به نام خدا

چهارم ریاضی

۱- (سیدجمال طباطبایی‌نژاد)

ملحد: زندیق، دهری، بی‌دین / طرد: راندن / زمره: جرگه، گروه / آبزن: حوض کوچک، حوضچه‌ای که از چینی یا آهن و مانند آن برای شست و شو سازند. / غوی: گمراه، بیراه *(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۷، ۴۲ و فهرست واژگان)*

۲- (داود تالشی)

معنی درست واژه‌های نادرست عبارت‌اند از: درای: زنگ کاروان، جرس / زغن: پرنده‌ای است شکاری کوچک‌تر از باز، موش‌گیر / تهجّد: شب‌بیداری، شب‌زنده‌داری

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، فهرست واژگان)

۳- (الهام محمدی)

درزه: بسته

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، فهرست واژگان)

۴- (الهام محمدی)

فراغ (در جمله‌ی اول) ← فراق / حضیظ ← حضیض

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲ و ۳۹)

۵- (ابراهیم رضایی‌مقدم)

واژه‌ی «ضلال» غلط نوشته شده است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۷)

۶- (داود تالشی)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: املای صحیح کلمه: «حوزه‌ی عاطفی» است. / گزینه‌ی «۲»: املای صحیح کلمه «بی‌شائبه» است. / گزینه‌ی «۳»: درخشنده‌گی ← درخشندگی

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۳، ۲۳ و ۵۹)

۷- (مریم شمیرانی)

«منطق‌الطیرِ عطار» و «مثنوی مولانا» منظومه‌های بلند انسانی و عرفانی هستند نه آثار منثور. *(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۲۴)*

۸- (ابراهیم رضایی‌مقدم)

«چشمه‌ی روشن» از غلامحسین یوسفی / «روزها» از دکتر اسلامی‌ندوشن / «قصص‌الانبیا» از ابواسحاق نیشابوری / «اصول فلسفه و روش رئالیسم» از علامه طباطبایی

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲۰، ۴۵، ۵۵ و ۶۲)

۹- (ابراهیم رضایی‌مقدم)

«اسرارالتوحید» اثر محمد بن منوّر (نواده‌ی ابوسعید ابوالخیر) / «حیات یحیی» اثر حاج میرزا یحیی دولت‌آبادی

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۴ و ۵۶)

۱۰- (مرتضی منشاری- اردبیل)

بیت «ب»: استعاره: ای عشق (تشخیص و استعاره) و «طبیب» استعاره از «عشق» / بیت «ج»: متناقض‌نما: محرمِ هوش بودن بی‌هوش / بیت «و»: تشبیه: آتش عشق / بیت «د»: جناس: دوستان و داستان / بیت «الف»: مجاز: جهان مجاز از «مردم جهان»

(زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)

۱۱- (ابراهیم رضایی‌مقدم)

تشبیه: شیر صبح (اضافه‌ی تشبیهی) / استعاره و تشخیص: تبسّم هر غنچه، خنده‌ی گل / حس‌آمیزی: شیرینی تبسّم / تناسب: «شیرینی، شیر و شکر»، «غنچه و گل» و «تبسّم و خنده»

(زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)

۱۲- (کاظم کاظمی)

تشبیهات گزینه‌ی «۳»: روی (رخسار یار) به ماه / روی (رخسار یار) بـه ملـک / لعـل (لب یار) به قند / لعل (لب یار) به نمک

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «دام غم»: (تشبیه غم بـه دام) / «مـرغ دل»: (تشـبیه دل بـه مـرغ) / «دانه‌ی خال»: (تشبیه خال به دانه)

گزینه‌ی «۲»: «بستانِ (بوستان) ضمیر (باطن)» ← ضمیر بـه بسـتان تشـبیه شـده است. / «گلِ معنی»: (تشبیه معنی به گل) / در مصراع دوم، تشبیه بلبلان به بوتیمار (نوعی پرنده) صورت گرفته است.

گزینه‌ی «۴»: «سلسله‌ی مو» اضافه‌ی تشبیهی / «سلسله‌ی مو حلقه‌ی دام بلاسـت» تشبیه / «دام بلا» اضافه‌ی تشبیهی

(زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)

۱۳- (سراسری زبان- ۹۲)

مفهوم بیت صورت سؤال این است که حسن تو، در جهان عشق‌آفرین شـد کـه ایـن مفهوم در گزینه‌های «۲، ۳ و ۴» نیز آمده است، امـا گزینـه‌ی «۱»، حسـن تـدبیر و جهان‌داری ممدوح را ستایش می‌کند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۸)

۱۴- (مرتضی منشاری- اردبیل)

روییدن دو مار سیه، زمینه‌ی خرق عادت حماسه است.

