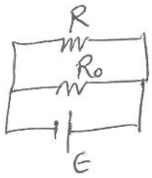
در راستای افقی حرکت دایره‌ای داریم ← $a_x = r\omega^2$ و $(r = x)$ ، $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\left.\begin{aligned} y:&\quad N\cos\theta = mg \\ x:&\quad N\sin\theta = m x \omega^2 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cancel{x}\omega^2}{g} = 2a\cancel{x} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{gT^2} = 2a \Rightarrow \boxed{T^2 = \frac{2\pi^2}{ag}}$$

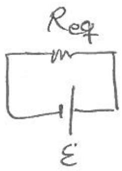
← گزینه‌ی ۱

---

(۲۰) گزینه‌ی ۴ :



~



$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R}$

$P = \frac{\epsilon^2}{R_{eq}} = \frac{\epsilon^2}{R_0} + \frac{\epsilon^2}{R} \longrightarrow P(R) = \frac{\epsilon^2}{R} +$ ثابت ← تابع هموگرافیک $P \sim \frac{1}{R}$ ← گزینه‌ی ۴

---

(۲۱) گزینه‌ی ۴ : وقتی کلید K را ببندیم و صبر کنیم ← جریان در مدار یک مقدار ثابت و مشخص می‌شود.

وقتی هسته‌ی آهنی را وارد سیملوله می‌کنیم در حقیقت داریم μ_0 را به μ افزایش می‌دهیم و بنابراین میدان مغناطیسی درون القاگر $(B=\mu n I)$ زیاد می‌شود ← شار مغناطیسی درون سیملوله در حال افزایش است ← میدان مغناطیسی در خلاف جهت القا می‌شود تا شار را کاهش دهد ← جریان القایی خلاف جهت جریان اولیه به وجود آمده و بنابراین ابتدا کاهش جریان داریم.

وقتی همه‌ی هسته آهنی وارد القاگر شود دیگر تغییر میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی نداریم ← جریان القایی نداریم ← برای مدتی جریان به مقدار ثابت اولیه خود برمی‌گردد.

وقتی هسته آهنی در حال خارج شدن از سیم لوله باشد ← μ کاهش می‌یابد ← B کاهش می‌یابد ← ϕ کاهش می‌یابد ← $B_{\text{القایی}}$ در جهت افزایش میدان مغناطیسی القا می‌شود ← جریان القایی هم جهت با جریان اولیه القا می‌شود ← بنابراین افزایش جریان داریم.

بعد از اینکه هسته کاملاً از سیم لوله خارج شد، میدان و شار مغناطیسی ثابت می‌شوند ← جریان به همان مقدار اولیه برمی‌گردد.

با توجه به توضیحات فوق، این تغییرات در شکل د نشان داده شده ← گزینه‌ی ۴

(۲۲) گزینه‌ی ۳ :

برای بدست آوردن جرم پروتون از عدد آووگادرو استفاده می‌کنیم

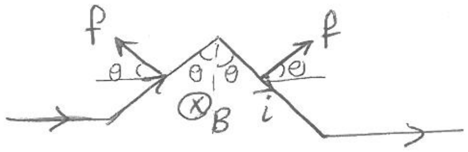
(البته اگر حفظ هستید که جرم پروتون از مرتبه 10^{-27} kg هست که دیگه هیچی)

$$m_p = 1 \frac{gr}{mol} \times \frac{1\, mol}{6.022 \times 10^{23}\ \text{پروتون}} = \frac{1}{6} \times 10^{-23}\, gr$$

$$\rho = \frac{m_p}{\frac{4}{3}\pi r_p^3} = \frac{\frac{1}{6}\times 10^{-23}}{\frac{4}{3}\pi (10^{-13})^3} \frac{gr}{cm^3} = \underbrace{\frac{1}{8\pi}}_{\simeq 25} \times 10^{39-23} \simeq \frac{4}{100} \times 10^{16} = \boxed{4 \times 10^{14} \frac{gr}{cm^3}}$$

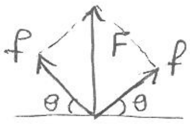
← گزینه‌ی ۳

(۲۳) گزینه‌ی ۱ :



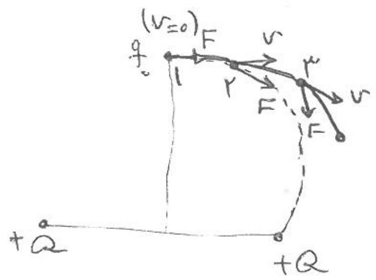
$f = l(\vec{i} \times \vec{B}) = Bil$

جهت این نیرو با قاعده دست راست تعیین می‌شود که روی شکل نشان داده شده است.



$$\boxed{F_{\text{برآیند}} = 2f\sin\theta = 2Bil\sin\theta} \longrightarrow \text{گزینه‌ی ۱}$$

(۲۴) گزینه‌ی ۴ : توجه کنید که جهت میدان الکتریکی (خطوط میدان) جهت نیرو را نشان می‌دهد که همان جهت شتاب نیز می‌شود.



