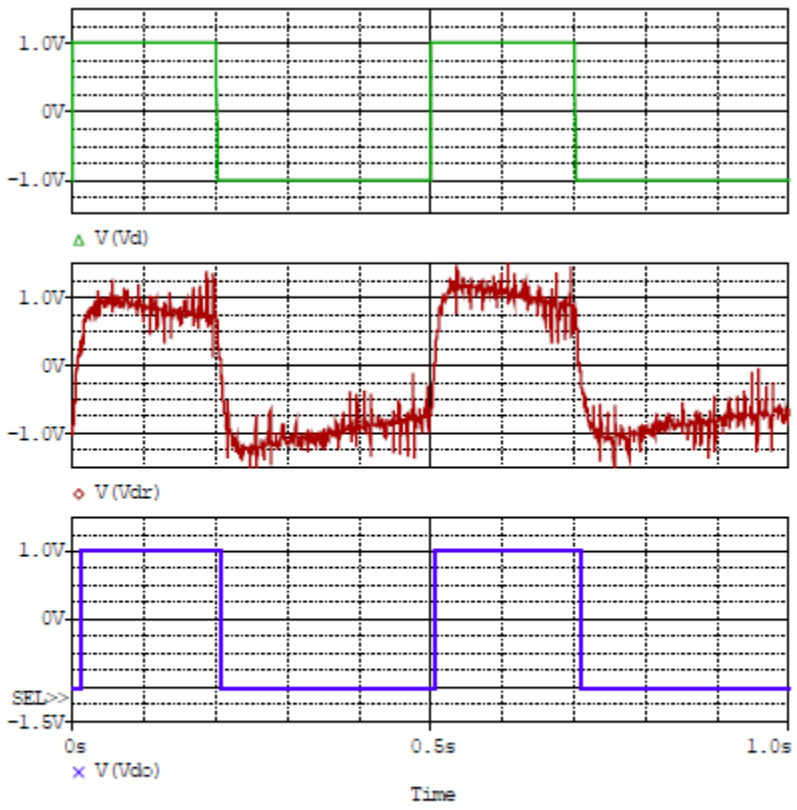
آشنایی با ادوات سیستم های دیجیتال

اصول مهندسی برق

امین خواصی

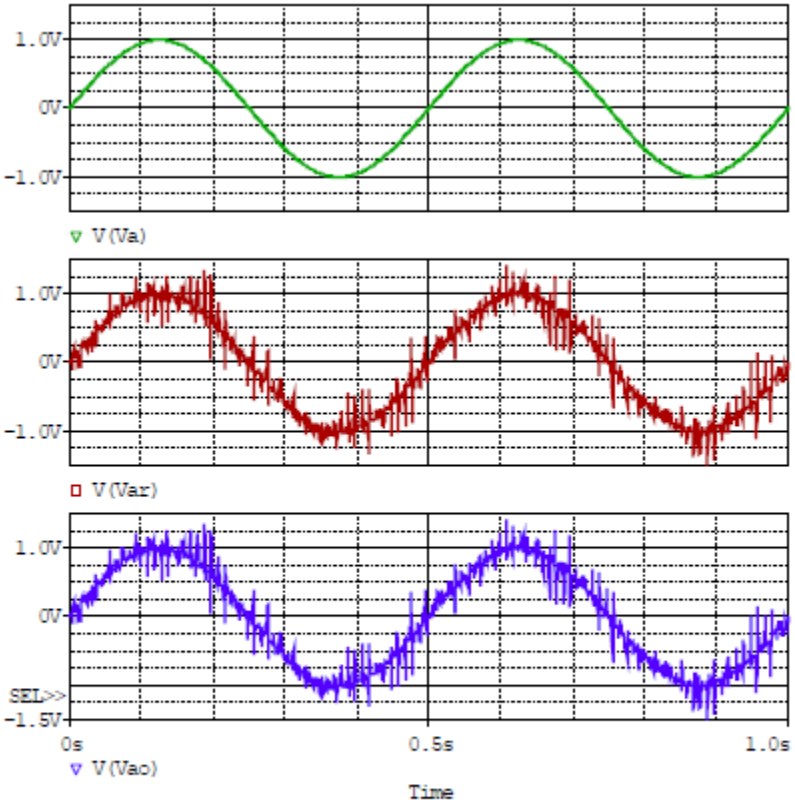
چرا دیجیتال؟

- دقت بالا و حساسیت پایین نسبت به عوامل محیطی



تاثیر عوامل محیط بر روی سیگنال دیجیتال:

بالا – سیگنال ارسالی، وسط – سیگنال دریافتی و پایین – سیگنال باز سازی شده



تاثیر عوامل محیط بر روی سیگنال آنالوگ:

بالا – سیگنال ارسالی، وسط – سیگنال دریافتی و پایین – سیگنال باز سازی شده

مبنای اعداد در دیجیتال

- در سیستم های دیجیتال متداول – در سطح مداری – فقط از اعداد باینری (مبنای دو) استفاده می شود.
- در سطح بالای کار بری – به علت عادت ما با سیستم اعشاری – از سیستم دسیمال (مبنای ده) استفاده می شود.
- در سطوح میانی که کاربر مستقیماً با مدارهای دیجیتال سرو کار دارد – به علت بزرگ شدن اعداد باینری – از سیستم اعداد دیگری استفاده میشود. در گذشته سیستم اکتال (مبنای هشت) و امروزه سیستم هگزادسیمال (مبنای شانزده) متداول است. ارقام مبنای شانزده عبارتند از: [0,1,2,…,9,A,B,C,D,E,F]

جبر بول

- در در اواخر سالهای ۱۸۳۰ بول ریاضیدان و فیلسوف انگلیسی، ریاضیاتی را منطبق بر گزاره های منطقی بنا نهاد که به افتخار وی به جبر بول یا منطق بول مشهور شد.
- در جبر بول یک گزاره یا صحیح است یا غلط، بنابراین یک متغیر میتواند یکی از این دو حالت را قبول کند (x=F یا x=T).
- نمادهای دیگر: $F \equiv L \equiv 0$، $T \equiv H \equiv 1$

جبر بول

- عملگرهای جبر بول: با سه عملگر "نقیض"، "و" و "یا" میتوان تمام گزاره های منطقی را بیان کرد.
  - نقیض: خروجی را عکس ورودی میکند. مثال: "اگر اتاق روشن باشد باید چراغ را خاموش کرد". نمایش: $y = \bar{x}$,y = x', y = NOT(x), y = NOT x
  - ترکیب "و": هرگاه ارضای بیش از یک شرط (به عنوان ورودی سیستم) به طور هم زمان باعث ارضای یک شرط (به عنوان خروجی سیستم) شوند، به آن ترکیب یک ترکیب "و" گویند. مثال: "دما زیر صفر است" و "روی زمین آب است" پس "روی زمین یخ تشکیل می شود".

$$y = x_1 \cdot x_2 \cdots \cdot x_n,\ y = x_1 \wedge x_2 \cdots \wedge x_n,\ y = x_1 \,\&\, x_2 \cdots \&\, x_n,\ y = x_1\ AND\ x_2 \cdots AND\ x_n$$

جبر بول

- ترکیب "یا": هرگاه ارضای حداقل یکی از چند شرط (به عنوان ورودی سیستم) باعث ارضای یک شرط (به عنوان خروجی سیستم) شود، به آن ترکیب یک ترکیب "یا" گویند. مثال: "کتاب را خوب بخوانید" یا "جزوه را خوب بخوانید" آنگاه "نمره قبولی میگیرید".

$$y = x_1 \, OR \, x_2 \cdots OR \, x_n \;, \quad y = x_1 \vee x_2 \cdots \vee x_n \;, \quad y = x_1 + x_2 \cdots + x_n$$

جبر بول

- یکی از روشهایی که می توان روابط منطقی را بررسی نمود، استفاده از **جدول صحت** است.
- برای تشکیل این جدول معمولا به این ترتیب عمل می کنند که به ازای هر متغیر (ورودی ها) یک ستون در سمت چپ و برای تابع (خروجی) یک ستون در سمت راست در نظر می گیرند.
- در این جدول ترکیب تمام حالات ورودیها منعکس می شود. بنابراین اگر n تعداد ورودی ها باشد، این جدول n+1 ستون و $2^n + 1$ ردیف خواهد داشت.

