

آکادمی کنکور دانشگاه تهرانی ها

آدرس:

تهران-میدان انقلاب- ابتدای خیابان آزادی
خیابان نوفلاح - جنب ایستگاه اتوبوس های انقلاب -

پلاک ۶۲

شماره تلفن:

۰۲۱-۶۶۱۳۵۵۳۴

۰۲۱-۶۶۱۳۵۴۴۸

کلاس کنکور

مشاوره

جزوه و کتاب

اولین

موسسه

کنکوری

کشور

با کادر

رتبه های

تک رقمی

و دو رقمی

برای رتبه برتر شدن باید از رتبه برتر ها یاری خواست

Daneshgahtehraniha.com

فصل چهارم

موج‌های مکانیکی (۱)



هرگاه در یک محیط مثل آب، یک آشفتگی به وجود آوریم، آشفتگی در محیط انتشار می‌یابد. یعنی هر ذره از محیط، حرکت ارتعاشی را انجام می‌دهد که ذره‌ی مجاورش لحظه‌هایی قبل آن را انجام داده و یا خواهد داد. اگر محیط همسان‌گرد باشد (یعنی خواص فیزیکی یکسانی در تمام جهات داشته باشد)، سرعت انتشار آشفتگی ثابت می‌ماند.

فرض کنید که یک طناب همگن را به یک نقطه بسته و سر دیگر آن را به جسمی که حرکت نوسانی با دوره‌ی T دارد متصل کنیم. ملاحظه می‌کنیم که هر ذره از طناب همان حرکت ارتعاشی را با تاخیر انجام می‌دهد و موج سینوسی در طناب منتشر می‌شود.

طول موج

<p>سرعت انتشار موج: به خواص محیط بستگی دارد.</p>	$x = v \cdot t \Rightarrow \lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$ <p>سرعت ارتعاشات ذرات محیط: به خواص منبع بستگی دارد.</p>	<p>مسافتی است که موج در یک دوره طی می‌کند و آن را با λ نشان می‌دهیم. موج مکانیکی برای انتشار نیاز به یک محیط مادی دارد و در خلاء منتشر نمی‌شود. سرعت انتشار ارتعاشات مکانیکی در جامدات بیش‌تر از مایعات و در مایعات بیش‌تر از گازهاست. سرعت انتشار به خواص فیزیکی محیط بستگی دارد و به خواص منبع (دوره، دامنه، و ...) بستگی ندارد. در صورتی که سرعت ارتعاشات ذرات محیط از رابطه‌ی $v = A\omega \cos(\omega t)$ به دست می‌آید و به خواص منبع، دامنه، بسامد بستگی دارد و مستقل از خواص فیزیکی محیط است.</p>
--	--	---

معادله حرکت نوسانی چشمه موجی در SI، به صورت $y = A \sin(\omega t)$ است اگر این نوسانات در محیط با سرعت



(سراسری تجربی - ۱۳۸۷)

$20 \frac{m}{s}$ منتشر شود و طول موج $0.8m$ باشد، ω چند رادیان بر ثانیه است؟

(۴) 200π

(۳) 100π

(۲) 50π

(۱) 25π

گزینه «۲»

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow 0.8 = 20 \cdot T \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.04} = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

موجی با بسامد 100Hz و طول موج 0.5 متر، فاصله 10 متر را در چند ثانیه طی می کند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۱۳۸۷)



$$\frac{1}{10} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

گزینه «۳»

$$V = \lambda \cdot f = 0.5 \times 100 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت انتشار موج

$$x = v \cdot t \Rightarrow 10 = 50 \cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{5} \text{ s}$$

اگر بسامد نوسان یک چمبه موج 2 برابر شود، سرعت انتشار موج در محیط چه تغییری می کند؟ (آزاد ریاضی - ۱۳۸۸)



$$\frac{1}{4} \quad (4) \text{ برابر می شود.}$$

$$4 \quad (3) \text{ برابر می شود.}$$

$$2 \quad (2) \text{ تغییر نمی کند.}$$

$$2 \quad (1) \text{ برابر می شود.}$$

گزینه «۲»

سرعت انتشار موج به خواص فیزیکی محیط بستگی دارد و به خصوصیات منبع (مثلاً بسامد) بستگی ندارد بنابراین با تغییر بسامد سرعت انتشار موج تغییر نمی کند.

دو دیپازون A, B با بسامدهای 100Hz و 200Hz امواج خود را در یک محیط منتشر می کنند. نسبت سرعت انتشار



ارتعاشات دیپازون A به سرعت انتشار ارتعاشات دیپازون B چیست؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

گزینه «۱»

همان طوری که گفته شده سرعت انتشار موج به خواص محیط بستگی دارد. چون هر دو موج در یک محیط منتشر می شوند، سرعت انتشار برای هر دو یکسان است.

اختلاف فاز بین دو نقطه از یک محیط کششان با فاصله λ از یکدیگر برابر است با:



$$\frac{3\pi}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$2\pi \quad (2)$$

$$\pi \quad (1)$$

گزینه «۲»

$$\lambda \equiv 2\pi \equiv T$$

موج در هر دوره، مسافتی به اندازه λ طی می کند و اختلاف فاز بین دو نقطه شروع و پایان بررسی، 2π می باشد.

سرعت انتشار موج در یک سیم

سرعت انتشار ارتعاشات در یک سیم با جذر نیروی کششی سیم نسبت مستقیم و با جذر جرم واحد طول سیم نسبت عکس دارد. به طوری که

می توان نوشت:

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad ; \quad \mu = \frac{m}{l}$$

$$V = \sqrt{\frac{F l}{m}} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho \cdot V}} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho \cdot A \cdot l}} = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}}$$

رابطه ی فوق را به یک شکل روبه رو می نویسیم:

این رابطه نشان می دهد که سرعت انتشار ارتعاشات در یک سیم با جذر سطح مقطع سیم و جذر چگالی جرمی آن نسبت عکس دارد.

اگر به جای سطح مقطع $A = \pi \frac{D^2}{4}$ (D قطر سیم) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$V = \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho \cdot \pi \frac{D^2}{4}}} \Rightarrow V = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot \pi}}$$

یعنی سرعت انتشار ارتعاشات در سیم با قطر سیم نسبت عکس دارد. بنابراین برای مقایسه سرعت انتشار ارتعاشات در دو سیم می‌توان از رابطه‌های زیر استفاده کرد:

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \times \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \\ \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \times \frac{D_1}{D_2} \end{array} \right.$$

تاری به جرم ۱۶۰ گرم و به طول ۸۰cm بین دو نقطه با نیروی کشش ۲۰ نیوتون محکم بسته شده است. سرعت انتشار موج



(سراسری تجربی - ۱۳۸۸)

عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟

۱۰۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

$$V = \sqrt{\frac{Fl}{m}} \quad m = 160g = 0.16kg \quad L = 80cm = 0.8m \rightarrow V = \sqrt{\frac{20 \times 0.8}{0.16}} = 100g$$

گزینه «۱»

مساحت مقطع یک سیم 10^{-6} متر مربع و چگالی آن $\frac{6}{4} \frac{gr}{cm^3}$ است. اگر این سیم با نیروی ۴ نیوتون کشیده شود،



(سراسری ریاضی - ۱۳۸۸)

سرعت انتشار امواج عرضی در آن چند متر بر ثانیه است؟

۵۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

5×10^3 (۲)

۲۵ (۱)

$$V = \sqrt{\frac{Fl}{\rho \cdot A}} \quad \rho = 6/4 \frac{g}{cm^3} = 6400 \frac{kg}{m^3} \rightarrow V = \sqrt{\frac{4}{6400 \times 10^{-6}}} = 25 \frac{m}{s}$$

گزینه «۱»

