۱- ابتدا باید ولتاژهای مبنا برای تمام قسمت‌های شبکه تعیین شوند. ولتاژ نامی ژنراتور شین ۱ به عنوان ولتاژ مبنا داده شده است. این عمل ولتاژهای مبنا را برای شین‌های دیگر، مطابق نسبت دور ترانسفورماتورها تثبیت می‌کند. ولتاژ مبنای V_{B1} در سمت LV ترانسفورماتور T_1، دارای مقدار $22\ kV$ است. بنابراین، ولتاژ در سمت HV برابر است با:

$$V_{B2} = 22\left(\frac{220}{22}\right) = 220\ kV$$

با توجه به این ولتاژ ترانسفورماتور T_2 در سمت HV منجر به ولتاژ مبنای $V_{B3} = 220\ kV$ می‌شود. از این رو در سمت LV آن داریم:

$$V_{B4} = 220\left(\frac{11}{220}\right) = 11\ kV$$

به همین ترتیب برای ولتاژ مبنا در شین ۵ و ۶ خواهیم داشت:

$$V_{B5} = V_{B6} = 22\left(\frac{110}{22}\right) = 110\ kV$$

از آنجایی که ولتاژهای مبنای ژنراتور و ترانسفورماتور برابر مقادیر نامی آنها هستند، راکتانس‌های آنها بر حسب pu در مبنای $100\ MVA$ و عبارتند از:

$$G:\quad X = 0.18\left(\frac{100}{90}\right) = 0.2\ pu$$

$$T_1:\quad X = 0.1\left(\frac{100}{50}\right) = 0.2\ pu$$

$$T_2:\quad X = 0.01\left(\frac{100}{40}\right) = 0.15\ pu$$

$$T_3:\quad X = 0.064\left(\frac{100}{40}\right) = 0.16\ pu$$

$$T_4:\quad X = 0.008\left(\frac{100}{40}\right) = 0.02\ pu$$

راکتانس موتور برحسب مقادیر نامی ثبت شده در پلاک آن $66.5\ MVA$ و $10.45\ kV$ می‌باشد. با وجود این، ولتاژ مبنا در شین ۴ برای موتور $11\ kV$ خواهد بود. راکتانس موتور در مبنای $100\ MVA$ و $11\ kV$ برابر است با:

$$M: X = 0.185\left(\frac{100}{66.5}\right)\left(\frac{10.45}{11}\right)^2 = 0.25\ pu$$

امپدانس‌های مبنا برای خطوط ۱ و ۲ عبارتند از:

$$Z_{B2} = \frac{(220)^2}{100} = 484\ \Omega$$

$$Z_{B5} = \frac{(110)^2}{100} = 121\ \Omega$$

راکتانس‌های نسبت به واحد برای خط ۱ و ۲ به صورت زیر هستند:

$$Line1: X = \left(\frac{48.4}{484}\right) = 0.1\ pu$$

$$Line2: X = \left(\frac{65.43}{121}\right) = 0.54\ pu$$

توان ظاهری بار در ضریب قدرت ۰٫۶ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_{L(3\phi)} = 57\angle 53.13^\circ$$

در نتیجه امپدانس بار برحسب اهم برابر است با:

$$Z_L = \frac{(V_{L-L})^2}{S^*_{L(3\phi)}} = \frac{(10.45)^2}{57\angle -53.13^\circ} = 1.1495 + j\,1.53267\ \Omega$$

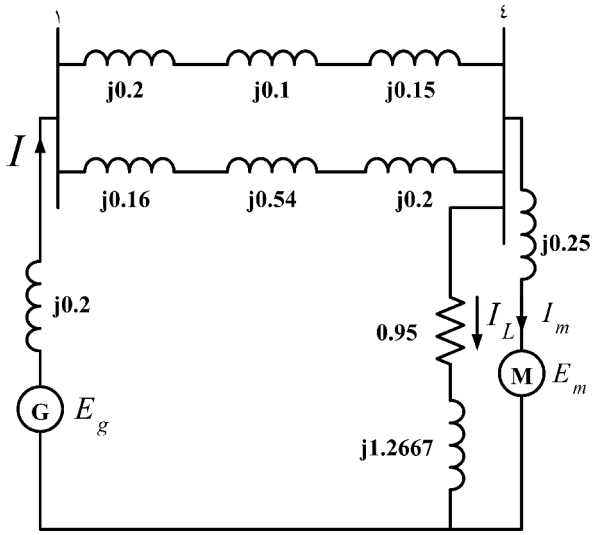
امپدانس مبنا برای بار عبارتست از:

$$Z_{B4} = \frac{(11)^2}{100} = 1.21\ \Omega$$

بنابراین امپدانس بار برحسب pu به صورت زیر است:

$$Z_{L(pu)} = \frac{1.1495 + j1.53262}{1.21} = 0.95 + j1.2667\ pu$$

مدار معادل برحسب امپدانس‌های pu نشان داده شده است.