جبر بول

x	y
0	1
1	0

الف

x_2	x_1	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ب

x_2	x_1	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

پ

جدول های صحت الف- **"نقیض"** ($y = \bar{x}$)، ب- **"و"** ($y = x_1 \cdot x_2$) و پ- "یا" ($y = x_1 + x_2$)

جبر بول

- روابط مهم

$$\overline{\overline{x}} = x$$
$$x \cdot x = x$$
$$x + x = x$$
$$x \cdot 0 = 0$$
$$x \cdot 1 = x$$
$$x + 0 = x$$
$$x + 1 = 1$$
$$x \cdot \overline{x} = 0$$
$$x + \overline{x} = 1$$
$$x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$$
$$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$$
$$x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$$
$$x_1 + (x_2 \cdot x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3)$$

قضایای دمورگان

$$\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2 = \overline{(x_1 + x_2)}$$
$$\overline{x}_1 + \overline{x}_2 = \overline{(x_1 \cdot x_2)}$$

جبر بول

مثال : برای محافظت یک سیستم برقی طبق این گزاره باید عمل کرد: "اگر ولتاژ ورودی از ۱۸۰ ولت کمتر و ولتاژ خروجی از ۲۰ ولت بیشتر باشد، یا اگر ولتاژ ورودی از ۲۴۰ ولت بیشتر و ولتاژ خروجی از ۱۰ ولت کمتر باشد و در هر دو صورت جریان خروجی از ۲۰ آمپر بیشتر باشد، باید دستگاه خاموش شود". این گزاره را به صورت یک تابع منطقی بیان کنید.

$x_1: \ V_{in} \geq 180V$ $x_2: \ V_{out} > 20V$ $x_3: \ V_{in} > 240V$

$x_4: \ V_{out} \geq 10V$ $x_5: \ I_{out} > 20A$ $y: \ System\ On$

$$\bar{y} = ((\bar{x}_1 \cdot x_2) + (x_3 \cdot \bar{x}_4)) \cdot x_5$$

جبر بول

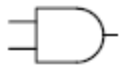
- مثال: روابط منطقی مربوط به یک جمع کننده یک بیتی را به دست آورید

b	a	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$s = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b$$

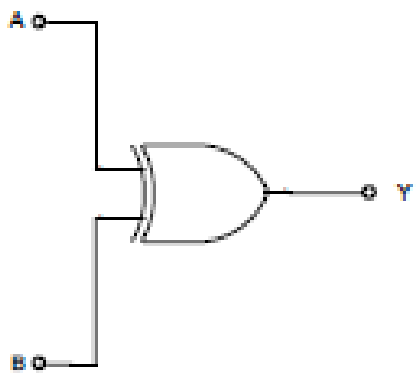
$$c = a \cdot b$$

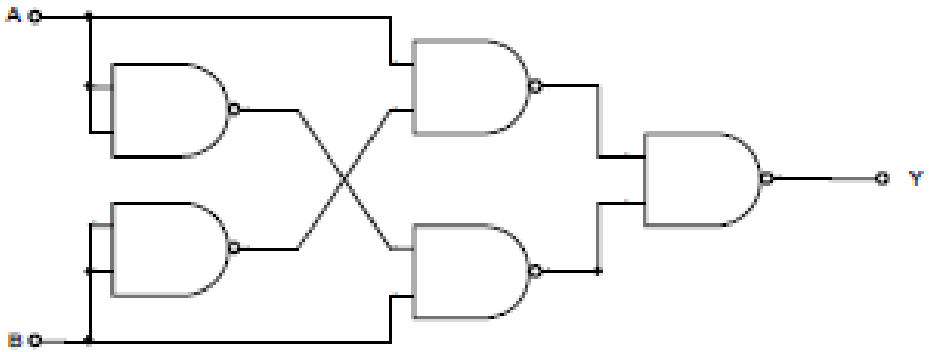
مدارهای ترکیبی

- گیت ها:
  - گیت NOT
  - گیت AND 
  - گیت OR
  - گیت NAND $a \overline{\cdot} b = \overline{a \cdot b}$
  - گیت NOR $a \overline{+} b = \overline{a + b}$
  - گیت XOR $a \oplus b = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b$

مدارهای ترکیبی

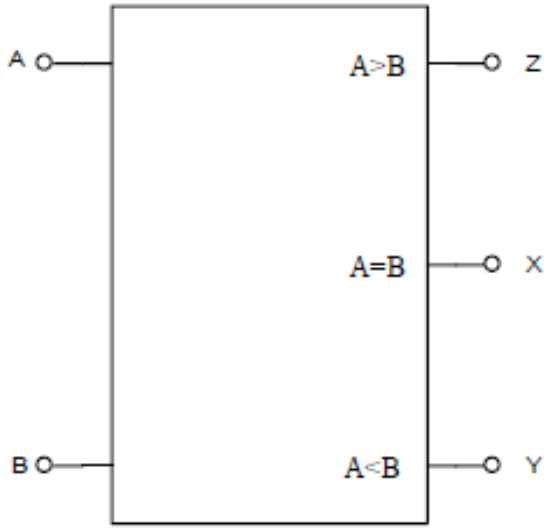
- پیاده سازی XOR





مدارهای ترکیبی

- مقایسه کننده ها:



B	A	Z	Y	X
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1

$$Z = A \cdot \overline{B}$$

$$Y = \overline{A} \cdot B$$

$$X = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B = \overline{Z + Y} = A \overline{\oplus} B$$

