فصل ششم
پخش بار

بهروز آدینه

بهار ۹۵

حل پخش بار با روش مجزای سریع

خطوط انتقال سیستم قدرت دارای نسب $\frac{X}{R}$ بالائی می‌باشند. در چنین سیستمی، حساسیت تغییرات توان حقیقی ΔP به تغییرات اندازه ولتاژ $\Delta|V|$ کمتر و به تغییرات زاویه فاز $\Delta\delta$ بیشتر خواهد بود.

به همین ترتیب، تغییرات توان راکتیو به تغییرات زاویه کمتر حساس بوده و وابستگی زیادی به تغییرات اندازه ولتاژ دارد؛ بنابراین، قابل توجیه است که عناصر J_2 و J_3 از ماتریس ژاکوبین برابر صفر قرار داده شوند؛ بنابراین معادله (٥٤.٥) به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \quad (٦٨.٥)$$

$$\Delta P = J_1 \Delta\delta = \left[\frac{\partial P}{\partial \delta}\right] \Delta\delta \quad (٦٩.٥)$$

$$\Delta Q = J_4 \Delta|V| = \left[\frac{\partial Q}{\partial |V|}\right] \Delta|V| \quad (٧٠.٥)$$

معادلات (٦٩.٥) و (٧٠.٥) نشان می‌دهند که معادله ماتریسی به دو معادله مجزا تبدیل شده است که در مقایسه با معادله (٥٤.٥) به طور قابل ملاحظه‌ای زمان کمتری برای حل نیاز دارند. افزون بر آن، می‌توان ساده‌سازی قابل توجهی را بعمل آورد تا به محاسبه مجدد J_1 و J_2 در حین هر تکرار نیازی نباشد. این فرآیند منجر به معادلات پخش بار مجزایی شده است که توسط Stott و Alsac معرفی گردیده‌اند. هر یک از عناصر قطری J_1 که در رابطه (٥٥.٥) ارائه شده است، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum |V_i||V_j||Y_{ij}|\sin\left(\theta_{ii} - \delta_i + \delta_j\right) - |V_i|^2 |Y_{ii}|\sin\theta_{ii}$$

با جایگزینی جمله اول معادله بالا با $-Q_i$ براساس معادله (٥٣.٥) داریم:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}|\sin\theta_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii}$$

که در آن $B_{ii} = |Y_{ii}|\sin\theta_{ii}$ قسمت موهومی عناصر قطری ماتریس ادمیتانس شین است. در اینجا B_{ii} حاصل جمع سوسپتانس‌های همه عناصری است که با شین i تلاقی دارند. در یک سیستم قدرت نوعی، سوسپتانس خودی $B_{ii} \gg Q_i$ بوده و می‌توان از Q_i چشم‌پوشی کرد. ساده‌سازی دیگری با فرض $|V_i|^2 \approx |V_i|$ انجام می‌شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| B_{ii} \qquad (٧١.٥)$$

در شرایط بهره‌برداری عادی $\delta_j - \delta_i$ خیلی کوچک است. لذا در رابطه (۵۷.۵) با فرض $\theta_{ii} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ii}$، عناصر غیرقطری J_1 به صورت زیر خواهند بود: $\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||V_j| B_{ij}$

ساده‌سازی با فرض $|V_j| \approx 1$ حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| B_{ij} \qquad (۷۲.۵)$$

به همین ترتیب هر یک از عناصر قطری J_4 که در معادله (۶۱.۵) ارائه شده است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii} - \sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||Y_{ij}|\sin\left(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j\right)$$

با جایگزینی جمله دوم معادله بالا با $-Q_i$، براساس معادله (۵۳.۵) داریم: $\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii} + Q_i$

از آنجایی که $B_{ii} = Y_{ii}\sin\theta_{ii} \gg Q_i$ می‌باشد، Q_i قابل چشم‌پوشی است و رابطه (۶۱.۵) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| B_{ij} \qquad (۷۳.۵)$$

به طور مشابه در معادله (٦٢.٥)، با فرض $\theta_{ij} \approx \theta_{ij} + \delta_j - \delta_i$ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| B_{ij} \qquad (٧٤.٥)$$