سیمی به طول ۸۰ سانتی‌متر بین دو نقطه با نیروی ۳۲ N کشیده شده است. اگر سرعت انتشار موج‌های عرضی در این



(آزاد پزشکی - ۸۸)

سیم $16 \frac{m}{s}$ باشد، جرم سیم چند گرم است؟

۱۰۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

$$V = \sqrt{\frac{Fl}{m}} \quad \text{به توان ۲ می‌رسانیم} \rightarrow V^2 = \frac{Fl}{m} \Rightarrow m = \frac{Fl}{V^2} = \frac{32 \times 0.8}{16^2} = 0.1kg = 100g$$

گزینه «۱»

تاری به طول l که m گرم جرم دارد و با نیروی F بین دو نقطه کشیده شده است را مرتعش می‌کنیم. اگر تار دیگری به



طول $\frac{\Delta l}{4}$ و جرم $\frac{\Delta l}{8}$ m را با همان نیروی کشش مرتعش کنیم، سرعت انتشار موج در آن چند برابر سیم اول است؟

(سراسری ریاضی - ۱۳۷۹)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{25}{16}$ (۲)

۱ (۱)

$$V = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{L_2 \cdot m_1}{L_1 \cdot m_2}} = \sqrt{\frac{5}{4} \times \frac{m}{0.8m}} = \frac{5}{4}$$

گزینه «۳»

نکته (۱): اگر جنس و سطح مقطع دو سیم یکسان باشد، جرم واحد طول آن‌ها با هم برابر می‌شود. در این صورت طبق رابطه $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

نسبت سرعت ارتعاشات در طول دو سیم به نسبت جذر نیروی کششی آن‌ها خواهد بود:

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}}$$

نکته (۲): اما اگر سیمی را از یک حدیده (دستگاهی که سیم را می‌کشد تا طول آن افزایش و سطح مقطع آن کاهش یابد) عبور دهیم، جرم

هر متر سیم تغییر می‌کند. ولی جرم سیم ثابت می‌ماند. بنابراین با توجه به رابطه $V = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$ سرعت انتشار ارتعاشات در طول دو سیم با جذر

طول و نیروی کششی سیم نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} \times \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$$

طول و نیروی کششی تار مرتعش A به ترتیب دو برابر طول و نیروی کشش تار مرتعش B است. اگر جنس و سطح مقطع دو



تار یکی باشد. سرعت انتشار موج‌های عرضی در تار A چند برابر سرعت انتشار ارتعاشات در تار B است؟ (ازاد پزشکی - ۱۳۶۹)

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

گزینه «۴»

با توجه به رابطه $\mu = \rho A$ چون جنس و سطح مقطع و تار یکسان است، جرم هر متر آن‌ها برابر است و در نتیجه طبق رابطه $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ نسبت سرعت انتشار ارتعاش در آن‌ها به نسبت جذر نیروی کششی آن‌هاست.

$$\frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} = \sqrt{2}$$

سیمی به طول L و جرم m را با نیروی کششی F می‌کشیم، سرعت انتشار امواج عرضی در آن V می‌شود. در صورتی که



این سیم را از حدیده عبور دهیم تا طولش ۲ برابر شود و آن را با نیروی ۳F بکشیم، سرعت انتشار امواج در طول آن چند V می‌شود؟

(۱) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۳) ۶ (۴) $\sqrt{6}$

گزینه «۴»

وقتی سیم از حدیده عبور می‌کند، جرم آن تغییر نمی‌کند ولی طول و مساحت سطح مقطع آن تغییر می‌کند. طبق رابطه $V = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$ سرعت انتشار ارتعاشات در آن با جذر نیروی کششی و جذر طول سیم نسبت مستقیم پیدا می‌کند.

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{F'}{F} \times \frac{L'}{L}} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$$

وقتی امواج یک منبع موج از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود، بسامد آن ثابت می‌ماند. بنابراین طبق رابطه $\lambda = \frac{V}{f}$ طول موج آن به نسبت

تغییرات سرعت انتشار موج تغییر می‌کند.

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

ولی اگر دو منبع موج امواج خود را در یک محیط منتشر کنند، سرعت انتشار امواج برای آن‌ها یکسان است. در این صورت طبق رابطه $\lambda = \frac{V}{f}$ ،

نسبت طول موج امواج به نسبت عکس بسامد آن‌ها خواهد بود.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}$$

اگر سرعت انتشار موج‌های حاصل از یک منبع ارتعاشی در آب ۴ برابر سرعت انتشار آن در هوا باشد، طول موج در هوا چند برابر طول موج در آب خواهد بود؟



(آزاد ریاضی - ۱۳۷۳)

۲ (۴)

۴ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

گزینه «۲» بسامد ارتعاش در دو محیط یکسان است بنابراین طبق رابطه $\lambda = \frac{V}{f}$ ، طول موج به نسبت تغییرات سرعت انتشار تغییر می‌کند.

$$\frac{\lambda_a}{\lambda_w} = \frac{V_a}{V_w} = \frac{1}{4}$$

سر طنابی سنگین را نگه داشته‌ایم تا در امتداد قائم قرار گیرد. بالای طناب را به ارتعاش درمی‌آوریم. طول موج ایجاد شده



در پائین طناب نسبت به بالای آن:

(۴) هر سه ممکن است.

(۳) بیش‌تر است.

(۲) برابر است.

(۱) کم‌تر است.

گزینه «۴»

هر چه از بالای طناب به طرف پائین حرکت می‌کنیم به نقاطی می‌رسیم که وزن کم‌تری از طناب را تحمل می‌کنند، یعنی نیروی کششی کاهش می‌یابد. اما بسامد ارتعاش در طول طناب ثابت می‌ماند. طبق رابطه $\lambda = \frac{V}{f}$ ، طول موج نیز کوتاه می‌شود.

نقاط هم فاز و در فاز مقابل

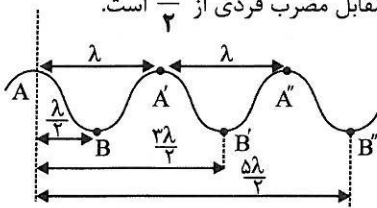


نقاط هم‌فاز نقاطی هستند که در هر لحظه بعدهای یکسانی دارند. اختلاف فاز معادله‌ی حرکت ارتعاشی آن‌ها مضرب زوجی از π است. موج، فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی هم‌فاز را در مضارب صحیحی از یکی دوره طی می‌کند. فاصله‌ی نقاط هم‌فاز از یک‌دیگر، مضرب صحیح از λ می‌باشد.

نقاط در فاز مقابل



نقاطی هستند که بعدهای آن‌ها در هر لحظه، قرینه‌ی یک‌دیگر می‌باشند. اختلاف فاز معادله‌ی حرکت ارتعاشی آن‌ها مضرب فردی از π است. موج، فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی در فاز مقابل را در مضارب فردی از $\frac{T}{2}$ طی می‌کند. فاصله‌ی نقاط در فاز مقابل مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است.



