

## به نام خالق مهربانی ها

آزمون تئوری سوم  
زمان : ۴ ساعت

۱- در یک جدول  $2 \times n$  اعداد حقیق مثبت داریم که مجموع اعداد در هر یک از ستون برابر با ۱ است. نشان دهید می توان یک عدد در هر ستون انتخاب کرد که مجموع اعداد انتخاب شده در هر سطر دست بالا  $\frac{n+1}{4}$  باشد.

۲- یک جدول اولیه و یک جدول ثانویه  $n \times n$  داده شده است. در هر عمل می توان ۴ خانه ی مجاور که به شکل یک مربع  $2 \times 2$  هستند را انتخاب کنیم و به صورت زیر (یک چرخش ساعت گرد) اعداد این ۴ خانه را جابه جا کنیم.

a	b
c	d

تبدیل می شود به :

c	a
d	b

شرط لازم و کافی برای اینکه جدول اولیه را بتوان با حرکتهای فوق به جدول ثانویه تبدیل کرد چیست؟

۳- جدولی  $m \times n$  که از  $nm$  خانه ی سفید تشکیل شده داریم. در ابتدا خانه ی پایین چپ آن را سیاه می کنیم. بعد از آن در هر مرحله یک خانه ی سیاه را (به دلخواه خودتان) انتخاب کرده و آن را حذف می کنیم. سپس هر خانه ای که با آن در یک یال اشتراک دارد را تغییر رنگ می دهیم. (یعنی اگر سیاه بود آن را سفید و اگر سفید بود سیاه می کنیم) به ازای چه  $n$  و  $m$  هایی می توان پس از چند بار عملیات بالا همه ی خانه های جدول را پاک کرد.

**پایان**