برای بدست آوردن جهت مسیر حرکت باید هم جهت شتاب را در نظر گرفت و هم سرعت.

نقطه به نقطه جلو می‌رویم. اول سرعت نداریم ولی پس از مدتی سرعت به وجود آمده

باعث می‌شود که مسیر حرکت q از خطوط میدان جدا شود. همانطور که روی شکل نشان

داده شده است.

← مسیر ۱ صحیح است ← گزینه‌ی ۴

(۲۵) گزینه‌ی ۱ : وقتی حلقه در حال وارد شدن به میدان مغناطیسی است، تغییر شار میدان مغناطیسی داریم و $\epsilon_{\text{القایی}}$ داریم.

وقتی که حلقه به طور کامل داخل میدان مغناطیسی شد، شار مغناطیسی ثابت بوده و $\epsilon_{\text{القایی}} = 0$ است.

وقتی که حلقه در حال خارج شدن از میدان مغناطیسی است، شار مغناطیسی در حال کاهش است و باز هم $\epsilon_{\text{القایی}}$ داریم اما این دفعه جهت

ولتاژ القایی با موقع ورود فرق دارد چرا که موقع ورود شار مغناطیسی در حال افزایش بود $\left(\epsilon_{\text{القایی}} = -\frac{d\phi}{dt}\right)$

بنابراین اگر موقع ورود ولتاژ القایی مثبت باشد، موقع خروج ولتاژ القایی منفی خواهد بود ← گزینه‌ی الف صحیح است.

(۲۶) گزینه‌ی ۱ :

$$\left.\begin{aligned} n_{N_2} &= 7\, gr \times \frac{1\, mol}{28\, gr} = \frac{1}{4}\, mol\ N_2 \\ n_{CO_2} &= 11\, gr \times \frac{1\, mol}{44\, gr} = \frac{1}{4}\, mol\ CO_2 \end{aligned}\right\} \rightarrow n_{\text{کل}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\, mol$$

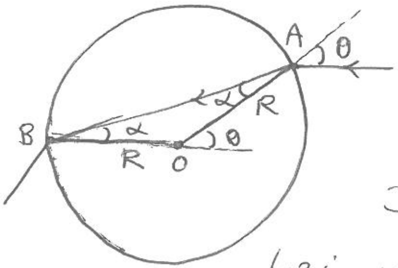
برای اینکه چگالی را حساب کنیم باید حجم ظرف را بدست آوریم:

$$PV = n_{\text{کل}} RT \Rightarrow 10^5 \times V = \frac{1}{2} \times 8.31 \times 300 \Rightarrow V = \frac{3}{2} \times 8.31 \times 10^{-3}\, m^3 = \frac{3 \times 8.31}{2}\, lit$$

$$\rho=\frac{m_{\text{کل}}}{V}=\frac{7+11\ \text{gr}}{\frac{3\times 8.31}{2}\ \text{lit}}=\frac{18\times 2}{3\times 8.31}=\frac{12}{8.31}=\boxed{1.44\ \text{gr/lit}}\ \to\ \text{گزینه } \underline{1}$$

---

(۲۷) گزینه ۳ :



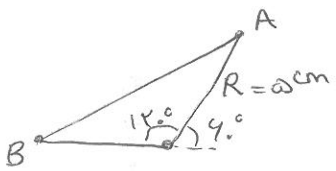
از آنجا که مثلث OAB متساوی الساقین است، $\hat{A}=\hat{B}$ است
(هردو α هستند)

رابطه اسنل دکارت : $1\times\sin\theta=\sqrt{3}\times\sin\alpha$

رابطه هندسی : $\theta=2\alpha$ (زاویه خارجی)

$$\Rightarrow\ \underbrace{\sin(2\alpha)}_{2\sin\alpha\cos\alpha}=\sqrt{3}\sin\alpha$$

$$\to\ 2\cos\alpha=\sqrt{3}\ \to\ \cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\ \Rightarrow\ \alpha=30^\circ\ \to\ \theta=60^\circ$$