در شکل مقابل A، A' و A'' هم‌فازند. همین‌طور نقاط B، B' و B'' اما نقطه A با نقاط B، B' و B'' در فاز مقابل یک‌دیگرند.

$$\begin{cases} x = n\lambda \\ \Delta\theta = 2n\pi \Rightarrow \text{نقاط هم‌فاز} \\ y_1 = y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \\ \Delta\theta = (2n-1)\pi \Rightarrow \text{نقاط در فاز مقابل} \\ y_1 = -y_2 \end{cases}$$

دو حرکت نوسانی به معادله‌های $y_1 = A \sin(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ و $y_2 = A \sin(11\pi t)$ وجود دارد چند ثانیه پس از لحظه



(آزاد ریاضی - ۱۳۷۳)

$t = 0$ برای اولین بار در فاز متقابل قرار می‌گیرند؟

$\frac{7}{6}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{1}{12}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

گزینه «۴»

وقتی دو حرکت ارتعاشی در فاز مقابل یک‌دیگر قرار می‌گیرد که اختلاف فاز معادله‌ی حرکت ارتعاشی آن‌ها مضرب فردی از π باشد و برای اولین بار این

$$\Delta\theta = (11\pi t) - (10\pi t + \frac{\pi}{6}) = \pi \Rightarrow \pi t = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{7}{6} \text{ s}$$

اختلاف فاز π می‌باشد



روی یک طناب دو نقطه به فاصله 12cm مشخص شده است. در حالی که یک سر طناب به ارتعاش در آمده دو نقطه‌ی یاد

شده در فاز مخالفند. بسامد ارتعاشات را زیاد می‌کنیم تا دو نقطه هم‌فاز شوند. بسامد نسبت حالت اول چند برابر شده است؟ (سراسری تجربی - ۱۳۶۹)

۲ (۲)

۱/۲ (۱)

(۴) بسته به شرایط هر سه ممکن است.

۴/۳ (۳)

گزینه «۴»

فاصله‌ی دو نقطه‌ی در فاز مقابل مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ است. وقتی بسامد ارتعاش زیاد می‌شود، طول موج کاهش می‌یابد و به λ' می‌رسد و وقتی این دو نقطه هم‌فاز می‌شوند، فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر مضرب صحیحی از λ' می‌شود.

$$d = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} = n\lambda'$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{v \text{ ثابت}} \frac{f'}{f} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{2n}{2n-1} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \rightarrow \frac{f'}{f} = 2 \\ n=2 \rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{4}{3} \\ n=3 \rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{6}{5} \end{cases}$$

بنابراین بسته به شرایط هر سه ممکن است.

دو نقطه‌ی A, B واقع بر یک ریسمان که در طول آن موج عرضی با بسامد 100Hz ایجاد شده قرار دارند. اگر نقطه‌ی B



سومین نقطه‌ی در فاز مقابل با نقطه‌ی A بوده و سرعت انتشار موج عرضی در طول ریسمان $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، فاصله‌ی این دو نقطه از یکدیگر چند متر است؟

۱/۲۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

گزینه «۴»

فاصله‌ی نقاط در فاز مقابل از یکدیگر، مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ است.

$$d = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} d = \frac{2n - 1}{4} \frac{v}{f} \xrightarrow{n=3} d = \frac{2 \times 3 - 1}{4} \times \frac{50}{100} = 1/25\text{m}$$

در یک محیط انتشار موج، حداقل فاصله‌ی بین دو نقطه که با هم $\frac{\pi}{5}$ اختلاف فاز دارند، برابر با 4cm است. طول موج



(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۱۳۸۵)

ارتعاشات چند سانتی‌متر است؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

گزینه «۴»

رادیان cm

اختلاف فاز بین دو نقطه به فاصله λ از یکدیگر برابر 2π می‌باشد.

$$\frac{\pi}{5} \quad 4$$

$$2\pi \quad \lambda = 40\text{ cm}$$



موج طولی و موج عرضی

موج طولی: موجی است که امتداد ارتعاشات ذرات محیط در امتداد انتشار موج باشد. (مثل انتشار موج صوتی در گازها). امواج مکانیکی در سیالات به شکل طولی منتشر می‌شوند.

موج عرضی: موجی است که در آن امتداد ارتعاشات ذرات محیط عمود بر امتداد انتشار موج می‌باشد در سطح جدایی دو محیط، امواج مکانیکی عرضی منتشر می‌شوند.

(سراسری ریاضی - ۱۳۷۱)

موج ایجاد شده در تار و موج صوتی حاصل از آن در هوا به ترتیب از چه نوع هستند؟

(۴) عرضی - عرضی

(۳) عرضی - طولی

(۲) طولی - طولی

(۱) طولی - عرضی

گزینه «۳»



بررسی حرکت ارتعاشی یک نقطه از محیط

چشمه موج (منبع) O با معادله $y_O = A \sin \omega t$ مرتعش می‌شود و امواج با سرعت V در محیط منتشر می‌شود، می‌خواهیم معادله حرکتی ارتعاشی نقطه‌ای مثل M به فاصله x از آنرا به دست آوریم. امواج پس از $t_m = \frac{x}{V}$ به نقطه M می‌رسند، و آنرا وادار به ارتعاشی با بسامد منبع می‌کنند. حرکت ارتعاشی نقطه M تقلیدی از حرکت ارتعاشی منبع می‌شود که با اختلاف زمانی t_m انجام می‌شود پس معادله حرکت ارتعاشی نقطه M برابر با $y_M = A \sin \omega(t - t_m)$ می‌شود این رابطه را بسط می‌دهیم.

$$\phi = \omega t_m \xrightarrow{t_m = \frac{x}{V}} \phi = \frac{\omega x}{V} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \phi = \frac{2\pi x}{TV} = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

بنابراین معادله حرکت ارتعاشی نقطه M به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$y_M = A \sin(\omega t - \omega t_m) = A \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{V}\right) = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{T \cdot V}\right) = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A \sin(\omega t - kx)$$

همان طوری که ملاحظه می‌شود، معادله ارتعاشی نقطه M همانند معادله ارتعاشی منبع O می‌باشد با اختلاف فازی که از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\phi = \omega t_m = \frac{\omega x}{V} = \frac{2\pi x}{\lambda} = kx$$

عدد موج: اختلاف فازی که موج در اثر پیشروی به اندازه‌ی واحد طول در جهت انتشار موج پیدا می‌کند را عدد موج می‌گوئیم و آنرا با k نشان می‌دهیم و واحد آن رادیان بر متر است.

$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

معادله به دست آمده برای نقطه M معادله ارتعاشی نقطه‌ای از محیط به فاصله x از منبع می‌باشد. چون x هر مقداری می‌تواند داشته باشد پس می‌توان گفت این معادله، وضع ارتعاشی کلیه نقاط محیط را مشخص می‌کند. به طور مثال اگر در معادله $y_M = A \sin(\omega t - kx)$ به جای $x = 2m$ و به جای $t = 4s$ قرار دهیم عددی که به دست می‌آید، فاصله نقطه‌ای که در ۲ متری منبع قرار دارد را در $t = 4s$ از مرکز نوسانش نشان می‌دهد. به این معادله، معادله موج می‌گوئیم.

$$U_{(y,t)} = A \sin(\omega t - kx) \quad \text{موج عرضی}$$

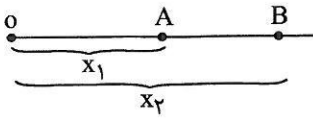
راستای انتشار
راستای ارتعاش ذرات محیط

$$U_{(x,t)} = A \sin(\omega t - kx) \quad \text{موج طولی}$$

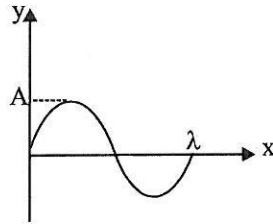
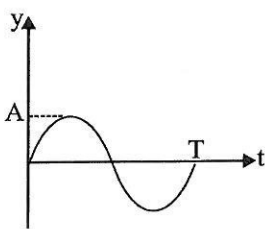
راستای ارتعاش
راستای ارتعاش ذرات محیط



کلیه‌ی نقاط محیط نسبت به منبع موج تاخیر فاز دارند. مثلاً اگر معادله‌ی چشمه به صورت $y_0 = A \sin(\omega t)$ باشد، معادله‌ی نقطه‌ی A به صورت $y_A = A \sin(\omega t - \frac{\omega x_1}{V})$ می‌باشد. هر چه نقطه‌ی مورد نظر از منبع دورتر باشد، اختلاف فاز آن با منبع بیشتر می‌شود، پس نقطه‌ی A که در فاصله کمتری از B نسبت به نقطه منبع قرار دارد. نسبت به آن نقطه تقدم فاز دارد.