با این فرض‌ها، معادلات (٦٩.٥) و (٧٠.٥) به شکل زیر در می‌آیند:

$$\frac{\Delta P}{|V_i|} = -B' \Delta \delta \qquad (٧٥.٥)$$

$$\frac{\Delta Q}{|V_i|} = -B'' \Delta |V| \qquad (٧٦.٥)$$

در اینجا ماتریس‌های B' و B'' قسمت‌های موهومی ماتریس ادمیتانس شین Y_{bus} می‌باشند. از آنجایی که عناصر این ماتریس‌ها ثابت هستند، نیازی به معکوس‌کردن این ماتریس‌ها در هر تکرار نبوده و فقط یک بار در شروع تکرارها معکوس می‌شوند. ماتریس B' دارای مرتبه $(n-1)$ است. در شین‌های با ولتاژ کنترل شده که در آن‌ها $|V_i|$ و P_i معلوم و Q_i مجهول است. سطرها و ستون‌های مربوط در Y_{bus} حذف

می‌شوند. ماتریس B'' دارای مرتبه $(n-1-m)$ است که در آن m تعداد شین‌های با ولتـاژ تنظـیم شـده می‌باشد؛ بنابراین در الگوریتم پخش بارمجزای سریع، تغییرات متوالی اندازه ولتاژ و زاویه فاز عبارتند از:

$$\Delta\delta = -[B']^{-1}\frac{\Delta P}{|V|} \qquad (۷۷.۵)$$

$$\Delta|V| = -[B'']^{-1}\frac{\Delta Q}{|V_i|} \qquad (۷۸.۵)$$

روش حل پخش بار مجزای سریع به تکرارهای بیشتری نسبت به روش نیوتن- رافسـون نیـاز دارد؛ امـا زمان هر تکرار در آن بسیار کمتر است و پاسخ پخش بار خیلی سریع‌تر بدست مـی‌آینـد. ایـن شـیوه در تجزیه و تحلیل پیشامدهای احتمالی که در آن خروج‌های متعددی باید شبیه‌سازی شوند یا مـواردی کـه در آن‌ها حل پخش‌بار برای کنترل در حین کار ضروری می‌باشد، بسیار مفید است.

مثال: در سیستم مثال قبل، پخش بار سیستم از روش مجزای سریع حل کنید.

ماتریس ادمیتانس شین در این سیستم مطابق زیر است:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۲۰ - j۵۰ & -۱۰ + j۲۰ & -۱۰ + j۳۰ \\ -۱۰ + j۲۰ & ۲۶ - j۵۲ & -۱۶ + j۳۲ \\ -۱۰ + j۳۰ & -۱۶ + j۳۲ & ۲۶ - j۶۲ \end{bmatrix}$$

در این سیستم، شین ۱ به عنوان شین مرجع انتخاب شده است. ماتریس سوسپتانس شین مربوط بـرای

ارزیابی زاویه‌های فاز $\Delta\delta_۲$ و $\Delta\delta_۳$ عبارتست از:

$$B' = \begin{bmatrix} -۵۲ & ۳۲ \\ ۳۲ & -۶۲ \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس بالا به صورت زیر بدست می‌آید:

$$B'' = \begin{bmatrix} -۰.۰۲۸۱۸۲ & -۰.۰۱۴۵۴۵ \\ -۰.۰۱۴۵۴۵ & -۰.۰۲۳۶۳۴ \end{bmatrix}$$

با استفاده از معادلات (۵۲.۵) و (۵۳.۵)، روابط بین توان اکتیو در شین‌های ۲ و ۳ توان راکتیو در شین ۲ عبارتند از:

$$P_{۲} = |V_{۲}||V_{۱}||Y_{۲۱}|\cos(\theta_{۲۱} - \delta_{۲} + \delta_{۱}) + |V_{۲}^{۲}||Y_{۲۲}|\cos\theta_{۲۲} + |V_{۲}||V_{۳}||Y_{۲۳}|\cos(\theta_{۲۳} - \delta_{۲} + \delta_{۳})$$

$$P_{۳} = |V_{۳}||V_{۱}||Y_{۳۱}|\cos(\theta_{۳۱} - \delta_{۳} + \delta_{۱}) + |V_{۳}||V_{۲}||Y_{۳۲}|\cos(\theta_{۳۲} - \delta_{۳} + \delta_{۲}) + |V_{۳}^{۲}||Y_{۳۳}|\cos\theta_{۳۳}$$

$$Q_{۲} = -|V_{۲}||V_{۱}||Y_{۲۱}|\sin(\theta_{۲۱} - \delta_{۲} + \delta_{۱}) - |V_{۲}^{۲}||Y_{۲۲}|\sin\theta_{۲۲} - |V_{۲}||V_{۳}||Y_{۲۳}|\sin(\theta_{۲۳} - \delta_{۲} + \delta_{۳})$$