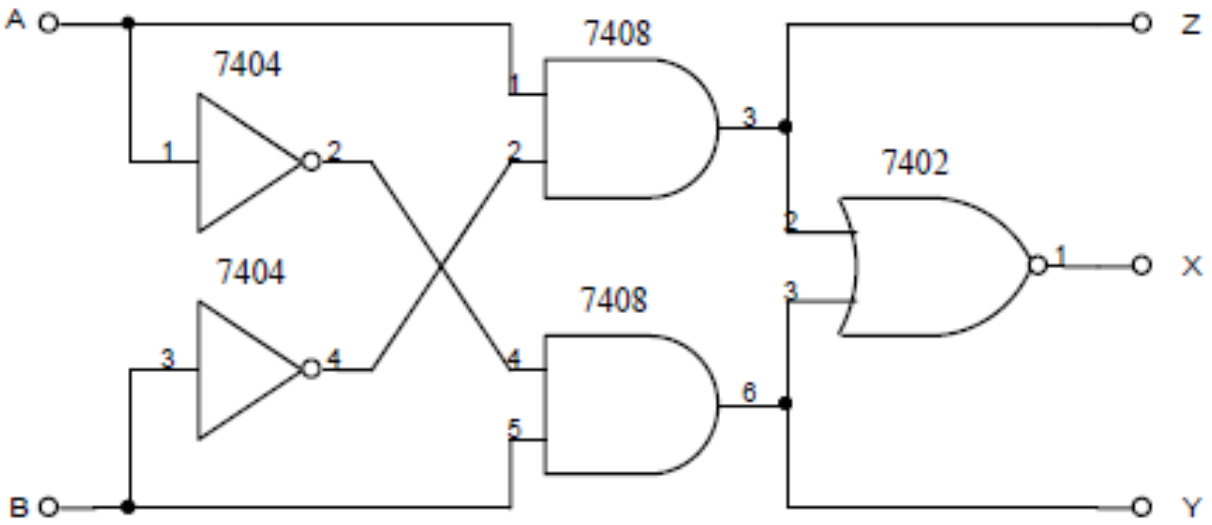
مدارهای ترکیبی

- مقایسه کننده ها: پیاده سازی

$$Z = A \cdot \overline{B}$$

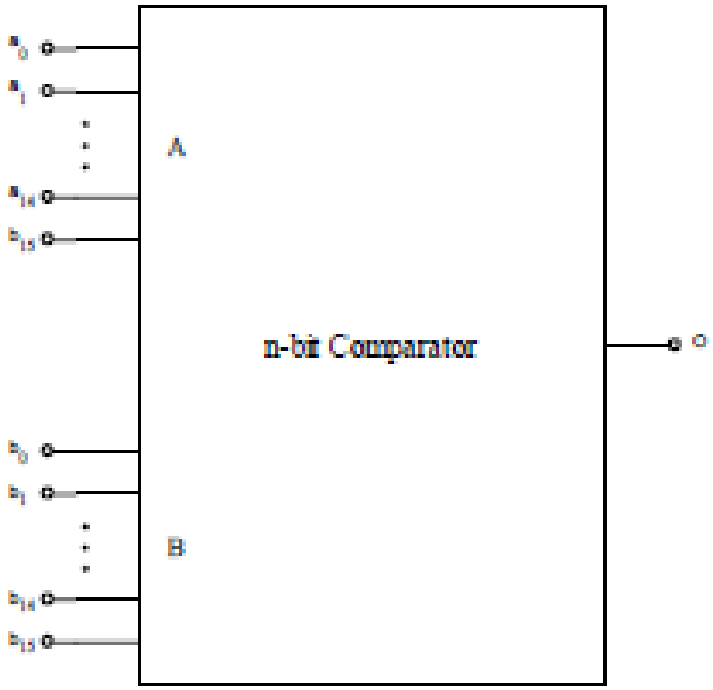
$$Y = \overline{A} \cdot B$$

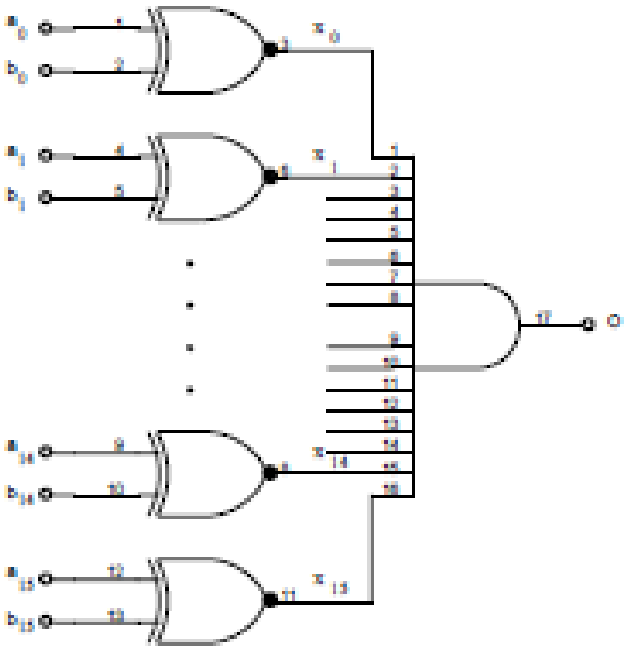
$$X = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B = \overline{Z + Y} = A \overline{\oplus} B$$



مدارهای ترکیبی

- مقایسه کننده ها: پیاده سازی قفل رمز





مدارهای ترکیبی

- جمع کننده ها: جمع کننده یک بیتی کامل

c_i	b	a	c_o	s
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$s = a.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.b.\bar{c} + \bar{a}.\bar{b}.c + a.b.c$$

$$c_o = a.b.\bar{c} + \bar{a}.b.c + a.\bar{b}.c + a.b.c$$

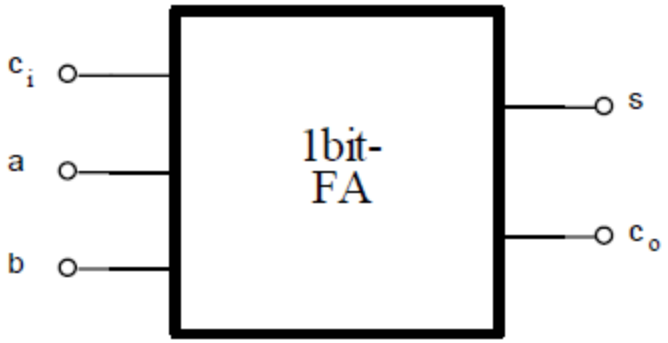
$$s = \left(\overline{c_i} \cdot (b \oplus a)\right) + \left(c_i \cdot \overline{(b \oplus a)}\right)$$