می دانیم سرعت نور در محیطی با ضریب شکست n، $c=\frac{c_0}{n}$ است که c_0 سرعت نور در خلأ است.

$$c=\frac{3\times10^8}{\sqrt{3}}=\frac{AB}{t_{AB}}\ \Rightarrow\ t_{AB}=\frac{\frac{5\sqrt{3}}{100}}{\frac{3\times10^8}{\sqrt{3}}}=5\times10^{-10}\ s=\frac{5}{10}\ ns=\boxed{\frac{1}{2}\ ns}$$

$$AB=2R\sin\left(\frac{120}{2}\right)=2\times\frac{5}{100}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5}{100}\sqrt{3}\ m$$

گزینه ۳

---

* سوالات پاسخ کوتاه *

(۱)

بازده ماشین کارنو $\eta=1-\frac{T_C}{T_H}$

$$\eta_1=1-\frac{300-\Delta T}{450}$$

$$\eta_2=1-\frac{300}{450+\Delta T}$$

$$\eta_1-\eta_2=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}$$

لذا $1-\frac{300-\Delta T}{450}-\left(1-\frac{300}{450+\Delta T}\right)=\frac{1}{40}\ \to\ \frac{300\times450-(300-\Delta T)(450+\Delta T)}{(450+\Delta T)\,450}=\frac{1}{40}$

$$\Rightarrow\ \cancel{300\times450}-\cancel{300\times450}+150\,\Delta T+\Delta T^2=\frac{45}{4}(450+\Delta T)$$

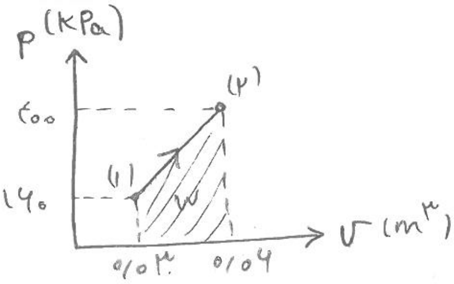
$$\Rightarrow\ \Delta T^2+\left(150-\frac{45}{4}\right)\Delta T-45^2\times\frac{5}{2}=0$$

$$\Rightarrow\ \Delta T^2+138.75\,\Delta T-5062.5=0\ \to\ \Delta T=\overset{\text{غ ق ق}}{-168.75}\ ,\ 30$$

لذا $\boxed{\Delta T=30\ K}$

قبول دارم که حل کردن این معادله درجه ۲ با اعداد غیر رُند و بدون ماشین حساب کار سختی است. از روش‌های تقریبی مثل بسط تیلور هم می‌توان استفاده کرد ولی باید خیلی مراقب بود که خطا محاسبات بیشتر از 1^K نشود.

۲) رابطه فشار با حجم طبق صورت سوال خطی است.



گرما را به طور مستقیم نمی توانیم حساب کنیم. طبق کتاب درسی گرما فقط برای فرآیند هم حجم و هم فشار رابطه دارد که می دانیم.

اما می توانیم ΔU و W را برای فرآیند حساب کنیم و از رابطه قانون اول ترمودینامیک Q را حساب کنیم.

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W$$

می دانیم مساحت زیر نمودار فرآیند در نمودار $P-V$، اندازه کار انجام شده می باشد:

$$|W| = S = \frac{160+400}{2}\times 10^{3}\times\frac{3}{100} = 280\times 30 = 8400\ J \to W = -8400\ J$$ ← چون افزایش حجم داریم پس کار باید منفی باشد

برای محاسبه ی ΔU از رابطه ای که در سوال آمده استفاده می کنیم:

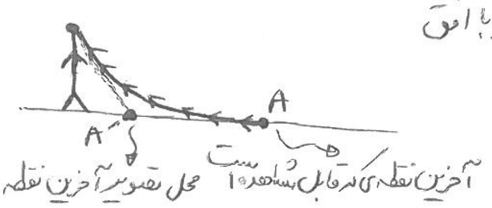
$$U = 3PV$$

$$\Delta U = 3(P_2V_2 - P_1V_1) = 3\left(400\times\frac{6}{100} - 160\times\frac{3}{100}\right)\times 10^{3} = 3(\underbrace{24-4.8}_{19.2})\times 10^{3} = 57600\ J$$

$$Q = 57600 - (-8400) = 66000\ J = \boxed{66\ KJ}$$

---

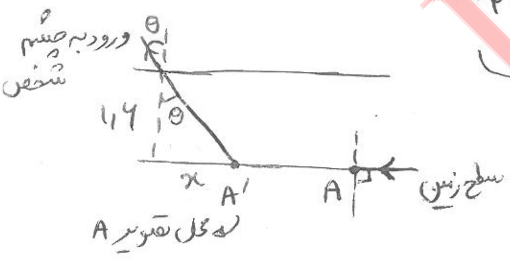
۳) طبق رابطه $n(y)$ با افزایش ارتفاع n زیاد می شود که این یعنی θ زاویه پرتو نور با افق با افزایش ارتفاع رو به کاهش است.