نمایش امپدانس بر حسب pu

۲- (الف) فرض کنید که خط a-b جریان I دارد. در نتیجه: $I_a = -I_b = I\ A, I_c = I_d = 0$

از آنجایی که مجموع جریان‌ها صفر می‌گردد، در نتیجه داریم:

$$\lambda_c = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{D_{ac}} + I_b \ln\frac{1}{D_{bc}} + I_c \ln\frac{1}{r_c'} + I_d \ln\frac{1}{D_{dc}}\right) \Rightarrow \lambda_c = 2\times10^{-7}\times I\times\ln\frac{D_{bc}}{D_{ac}}$$

$$\lambda_d = 2\times10^{-7}\times I\times\ln\frac{D_{bd}}{D_{ad}}$$

$$\lambda_{c-d} = 2\times10^{-7}\times I\times\ln\frac{D_{bc}D_{ad}}{D_{ac}D_{bd}}$$

در بالا شار نشتی از خط تلفن را بدست آوریدم، حال اندوکتانس متقابل را بدست می‌آوریم:

$$M = \frac{\lambda_{c-d}}{I} = 2\times10^{-7}\times\ln\frac{D_{bc}D_{ad}}{D_{ac}D_{bd}} = 4\times10^{-7}\times\ln\sqrt{\frac{D_{bc}D_{ad}}{D_{ac}D_{bd}}}\ \ H/m$$

(ب) $D_{ac} = \sqrt{(1.25-0.5)^2+1.8^2} = 1.95\,m, D_{ad} = \sqrt{(1.25+0.5)^2+1.8^2} = 2.51m$

شار نشتی در اثر جریان I_a: $\phi_{cd} = 2\times10^{-7} I_a \ln\frac{2.51}{1.95}$

شار نشتی در اثر جریان I_b: $\phi_{cd} = -2\times10^{-7} I_a \ln\frac{2.51}{1.95}$

دو جریان ۱۸۰ درجه با هم اختلاف فاز دارند، در نتیجه:

$$\phi_{c-d} = 4\times10^{-7} I_a \ln\frac{2.51}{1.95} \Rightarrow M = 4\times10^{-7}\ln\frac{2.51}{1.95} = 1.01\times10^{-7}\ H/m$$

(ج) $V_{cd} = \omega MI = 377\times1.01\times10^{-7}\times10^3\times150 = 5.71V/km$

۳- الف) برای خط بدون تلفات داریم:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = ۲\pi\times۶۰\sqrt{۰.۹۷\times۰.۰۱۱۵\times۱۰^{-۹}} = ۰.۰۰۱۲۵۹\ \ rad/km$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{۰.۹۷\times۱۰^{-۳}}{۰.۰۱۱۵\times۱۰^{-۶}}} = ۲۹۰.۴۳\ \ \Omega, v = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{۰.۹۷\times۰.۰۱۱۵\times۱۰^{-۹}} = ۲.۹۹۴\times۱۰^{۵}\ \ km/s$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{۱}{۶۰}\left(۲.۹۹۴\times۱۰^{۵}\right) = ۴۹۹۰\ km$$

ب) $\beta l = ۰.۰۰۱۲۵۹\times۳۰۰ = ۰.۳۷۷۷\ rad = ۲۱.۶۴۱^\circ$

ولتاژ سمت دریافت خط در هر فاز عبارتست از: $V_R = \frac{۵۰۰\angle ۰^\circ}{\sqrt{۳}} = ۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ \ kV$

توان ظاهری سمت دریافت خط: $S_{R(۳\phi)} = \frac{۸۰۰}{۰.۸}\angle \cos^{-۱} ۰.۸ = ۱۰۰۰\angle ۳۶.۸۷^\circ = ۸۰۰ + j\,۶۰۰ \ MVA$