مقادیر بار و تولید برحسب pu بیان شده و مطابق زیر بدست می‌آیند:

$$S_{۲}^{sch} = -\frac{(۴۰۰ + j۲۵۰)}{۱۰۰} = -۴.۰ - j۲.۵\ pu, \mathrm{P}_{۳}^{sch} = \frac{۲۰۰}{۱۰۰} = ۲\ pu$$

ولتاژ شین مرجع $|V_{۱}| = ۱.۰۵\angle ۰^{\circ}\ pu$ بوده واندازه ولتاژ شین ۳ عبارت از $|V_{۳}| = ۱.۰۴\ pu$ می‌باشد. با شروع از تخمین اولیه $|V_{۲}^{(۰)}| = ۱.۰$، $\delta_{۲}^{(۰)} = ۰.۰$ و $\delta_{۳}^{(۰)} = ۰.۰$، باقیمانده‌های توان از روابط (٦٣.٥) و (٦٤.٥) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta P_{۲}^{(۰)} = P_{۲}^{sch} - P_{۲}^{(۰)} = -۴.۰ - (-۱.۱۴) = -۲.۸۶$$

$$\Delta P_{۳}^{(۰)} = P_{۳}^{sch} - P_{۳}^{(۰)} = ۲.۰ - (۰.۵۶۱۶) = ۱.۴۳۸۴$$

$$\Delta Q_{۲}^{(۰)} = Q_{۲}^{sch} - Q_{۲}^{(۰)} = -۲.۵ - (-۲.۲۸) = -۰.۲۲$$

الگوریتم پخش‌بار مجزای سریع با توجه به معادله (۷۷.۵) نتیجه زیر را می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_{۲}^{(۰)} \\ \Delta\delta_{۳}^{(۰)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۰.۰۲۸۱۸۲ & -۰.۰۱۴۵۴۵ \\ -۰.۰۱۴۵۴۵ & -۰.۰۲۳۶۳۴ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{-۲.۸۶۰۰}{۱.۰} \\ \dfrac{۱.۴۳۸۴}{۱.۰۴} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۰.۰۶۰۴۸۳ \\ -۰.۰۰۸۹۰۹ \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه شین ۳ یک شین تنظیم شده است، سطر و ستون متناظر آن در B' حذف شده و خواهیم داشت: $B'' = [-۵۲]$

با استفاده از رابطه (۷۸.۵) داریم: $\Delta|V_{۲}| = -\left[\dfrac{-۱}{۵۲}\right]\left[\dfrac{-۰.۲۲}{۱.۰}\right] = ۰.۰۰۴۲۳۰۸$

ولتاژ جدید شین‌ها در تکرار اول عبارتند از:

$$\delta_{۲}^{(۱)} = ۰ + (-۰.۰۶۰۴۸۳) = -۰.۰۶۰۴۸۳ \qquad \Delta\delta_{۲}^{(۰)} = -۰.۰۶۰۴۸۳$$

$$\delta_{۳}^{(۱)} = ۰ + (-۰.۰۰۸۹۸۹) = -۰.۰۰۸۹۸۹ \qquad \Delta\delta_{۳}^{(۰)} = -۰.۰۰۸۹۸۹$$

$$\left|V_{۳}^{(۱)}\right| = ۱ + (-۰.۰۰۴۲۳۰۸) = ۰.۹۹۵۷۶۹ \qquad \Delta\left|V_{۳}^{(۰)}\right| = -۰.۰۰۴۲۳۰۸$$

زاویه فاز ولتاژها برحسب رادیان است. این فرآیند آن قدر ادامه می‌یابد تا پس‌مانده‌ها به حد دقت تعیین شده برسند. پس از ۱٤ تکرار و با در نظر گرفتن حداکثر عدم تطابق pu ۲.۵×۱۰^{-۴} همگرا می‌شود.

با تبدیل زاویه‌های فاز به درجه، نتیجه نهایی به صورت زیر است:

$$V_{۲} = ۰.۹۷۱۶۸\angle -۲.۶۹۶^{\circ}\ pu, V_{۳} = ۱.۰۴\angle ۰.۴۹۸۸^{\circ}\ pu$$

با استفاده از معادلات (۵۲.۵) و (۵۳.۵)، توان راکتیو شین ۳ و توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع عبارتند از: $Q_{۳} = ۱.۴۶۱۷\ pu, P_{۱} = ۲.۱۸۴۲\ pu, Q_{۱} = ۱.۴۰۸۵\ pu$

برای سیستم‌های با نسبت $\frac{X}{R}$ بیشتر، روش پخش بار مجزای سریع در تکرارهای نسبتا کمتری همگرا می‌شود. به هر حال تعداد تکرارها تابعی از اندازه سیستم است.