برای پیدا کردن زاویه ای که با آن نور به چشم شخص می رسد کافی است بین لایه اولی و لایه $y=1.6$ که چشم شخص قرار دارد رابطه اسنل دکارت بنویسیم:

$$n(1.6)\sin\theta = n_0\times\sin(\pi/2)$$

چون جسم در بی نهایت و خیلی دور است زاویه ی آن $\theta=\pi/2$ است.



$$\sin\theta = \frac{n_0}{n(1.6)} = \frac{1}{1+2\times10^{-7}\times1.6}$$

از طرفی: $\cot\theta = \frac{1.6}{x}$ ، $1+\cot^2\theta = \frac{1}{\sin^2\theta}$

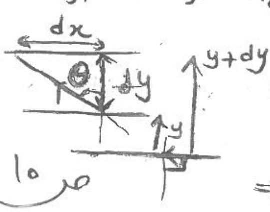
$$\Rightarrow 1+\left(\frac{1.6}{x}\right)^2 = (1+2\times10^{-7}\times1.6)^2 = 1+6.4\times10^{-7}+\underbrace{(3.2\times10^{-7})^2}_{\text{صرف نظر}} \Rightarrow \frac{1.6^2}{x^2} = 64\times10^{-8} \Rightarrow x^2 = 4\times10^{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2\times10^{3}\ m = 2\ Km}$$ → جواب

---

* اما حالا بیایید محل واقعی آخرین نقطه قابل مشاهده را بدست آوریم. (این جزو سوال نیست، همینجوری خودمان می خواهیم بدست آوریم)

$$n(y)\sin\theta(y) = n_0\times\sin(\pi/2) \Rightarrow \sin\theta(y) = \frac{1}{1+2\times10^{-7}y}$$

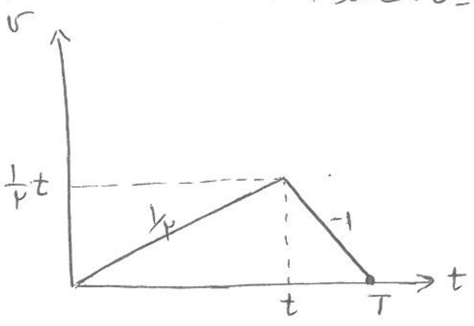


$$\cot\theta(y) = \frac{dy}{dx} \to 1+\cot^2\theta = \frac{1}{\sin^2\theta} \Rightarrow 1+y'^2 = \overbrace{(1+2\times10^{-7}y)^2}^{1+4\times10^{-7}y+0} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sqrt{4\times10^{-7}}\sqrt{y}$$

$$\Rightarrow \int_0^{1.6}\frac{dy}{\sqrt{y}} = \int_0^{x}\sqrt{4\times10^{-7}}\,dx \Rightarrow 2\sqrt{y}\Big|_0^{1.6} = \sqrt{4\times10^{-7}}\,x \Rightarrow x_A = 4\ Km$$ ← مکان واقعی آخرین نقطه

۴) در این گونه سوال‌ها که زمان تغییر شتاب مشخص نیست نمودار سرعت ـ زمان خیلی کمک کننده است.

حالت اول) سرعت بیشینه نداریم.



