فصل پنجم
مدل‌سازی خطوط انتقال

بهروز آدینه

بهار ۹۵

$$\left.\begin{array}{r} I = yV = y\left(V_R + \frac{Z}{2} I_R\right) \\ I_s = I + I_R \end{array}\right\} \Rightarrow I_s = yV_R + \frac{Zy}{2} I_R + I_R \Rightarrow I_s = yV_R + \left(1 + \frac{Zy}{2}\right) I_R$$

$$C = y, D = \left(1 + \frac{Zy}{2}\right)$$

$$V_s = V + \frac{Z}{2} I_s = V_R + \frac{Z}{2} I_R + \frac{Z}{2}\left(yV_R + \left(1 + \frac{Zy}{2}\right) I_R\right) \Rightarrow V_s = \left(1 + \frac{Zy}{2}\right) V_R + Z\left(1 + \frac{Zy}{4}\right) I_R$$

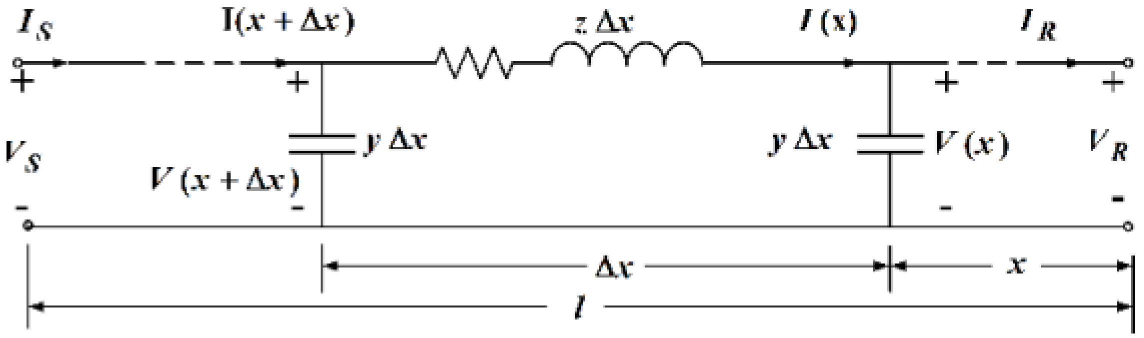
$$A = \left(1 + \frac{Zy}{2}\right), B = Z\left(1 + \frac{Zy}{4}\right)$$

$$\Rightarrow T_T = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Zy}{2}\right) & Z\left(1 + \frac{Zy}{4}\right) \\ y & \left(1 + \frac{Zy}{2}\right) \end{bmatrix}$$

برای حل مدار دوروش گره و مش را داریم. گره‌ها همان باس‌های خط انتقال هستند و مش‌ها به راحتی قابل به دست آوردن نیستند. در مدل Π باس‌ها یا گره‌های خط انتقال تغییری نمی‌کند اما در مدل T به ازای هر خط یک گره به گره‌های مدار اضافه می‌شود و حل مدار را دشوارتر می‌کند.

مدل خط بلند

برای خطوط کوتاه و متوسط مدل‌هایی با دقت قابل قبول و با فرض متمرکز بودن پارامترهای خط بدست آمد. در خطوط ۲۵۰km (۱۵۰ مایل) و طولانی‌تر و برای جواب‌های دقیق‌تر، باید اثر کامل پارامترهای گسترده[۱] خطوط را در نظر گرفت. در این بخش روابطی برای ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط بدست می‌آید. سپس، براساس این معادلات مدل معادل π برای خطوط بلند تعیین می‌گردد. شکل ۹.٤ یک فاز از خط گسترده‌ای به طول l کیلومتر را نشان می‌دهد.



شکل ۹.٤ خط بلند با پارامترهای گسترده.

امپدانس سری در واحد طول با حرف کوچک z و ادمیتانس موازی هر فاز در واحد طول با حرف کوچک y نشان داده می‌شوند، که $z = r + j\omega L$ و $y = g + j\omega C$ می‌باشند. قسمت خیلی کوچکی از این خط به طول Δx را در فاصله x از انتهای خط در نظر بگیرید. ولتاژها و جریان‌های فازوری در هر دو سمت این قسمت برحسب تابعی از فاصله نشان داده شده‌اند. از قانون ولتاژ کیرشهف داریم:

$$V(x+\Delta x) = V(x) + z\,\Delta x\, I(x) \qquad (۳٤.٤)$$

یا

$$\frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{\Delta x} = zI(x) \qquad (۳۵.٤)$$

با گرفتن حد وقتی که $\Delta x \to ۰$، خواهیم داشت:

[1] Distributed

$$\frac{dV(x)}{dx} = zI(x) \qquad (۳٦.٤)$$

همچنین با استفاده از قانون جریان کیرشهف، می‌توان نوشت:

$$I(x+\Delta x) = I(x) + y\,\Delta x\, V(x+\Delta x) \qquad (۳۷.٤)$$

یا

$$\frac{I(x+\Delta x) - I(x)}{\Delta x} = yV(x+\Delta x) \qquad (۳۸.٤)$$

با گرفتن حد وقتی که $\Delta x \to 0$، خواهیم داشت:

$$\frac{dI(x)}{dx} = yV(x) \qquad (۳۹.٤)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۳۵.٤) و جایگزینی از معادله (۳۸.٤)، معادله زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = z\frac{dI(x)}{dx} = zyV(x) \qquad (٤۰.٤)$$

با فرض تساوی زیر:

$$\gamma^2 = zy \qquad (٤۱.٤)$$

معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - \gamma^2 V(x) = 0 \qquad (٤۲.٤)$$

از حل معادله بالا داریم:

$$V(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \qquad (۴۳.۴)$$

که در آن γ ثابت انتشار[1] نامیده شده و با عبارت مختلط (۴۱.۴) بیان می‌گردد، یا:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{zy} = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} \qquad (۴۴.۴)$$

قسمت حقیقی α ثابت تضعیف[2] و مولفه موهومی β ثابت فاز[3] نامیده می‌شوند. مولفه β برحسب رادیان در واحد طول سنجیده می‌شود.

با استفاده از رابطه (۳۶.۴)، جریان برابر است با:

$$I(x) = \frac{1}{z}\frac{dV(x)}{dx} = \frac{\gamma}{z}(A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}) = \sqrt{\frac{y}{z}}(A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}) \qquad (۴۵.۴)$$

یا

$$I(x) = \frac{1}{Z_C}(A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}) \qquad (۴۶.۴)$$

که در آن Z_C امپدانس مشخصه نامیده شده و عبارتست از:

$$Z_C = \sqrt{\frac{z}{y}} \qquad (۴۷.۴)$$

[1] Propagation constant

[2] Attenuation constant

[3] Phase constant

برای محاسبه ثابت‌های $A_۱$ و $A_۲$، وقتی که $x=۰$ باشد، $V(x)=V_R$ و $I(x)=I_R$ هستند. از روابط (۴۳.۴) و (۴۶.۴) این ثابت‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A_۱=\frac{V_R+Z_C I_R}{۲},\quad A_۲=\frac{V_R-Z_C I_R}{۲} \tag{۴۸.۴}$$

پس از جایگزینی در روابط (۴۳.۴) و (۴۶.۴)، معادلات عمومی ولتاژ و جریان در طول خط بلند عبارتند از:

$$V(x)=\frac{V_R+Z_C I_R}{۲}e^{\gamma x}+\frac{V_R-Z_C I_R}{۲}e^{-\gamma x} \tag{۴۹.۴}$$

$$I(x)=\frac{\frac{V_R}{Z_C}+I_R}{۲}e^{\gamma x}-\frac{\frac{V_R}{Z_C}-I_R}{۲}e^{-\gamma x} \tag{۵۰.۴}$$

معادلات ولتاژ و جریان را می‌توان به صورت زیر مرتب نمود:

$$V(x)=\frac{e^{\gamma x}+e^{-\gamma x}}{۲}V_R-Z_C\frac{e^{\gamma x}-e^{-\gamma x}}{۲}I_R \tag{۵۱.۴}$$

$$I(x)=\frac{۱}{Z_C}\frac{e^{\gamma x}-e^{-\gamma x}}{۲}V_R+\frac{e^{\gamma x}+e^{-\gamma x}}{۲}I_R \tag{۵۲.۴}$$

با در نظر گرفتن توابع هیپربولیکی (هذلولی)[1] sinh و cosh، معادلات بالا به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$V(x) = \cosh \gamma x V_R + Z_C \sinh \gamma x I_R \qquad (۵۳.٤)$$

$$I(x) = \frac{۱}{Z_C} \sinh \gamma x V_R + \cosh \gamma x I_R \qquad (۵٤.٤)$$

از آنجایی که رابطه بین اطلاعات ابتدا و انتها خط دارای اهمیت است، در نتیجه به ازای $x = l$ خواهیم داشت: $V(l) = V_S$ و $I(l) = I_S$

بنابراین:

$$V_S = \cosh \gamma l V_R + Z_C \sinh \gamma l I_R \qquad (۵۵.٤)$$

$$I_S = \frac{۱}{Z_C} \sinh \gamma l V_R + \cosh \gamma l I_R \qquad (۵٦.٤)$$

از بازنویسی معادلات بالا بر حسب ثابت‌های ABCD مانند گذشته، داریم:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \qquad (۵۷.٤)$$