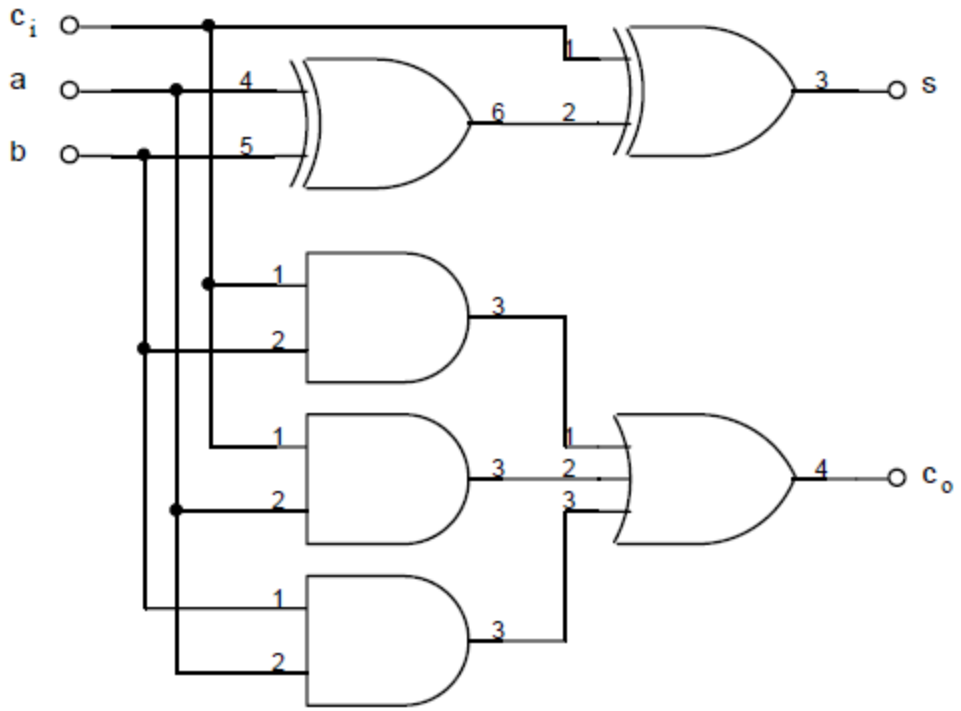
$$s = c \oplus b \oplus a$$

$$c_o = (a \cdot b) + (a \cdot c) + (b \cdot c)$$

مدارهای ترکیبی

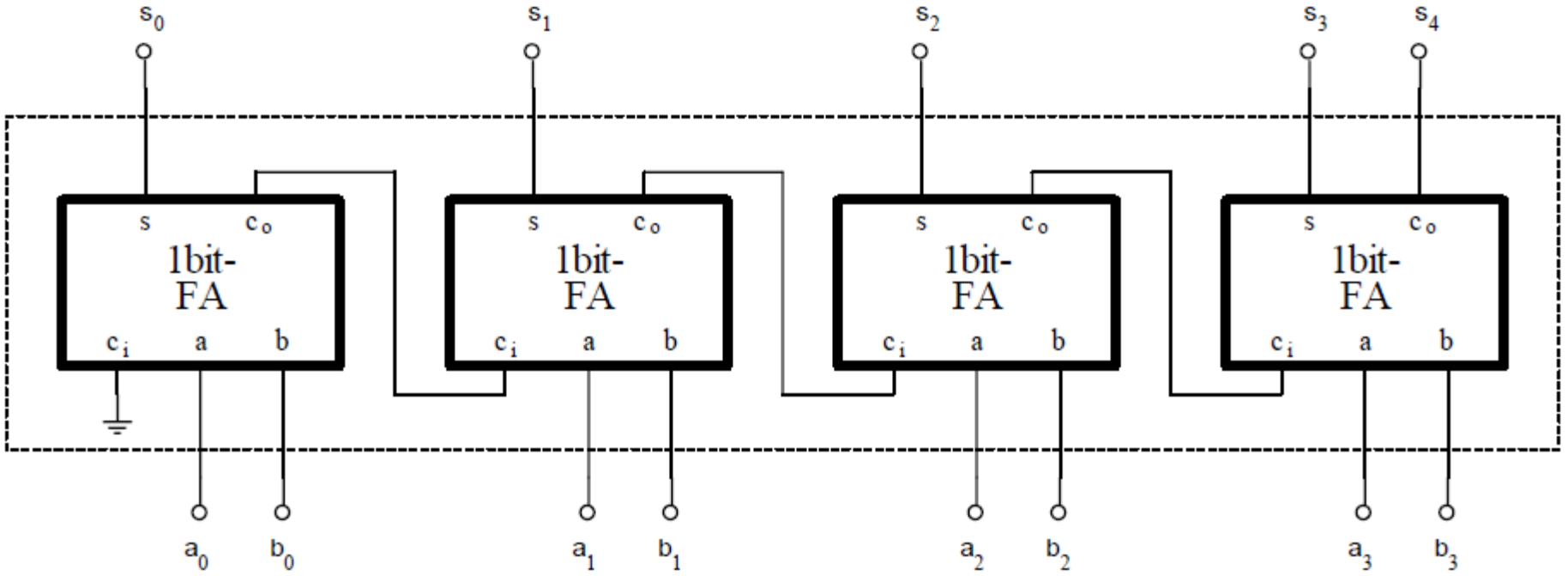
- جمع کننده ها: پیاده سازی جمع کننده یک بیتی





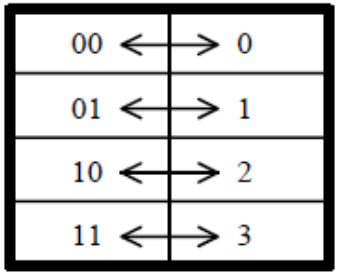
مدارهای ترکیبی

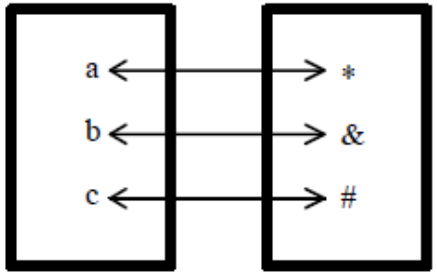
- جمع کننده ها: پیاده سازی جمع کننده چهار بیتی

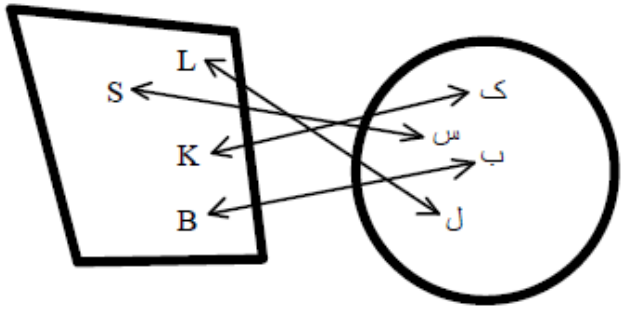


مدارهای ترکیبی

- کد کننده ها: چند مثال برای کد کردن

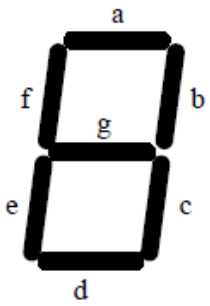


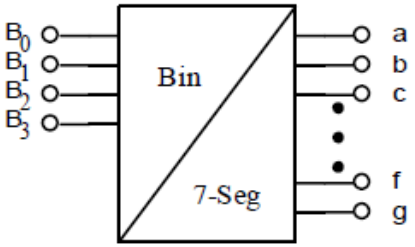


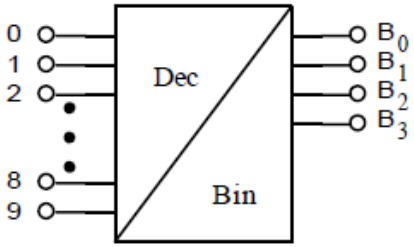


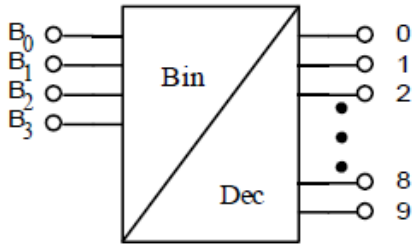
مدارهای ترکیبی

- کد کننده ها: بلوک دیاگرام چند دیکودر و یک نمایشگر 7-segment









مدارهای ترکیبی

- کد کننده ها: جدول صحت و روابط 7-segment

N	B_3	B_2	B_1	B_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$$a = \overline{B_3}\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot\overline{B_0} + \overline{B_3}\cdot\overline{B_2}\cdot B_1\cdot\overline{B_0} + \cdots + B_3\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot\overline{B_0} + \cdots$$

$$b = \overline{B_3}\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot\overline{B_0} + \overline{B_3}\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot B_0 + \cdots + B_3\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot\overline{B_0} + \cdots$$

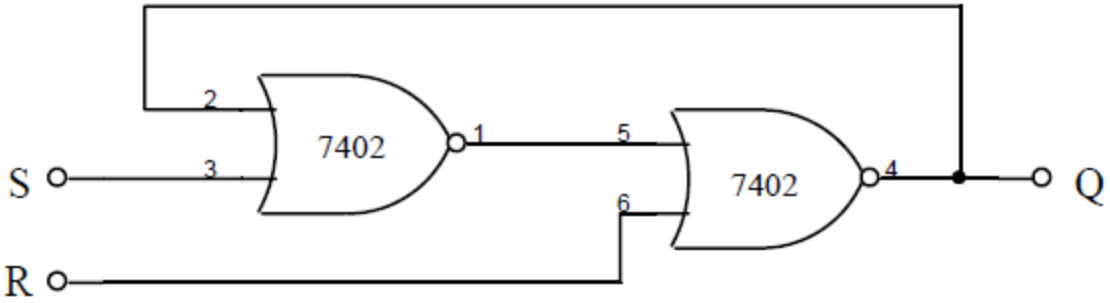
$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$e = \overline{B_3}\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot\overline{B_0} + \overline{B_3}\cdot\overline{B_2}\cdot B_1\cdot\overline{B_0} + \cdots + B_3\cdot\overline{B_2}\cdot\overline{B_1}\cdot\overline{B_0} + \cdots$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

