

به نام خداوند جان و خرد

آزمون تئوری هشتم

دپارتمان ریاضی و کامپیوتر مشهد

mathdpt.blog.ir

وقت آزمون : ۲۴۰ دقیقه

نکات آزمون : هر گونه رابطه ای دو طرفه میباشد مگر برعکس آن در سوال اعلام شده باشد
هر گرافی لیبل دار میباشد و دارای متناهی راس است
سوالات به سبک مرحله دو تصحیح میشود در نوشتن خود دقت کنید

سوال اول : سیاره آدم خاص ۲۰ امتیاز

در سیاره اول مرد جوانی منزل داشت. مرد با دیدن شازده کوچولو بلند گفت «این هم یک متعجب دیگر. ببین چقدر خاص هستم!» شازده کوچولو با خود فکر میکرد که از کجا مرا میشناسد او که هنوز مرا ندیده است. شازده کوچولو همیشه علاقه به پرسیدن سوال داشت ..

- خاص یعنی چه ؟

- یعنی وقتی گرافتی داشته باشی که راس هایت با دورنگ رنگ شده و راس ویژه دارد.

- راس ویژه چیست ؟

- راسی که تعداد همسایه های غیر هم رنگ با خودش از تعداد همسایه های هم رنگ با خودش بیشتر باشد.

در همین لحظه شازده کوچولو متوجه شد که مرد رنگ یکی از راس های ویژه خود را عوض کرد. شازده کوچولو که به نظر متعجب میرسید پرسید: «اگر به خاطر این راس ها خاص هستی پس چرا عوضشان میکنی؟» مرد که انتظار چنین سوالی نداشت در پاسخ گفت: «هر روز صبح یکی از راس های ویژه ی خود را عوض میکنم که شکلی جدید بگیرم». شازده کوچولو که بسیار تعجب کرده بود تصمیم گرفت سیاره را ترک کند و مرد را باگرافش تنها بگذارد. در راه با خود زمزمه میکرد که «هیچ آدمی خاص نخواهد ماند این مرد هم خودش نمیداند با این کارش روزی دیگر خاص نخواهد بود(ثابت کنید در متناهی حرکت دیگر راس ویژه ای نخواهد ماند)» او اضافه کرد : این آدم بزرگ ها چه عجیبند...

سوال دوم : سیاره آدم ساده ۲۵ امتیاز

سفر به سیاره دوم خیلی کوتاه بود. مردی در سیاره خیلی کوچکی بود و ۳۰ لیوان شیر داشت. در هر مرحله دو لیوان را انتخاب میکرد و از لیوان بزرگ تر به لیوان کوچک تر شیر میریخت تا دو لیوان برابر شوند. شازده کوچولو با خودش میگفت این مرد میتواند دوست من باشد هر چه باشد کارش از مرد سیاره دیگر جالب تر است. جلو تر آمد و گفت «سلام تو که هستی ؟» مرد با خوشحالی جواب داد «سلام . من آدم ساده هستم و کارم برابر کردن همه ی لیوان های شیر است» شازده کوچولو پرسید «اصلن این کار ممکن است ؟» (ثابت کنید میشود یا نشان دهید نمیشود) مرد جواب داد «چه اهمیتی دارد کار لذت بخشی ست». سیاره خیلی کوچک بود و شازده کوچولو راحت در آن جا نمیشد ولی وقتی آدم ساده را با آدم نسبتن خاص مقایسه میکرد با خودش میگفت راستی که این آدم بزرگ ها خیلی عجیبند.

سوال سوم : سیاره آدم خود خواه ۲۰ امتیاز

در سیاره سوم پیر مردی حضور داشت. شازده کوچولو که از آدم بزرگ ها کلافه شده بود گفت «تو دیگر که هستی؟».

پیر مرد با خوشحالی گفت «من آدم همیشه خوشبختی هستم».

- خوشبختی در چیست ؟

- این دیگر چه سوالی ست ؟ معلوم است در داشتن گرافی که طول همه دور هایش به ۳ بخشپذیر باشند.

شازده کوچولو یاد حرف گلش افتاد که خوشبختی همیشگی نیست. نگاهی به گراف کرد و متوجه شد درجه همه رئوس بیشتر از سه است. شازده کوچولو میدانست چنین گرافی وجود ندارد(چرا؟) لبخند تلخی زد و پرسید «به نظرت به چه سیاره ای بروم؟» پیر مرد گفت «برو به دیدن سیاره زمین که شهرت به سزایی دارد». شازده کوچولو سیاره را ترک کرد. او با خود فکر میکرد راستی راستی که آدم بزرگ ها خیلی خیلی عجیبند...

سوال چهارم : ۳۵ امتیاز

شازده کوچولو وارد زمین شده بود. از بیابان گذشت و به جز یک گل به چیزی برخورد. گلی که سه گلبرگ داشت گلی ناچیز... شازده کوچولو گفت «سلام» گل گفت «سلام» شازده کوچولو با ادب پرسید «آدم ها کجا هستند؟» گل که یک روز کاروانی را در حال عبور دیده بود گفت: «آدم ها؟ گمان میکنم شش هفت تایی باشند. من ایشان را سالها پیش دیدم. ولی هیچ معلوم نیست کجا میشود گیرشان آورد. باد ایشان را با خود میبرد. آدمها ریشه ندارند و این بی ریشگی باعث شده در گراف ها به دنبال ریشه بگردند.»

فراموش نکنیم ریشه یک گراف یک زیر مجموعه ناتهی از راس هاست که یکی از دو خاصیت زیر را داشته باشد :

الف) هر راس(چه داخل چه خارج زیر مجموعه) به زوج تا از اعضای زیر مجموعه یال داشته باشد.

ب) هر راس(چه داخل چه خارج زیر مجموعه) به فرد تا از اعضای زیر مجموعه یال داشته باشد.

شازده کوچولو گفت «همه گراف ها که ریشه دارند (چرا؟) پی چه میگردند ؟ لابد این هم از کار های آدم هاست.

خداحافظ» گل گفت : «به امان خدا»