که در آن:

$$A = \cosh \gamma l \qquad B = Z_C \sinh \gamma l \qquad (۵۸.٤)$$

$$C = \frac{۱}{Z_C} \sinh \gamma l \qquad D = \cosh \gamma l \qquad (۵۹.٤)$$

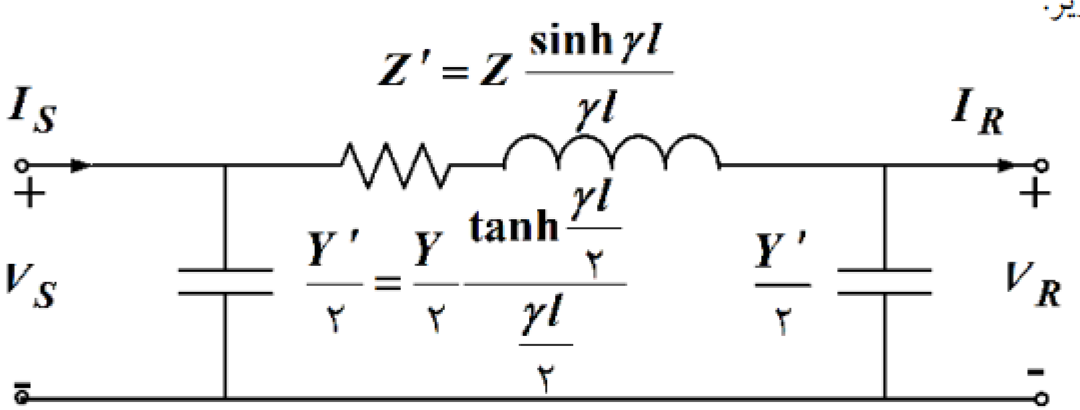
شایان ذکر است که $A = D$ و $AD - BC = ۱$ می‌باشد.

[1]Hyperbolic

حال این امکان وجود دارد که مدل معادل دقیق π را مطابق شکل ۱۰.٤ با ثابت‌های ABCD شبکه دو قطبی جایگزین کرد. مشابه روابط (٢٦.٤) و (٢٨.٤) که برای مدل اسمی π بدست آمد، برای مدل معادل π، خواهیم داشت:

$$V_S = \left(1+\frac{Z'Y'}{2}\right)V_R + Z'I_R \qquad (٦٠.٤)$$

$$I_S = Y'\left(1+\frac{Z'Y'}{2}\right)V_R + \left(1+\frac{Z'Y'}{2}\right)I_R \qquad (٦١.٤)$$



شکل ۱۰.٤ مدل معادل π برای خط بلند.

از مقایسه روابط (٦٠.٤) و (٦١.٤) به ترتیب با (٥٥.٤) و (٥٦.٤) و با استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر:

$$\tanh\frac{\gamma l}{2} = \frac{\cosh\gamma l - 1}{\sinh\gamma l} \qquad (٦٢.٤)$$

پارامترهای مدار معادل π به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$Z' = Z_c \sinh\gamma l = Z\frac{\sinh\gamma l}{\gamma l} \qquad (٦٣.٤)$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_C}\tanh\frac{\gamma l}{2} = \frac{Y}{2}\frac{\tanh\frac{\gamma l}{2}}{\frac{\gamma l}{2}} \qquad (٦٤.٤)$$

شکل موج های ولتاژ و جریان

$$V(x) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \qquad (۴۳.۴)$$

رابطه (۴۳.۴) مقدار موثر فازور ولتاژ در هر نقطه از طول خط را نشان می‌دهد. با قراردادن $\alpha + j\beta$ بجای γ، فازور ولتاژ برابر است با: $V(x) = A_1 e^{\alpha x} e^{j\beta x} + A_2 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$

با تبدیل از حوزه فازور به حوزه زمان، ولتاژ لحظه‌ای برحسب تابعی از t و x مطابق زیر است:

$$v(t,x) = \sqrt{2} R\left\{A_1 e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)}\right\} + \sqrt{2} R\left\{A_2 e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)}\right\} \qquad (۶۵.۴)$$

با افزایش x (دور شدن از انتهای خط)، جمله اول که موج رفت[1] نامیده می‌شود، به علت وجود $e^{\alpha x}$ افزایش می‌یابد. جمله دوم که موج برگشت[2] نامیده می‌شود، به علت وجود $e^{-\alpha x}$ کاهش می‌یابد. در هر نقطه از طول خط، ولتاژ از مجموع این دو مولفه بدست می‌آید:

$$v(t,x) = v_1(t,x) + v_2(t,x) \qquad (۶۶.۴)$$

که در آن:

$$v_1(t,x) = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x) \qquad (۶۷.۴)$$

$$v_2(t,x) = \sqrt{2} A_2 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x) \qquad (۶۸.۴)$$

چون رابطه جریان نیز مشابه ولتاژ است، جریان را نیز می‌توان به عنوان دو موج رفت و برگشت در نظر گرفت.

[1] Incident wave

[2] Reflected wave

با حرکت در طول خط، معادلات (٦٧.٤) و (٦٨.٤) بیان‌کننده رفتاری مشابه رفتار امواج سیار[۳] می‌باشند.