مدارهای ترتیبی

- نمونه ای از یک مدار ترتیبی



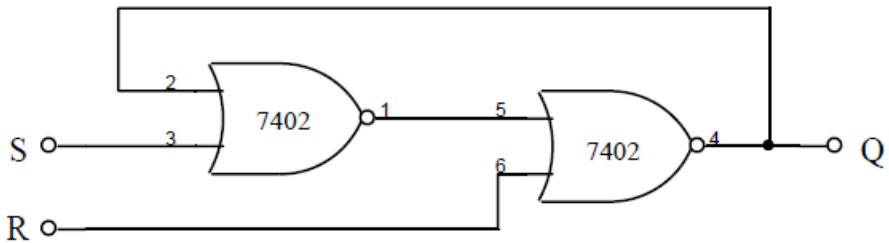
$$Q = \overline{\left(\overline{\left(\overline{Q + S}\right) + R}\right)}$$

$$Q^{t+\Delta t} = \left(\overline{\left(\overline{\left(\overline{Q + S}\right) + R}\right)}\right)^{t}$$

مدارهای ترتیبی

- نمونه ای از یک مدار ترتیبی: جدول صحت

R^t	S^t	Q^t	$Q^{t+\Delta t}$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0



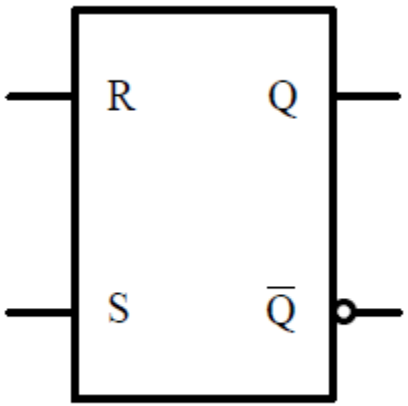
$$Q^{t+\Delta t} = \left(\left(\left(\overline{Q+S}\right)+R\right)\right)^t$$

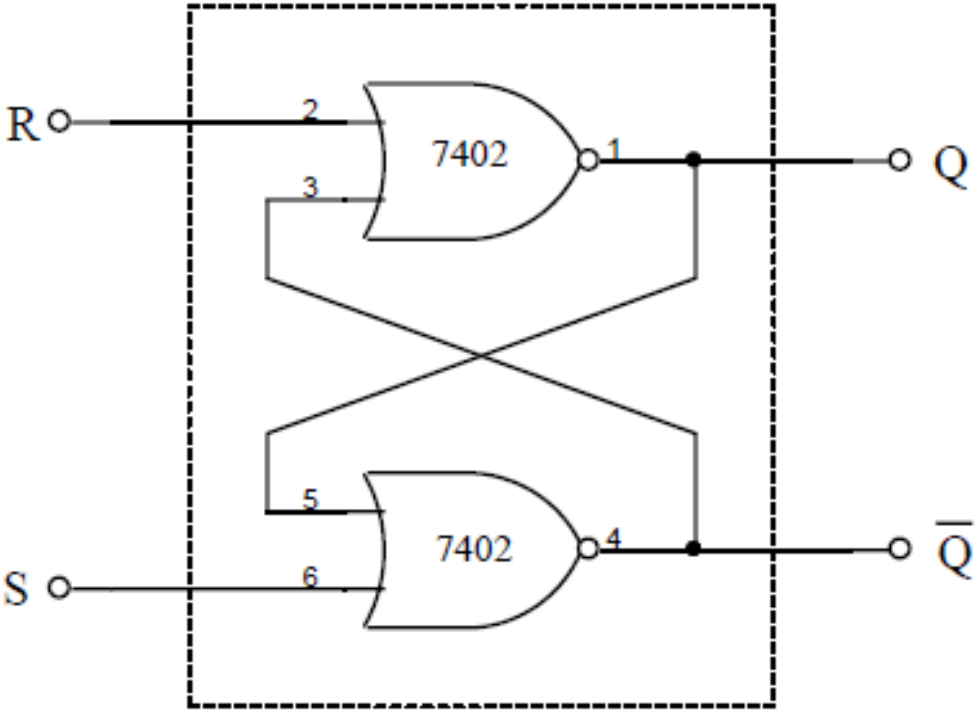
مدارهای ترتیبی

- نمونه ای از یک مدار ترتیبی: مثال

مدارهای ترتیبی

- RS-FlipFlop

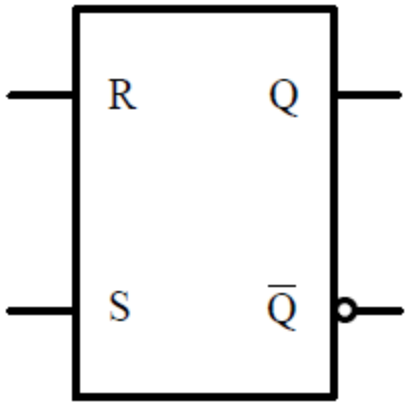




مدارهای ترتیبی

- جدول صحت RS-FlipFlop

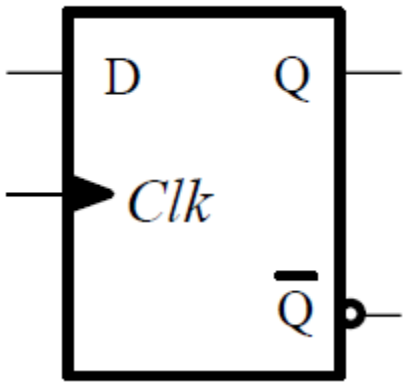
ردیف	R^t	S^t	Q^t	$Q^{t+\Delta t}$	$\overline{Q}^{t+\Delta t}$
1	0	0	0	0	1
2	0	0	1	1	0
۳	0	1	0	1	0
۴	0	1	1	1	0
۵	1	0	0	0	1
۶	1	0	1	0	1
۷	1	1	0	0	0
۸	1	1	1	0	0



رد	$(R\ S)^t$	$Q^{t+\Delta t}$
1	0 0	Q^t
2	0 1	1
۳	1 0	0
۴	1 1	–

مدارهای ترتیبی

- D-FlipFlop (حساس به لبه پایین رونده)