جریان هر فاز در سمت دریافت خط: $I_R = \frac{S^*_{R(۳\phi)}}{۳V^*_R} = \frac{۱۰۰۰\angle -۳۶.۸۷^\circ \times ۱۰^۳}{۳ \times ۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ} = ۱۱۵۴.۷\angle -۳۶.۸۷^\circ \ A$

ولتاژ ابتدای خط:

$$V_S = \cos\beta l V_R + jZ_C \sin\beta l I_R$$
$$= (۰.۹۲۹۵)۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ + j\,(۲۹۰.۴۳)(۰.۳۶۸۸)\left(۱۱۵۴.۷\angle -۳۶.۸۷^\circ\right)\left(۱۰^{-۳}\right) = ۳۵۶.۵۳\angle ۱۶.۱^\circ$$

اندازه ولتاژ خط به خط در سمت ارسال: $\left|V_{S(L-L)}\right| = \sqrt{۳}\left|V_S\right| = ۶۱۷.۵۳ \ kV$

جریان سمت ارسال خط:

$$I_S = j\frac{۱}{Z_C}\sin\beta l V_R + \cos\beta l I_R$$
$$= j\frac{۱}{۲۹۰.۴۳}(۰.۳۶۸۸)\left(۲۸۸.۶۷۵\angle ۰^\circ\right)\left(۱۰^۳\right) + (۰.۹۲۹۵)\left(۱۱۵۴.۷\angle -۳۶.۸۷^\circ\right) = ۹۰۲.۳\angle -۱۷.۹^\circ$$

توان سمت ارسال خط:

$$S_{S(۳\phi)} = ۳V_S I^*_S = ۳ \times ۳۵۶.۵۳\angle ۱۶.۱^\circ \times ۹۰۲.۳\angle -۱۷.۹^\circ \times ۱۰^{-۳} = ۸۰۰ + j\,۵۳۹.۶۷۲ = ۹۶۵.۱\angle ۳۴^\circ$$

تنظیم ولتاژ: $V.R.\% = \frac{\frac{۳۵۶.۵۳}{۰.۹۲۹۵} - ۲۸۸.۶۷۵}{۲۸۸.۶۷۵} \times ۱۰۰ = ۳۲.۸۷ \ \%$

۴- الف) ثابت فاز خط: $\beta l = \frac{۲\pi}{\lambda} l \ rad = \frac{۳۶۰}{\lambda} l \ \deg = \frac{۳۶۰}{۵۰۰۰}(۳۱۵) = ۲۲.۶۸^\circ$

از معادله بارپذیری عملی خط داریم:

$$P_{۳\phi} = \frac{\left|V_{Spu}\right|\left|V_{\text{Rpu}}\right|\text{SIL}}{\sin\left(\frac{۲\pi l}{\lambda}\right)}\sin\delta \Rightarrow ۷۰۰ = \frac{(۱)(۰.۹)SIL}{\sin\left(۲۲.۶۸^\circ\right)}\sin\left(۳۶.۸۷^\circ\right) \Rightarrow SIL = ۴۹۹.۸۳ \ MW$$

با استفاده از معادله خواهیم داشت: $kV_L = \sqrt{(Z_C)(SIL)} = \sqrt{(۳۲۰)(۴۹۹.۸۳)} = ۴۰۰ \ kV$

ب) راکتانس معادل در خط بدون تلفات به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$X' = Z_C \sin\beta l = ۳۲۰\sin(۲۲.۶۸) = ۱۲۳.۳۹ \ \Omega$$

در خط بدون تلفات، حداکثر توان قابل انتقال توسط خط در شرایط حالت ماندگار در زاویه ۹۰° بدست می‌آید. بنابراین، با استفاده از معادله با فرض $\left|V_S\right| = ۱pu$ و $\left|V_R\right| = ۰.۹pu$، حداکثر توان تئوری برابر است با: $P_{۳\phi(\max)} = \frac{(۴۰۰)(۰.۹)(۴۰۰)}{۱۲۳.۳۹}(۱) = ۱۱۶۷ \ MW$

