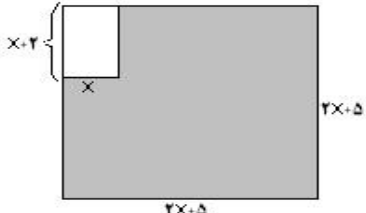


بارم	صفحه ۲	ردیف
۱/۵		۶ معادله‌ی خط‌های d_1 و d_2 را بنویسید.
۱/۵	<p>معادله‌ی خطی را بنویسید که از محل تلاقی دو خط $y - x = 3$ و $3x + 2y = 6$ بگذرد و بر خط $x - 2y = 1$ عمود باشد.</p>	۷
۰/۷۵	$\frac{2 \cos^2 30^\circ - 2 \sin 30^\circ}{2 \tan 45^\circ + 3 \cos^2 60^\circ}$	۸ حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.
۱/۵	<p>در شکل زیر: الف) طول اضلاع AB و AC را بدست آورید. ($BC = 6$, $\sin 42^\circ \approx \frac{2}{3}$) ب) نسبت‌های مثلثاتی 42° درجه و طول اضلاع AD و CD را محاسبه کنید.</p>	۹
۱	$\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x}$	۱۰ درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.
۱	<p>اگر $A = \frac{1}{x-y}$ و $B = \frac{1}{x+y}$ و $C = \frac{2y}{x^2-y^2}$ باشد. حاصل $(A - B) \div C$ را بدست آورید.</p>	۱۱

ردیف	صفحه ۳	بارم
۱۲	مقدار m را طوری بدست آورید که عبارت $3x^2 + 4x + m$ بر $x + 2$ بخشپذیر باشد.	۱
۱۳	مخرج کسر $\frac{1}{3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{3}}$ را گویا کنید.	۱
۱۴	معادله $2x^2 - 5x - 3 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.	۱
۱۵	در شکل روبه‌رو مساحت قسمت سایه زده شده ۴۶ سانتی متر مربع است مقدار x را بدست آورید.	۱/۲۵
		
۱۶	اگر ۲ یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + mx + 2 = 0$ باشد. m و ریشه دیگر آنرا بیابید.	۱/۵
۱۷	حدود m را طوری تعیین کنید که معادله $2x^2 - 6x + m - 1$ ریشه ی حقیقی نداشته باشد.	۱
۱۸	نامعادله $\frac{x-3}{4} - \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+2}{6}$ را حل کرده و مجموعه جواب را روی محور نشان دهید.	۱
۲۰	موفق و پیروز باشید	جمع بarm

ردیف	پاسخنامه صفحه ۱
۱	$OC^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow OC = \sqrt{2} \Rightarrow OA = OC = \sqrt{2}$ $OD^2 = OA^2 + AD^2 = (\sqrt{2})^2 + 2^2 = 6 \Rightarrow OD = \sqrt{6} \Rightarrow OB = OD = \sqrt{6}$ $AB = OB - OA = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ <p>از طرفی بنابراین</p>
۲	<p>اولویت ها در این سوال عبارتند از (۱) توان (۲) ضرب (۳) تقسیم (۴) تفریق</p> $ 4 \times 68 - 72 \div 3 = 256 - 24 = 256 - 24 = 232 = 232$
۳	$\frac{12^{k+1}}{9^{k+2}} = \frac{12^k}{9^k} \times \frac{12}{9^2} = \left(\frac{12}{9}\right)^k \times \frac{12}{81} = \left(\frac{4}{3}\right)^k \times \frac{4}{27} = \frac{4^k}{3^k} \times \frac{4}{27} = \frac{a^2}{b} \times \frac{4}{27} = \frac{4a^2}{27b}$ <p>$2^k = a$ پس $4^k = (2^2)^k = (2^k)^2 = a^2$</p>
۴	<p>الف) در صورت سوال پرازنز اول با سوم اتحاد تفاضل مکعبات دو جمله‌ای است. پس آنها را کنار یکدیگر قرار می‌دهیم</p> $\left(x - \frac{1}{4}\right) \left(x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right) \left(x^3 + \frac{1}{8}\right) = \left(x^3 - \frac{1}{8}\right) \left(x^3 + \frac{1}{8}\right) \Rightarrow \text{اتحاد مزدوج} = x^6 - \frac{1}{64}$ <p>ب) با استفاده از اتحاد کمکی $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ داریم:</p> $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) = 5^2 - 2 = 23$ <p>ج) با استفاده از اتحاد جمله مشترک و مزدوج داریم</p> $x^4 + x^2 - 2 = (x^2 - 1)(x^2 + 2) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 2)$
۵	<p>الف) اگر طول ضلع مربع اصلی را x بگیریم پس طول ضلع مربع افزایش یافته برابر $x + 4$ با محیط $4(x + 4)$ می‌شود.</p> $4(x + 4) = 2x + 40 \Rightarrow 4x + 16 = 2x + 40 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$ <p>در نتیجه طول ضلع مربع اصلی برابر 12cm و طول ضلع مربع افزایش یافته 16cm است.</p> <p>ب)</p> $\Delta S = S_2 - S_1 = (16)^2 - (12^2) = 256 - 144 = 112$
۶	<p>دو نقطه‌ی $(0, 5)$ و $(-2, 0)$ بر روی خط d_1 واقع‌اند پس با معلوم بودن این دو نقطه می‌توان معادله‌ی این خط را نوشت.</p> $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{5 - 0}{0 - (-2)}(x - (-2)) \Rightarrow y = \frac{5}{2}x + 5$ <p>خط d_2 بر خط d_1 عمود است پس شیب این خط قرینه و معکوس خط d_1 است یعنی شیب خط d_2 برابر $m = -\frac{2}{5}$ و از مبدا نیز می‌گذرد لذا: $y = mx$ در نتیجه $y = -\frac{2}{5}x$</p>
۷	<p>با حل دستگاه معادله‌ی زیر نقطه‌ی برخورد این دو خط را بدست می‌آوریم:</p> $\begin{cases} -x + y = 3 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 3y = 9 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ $5y = 15 \Rightarrow y = 3 \text{ و } -x + 3 = 3 \Rightarrow x = 0$ <p>پس $(0, 3)$ نقطه‌ی برخورد این دو خط است. و خط $1 - 2y = x$ را می‌توان به صورت استاندارد $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ نوشت که دارای شیب $\frac{1}{2}$ است پس خط عمود بر این خط دارای شیب $m = -2$ است. پس معادله‌ی خط مطلوب عبارت است از:</p> $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 3$