این رفتار مشابه ایجاد اختلال[٤] در آب در نقطه شروع است. برای درک این پدیده موج برگشت $v_2(t,x)$ را هنگامی که همراه موج حرکت می‌شود، در نظر بگیرید. برای مشاهده مقدار لحظه-ای این موج، به عنوان مثال دامنه اوج آن، ضروری است که:

$$\omega t-\beta x=2k\pi \Rightarrow x=\frac{\omega}{\beta}t-\frac{2k\pi}{\beta}$$

بنابراین، برای همگامی با موج و مشاهده دامنه اوج آن سرعت حرکت باید مطابق زیر باشد:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\omega}{\beta} \qquad (٦٩.٤)$$

بنابراین، سرعت انتشار برابر است با:

$$v=\frac{\omega}{\beta}=\frac{2\pi f}{\beta} \qquad (٧٠.٤)$$

طول موج[۱] (λ) یا فاصله x روی شکل موج که دارای اختلاف فاز 2πرادیان می‌باشد عبارتست از:

$\beta\lambda=2\pi$ یا

$$\lambda=\frac{2\pi}{\beta} \qquad (٧١.٤)$$

[3] Traveling wave

[4] Disturbance

[1] Wavelength

با چشم‌پوشی از تلفات خط، یعنی $g=0$ و $r=0$، قسمت حقیقی ثابت انتشار $\alpha=0$ بوده و با استفاده از رابطه (۴۴.۴) ثابت فاز از معادله زیر بدست می‌آید:

$$\beta=\omega\sqrt{LC} \tag{۷۲.۴}$$

همچنین امپدانس مشخصه اهمی خالص بوده و رابطه (۴۷.۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$Z_C=\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{۷۳.۴}$$

این امپدانس معمولا امپدانس موجی[۲] نامیده می‌شود. با جایگزینی β در روابط (۷۰.۴) و (۷۱.۴) در خط بدون تلفات، سرعت انتشار و طول موج عبارتند از:

$$v=\frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{۷۴.۴}$$

$$\lambda=\frac{1}{f\sqrt{LC}} \tag{۷۵.۴}$$

[2] Surge Impedance

روابط (٦٨.٤) و (٧٥.٤) در فصل چهارم برای محاسبه اندوکتانس (L) و ظرفیت خازنی (C) در واحد طول خطوط انتقال بدست آمد. هنگامی که از شار پیوندی داخلی یک هادی چشم‌پوشی شود $GMR_L = GMR_C$ بوده و پس از جایگزینی، روابط (٧٤.٤) و (٧٥.٤) به صورت زیر در می‌آیند:

$$v \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad (٧٦.٤)$$

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad (٧٧.٤)$$

با جایگزینی $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ و $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$، سرعت موج تقریبا $3 \times 10^{8}\ m/\sec$ می‌گردد که همان سرعت نور است. در فرکانس ٦٠ هرتز و طول موج ٥٠٠٠ کیلومتر می‌باشد. به همین ترتیب با جایگزینی L و C در رابطه (٧٣.٤)، داریم:

$$Z_C \simeq \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \ln \frac{GMD}{GMR_C} \simeq 60 \ln \frac{GMD}{GMR_C} \qquad (٧٨.٤)$$

در خطوط انتقال امپدانس موجب از ٤٠٠ اهم برای خطوط ٦٩ کیلوولت تا حدود ٢٥٠ اهم برای خطوط انتقال دو مداره ٧٦٥ کیلوولت تغییر می‌کند.

در خط بدون تلفات $\gamma = j\beta$ و توابع هذلولی $\cosh \gamma x = \cosh j\beta x = \cos \beta x$ و $\sinh \gamma x = \sinh j\beta x = j \sin \beta x$ بوده، معادلات ولتاژ و جریان موثر در طول خط که با روابط (۵۳.٤) و (٥٤.٤) مشخص شده‌اند، به صورت زیر در می‌آیند:

$$V(x) = \cos \beta x V_R + jZ_C \sin \beta x I_R \qquad (۷۹.٤)$$

$$I(x) = j\frac{۱}{Z_C}\sin \beta x V_R + \cos \beta x I_R \qquad (۸۰.٤)$$

در سمت ارسال $x = l$ بوده و داریم:

$$V_S = \cos \beta l V_R + jZ_C \sin \beta l I_R \qquad (۸۱.٤)$$

$$I_S = j\frac{۱}{Z_C}\sin \beta l V_R + \cos \beta l I_R \qquad (۸۲.٤)$$

برای محاسبات دستی، استفاده از روابط (۸۱.٤) و (۸۲.٤) آسان است. ولتاژ و جریان پایانه به سادگی از معادلات بالا بدست می‌آیند. بعنوان مثال، در خط مدار باز $I_R = ۰$ بوده و با استفاده از رابطه (۸۱.٤) ولتاژ بی‌باری سمت دریافت برابر است با:

$$V_{R(NL)} = \frac{V_S}{\cos \beta l} \qquad (۸۳.٤)$$

در حالت بی‌باری، جریان خط به طور کامل ناشی از جریـان بـاردهی خـازنی آن بـوده و ولتـاژ سـمت دریافت بیشتر از ولتاژ سمت ارسال آن است. رابطه (۸۳.٤) این مطلب را به وضوح نشان می‌دهـد، زیـرا هر چه ول خط افزایش یابد βl افزایش و $\cos \beta l$ کاهش می‌یابـد و در نتیجـه ولتـاژ بـی‌بـاری سـمت دریافت افزایش خواهد یافت.