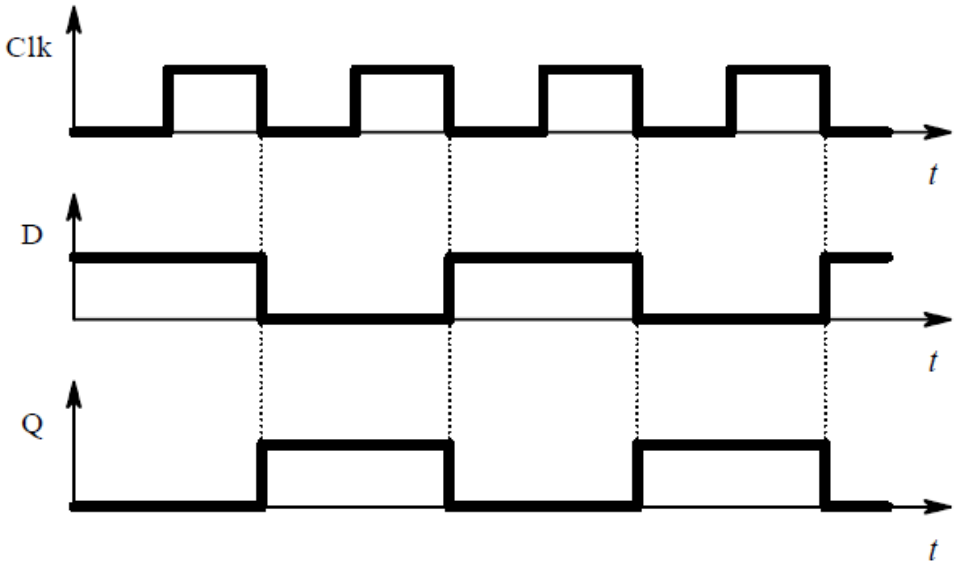
Clk	D^t	$Q^{t+\Delta t}$
0	0	Q^t
0	1	Q^t
↑	0	Q^t
↑	1	Q^t
1	0	Q^t
1	1	Q^t
↓	0	0
↓	1	1