مثلاً اگر معادله ارتعاشی نقطه‌ی B به صورت $y_B = A \sin(\omega t)$ باشد، معادله‌ی ارتعاشی نقطه‌ی A به صورت $y_A = A \sin(\omega t + \frac{\omega(x_2 - x_1)}{V})$ یا $y_A = A \sin(\omega t + k\Delta x)$ که $\Delta x = x_2 - x_1$ است می‌باشد. بنابراین نمودارهای جابه‌جائی - مکان موج و همین‌طور مکان - زمان ذرات محیط به شکل‌های مقابل می‌باشد.



نسبت بسامد زاویه‌ای به سرعت انتشار موج برابر با کدام است؟



(۴) طول موج

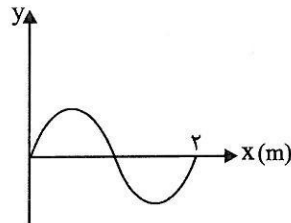
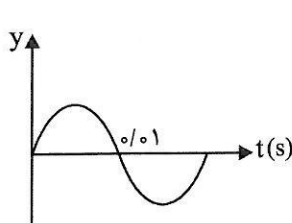
(۳) عدد موج

(۲) بسامد

(۱) سرعت

گزینه «۳»

نمودار جابه‌جائی مکان - و جابه‌جایی زمان یک موج به شکل زیر داده شده است. موج مسافت ۱۵۰ متر را در چه مدت طی می‌کند؟



می‌کند؟

(۱) ۱/۵

(۲) ۲

(۳) ۲/۵

(۴) ۳

گزینه «۱»

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{0.1} = 20 \frac{m}{s}$$

با توجه به شکل $\lambda = 2m$ و $T = 0.1s \Rightarrow \frac{T}{\lambda} = 0.05s$ است پس:

$$x = Vt \Rightarrow 150 = 20t \Rightarrow t = 7.5s$$

چشمه‌ی موجی با بسامد زاویه‌ای $100\pi \frac{rad}{s}$ نوسان‌هایی ایجاد می‌کند که با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در امتداد محور x منتشر



(آزاد ریاضی - ۱۳۸۸)

می‌شوند عدد موج چند $\frac{rad}{m}$ است؟

(۴) ۱/۱۰

(۳) 10π

(۲) ۱۰

(۱) $\frac{\pi}{10}$

گزینه «۲»

$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{100\pi}{10} = 10\pi \frac{rad}{m}$$

تابع موجی در SI به صورت $u = 10^{-2} \sin(100\pi t - 40\pi x)$ است. مسافتی که این موج در مدت ۲۰ می پیماید، چند متر



(سراسری تجربی خارج از کشور - ۱۳۸۸)

است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

گزینه «۲»

با مقایسه تابع فوق با تابع کلی موج می بینیم که $\omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ و $k = 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ می باشد.

$$k = \frac{\omega}{V} \Rightarrow 40\pi = \frac{100\pi}{V} \Rightarrow V = 2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt = 2/5 \times 2 = 0.8 \text{ m}$$

امواج حاصل از یک چشمه ی موج $U = 0.02 \sin 100\pi t$ با سرعت $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در محیطی منتشر می شود. معادله ی نوسانی



(آزاد پزشکی - ۱۳۸۸)

نقطه ای که در فاصله ی ۲۰ سانتی متر از چشمه موج است، کدام می باشد؟

$$U = 0.02 \sin 2\pi(50t - 0.05) \quad (۲)$$

$$U = 0.02 \sin 2\pi(50t - 0.2) \quad (۱)$$

$$U = 0.02 \sin 2\pi(50t - 0.02) \quad (۴)$$

$$U = 0.02 \sin 2\pi(50t - 0.5) \quad (۳)$$

گزینه «۲»

$$\phi = \frac{\omega x}{V} = \frac{100\pi \times 0.2}{200} = 0.1\pi$$

اختلاف فاز نقطه با منبع موج از رابطه ی $\phi = \frac{\omega x}{V}$ به دست می آید.

$$U_M = A \sin(\omega t - \phi) = 0.02 \sin(100\pi t - 0.1\pi) = 0.02 \sin 2\pi(50t - 0.05)$$

تابع موجی به صورت $u_x = A \sin(\pi t - ky)$ است، این موج ... است و در جهت محور ... در حال انتشار است.



(سراسری ریاضی - ۱۳۸۸)

طولی - (۴)

عرضی - (۳)

عرضی - (۲)

طولی - (۱)

گزینه «۲»

Y جهت انتشار موج و X جهت ارتعاشات ذرات محیط است که چون این دو امتداد بر هم عمودند، موج عرض می باشد.

تابع یک موج به صورت $u = 0.2 \sin 50\pi(t - \frac{x}{4})$ در SI داده شده است. سرعت ارتعاشات بیشینه ی ذرات محیط چند



برابر سرعت انتشار موج در محیط است؟

$\frac{\pi}{4}$ (۴)

4π (۳)

$\frac{1}{5\pi}$ (۲)

5π (۱)

گزینه «۱»

$$U = 0.2 \sin(50\pi t - 25\pi x) \Rightarrow \omega = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, k = 25\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$k = \frac{\omega}{V} \Rightarrow 25\pi = \frac{50\pi}{V} \Rightarrow V = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت ارتعاشات بیشینه ذرات محیط از رابطه ی $V_m = A\omega$ به دست می آید.

$$V_m = A\omega = 0.2 \times 50\pi = 10\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{V_m}{V} = \frac{10\pi}{2} = 5\pi$$

اگر معادله‌ی ارتعاشی یک نقطه از محیط قابل ارتعاش در SI به صورت $y = a \sin \frac{300\pi}{\lambda} t$ باشد، سرعت انتشار موج در



محیط چند $\frac{m}{s}$ است؟


(سراسری تجربی - ۱۳۷۷)

۱۵۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۷۵ (۱)

 گزینه «۴»

$$\omega = \frac{300\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\lambda = VT} \frac{300\pi}{V \cdot T} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow V = 150 \frac{m}{s}$$

موجی با بسامد 500 Hz و با سرعت ثابت در یک محیط منتشر می‌شود. اختلاف فاز بین دو نقطه که موج به فاصله زمانی



0.001 ثانیه به آن‌ها می‌رسد چند درجه است؟


(سراسری ریاضی - ۱۳۷۵)

۱۸۰ (۴)

۹۰ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

 گزینه «۴»

$$\phi = \omega t_m = 2\pi f \cdot t_m \xrightarrow{f = 500 \text{ Hz}, t_m = 0.001 \text{ s}} \phi = 2\pi \times 500 \times 0.001 = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

معادله‌ی نوسان نقطه‌های A و B از یک محیط انتشار موج در SI به صورت $U_A = 0.02 \sin 2\pi(10t - 0.6)$ و



$U_B = 0.02 \sin 2\pi(10t - 0.2)$ است. کم‌ترین فاصله‌ی ممکن این دو نقطه چند برابر طول موج است؟


(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۱۳۸۶)

$\frac{2}{5\pi}$ (۴)

$\frac{1}{5\pi}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

 گزینه «۲»

معادله نوسان دو نقطه را به شکل زیر می‌نویسیم.

$$U_A = 0.02 \sin(20\pi t - 1/2\pi)$$

$$U_B = 0.02 \sin(20\pi t - 0/4\pi)$$

بنابراین اختلاف فاز این دو نقطه برابر است با:

$$\Delta\phi = 1/2\pi - 0/4\pi = 0/8\pi$$

$$0/8\pi = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow x = \frac{2}{5}\lambda$$

این اختلاف فاز بر حسب طول موج $\phi = \frac{2\pi x}{\lambda}$ می‌باشد.