در مدار اتصال کوتاه مستقیم[1] در سمت دریافت، $V_R = ۰$ بوده و روابط (۸۱.٤) و (۸۲.٤) به صورت زیـر خلاصه می‌شوند:

$$V_S = jZ_C \sin \beta l I_R \qquad (۸٤.٤)$$

$$I_S = \cos \beta l I_R \qquad (۸۵.٤)$$

معادلات بالا را می‌توان برای محاسبه جریان‌های اتصال کوتاه در دو سمت خط بکار برد.

[1] Solid short circuit

بارگذاری امپدانس موجی

چنانچه امپدانس بار در سمت دریافت برابر امپدانس مشخصه آن خط باشد، جریان سمت دریافت برابر است با:

$$I_R = \frac{V_R}{Z_C} \qquad (۸٦.٤)$$

در خط بدون تلفات Z_C کاملا اهمی است. بار مربوط به امپدانس موجی در ولتاژ نامی بارگذاری امپدانس موجی (SIL)[1] نامیده می‌شود، عبارتست از:

$$SIL = ۳V_R I_R^* = \frac{۳|V_R|^۲}{Z_C} \qquad (۸۷.٤)$$

از آنجایی که $V_R = \frac{V_{Lrated}}{\sqrt{۳}}$ می‌باشد، SIL برحسب MW از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$SIL = \frac{(kV_{Lrated})^۲}{Z_C} MW \qquad (۸۸.٤)$$

با جایگزینی I_R در رابطه (٦۹.٤) و V_R در رابطه (۷۰.٤)، خواهیم داشت:

$$V(x) = (\cos\beta x + j\sin\beta x)V_R = V_R\angle\beta x \qquad (۸۹.٤)$$

$$I(x) = (\cos\beta x + j\sin\beta x)I_R = I_R\angle\beta x \qquad (۹۰.٤)$$

[1] Surge Impedance Loading

معادلات (۸۹.٤) و (۹۰.٤) نشان می‌دهند که در خط بدون تلفات در بارگذاری امپدانس موجی اندازه ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط ثابت بوده و با مقادیر متناظر آن‌ها در سمت ارسال خط برابر می‌باشند.

از آنجایی که Z_C مولفه راکتیو ندارد، توان راکتیوی در خط وجود نداشته و $Q_S = Q_R = ۰$ است. این موضوع نشان می‌دهد که در باری معادل SIL، تلفات راکتیو در اندوکتانس خط دقیقا با توان راکتیو تحویل شده توسط ظرفیت خازنی موازی خنثی می‌گردد. یا: $\omega L \left|I_R\right|^{۲} = \omega C \left|V_R\right|^{۲}$

از این رابطه مشاهده می‌شود که: $Z_C = \frac{V_R}{I_R} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

و در نتیجه رابطه (٦۳.٤) تایید می‌گردد. در خطوط انتقال SIL تقریبا از ۱۵۰ مگاوات برای خطوط ۲۳۰ کیلوولت تا حدود ۲۰۰۰ مگاوات برای خطوط ۷٦۵ کیلوولت تغییر می‌نماید. بارگذاری امپدانس موجی (SIL) معیار مناسبی از ظرفیت خط انتقال می‌باشد، زیرا نشان‌دهنده بارگذاری است که نیاز توان راکتیو آن کم می‌باشد. در بارهایی که به نحو قابل توجهی SIL می‌باشند، برای حداقل کردن افت ولتاژ در خط باید خازن‌های موازی استفاده نمود. برای بارهایی که به نحو قابل توجهی کم‌تر از SIL می‌باشند، باید از راکتورهای موازی استفاده نمود. عموما، بار کامل خط انتقال با SIL آن متفاوت است.

مثال: یک خط انتقال سه‌فاز به طول ۳۰۰ کیلومتر و ولتاژ ۵۰۰ کیلوولت و فرکانس ٦٠ هرتـز مفـروض است. اندوکتانس خط $0.97 mH/km$ در هر فاز و ظرفیت خازنی هر فاز $0.0115 \mu Fs/km$ می‌باشد. بـا فرض اینکه خط بدون تلفات باشد:

الف) ثابت فاز (β)، امپدانس مشخصه (Z_C)، سرعت انتشار (v) و طـول مـوج (λ) خـط را تعیـین نمایید.