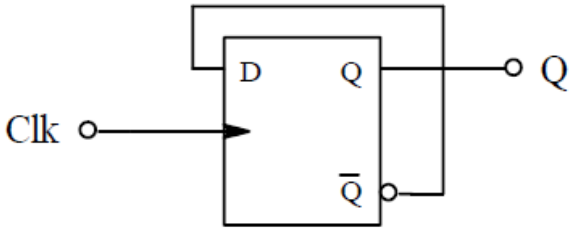
مدارهای ترتیبی

- D-FlipFlop (حساس به لبه پایین رونده): مثال

مدارهای ترتیبی

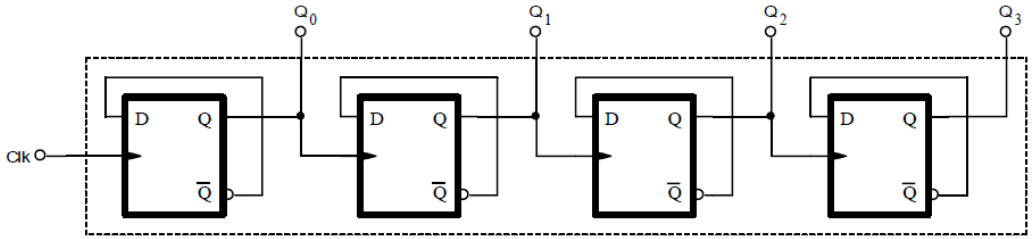
- مدار نصف کننده فرکانس



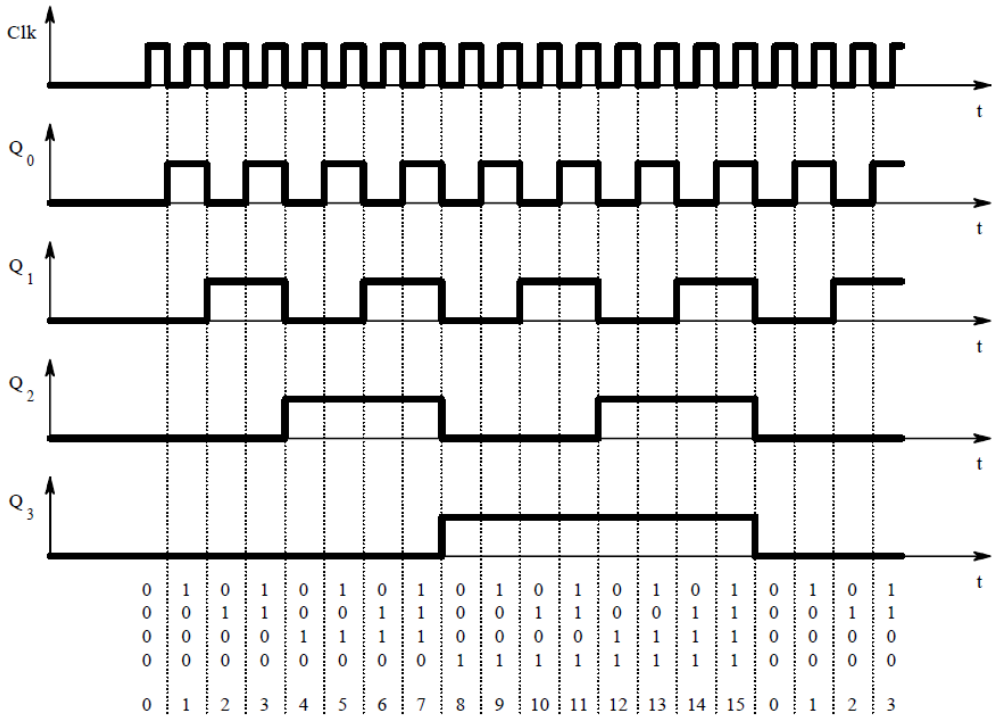


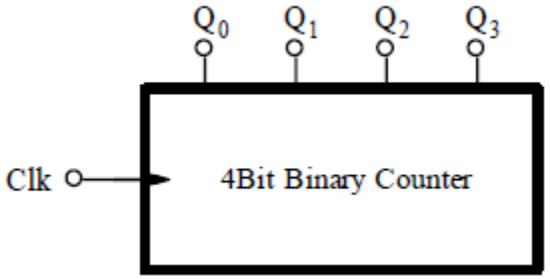
مدارهای ترتیبی

- شمارنده ها
  - شمارنده ۴ بیتی باینری



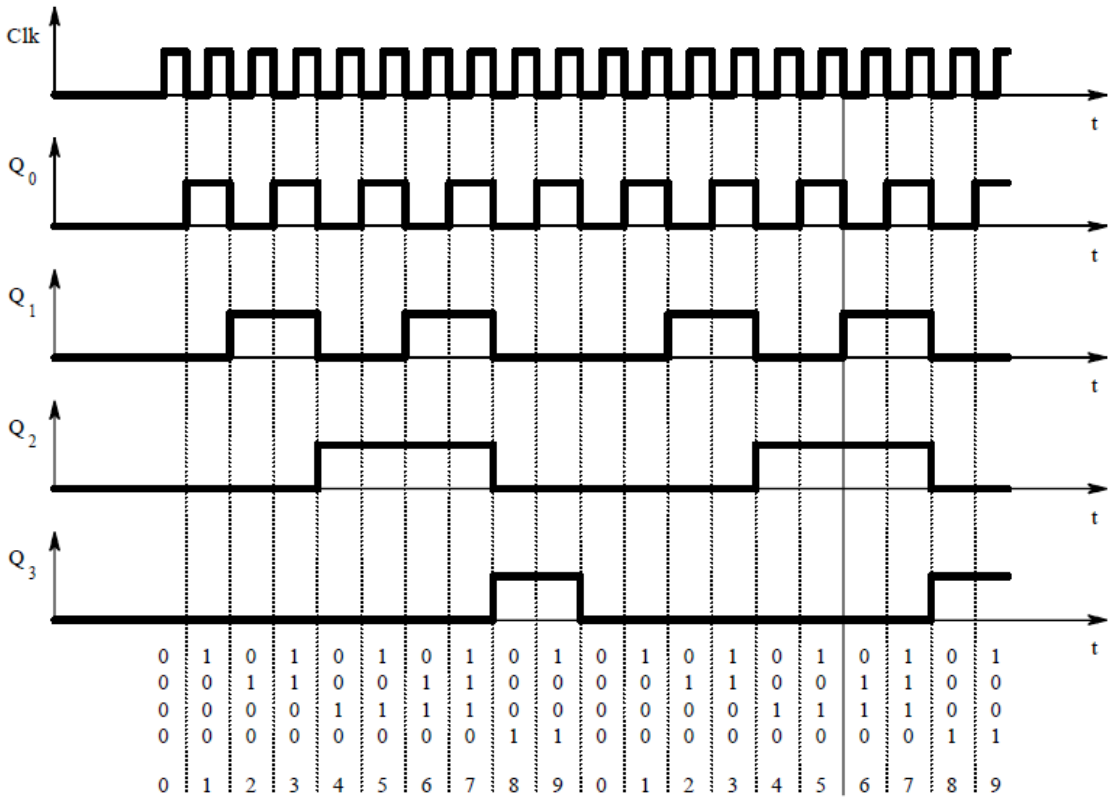
الف





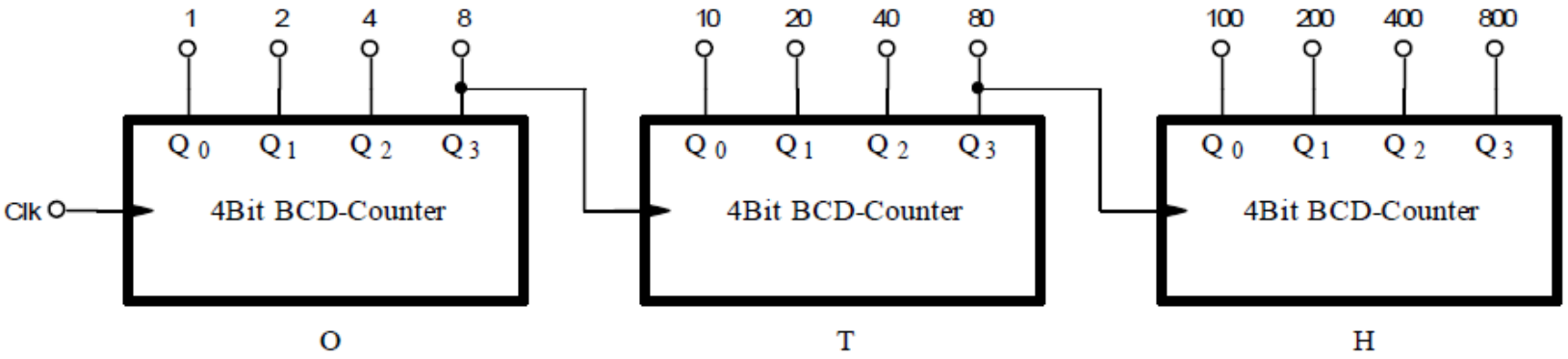
مدارهای ترتیبی

- شمارنده ها
  - شمارنده ۴ بیتی اعشاری



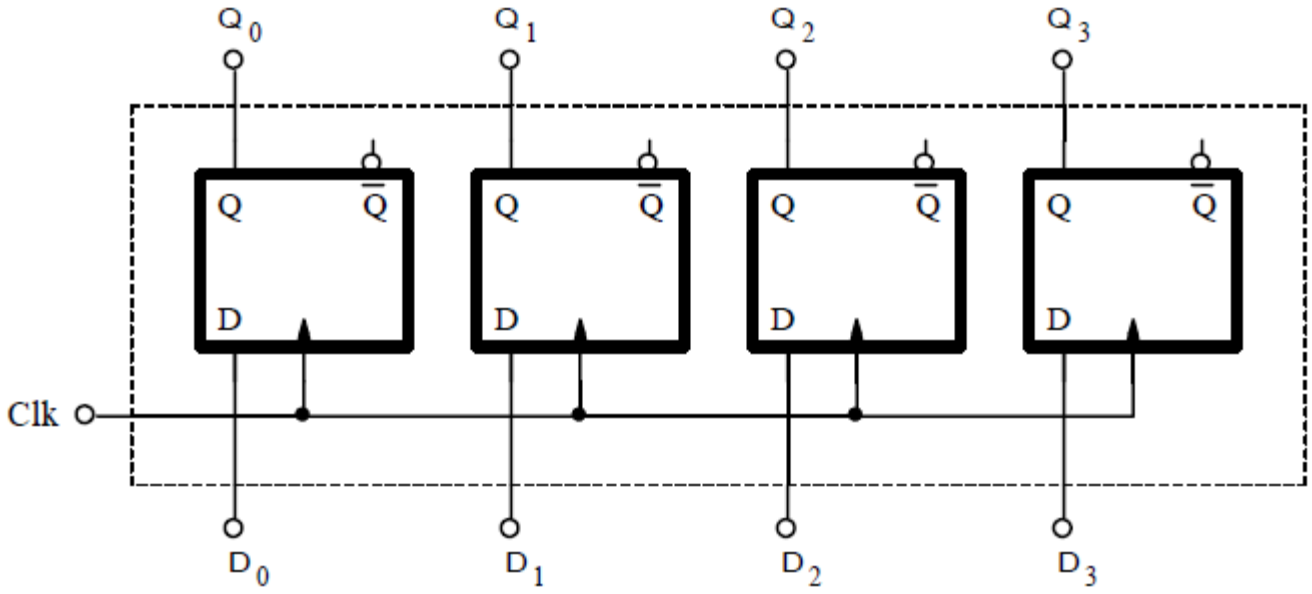
مدارهای ترتیبی

- شمارنده ها
  - شمارنده سه رقمی اعشاری



مدارهای ترتیبی

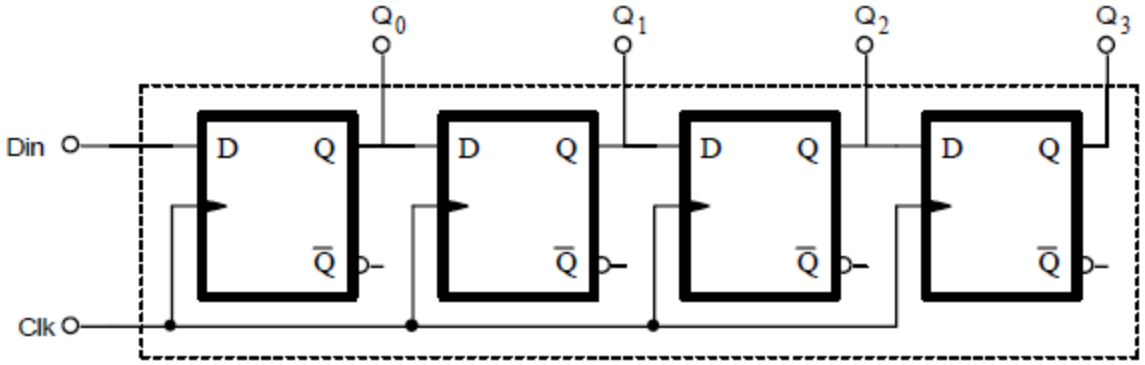
- ثبات ها: به مجموعه از فلیپ فلاپ ها که دارای کلاک مشترک باشند، رجیستر ۱ گویند.