موجی در یک محیط همگن و در یک بعد منتشر می‌شود و معادله‌ی ارتعاشی دو نقطه از آن در SI به صورت



$$u_B = 0.01 \sin(2\pi t - \frac{\pi}{4}), u_A = 0.01 \sin(2\pi t - \frac{\pi}{3})$$

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۱۳۸۵)


می‌رسد، چند ثانیه است؟

$\frac{5}{12}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{1}{12}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

 گزینه «۲»

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

اختلاف فاز این دو نقطه برابر است با:

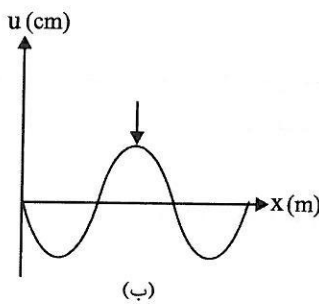
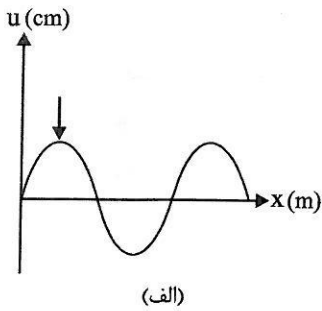
این اختلاف فاز بر حسب زمان به شکل $\Delta\phi = \omega t_m$ می‌باشد.

$$\Delta\phi = \omega t_m \Rightarrow \frac{\pi}{6} = 2\pi t_m \Rightarrow t_m = \frac{1}{12} \text{ s}$$



شکل‌های الف و ب نقش یک موج را در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 نشان می‌دهند که در جهت مثبت محور x منتشر می‌شود. اگر بسامد نوسان‌ها 50 Hz باشد $\Delta t = t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟ (علامت پیکان، یک قلعه‌ی موج را در این دو لحظه نشان می‌دهد).

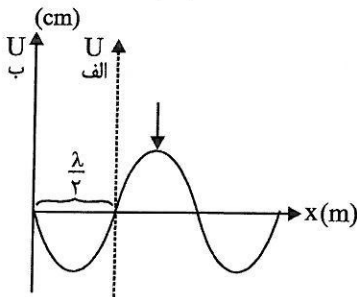
(سراسری تجربی خارج از کشور - ۱۳۸۸)



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱۰^{-۲} (۳)
- ۲ × ۱۰^{-۲} (۴)

گزینه «۳»

با توجه به شکل مقابل در این مدت موج به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{2}$ پیشروی داشته است.



$$\Delta t = \frac{x}{v} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{v} \quad \lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \Delta t = \frac{v}{2f} = \frac{1}{2 \times 50} = 10^{-2} \text{ s}$$

معادله‌ی ارتعاشی دو نقطه‌ی A و B از محیط قابل ارتعاشی به صورت $y_A = 2 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})$



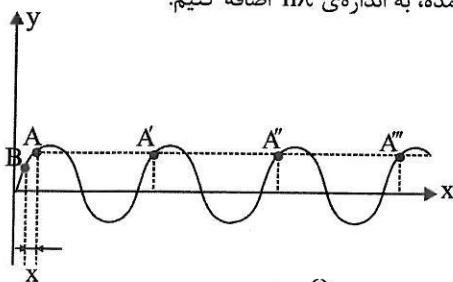
و $y_B = 2 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{8})$ می‌باشد. اگر امواج با سرعت $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در محیط منتشر شوند و بین دو نقطه‌ی A و B سه نقطه‌ی هم‌فاز با A قرار داشته باشد، فاصله‌ی دو نقطه A و B از یک‌دیگر چند متر است؟

- ۱) $\frac{5}{12}$
- ۲) $\frac{149}{12}$
- ۳) $\frac{5\pi}{2}$
- ۴) $\frac{149\pi}{12}$

گزینه «۲»

اگر به فاز معادله‌ی حرکت ارتعاشی یک نقطه، مضرب زوجی از π اضافه کنیم، تغییری در بعد حرکت ارتعاشی به وجود نمی‌آید
یعنی $y_A = A \sin \omega t = A \sin(\omega t + 2n\pi)$

اگر به فاز معادله‌ی حرکت ارتعاشی، مضرب زوجی از π اضافه کنیم، بعد حرکت ارتعاشی تغییر نمی‌کند یعنی:
 $y_A = A \sin \omega t = A \sin(\omega t + 2\pi)$
حال به شکل زیر توجه کنید نقاط A و A' و A'' و A''' هم‌فازند. یعنی اختلاف فاز معادله حرکت ارتعاشی آن‌ها مضرب زوجی از π است و فاصله آن‌ها از یک‌دیگر مضرب صحیحی از λ می‌باشد. کم‌ترین فاصله A تا B را x در نظر بگیرید. فاصله‌ی نقاط هم‌فاز A از B برابر با $x' = x + n\lambda$ می‌شود. بنابراین اگر در تست فوق، کم‌ترین فاصله A و B را به دست آوریم و بخواهیم فاصله‌ی نقطه‌ی A تا B را به دست آوریم که بین آن نقطه با B ، n نقطه هم‌فاز با A وجود داشته باشد بایستی به مقدار به دست آمده، به اندازه‌ی $n\lambda$ اضافه کنیم.



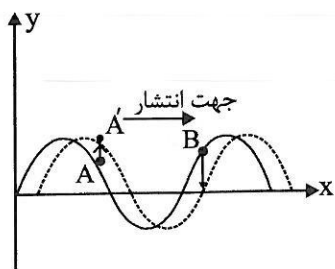
$$\phi = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{24}$$

$$\phi = \frac{\omega x}{v} \Rightarrow \frac{5\pi}{24} = \frac{100\pi x}{200} \Rightarrow x = \frac{5}{12} \text{ m}$$

حال به ازاء هر نقطه هم‌فاز با A به مقدار فوق یک λ اضافه می‌کنیم:

$$x' = x + 3\lambda = x + 3 \frac{v}{f} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \rightarrow x' = \frac{5}{12} + 3 \times \frac{200}{50} = \frac{149}{12} \text{ m}$$

نقش موج



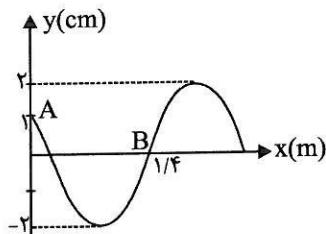
هرگاه از موج در حال انتشار در یک لحظه عکس بگیریم، شکل ثبت شده نقش موج در آن لحظه می‌باشد. نقطه‌ی A را با عنوان یک نقطه از محیط در نظر بگیرید و فرض کنید در نقطه‌ی A چوب‌پنبه‌ای روی موج آب سوار است. در اثر پیشروی موج به سمت راست، نقطه‌ی A به سمت بالا حرکت می‌کند (یعنی همواره سوار بر موج است). ولی چوب‌پنبه‌ای که در نقطه‌ی B قرار می‌گیرد با پیشروی موج به سمت راست به طرف پایین حرکت می‌کند.

می‌توان تصور کرد که در قسمت‌هایی که شیب نقش موج منفی است ذرات در حال حرکت به سمت بالا و در قسمت‌هایی که شیب نقش موج مثبت است ذرات در حال حرکت به سمت پایین هستند. در نظر گرفتن این مطلب برای حل مسائل مربوط به نقش موج اهمیت زیادی دارد.