ب) بار نامی در سمت دریافت خط ۸۰۰ مگاوات با ضریب قدرت ۰.۸ پس‌فـاز و ولتـاژ ۵۰۰ کیلوولـت می‌باشد. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ خط را بدست آورید.

حل: الف) برای خط بدون تلفات داریم:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = 2\pi \times 60\sqrt{0.97 \times 0.0115 \times 10^{-9}} = 0.001259 \ rad/km$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0.97 \times 10^{-3}}{0.0115 \times 10^{-6}}} = 290.43 \ \Omega, v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{0.97 \times 0.0115 \times 10^{-9}} = 2.994 \times 10^{5} \ km/s$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1}{60}\left(2.994 \times 10^{5}\right) = 4990 \ km$$

ب) $\beta l = ۰.۰۰۱۲۵۹ \times ۳۰۰ = ۰.۳۷۷۷\ rad = ۲۱.۶۴۱^\circ$

ولتاژ سمت دریافت خط در هر فاز عبارتست از: $V_R = \dfrac{۵۰۰\angle ۰^\circ}{\sqrt{۳}} = ۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ\ kV$

توان ظاهری سمت دریافت خط: $S_{R(۳\phi)} = \dfrac{۸۰۰}{۰.۸}\angle \cos^{-۱} ۰.۸ = ۱۰۰۰\angle ۳۶.۸۷^\circ = ۸۰۰ + j۶۰۰\ MVA$

جریان هر فاز در سمت دریافت خط: $I_R = \dfrac{S^*_{R(۳\phi)}}{۳V^*_R} = \dfrac{۱۰۰۰\angle -۳۶.۸۷^\circ \times ۱۰^۳}{۳\times ۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ} = ۱۱۵۴.۷\angle -۳۶.۸۷^\circ\ A$

ولتاژ ابتدای خط:

$$V_S = \cos\beta l V_R + jZ_C \sin\beta l I_R$$
$$= (۰.۹۲۹۵)۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ + j(۲۹۰.۴۳)(۰.۳۶۸۸)(۱۱۵۴.۷\angle -۳۶.۸۷^\circ)(۱۰^{-۳}) = ۳۵۶.۵۳\angle ۱۶.۱^\circ$$

اندازه ولتاژ خط به خط در سمت ارسال: $\left|V_{S(L-L)}\right| = \sqrt{۳}\left|V_S\right| = ۶۱۷.۵۳\ kV$

جریان سمت ارسال خط:

$$I_S = j\frac{۱}{Z_C}\sin\beta l V_R + \cos\beta l I_R$$
$$= j\frac{۱}{۲۹۰.۴۳}(۰.۳۶۸۸)(۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ)(۱۰^۳) + (۰.۹۲۹۵)(۱۱۵۴.۷\angle -۳۶.۸۷^\circ) = ۹۰۲.۳\angle -۱۷.۹^\circ$$

توان سمت ارسال خط:

$$S_{S(۳\phi)} = ۳V_S I_S^* = ۳\times ۳۵۶.۵۳\angle ۱۶.۱^\circ \times ۹۰۲.۳\angle -۱۷.۹^\circ \times ۱۰^{-۳} = ۸۰۰ + j۵۳۹.۶۷۲ = ۹۶۵.۱\angle ۳۴^\circ$$

تنظیم ولتاژ: $V.R.\% = \dfrac{\dfrac{۳۵۶.۵۳}{۰.۹۲۹۵} - ۲۸۸.۶۷۵}{۲۸۸.۶۷۵} \times ۱۰۰ = ۳۲.۸۷\ \%$

پخش توان مختلط در خطوط انتقال

روابط مشخصی را می‌توان برای پخش توان مختلط برحسب اندازه و زاویه فاز ولتاژهای سمت ارسال و دریافت خط و ثابت‌های ABCD بدست آورد. شکل ۲.٤ را که در آن روابط پایانه‌های خط با معادلات (٥.٤) و (٦.٤) ارائه شده‌اند، در نظر بگیرید. با نمایش ثابت‌های ABCD به صورت قطبی مانند $A = |A|\angle\theta_A$، $B = |B|\angle\theta_B$، ولتاژ سمت ارسال خط به صورت $V_S = |V_S|\angle\delta$ و ولتاژ سمت دریافت خط به عنوان مرجع $V_R = |V_R|\angle 0^\circ$ و با استفاده از رابطه (٥.٤)، I_R را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$I_R = \frac{|V_S|\angle\delta - |A|\angle\theta_A |V_R|\angle 0}{|B|\angle\theta_B} = \frac{|V_S|}{|B|}\angle(\delta-\theta_B) - \frac{|A||V_R|}{|B|}\angle(\theta_A-\theta_B) \qquad (٩١.٤)$$