توجّه: حوادث قهرمانی در بستری از واقعیات جریان دارند. واقعیاتی که ویژگی‌های اخلاقی نظام اجتماعی، زندگی سیاسی و عقاید آن جامعه را در مسائل فکری و مذهبی در برمی‌گیرد.

تشریح گزینه‌های دیگر

در گزینه‌ی «۱»، افسر نهادن، در گزینه‌ی «۳»، درفش کاویانی و در گزینه‌ی «۴»، راز و نیاز کردن با خداوند زمینه‌ی ملّی حماسه را تشکیل می‌دهند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۵- (محمدرضا زرسنج- شیراز)

در بیت صورت سؤال و گزینه‌های «۲، ۳ و ۴» خود گوینده، خواهان جان فدا کردن در راه محبوب است، اما در گزینه‌ی «۱»، گوینده، فروتنی را مطرح می‌کند.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۲۹)

۱۶- (مریم شمیرانی)

در بیت صورت سؤال و بیت گزینه‌ی «۴»، «بام» یعنی «بامداد».

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «بام گردان» منظور آسمان / گزینه‌ی «۲»: «بام»: پشتِ بام / گزینه‌ی «۳»: «بام»: پشتِ بام

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۴۶)

۱۷- (سراسری انسانی- ۹۲)

شاعر در بیت صورت سؤال و بیت این گزینه می‌گوید: من در شرایطی قرار داشتم که ناچار از ارتکاب گناه بودم و این را بر من خرده مگیر؛ یعنی اختیار در دست من نبود و جبر زمانه و شرایط مرا وادار به ارتکاب آن کرد.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۶۲)

۱۸- (مریم شمیرانی)

در بیت صورت سؤال تجلی یار در زیبایی‌های بهار و طبیعت مطرح شده است، ولی گزینه‌ی «۳» شادی مثل بوستانی پر از گل است که هر کس از گل‌های آن می‌چیند (از شادی آن بهره‌مند می‌شود) پس بهره‌ی من از شادی کجاست؟ (من از شادی بی‌بهره‌ام.)

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۴۸)

۱۹- (علیرضا عبدالمحمدی)

مفهوم مشترک گزینه‌های «۱، ۲ و ۴»: در این دنیا به‌جز عشق، چیز با ارزش دیگری وجود ندارد.

مفهوم گزینه‌ی «۳»: در ابتدای عاشقی به اشتباه گمان می‌کردم که عشق کاری ساده است.

(زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۴۵)

۲۰- (محسن اصغری)

کلمات نشان‌دار عربی عبارت‌اند از: «مع هذا، مخزن‌الاسرار، البتّه، احتمالاً و عکس‌العمل».

(زبان فارسی ۳، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

۲۱- (حسین رضایی)

«رحلتی الجدیدة»: سفر جدیدم / «أمضیتُ»: گذراندم، سپری کردم / «آخرَ الأُسبوع»: پایان هفته را / «الغابات»: جنگل‌ها / «تَخلِبُ»: می‌ربود، شیفته می‌کرد

نکته‌ی مهم درسی

اگر فعل جمله‌ی وصفیه، مضارع باشد و فعل ماقبل آن ماضی باشد، می‌توان فعل مضارع را به‌صورت ماضی استمراری ترجمه کرد.

۲۲- (ابوالفضل تاجیک)

«الّذی یقطعُ طُرُقاً»: کسی‌که راهزنی می‌کند / «لیس بطلاً»: قهرمان نیست / «بَلْ»: بلکه / «البطل هو الّذی یتّقی الله»: قهرمان، همان کسی است که تقوای خدا پیشه می‌کند

۲۳- *(مهدی ترابی)*

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «طالبی» که در اصل به‌صورت «طالبینَ» بوده است، به‌معنای «خواستاران، طلب‌کننده‌ها، جویندگان» می‌باشد.

گزینه‌ی «۲»: «الشمس المضیئة» به‌معنای «خورشید روشنی‌بخش» و «الکواکِب الهامِدَة» به‌معنای «ستارگان سرد و خاموش» است.

گزینه‌ی «۴»: «هَرَبَتْ» به‌معنای «فرار کرد» است و عدم ترجمه‌ی ضمیر «ها» نیز نادرست می‌باشد.

۲۴- *(احمد طریقی)*

در این گزینه، «الظَّبی» که یک اسم معرفه است، به‌صورت اسم نکره، یعنی «آهویی» ترجمه شده که نادرست است.

۲۵- *(مهدی ترابی)*

عبارت صورت سؤال و گزینه‌های «۱، ۲ و ۴» دلالت بر این نکته دارند که منشأ آسمان‌ها و زمین در ابتدا به شکل جسمی واحد و یک‌پارچه بوده که سپس این جسم واحد شکافته شده و آسمان‌ها و زمین از آن به‌وجود آمده‌اند؛ حال آن‌که گزینه‌ی «۳»، عکس این مطلب را بیان می‌کند و اظهار می‌دارد که اصل و سرمنشأ دنیا از ابتدا مرکب و نه جامد و یک‌پارچه بوده است.