اگر موج در مدت t ثانیه، به اندازه‌ی x جابه‌جا شود (پیشروی کند) معادله موج تغییر فازی به اندازه‌ی θ خواهد داشت. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{\theta}{2\pi} = \frac{x}{\lambda} = \frac{t}{T}$$

نقش یک موج در یک لحظه به شکل مقابل است. اگر بسامد 10 Hz باشد سرعت انتشار موج در محیط چیست؟

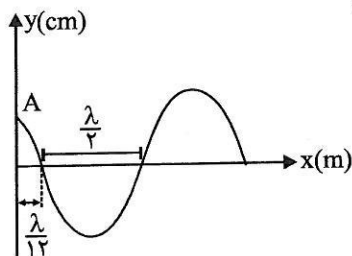


- ۲۱ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۲۷ (۳)
- ۳۰ (۴)

گزینه «۲»

می‌دانیم که زمان لازم برای آن که نوسانگری از $\frac{A}{4}$ به $x=0$ برسد برابر $\frac{T}{12}$ است. مسافت معادل آن

$\frac{\lambda}{12}$ می‌باشد مطابق شکل داریم:



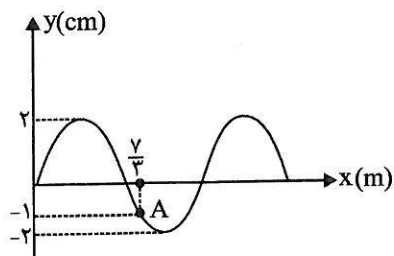
$$\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{12} = 1/4 \Rightarrow \lambda = 2/4\text{ m}$$

$$V = \lambda f = 2/4 \times 10 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نقش یک موج عرضی که با سرعت $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت محور x حرکت می‌کند در یک لحظه مطابق شکل مقابل است. ذره‌ی



M در هر ثانیه چند نوسان می‌کند؟



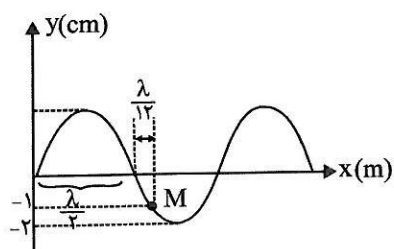
- $\frac{250}{13}$ (۱)
- ۳۱ (۲)
- ۲۵ (۳)
- $\frac{400}{13}$ (۴)

گزینه «۳»

مدتی که طول می‌کشد نوسانگر از مرکز نوسان به $\frac{A}{2}$ برسد $\frac{T}{12}$ است که هم‌ارز آن $\frac{\lambda}{12}$ می‌شود.

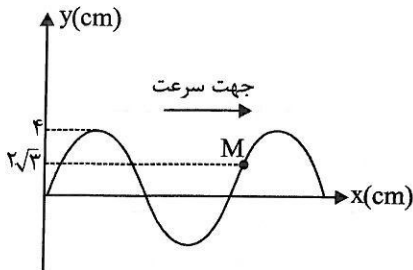
$$\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow \lambda = 4\text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{100}{4} = 25\text{ Hz}$$





شکل مقابل نقش موجی با بسامد 40 Hz را در لحظه‌ی $t = 0$ نشان می‌دهد. بزرگی شتاب متوسط ذره‌ی M در بازه‌ی (صفر



تا $\frac{1}{48}$ ثانیه) چند $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است؟

۱) $153/6$

۲) $153/6\pi$

۳) $76/18\pi$

۴) $76/18$

گزینه «۲»

کافیست معادله‌ی سرعت را بنویسیم و تغییرات آن را در بازه‌ی زمانی داده شده حساب کنیم و به زمان تغییرات تقسیم کنیم چون موج در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و نقطه M در شیب مثبت نقش موج قرار دارد، به طرف پایین در حرکت است.

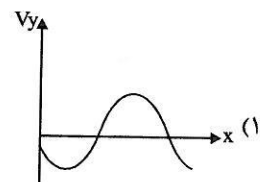
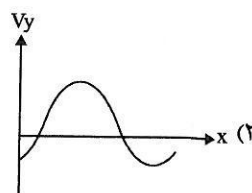
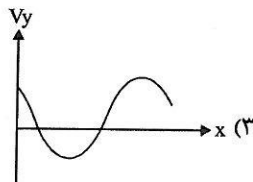
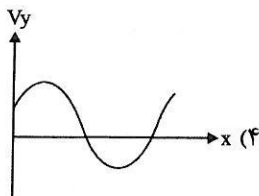
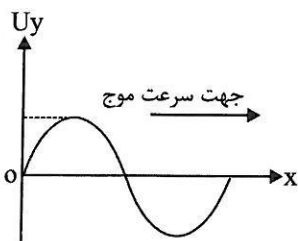
$$\sin \theta_M = \frac{y_M}{A} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \theta_M = \frac{\pi}{3} \text{ غیرقابل قبول} \\ \theta_M = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$V_M = A\omega \cos(\omega t + \theta_M) \xrightarrow{\omega = 2\pi f = 80\pi} V_M = 80\pi \times 0.04 \cos(80\pi t + \frac{2\pi}{3})$$

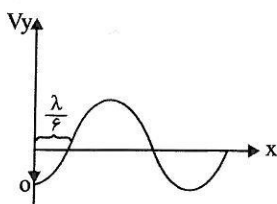
$$V_M = 3.2\pi \cos(80\pi t + \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow \begin{cases} t=0 \rightarrow V_M = -1/6\pi \\ t=1/48 \rightarrow V_M = 3.2\pi \cos(\frac{80\pi}{48} + \frac{2\pi}{3}) = 3.2\pi \cos(2\pi + \frac{\pi}{3}) = 1/6\pi \end{cases}$$

$$a = \frac{\Delta V}{t} = \frac{1/6\pi - (-1/6\pi)}{1/48} = 153/6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نقش موج ایستاده در یک طناب مطابق شکل روبه‌رو است. پس از گذشت $\frac{T}{6}$ شکل موج کدام گزینه می‌شود؟



گزینه «۲»



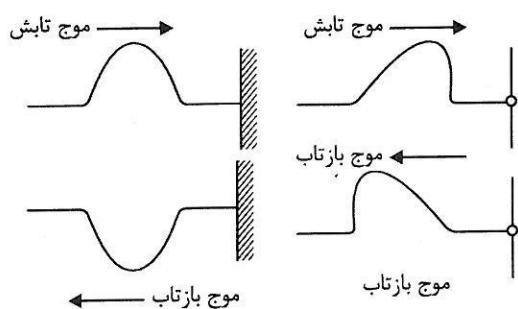
نقطه‌ی O روی شیب مثبت نمودار نقش موج است و چون موج در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند این نقطه در حرکت روبه پایین است. در مدت $\frac{T}{6}$ ، موج به اندازه‌ی $\frac{\lambda}{6}$ پیشروی می‌کند و شکل موج به شکل مقابل

درمی‌آید.

جبهه‌ی موج: مکان هندسی نقطه‌هایی از محیط است که در آن نقطه‌ها، تابع موج دارای فاز یکسانی است. (اختلاف فاز نقطه‌های واقع بر یک جبهه‌ی موج همواره برابر صفر است).

انرژی ذرات محیط: انرژی مکانیکی یک ذره از محیط که دارای حرکت نوسانی با بسامد f و دامنه‌ی A است، از رابطه‌ی $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2$ محاسبه می‌شود. بنابراین انرژی یک ذره از محیط با مجذور دامنه و مجذور بسامد ارتعاش نسبت مستقیم دارد.

۱- بازتاب موج از انتهای ثابت: اگر انتهای یک محیط نتواند نوسان کند، آن را مانع سخت می‌گوییم. مثلاً اگر انتهای طنابی به یک دیوار ثابت شده باشد، انتهای طناب را انتهای ثابت و دیوار را مانع سخت می‌گوییم. موج در برخورد با مانع سخت طوری برمی‌گردد که امواج در رفت به طرف مانع و برگشت از روی آن در محل مانع اختلاف فازی به اندازه‌ی π دارند یعنی موج برگشتی، قرینه‌ی (وارون) موج رفت می‌باشد.