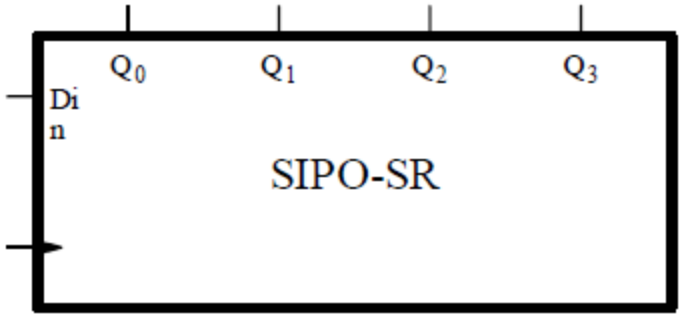


یک ثبات ٤ بیتی

مدارهای ترتیبی

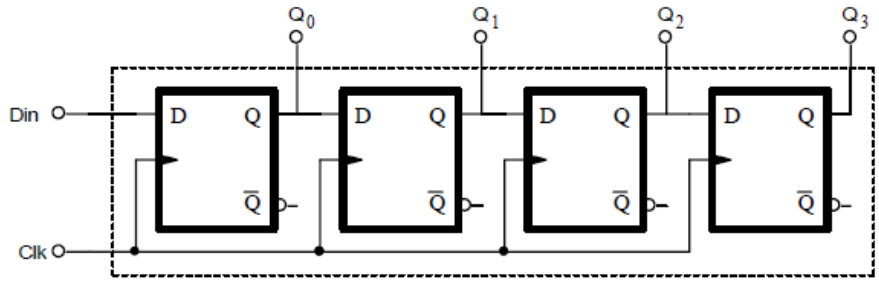
- شیفت رجیستر

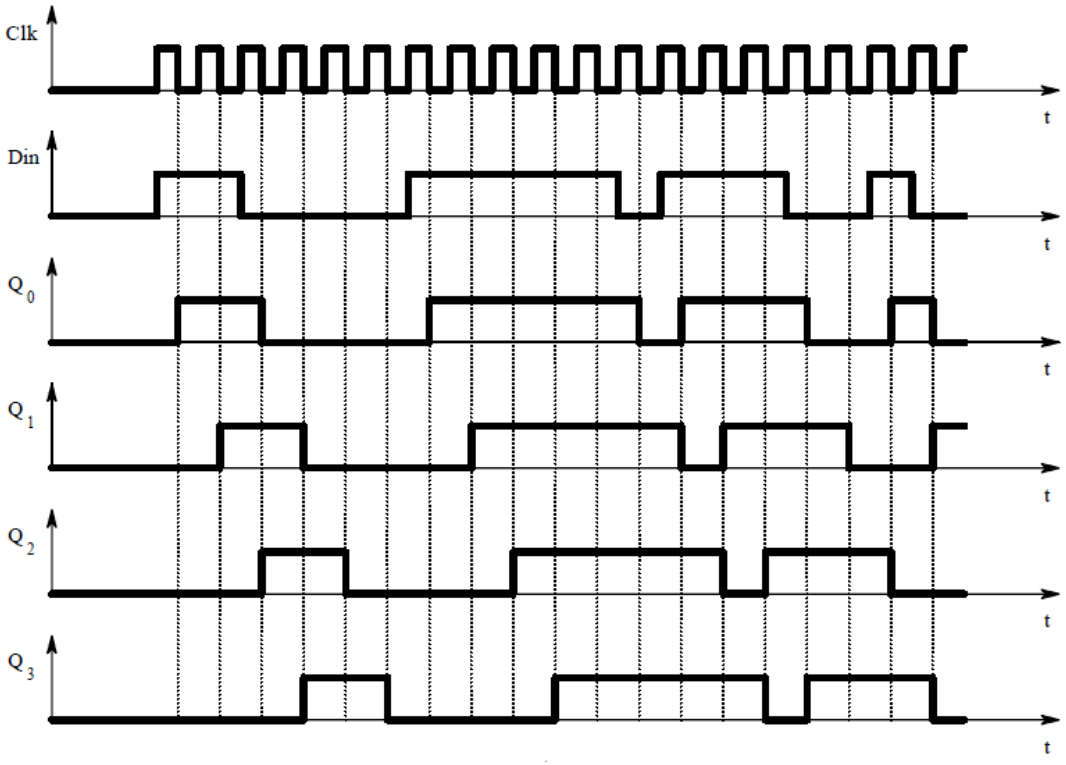




مدارهای ترتیبی

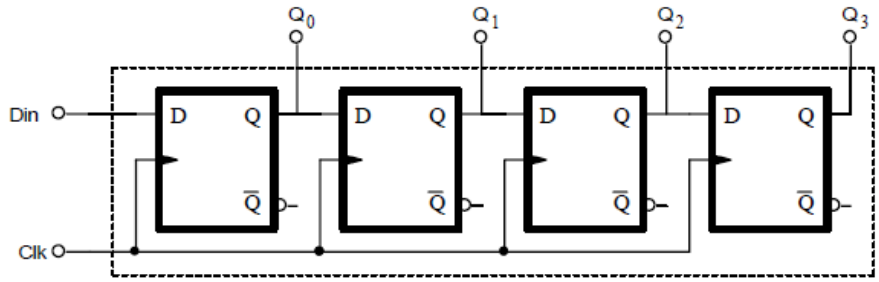
- شیفت رجیستر

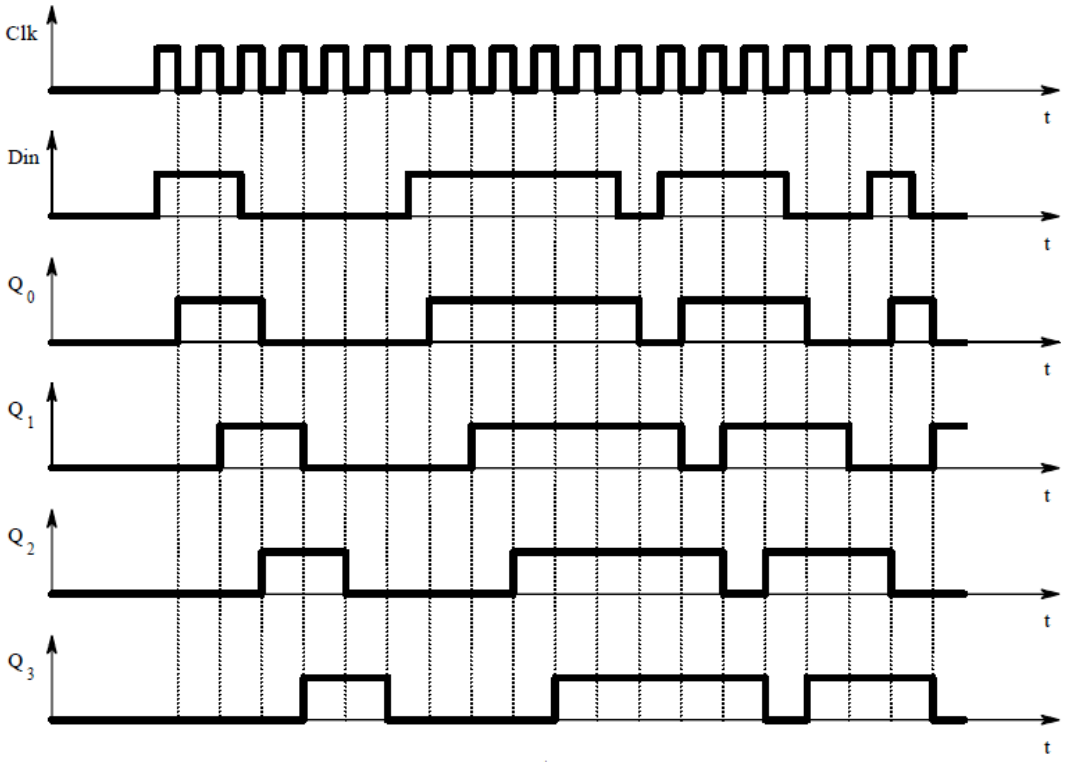




مدارهای ترتیبی

- شیفت رجیستر





مدارهای ترتیبی

- شیفت رجیستر: مثال