۵- ماتریس ادمیتانس شین در این سیستم مطابق زیر است:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۲۰ - j\,۵۰ & -۱۰ + j\,۲۰ & -۱۰ + j\,۳۰ \\ -۱۰ + j\,۲۰ & ۲۶ - j\,۵۲ & -۱۶ + j\,۳۲ \\ -۱۰ + j\,۳۰ & -۱۶ + j\,۳۲ & ۲۶ - j\,۶۲ \end{bmatrix}$$

در این سیستم، شین ۱ به عنوان شین مرجع انتخاب شده است. ماتریس سوسپتانس شین مربوط برای ارزیابی زاویه‌های فاز $\Delta\delta_۲$ و $\Delta\delta_۳$ عبارتست از:

$$B' = \begin{bmatrix} -۵۲ & ۳۲ \\ ۳۲ & -۶۲ \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس بالا به صورت زیر بدست می‌آید:

$$B'' = \begin{bmatrix} -۰.۰۲۸۱۸۲ & -۰.۰۱۴۵۴۵ \\ -۰.۰۱۴۵۴۵ & -۰.۰۲۳۶۳۴ \end{bmatrix}$$

روابط بین توان اکتیو در شین‌های ۲ و ۳ توان راکتیو در شین ۲ عبارتند از:

$$P_2 = |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos\theta_{22} + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$
$$P_3 = |V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) + |V_3|^2|Y_{33}|\cos\theta_{33}$$
$$Q_2 = -|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - |V_2|^2|Y_{22}|\sin\theta_{22} - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

مقادیر بار و تولید برحسب pu بیان شده و مطابق زیر بدست می‌آیند:

$$S_2^{sch} = -\frac{(400 + j250)}{100} = -4.0 - j2.5\ pu, P_3^{sch} = \frac{200}{100} = 2\ pu$$

ولتاژ شین مرجع $|V_2| = 1.05\angle 0^\circ\ pu$ بوده واندازه ولتاژ شین ۳ عبارت از $|V_3| = 1.04\ pu$ می‌باشد. با شروع از تخمین اولیه $|V_2^{(0)}| = 1.0$، $\delta_2^{(0)} = 0.0$ و $\delta_3^{(0)} = 0.0$، باقیمانده‌های توان به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -4.0 - (-1.14) = -2.86$$
$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 2.0 - (0.5616) = 1.4384$$
$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -2.5 - (-2.28) = -0.22$$

الگوریتم پخش‌بار مجزای سریع نتیجه زیر را می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.028182 & -0.014545 \\ -0.014545 & -0.023634 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-2.8600}{1.0} \\ \frac{1.4384}{1.04} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.060483 \\ -0.008909 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه شین ۳ یک شین تنظیم شده است، سطر و ستون متناظر آن در B' حذف شده و خواهیم داشت: $B'' = [-52]$

داریم: $\Delta|V_2| = -\left[\frac{-1}{52}\right]\left[\frac{-0.22}{1.0}\right] = 0.004223$

ولتاژ جدید شین‌ها در تکرار اول عبارتند از:

$$\Delta\delta_2^{(0)} = -0.060483 \qquad \delta_2^{(1)} = 0 + (-0.060483) = -0.060483$$
$$\Delta\delta_3^{(0)} = -0.008989 \qquad \delta_3^{(1)} = 0 + (-0.008989) = -0.008989$$
$$\Delta|V_2^{(0)}| = -0.004223 \qquad |V_2^{(1)}| = 1 + (-0.004223) = 0.995769$$

۶- با استفاده از رابطه ، مقدار λ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda = \frac{800 + \frac{5.3}{0.008} + \frac{5.5}{0.012} + \frac{5.8}{0.018}}{\frac{1}{0.008} + \frac{1}{0.012} + \frac{1}{0.018}} = 8.5\ \$/MWh$$

با جایگزینی مقدار λ در معادلات هماهنگی توزیع بهینه مطابق روابط زیر بدست می‌آید:

$$P_1 = \frac{8.5 - 5.3}{2(0.004)} = 400.0000$$
$$P_2 = \frac{8.5 - 5.5}{2(0.006)} = 250.0000$$
$$P_1 = \frac{8.5 - 5.8}{2(0.009)} = 150.0000$$

و هزینه سوخت کل برابر است با:

$$C_t = 500 + 5.3(400) + 0.004(400)^2 + 400 + 5.5(250) + 0.006(250)^2 + 200 + 5.8(150) + 0.009(150)^2 = 6682.5\ \$/h$$