$$\frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)}{2(1) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3-1}{2+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{1}{5}$$

۸

زاویه قائم $\triangle ABC$: $\sin 42^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{6}{AC} \Rightarrow AC = 9$ (الف)

۹

زاویه قائم $\triangle ABC$: قضیه فیثاغورس $AB^2 = AC^2 - BC^2$
 $\Rightarrow AB^2 = 81 - 36 = 45 \Rightarrow AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\tan 42^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ و $\cos 42^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{3\sqrt{5}}{9} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (ب)

زاویه قائم $\triangle ACD$: $\tan 42^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{AD}{9} \Rightarrow AD = \frac{18}{\sqrt{5}}$

زاویه قائم $\triangle ACD$: $\cos 42^\circ = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{9}{CD} \Rightarrow CD = \frac{27}{\sqrt{5}}$

طرف اول $\frac{\sin^2 x + (1 + \cos x)^2}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{\sin^2 x + 1 + 2\cos x + \cos^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} \cdot \frac{2 + 2\cos x}{2 + 2\cos x} = \frac{2(1 + \cos x)}{\sin x(1 + \cos x)}$
 $= \frac{2}{\sin x} = \text{طرف دوم}$

۱۰

$$A - B = \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{x+y-x+y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2y}{x^2-y^2}$$

۱۱

$$(A - B) \div C = \frac{2y}{x^2-y^2} \div \frac{2y}{x^2-y^2} = \frac{2y}{x^2-y^2} \times \frac{x^2-y^2}{2y} = 1$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{3x^2} + 4x + m & x + 2 \\ -\cancel{3x^2} + 6x^2 & 3x^2 - 6x + 16 \\ \hline -7x^2 + 4x & \\ +\cancel{7x^2} + 12x & \\ \hline 17x + m & \\ -\cancel{17x} + 32 & \\ \hline & \end{array}$$

روش اول:

۱۲

باقیمانده = ۰ $m - 32 = 0 \Rightarrow m = 32$

روش دوم : می‌توان به جای x مقدار -2 را در مقسوم جایگذاری نمود و حاصل را مساوی صفر قرار داد و از آنجا m را بدست آورد.
 $3(-2)^2 + 4(-2) + m = 0 \Rightarrow -24 - 8 + m = 0 \Rightarrow m = 32$

$$3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3} = 3(2\sqrt{2}) - 5\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

۱۳

$$\frac{1}{3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$x^2 - \frac{5}{4}x = \frac{2}{4} \Rightarrow x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{16} = \frac{2}{4} + \frac{25}{16} \Rightarrow (x + \frac{5}{4})^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow x - \frac{5}{4} = \pm \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = +\frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{7}{4} = 3$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{1}{2}$$

۱۴

$$(2x + 5)^2 - x(x + 2) = 46 \Rightarrow 4x^2 + 20x + 25 - x^2 - 2x = 46 \Rightarrow 3x^2 + 18x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 7 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 7) = 0 \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$$

۱۵

$$x = 2 \Rightarrow 2^2 + m(2) + 2 = 0 \Rightarrow 4 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow 2m = -6 \Rightarrow m = -3$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

پس ریشه‌ی دیگر برابر ۱ است.

۱۶

شرط اینکه معادله درجه دوم ریشه حقیقی نداشته باشد آن است که $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-6)^2 - 4(2)(m - 1) < 0 \Rightarrow 44 - 8m < 0 \Rightarrow 44 < 8m \Rightarrow m > \frac{44}{8} \Rightarrow m > 5.5$$

۱۷

با ضرب طرفین نامعادله در کوچکترین مضرب مشترک ۶، ۳، ۴ یعنی ۱۲ داریم:

$$3(x - 3) - 4(x - 1) \leq 2(x + 2)$$

$$3x - 9 - 4x + 4 \leq 2x + 4$$

$$-x - 5 \leq 2x + 4$$

$$-9 \leq 3x$$

$$-3 \leq x$$



۱۸