$\underset{\text{مساحت زیر نمودار}}{S} = 2.4^{km} = 2400^{m}$

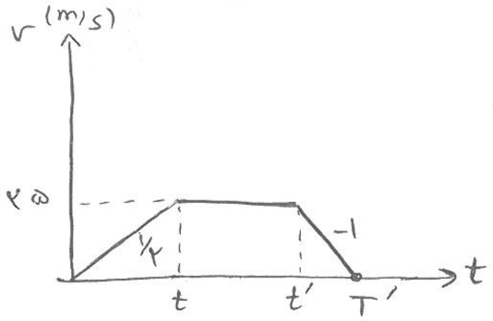
$\text{شیب قسمت کند شونده} = \frac{-\frac{1}{2}t}{T-t} = -1 \Rightarrow t = 2T - 2t \Rightarrow t = \frac{2}{3}T$

$S = \frac{\frac{1}{2}t\times t}{2} + \frac{\frac{1}{2}t(T-t)}{2} = \frac{t^2}{4} + \frac{t(T-t)}{4} = \frac{Tt}{4} = \frac{\cancel{2}T^2}{3\times4} = \cancel{2}400^{12} \Rightarrow T^2 = 12\times12\times100$

$\Rightarrow \boxed{T = 120^{s}}$

حالت دوم) سرعت بیشینه داریم.

$\cancel{90}^{10}\ km/h \times \frac{10}{\cancel{36}_{4}} = 25\ m/s$



$\frac{1}{2} = \frac{25}{t} \Rightarrow t = 50^{s}$ و $-1 = \frac{-25}{T'-t'} \Rightarrow T'-t' = 25$

$S = \frac{25\times50}{2} + 25\times(t'-50) + \frac{25\times\overbrace{(T'-t')}^{25}}{2} = 2400$

$\rightarrow t'-50 = 24\times4 - \frac{25}{2} - 25 = 58.5^{s} \Rightarrow t' = 108.5^{s}$

$T'-t' = 25 \Rightarrow \boxed{T' = 133.5^{s}}$

$\boxed{2(T'-T) = 2(133.5-120) = 2\times13.5 = 27^{s}}$ → جواب

---

۵)

$I = Ane\,v_d \Rightarrow v_d = \frac{I}{Ane}$

n تعداد اتم بر واحد حجم
N تعداد کل اتم‌ها
$\rightarrow n = \frac{N}{V}$

$\rho_{\text{چگالی}} = \frac{m}{V} = \frac{N\overset{\text{جرم یک اتم}}{m_0}}{V} = n m_0 \Rightarrow n = \frac{\rho}{m_0}$

$\rightarrow v_d = \frac{I m_0}{A\rho e}$

جرم یک اتم $m_0 = 64\ gr/mol \times \frac{1\ mol}{6.02\times10^{23}\ \text{اتم}} = \frac{64}{6.02}\times10^{-23}\ gr/\text{اتم}$

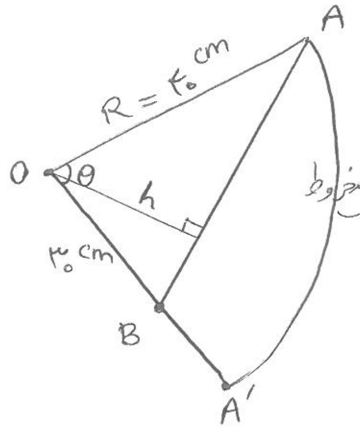
$v_d = \frac{8.9\times\frac{64}{6}\times10^{-23}\ gr/\text{اتم}}{20\times10^{-2}(cm^2)\times8.9\ gr/cm^3\times1.6\times10^{-19}} = \frac{\cancel{64}^{40}}{20\times\cancel{1.6}_{1}\times6}\times10^{-2}\ cm/s = \frac{2}{6}\times10^{-2}\ cm/s$

$\rightarrow \boxed{v_d = \frac{1}{30}\ mm/s}$!!!

کلید باشگاه (کمیته فیزیک) برای این سوال ۴ بوده است. !؟

۶) مخروط را باز کنید، یک قطعه‌ای از دایره به شعاع 40^{cm} حاصل می‌شود. ابتدا زاویه‌ی این قطاع دایره را بدست می‌آوریم.

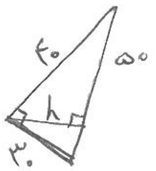
کوتاه‌ترین مسیر از A تا B، خط راستی است که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند.



$$AB^2 = 40^2 + 30^2 \Rightarrow AB = 50^{cm}$$

همان محیط دایره‌ی مقطع مخروط $\rightarrow AA' = 2\pi(10^{cm}) = 20\pi$

$$R\theta = AA' \Rightarrow \theta = \frac{20\pi}{40} = \frac{\pi}{2}$$ ← پس زاویه‌ی θ قائم است



$$S_{\text{مثلث}} = \frac{30\times 40}{2} = \frac{h\times 50}{2} \Rightarrow h = \frac{30\times 40}{50} = \frac{120}{5} = \boxed{24^{cm}}$$

---

۷) دمای تعادل همان $40^\circ C$ است با این شرط که مقداری از آب تبخیر شود.