توان مختلط در سمت دریافت خط برابر است با:

$$S_{R(3\phi)} = P_{R(3\phi)} + jQ_{R(3\phi)} = 3V_R I_R^* \qquad (٩٢.٤)$$

با جایگزینی I_R، از رابطه (٩١.٤) داریم:

$$S_{R(3\phi)} = 3\frac{|V_S||V_R|}{|B|}\angle(\theta_B-\delta) - 3\frac{|A||V_R|^2}{|B|}\angle(\theta_B-\theta_A) \qquad (٩٣.٤)$$

یا برحسب ولتاژهای خط به خط خواهیم داشت:

$$S_{R(3\phi)}=\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\angle(\theta_B-\delta)-\frac{|A||V_{R(L-L)}|^{2}}{|B|}\angle(\theta_B-\theta_A) \qquad (٩٤.٤)$$

توان اکتیو و راکتیو در سمت دریافت خط عبارتند از:

$$P_{R(3\phi)}=\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\cos(\theta_B-\delta)-\frac{|A||V_{R(L-L)}|^{2}}{|B|}\cos(\theta_B-\theta_A) \qquad (٩٥.٤)$$

$$Q_{R(3\phi)}=\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\sin(\theta_B-\delta)-\frac{|A||V_{R(L-L)}|^{2}}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A) \qquad (٩٦.٤)$$

توان سمت ارسال خط با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{S(3\phi)}=P_{S(3\phi)}+jQ_{S(3\phi)}=3V_S I_S^{*} \qquad (٩٧.٤)$$

با استفاده از رابطه (٢٣.٤)، I_S را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathrm{I}_S=\frac{|A|\angle\theta_A|V_S|\angle\delta-|V_R|\angle 0}{|B|\angle\theta_B} \qquad (٩٨.٤)$$

با جایگزینی I_S در رابطه (٩٧.٤) خواهیم داشت:

$$P_{S(3\phi)}=\frac{|A||V_{S(L-L)}|^{2}}{|B|}\cos(\theta_B-\theta_A)-\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\cos(\theta_B+\delta) \qquad (٩٩.٤)$$

$$Q_{S(3\phi)}=\frac{|A||V_{S(L-L)}|^{2}}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A)-\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\sin(\theta_B+\delta) \qquad (١٠٠.٤)$$

تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال عبارتند از:

$$P_{L(3\phi)} = P_{S(3\phi)} - P_{R(3\phi)} \qquad (۱۰۱.٤)$$

$$Q_{L(3\phi)} = Q_{S(3\phi)} - Q_{R(3\phi)} \qquad (۱۰۲.٤)$$

مکان هندسی تمامی نقاطی که از رسم $Q_{R(3\phi)}$ برحسب $P_{R(3\phi)}$ در ولتاژهای ثابت خط و تغییر زاویه بار δ بدست می‌آیند، دایره‌ای است که نمایش[1] دایره‌ای توان سمت دریافت خط[2] نامیده می‌شود. مجموعه‌ای از این‌گونه دایره‌ها با ثابت نگه‌داشتن ولتاژ سمت دریافت خط و تغییر ولتاژ سمت ارسال آن در ارزیابی مشخصه‌های عملکرد خط انتقال نیرو بی‌نهایت مفید است.

در خط بدون تلفات $B = jX'$، $\theta_A = 0$، $\theta_B = 90^\circ$، $A = \cos\beta l$ بوده و توان حقیقی انتقال یافته برابر است با:

$$P_{R(3\phi)} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X'} \sin\delta \qquad (۱۰۳.٤)$$

و توان راکتیو سمت دریافت خط عبارتست از:

$$Q_{R(3\phi)} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X'} \cos\delta - \frac{|V_{R(L-L)}|^2}{X'} \cos\beta l \qquad (۱۰٤.٤)$$

[1] Diagram

[2] Receiving end power circle diagram

در سیستمی که با ولتاژ ثابت بهره‌برداری می‌شود، توان انتقال یافته با سینوس زاویه تـوان (δ) متناسـب است. با افزایش بار، δ افزایش می‌یابد. در خط بدون تلفـات، حـداکثر تـوانی کـه مـی‌تـوان در شـرایط پایداری ماندگار انتقال داد، در زاویه توان ۹۰° حاصل می‌گردد. با این وجود، سیستم انتقال با ماشین‌هـای سنکرون آن باید قادر باشد، بدون از دست دادن پایداری، تغییرات ناگهانی در تولید و بار و وقـوع خطـا را تحمل نماید. برای اطمینان از کافی بودن حاشیه پایداری[1]، در عمل زاویـه بـار در حـال کـار معمـولا بین ۳۵° تا ۴۵° تغییر می‌نماید.