۲- بازتاب موج از انتهای آزاد: اگر انتهای یک محیط بتواند آزادانه نوسان کند، آن را مانع نرم می‌گوییم. مثلاً اگر انتهای طنابی افقی به یک حلقه متصل باشد و حلقه آزادانه بتواند روی میله‌ی قائمی بالا و پایین برود، انتهای طناب را انتهای آزاد و میله را مانع نرم می‌نامیم. موج در برخورد به مانع نرم بدون اختلاف فاز برمی‌گردد. یعنی موج وارونه نمی‌شود.

بازتاب موج از روی مانع نرم بازتاب موج از روی مانع سخت

اختلاف فاز نوسانی بین موج فرودی و بازتابیده در انتهای بسته و باز (به ترتیب از راست به چپ) برابر کدام‌اند؟



(سراسری ریاضی - ۱۳۸۲)

(۴) π و صفر

(۳) صفر و صفر

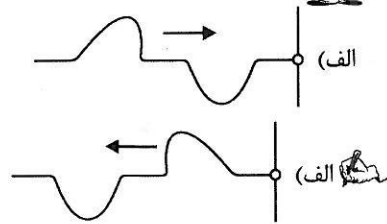
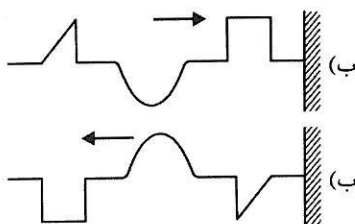
(۲) صفر و π

(۱) π و π

گزینه «۴»

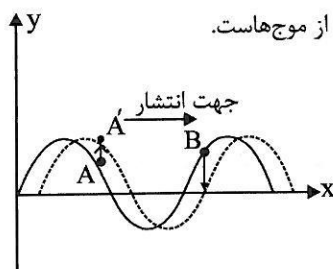
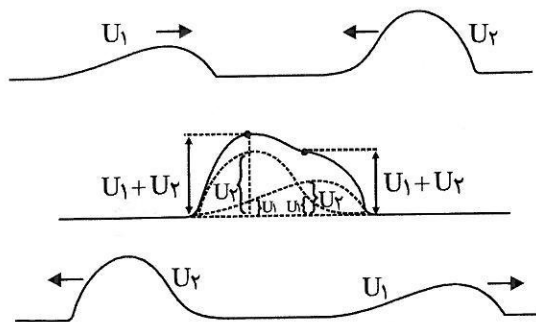
(سراسری ریاضی - ۱۳۸۲)

نقش موج برگشت از روی دو مانه در شکل‌های زیر را رسم کنید.



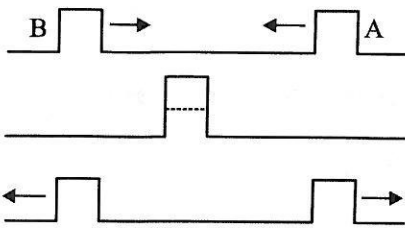
اصل برهم‌نهی موج‌ها

هر موج در حال انتشار، بدون آن‌که برای انتشار سایر موج‌ها مزاحمتی ایجاد کند، از آن‌ها عبور می‌کند و به انتشار خود ادامه می‌دهد. در نقطه‌ای که دو یا چند موج، با هم تلاقی می‌کنند. جابه‌جایی ذره‌ای از محیط که در آن نقطه است برابر برآیند جابه‌جایی‌های حاصل از هر یک از موج‌هاست.

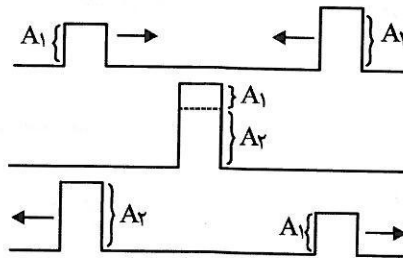


برهم‌نهی سازنده: هرگاه دو موجی که در یک راستا در حرکتند در نقطه‌ای با هم تداخل کنند، در صورتی که دو موج در این نقطه هم‌فاز باشند تداخل آن‌ها سازنده می‌شود. در این صورت دامنه‌ی موج برآیند، جمع دامنه‌های دو موج است.

$$A = A_1 + A_2$$



برهم‌نهی سازنده دو موج هم‌دامنه

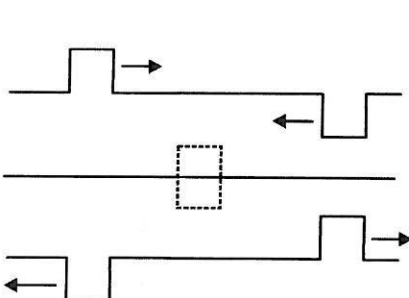


برهم‌نهی سازنده دو موج با دامنه‌های متفاوت

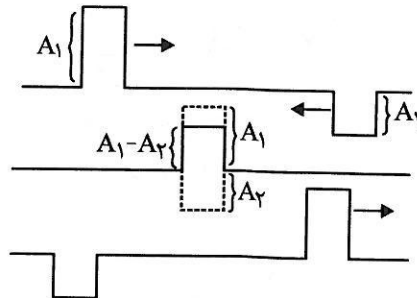
برهم‌نهی ویرانگر: هرگاه دو موجی که در یک راستا در حرکتند، در نقطه‌ای با هم تداخل کنند، در صورتی که دو موج در این نقطه در فاز مقابل یک‌دیگر باشند (اختلاف فاز معادله‌ی آن‌ها مضرب فردی از π باشد) تداخل آن‌ها ویرانگر می‌شود. در این صورت دامنه‌ی موج برآیند، تفاضل دامنه‌های دو موج می‌شود.

$$A = |A_1 - A_2|$$

تداخل دو موج تابش و بازتابش در محل مانع سخت، ویرانگر و در محل نرم، سازنده است. اگر دامنه‌های موج‌های تابش و بازتابش یکسان و برابر باشد، دامنه‌ی برآیند در محل مانع سخت برابر صفر و در محل مانع نرم برابر $2A$ خواهد بود.



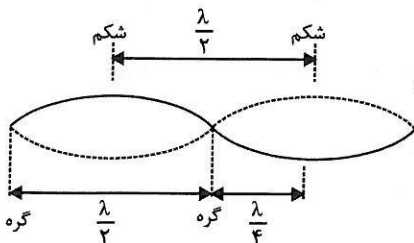
برهم‌نهی ویرانگر دو موج هم‌دامنه



برهم‌نهی ویرانگر دو موج با دامنه‌های متفاوت

نحوه‌ی تشکیل موج ایستاده: از برهم‌نهی دو موج هم‌بسامد و هم‌دامنه که در خلاف جهت یک‌دیگر منتشر می‌شوند موج ایستاده تشکیل می‌شود. (مثل موج‌های ساکن تشکیل شده در لوله‌های صوتی و تارهای مرتعش)

گره‌ها و شکم‌ها: در بعضی از نقاط محیط که موج ایستاده تشکیل شده، جابه‌جایی‌ها یکسان ولی در خلاف جهت یک‌دیگر می‌باشند. در نتیجه دامنه‌ی این نقاط صفر می‌شود به این نقاط گره می‌گوییم. به بعضی نقطه‌های دیگر نیز در هر لحظه دو موج هم‌فاز می‌رسد. در نتیجه این نقطه‌ها با دامنه‌ی بیشینه ارتعاش می‌کنند که به آن‌ها شکم یا پادگره می‌گوییم.



فاصله‌ی گره‌ها و شکم‌ها: فاصله‌ی دو گره متوالی و یا دو شکم متوالی برابر با $\frac{\lambda}{2}$ و فاصله‌ی

یک گره از شکم مجاورش برابر $\frac{\lambda}{4}$ می‌باشد.