آهن 1^{kg} : $940^\circ C \xrightarrow{\text{دما}} 40^\circ C$

آب $4^{lit} \times 1\frac{kg}{lit} = 4^{kg}$ ← فرض می‌کنیم که m کیلوگرم از آب تبخیر می‌شود.

آب $4-m : 25^\circ C \xrightarrow{\text{دما}} 40^\circ C$

آب $m : 25^\circ C \xrightarrow{\text{دما}} 100^\circ C \xrightarrow{\text{تبخیر}} 100^\circ C$

$$\sum Q_i = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{1^{kg}\times 490(-900)}_{\text{گرمایی که آهن می‌دهد}} + \underbrace{(4-m)\times 4200\times 15}_{\text{آب که از ۲۵ به ۴۰ رسیده}} + \underbrace{m\times 4200\times 75 + m\times 2.3\times 10^6}_{\text{آب تبخیر شده}} = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{900\times 490 - 4\times 4200\times 15}{2.3\times 10^6 + 4200\times 60} = \frac{\overbrace{9\times 49}^{441} - \overbrace{42\times 6}^{252}}{2300 + \underbrace{42\times 6}_{252}} = \frac{189}{2552} \simeq \boxed{0.074^{kg} = 74\,gr}$$

---

۸) ابتدا ترازهای مختلف انرژی را برای اتم هیدروژن باید بدست آوریم تا بفهمیم 2.55^{ev} اختلاف انرژی بین کدام دو تراز اتم هیدروژن است.

می‌دانیم ترازهای مختلف انرژی اتم هیدروژن از رابطه $E_n = \frac{E_0}{n^2}$ بدست می‌آیند

$\vdots$

$n=4,\ E_4 = \frac{-13.6}{16}\,ev$

$n=3,\ E_3 = \frac{-13.6}{9}\,ev$

$n=2,\ E_2 = \frac{-13.6}{4}\,ev$

$n=1,\ E_1 = E_0$ (حالت پایه) $= -13.6^{ev}$

$$E_n - E_m = 2.55^{ev} \Rightarrow \frac{13.6}{n^2} - \frac{13.6}{m^2} = 2.55 \Rightarrow \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} = \frac{2.55}{13.6} = \frac{3}{16}$$

با کمی سعی و خطا می‌فهمیم $n=2$ و $m=4$ در این معادله صدق می‌کند.

پس می‌فهمیم الکترون‌ها در ابتدا در حالت پایه $(n=1)$ و $n=2$ قرار داشتند و با تاباندن فوتون با انرژی 2.55^{ev}، الکترون‌ها

از حالت $n=2$ به حالت $n=4$ رفته‌اند.

سپس با آمدن الکترون‌ها از $n=4$ به ترازهای پایین‌تر، فوتون‌هایی با انرژی‌های مختلف تولید می‌شوند.

وقتی الکترون از $n=4$ به $n=1$ می‌رود، فوتون با بیشترین انرژی (کمترین طول موج) تولید می‌شود.

وقتی الکترون از $n=4$ به $n=3$ می‌رود، فوتون با کمترین انرژی (بیشترین طول موج) تولید می‌شود.

$$\frac{hc}{\lambda_{min}} = |E_4 - E_1| = 13.6^{eV}\underbrace{\left(1-\frac{1}{16}\right)}_{\frac{15}{16}} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{13.6\,eV}\times\frac{16}{15}$$

$$\frac{hc}{\lambda_{max}} = |E_4 - E_3| = 13.6^{eV}\underbrace{\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{16}\right)}_{\frac{7}{16\times 9}} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{hc}{13.6\,eV}\times\frac{16\times 9}{7}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{max}-\lambda_{min} = \frac{hc}{13.6\,eV}\left(\frac{16\times 9}{7}-\frac{16}{15}\right) = \frac{6.63\times 10^{-34}\times 3\times 10^{8}}{13.6\times 1.6\times 10^{-19}}\times 16\left(\frac{135-7}{105}\right)\times 10^{10}$$

برای تبدیل متر به آنگستروم

$$\Rightarrow \frac{\Delta\lambda^{(\mathring{A})}}{1000} = \frac{6.63\times 3\times 128}{13.6\times 105}\times 10^{1} = 17.82 \xrightarrow{\text{گرد کردن}} \boxed{=18}$$

قبول دارم محاسبه این عدد بدون ماشین حساب کار نسبتاً سختی هست.