[1] Margin stability

قابلیت انتقال توان[۲]

قابلیت انتقال توان یک خط به حد بارگذاری حرارتی[۱] و حد پایداری[۲] ان محدود می‌گردد. افزایش درجه حرارت هادی ناشی از تلفات توان حقیقی موجب افزایش طول هادی‌ها می‌شود. این موضوع افزایش شکم خطوط انتقال در بین دکل‌ها را به دنبال خواهد داشت. در دماهای بالاتر، این مساله ممکن است موجب افزایش طول غیر قابل برگشت گردد. حد حرارتی با ظرفیت حمل جریان هادی که از اطلاعات سازندگان در دسترس می‌باشد، مشخص می‌شود. اگر ظرفیت حمل جریان با جریان حرارتی ($I_{thermal}$) نشان داده شود، حد بارگذاری حرارتی خط برابر است با:

$$S_{thermal} = ۳V_{\phi rated} I_{thermal} \qquad (۱۰۵.٤)$$

معادله (۱۰۳.٤) توان حقیقی در خط بدون تلفات را نشان می‌دهد. حداکثر توان انتقالی تئوری در $\delta = ۹۰^\circ$ بدست می‌آید. در عمل زاویه بار در حال کار، برای خط به تنهایی محدود به ۳۰° تا ۴۵° می‌باشد. این موضوع به علت وجود راکتانس‌های ترانسفورماتور و ژنراتور است که با اضافه شدن به خط باعث افزایش δ برای یک بار مشخص خواهد شد. در برنامه‌ریزی[۳] و منظورهای دیگر، بیان فرمول توان برحسب SIL و رسم منحنی بارپذیری[٤] خط مفیدتر است. در خط بدون تلفات $X' = Z_C \sin \beta l$ بوده و رابطه (۹۳.٤) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_{۳\phi} = \left(\frac{|V_{S(L-L)}|}{V_{rated}}\right)\left(\frac{|V_{R(L-L)}|}{V_{rated}}\right)\left(\frac{V_{rated}^{۲}}{Z_C}\right)\frac{\sin \delta}{\sin \beta l} \qquad (۱۰۶.٤)$$

[2] Power transmission capability

[1] Thermal loading limit

[2] Stability limit

[3] Planning

[4] Loadability

دو جمله اول داخل پرانتزها، ولتاژهای pu هستند که با V_{Spu} و V_{Rpu} نشان داده شده‌اند و جمله سوم همان SIL است. معادله (۱۰۶.٤) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_{۳\phi}=\frac{|V_{Spu}||V_{Rpu}|\mathrm{SIL}}{\sin\beta l}\sin\delta=\frac{|V_{Spu}||V_{Rpu}|\mathrm{SIL}}{\sin\left(\frac{۲\pi l}{\lambda}\right)}\sin\delta \qquad (۱۰۷.٤)$$

مثال: انتقال توان سه‌فاز $۷۰۰MW$ به یک پست واقع در فاصله ۳۱۵ کیلومتری منبع قدرت مدنظر است. برای طراحی اولیه خط پارامترهای زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$V_S=۱pu, V_R=۰.۹pu, \lambda=۵۰۰۰km, Z_C=۳۲۰\Omega, \delta=۳۶.۸۷^\circ$$

الف) براساس معادله بارپذیری عملی خط، سطح ولتاژ نامی این خط انتقال را تعیین نمایید.

ب) برای سطح ولتاژ انتقال بدست آمده در فرض الف، حداکثر توان تئوری را که می‌توان توسط خط منتقل نمود، محاسبه کنید.

حل: الف) ثابت فاز خط: $\beta l = \frac{۲\pi}{\lambda} l \ rad = \frac{۳۶۰}{\lambda} l \ \deg = \frac{۳۶۰}{۵۰۰۰}(۳۱۵) = ۲۲.۶۸^\circ$

از معادله بارپذیری عملی خط داریم:

$$P_{۳\phi} = \frac{|V_{Spu}||V_{\text{Rpu}}|\text{SIL}}{\sin\left(\frac{۲\pi l}{\lambda}\right)} \sin\delta \Rightarrow ۷۰۰ = \frac{(۱)(۰.۹)SIL}{\sin\left(۲۲.۶۸^\circ\right)} \sin\left(۳۶.۸۷^\circ\right) \Rightarrow SIL = ۴۹۹.۸۳ \ MW$$

با استفاده از معادله (۸۷.٤) خواهیم داشت: $kV_L = \sqrt{(Z_C)(SIL)} = \sqrt{(۳۲۰)(۴۹۹.۸۳)} = ۴۰۰ \ kV$

ب) راکتانس معادل در خط بدون تلفات به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$X' = Z_C \sin\beta l = ۳۲۰ \sin\left(۲۲.۶۸\right) = ۱۲۳.۳۹ \ \Omega$$

در خط بدون تلفات، حداکثر توان قابل انتقال توسط خط در شرایط حالت ماندگار در زاویه ۹۰° بدست می‌آید. بنابراین، با استفاده از معادله (۹۳.٤) با فرض $|V_S| = ۱pu$ و $|V_R| = ۰.۹pu$، حداکثر توان تئوری برابر است با: $P_{۳\phi(\max)} = \frac{(۴۰۰)(۰.۹)(۴۰۰)}{۱۲۳.۳۹}(۱) = ۱۱۶۷ \ MW$