ویژگی‌های موج ایستاده:

- الف) تمام نقاط بین دو گره‌ی متوالی هم‌فازند و تمام نقاطی که در طرفین یک گره وجود دارند در فاز مقابل یک‌دیگرند.
- ب) موج ساکن برخلاف موج رونده انرژی را منتقل نمی‌کند. یعنی انرژی از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر منتقل نمی‌شود به این دلیل نقاط گره همواره گره باقی می‌مانند.

موج‌های ایستاده تشکیل می‌شود.

(سراسری ریاضی - ۱۳۷۷)



- (۱) فقط در جامدات (۲) فقط در مایعات (۳) فقط در گازها (۴) در هر سه محیط

گزینه «۴»

در موج ساکن، فاصله‌ی سومین شکم تا مانع سخت برابر است با:

(سراسری تجربی - ۱۳۷۳)



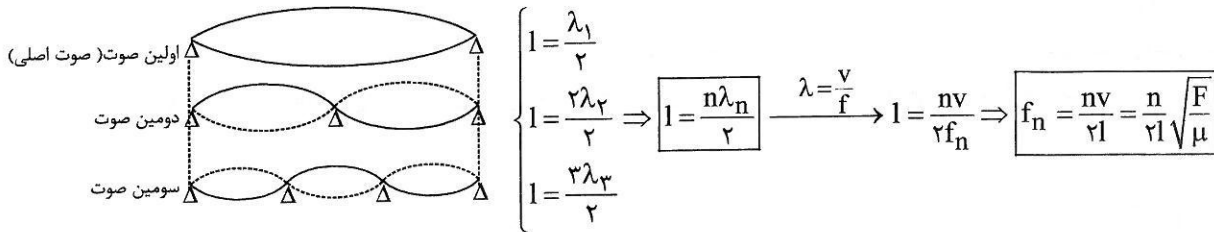
- (۱) $\frac{3\lambda}{4}$ (۲) $\frac{5\lambda}{4}$ (۳) $\frac{3\lambda}{2}$ (۴) $\frac{5\lambda}{2}$

گزینه «۲»

مانع سخت محل تشکیل گره است. فاصله گره‌ها از شکم‌ها مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ می‌باشد.

تعیین بسامد و طول موج

در تارهای مرتعش دو سر بسته در محل مانع سخت گره و وسط دو گره شکم تشکیل می‌شود.



n تعداد شکم‌ها، یا شماره‌ی صورت می‌باشد (تعداد گره‌ها یکی بیش‌تر از تعداد شکم‌هاست) ($n+1$ = تعداد گره) به ازاء $n=1$ تار مرتعش بم‌ترین صوت خود را اجرا می‌کند که به آن صوت اصلی می‌گوییم.

همانگ‌ها

مضارب صحیحی از بسامدهای یک صوت را همانگ‌های آن صوت می‌گوییم. در تارهای مرتعش دو سر بسته، تار تمامی همانگ‌های فرد و زوج صوت اصلی را اجرا می‌کند.

بسامد صوت اصلی $f_n = nf_1$ بسامد همانگ n ام

اگر f' و f'' بسامدهای دو صوت متوالی یک تار دو سر بسته باشد، بسامد صوت اصلی برابر است با: $f_1 = |f' - f''|$

اگر f_p و f_k بسامدهای دو صوت از یک تار مرتعش دو سر بسته باشد بسامد صوت اصلی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$f_p - f_k = (p - k)f_1$$

دو سیم هم‌جنس به طول‌های L_1 و L_2 با سطح مقطع برابر به گونه‌ای مرتعش می‌شوند که بسامد صوت اصلی آن‌ها با هم برابر می‌شوند، در این صورت نسبت نیروی کشش سیم اول (F_1) به نیروی کششی سیم دوم (F_2) برابر است با:



(سراسری ریاضی - ۱۳۷۵)

- (۱) $\frac{L_1}{L_2}$ (۲) $(\frac{L_1}{L_2})^2$ (۳) $(\frac{L_2}{L_1})^2$ (۴) $\frac{L_2}{L_1}$

گزینه «۲»

طبق رابطه $\mu = \rho A$ اگر دو سیم هم‌جنس دارای سطح مقطع یکسان باشند، جرم واحد طول آن‌ها با هم برابر می‌شود.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{n_1}{2L_1} \sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}} = \frac{n_2}{2L_2} \sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}} \xrightarrow{\mu_1 = \mu_2, n_1 = n_2 = 1} \frac{\sqrt{F_1}}{L_1} = \frac{\sqrt{F_2}}{L_2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{F_1}{L_1^2} = \frac{F_2}{L_2^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2$$

در طول تار مرتعش دوسر بسته‌ای ۲ گره به فاصله‌ی ۲۰cm از یک‌دیگر تشکیل شده است. اگر سرعت انتشار ارتعاشات در



طول سیم $\frac{m}{s}$ ۱۲۰۰ باشد بسامد صوت سوم این تار چند هرتز است؟

- ۳۰۰۰ (۱) ۹۰۰۰ (۲) ۴۵۰۰ (۳) ۶۰۰۰ (۴)

گزینه «۲»

فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است پس:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

بسامد تار در این حالت ($n=1$) را محاسبه می‌کنیم:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1200}{0.4} = 3000 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 3f_1 = 3 \times 3000 = 9000 \text{ Hz}$$

بسامد سوم تار به شکل زیر محاسبه می‌شود:

روش دوم: ابتدا طول تار را به دست می‌آوریم. وقتی تار صوت‌های دیگر را اجرا می‌کند، طول تار تغییر نمی‌کند.

$$l = \frac{n\lambda}{2} = 1 \times 20 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$f_3 = \frac{nv}{2l} = \frac{3 \times 1200}{2 \times 0.2} = 9000 \text{ Hz}$$

در طول تار مرتعش دوسر بسته‌ای ۳ گره موجود و بسامد صوتی که تولید می‌کند، ۶۰ هرتز است. اگر نیروی کشش تار را ۴



برابر کنیم و آن را طوری به ارتعاش درآوریم که در طول آن ۲ گره ایجاد شود، بسامد صورت حاصل از آن چند هرتز خواهد بود؟ (آزاد ریاضی - ۱۳۷۳)

- ۱۲۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

گزینه «۳»

تعداد گره‌ها، ۳ است بنابراین تار صوت دوم خود را اجرا می‌کند و در حالت دوم تعداد گره ۲ و در نتیجه $n=1$ است.

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\substack{\mu = \text{ثابت}, L = \text{ثابت} \\ F' = 4F}} \frac{f}{f'} = \frac{n'}{n} \cdot \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{f}{60} = \frac{1}{2} \sqrt{4} \Rightarrow f' = 60 \text{ Hz}$$

اگر $f' = 200 \text{ Hz}$ و $f'' = 300 \text{ Hz}$ بسامدهای متوالی یک تار مرتعش دوسر بسته باشند، بسامد صوت پنجم این تار چند



هرتز است؟

- ۳۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴)

$$f_1 = |f'' - f'| = |300 - 200| = 100 \text{ Hz}$$

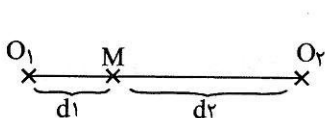
$$f_5 = 5f_1 = 500 \text{ Hz}$$

گزینه «۳»

تحلیل ریاضی برهم‌نهی دو موج هم‌دامنه

فرض کنید دو منبع ارتعاش هم‌سان به معادلات $y_{O_1} = y_{O_2} = A \sin \omega t$ امواج خود را در محیطی منتشر می‌کنند. می‌خواهیم معادله‌ی

حرکت ارتعاشی نقطه M به فواصل d_1 و d_2 از دو منبع را به دست آوریم. معادلات موج‌های رسیده از دو منبع به نقطه M برابر است با:



$$y_{M_1} = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

$$y_{M_2} = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$$