۲۶- *(فاطمه منصورخاکی)*

«دشمنان»: الأعداء / «نمی‌توانند»: لایستطیعون، لایستطیع (در این‌جا) / «ما را بکشانند»: أن یجرّونا / «به‌وابستگی»: إلی التبعیّة / «ثروت‌های ما»: ثرواتِنا / «غارت کنند»: ینهبوا

نکته‌ی مهم درسی

فعل غایب در ابتدای جمله به‌صورت مفرد می‌آید، حتی اگر فاعل آن مثنی یا جمع باشد.

۲۷- *(ابوالفضل تاجیک)*

«از پروردگارت بخواه»: أُطلب من ربّک، أُدْعُ ربّک / «راه آسانی»: سبیلاً سهلةً، سبیلاً سهلاً / «به‌سوی محبتش»: إلی محبّته / «به تو نشان دهد»: أنْ یَنْهَجَ لَکَ

۲۸- *(عمادالدین صالحیان)*

ترجمه‌ی عبارت این گزینه: «هنگامی‌که بخواهیم آن‌چه را که در حقوق انگلیسی آمده، بخوانیم و بفهمیم، برای آن اختلاف مهمی را با حقوق کشورمان نمی‌یابیم.» که بر پایه‌ی جمله‌ی پایانی متن: «حقوق یک کشور در موضوع‌هایش با جامعه‌ای دیگر متفاوت است.»، نادرست است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «دیدگاه‌ها و هم‌چنین استثناءها سبب می‌شود که فیزیک با حقوق متفاوت باشد.»

گزینه‌ی «۳»: «در هر دوره‌ای، مردم به حکومت نیاز دارند تا امنیت را برای جامعه برقرار سازد.»

گزینه‌ی «۴»: «موضوع حقوق همان کارهای انسان و رفتارهای او با انسان دیگر است، زیرا حقوق، یک دانش اجتماعی است.»

۲۹- (عمادالدین صالحیان)

پرسش می‌گوید: مقصود از «در بیش‌تر مواقع ارائه‌ی دقیق آن (حقوق) دشوار می‌شود» چیست؟

ترجمه‌ی گزینه‌ی «۴»: «در اکثر مواقع، ارائه‌ی با دقت حقوق نیاز به تـلاش دارد، زیـرا آن کاری دشوار است.»

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «عملی ساختن حقوق انسان، کاری دشوار و ناممکن است.»

گزینه‌ی «۲»: «به آن‌چه که در حقوق آمده، عمل نمی‌شود زیرا آن پیچیده است.»

گزینه‌ی «۳»: «لزوم نیاز به جامعه‌ای سعادتمند برای اجرای قانون اساسی.»

۳۰- (عمادالدین صالحیان)

حرکت‌گذاری درست همه‌ی عبارت چنین است: «تُنَظَّمُ حقـوقُ الفـردِ ضـدَّ الدولـةِ فـی دُستورِ کُلِّ بَلَدٍ ... و فی أغلبِ الأحیانِ یَخْتَلِفُ القانونُ فی مضامینِهِ مِنْ مجتمعٍ لِآخَرَ.»

۳۱- (عمادالدین صالحیان)

در سایر گزینه‌ها «مبنی، خبر و مرفوع، جامد و ممنوع من الصرف» نادرست‌اند.

۳۲- (عمادالدین صالحیان)

«یشتمل»: فعل مضارع- للغائب- مزید ثلاثی من باب «افتعال» (بزیادة حرفین)- معـرب/ فعل و فاعله ضمیر«هو» المستتر و الجملة فعلیّة و خبر لـِ «القانون» و مرفوع محلّاً

-۳۳ *(ابوالفضل تاجیک)*

در این گزینه، «العلم- الجهل» معرفه هستند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی«۲»: «ی- عند- ی» معرفه هستند./ گزینه‌ی«۳»: «هولاء- الناس- و- ی» معرفه هستند. / گزینه‌ی«۴»: «کتاب- علیّ- قرب- الباب» معرفه هستند.

-۳۴ *(احمد طریقی)*

در این گزینه، «علماءُ» مبتدا و مرفوع به اعراب اصلی، «رَسائلَ»: مفعولٌ‌به و منصوب به اعراب اصلی، «المجالاتِ»: مضافٌ‌الیه و مجرور به اعراب اصلی است، بنابراین در این گزینه، هیچ موردی از اعراب فرعی به‌کار نرفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «هارونَ» و «أزهَدَ»: اسم‌های غیرمنصرف و مجرور به حرف جر به اعراب فرعی (مجرور به فتحه) هستند.

گزینه‌ی «۳»: «المُفکِّرینَ»: جمع مذکر سالم، مضافٌ‌الیه و مجرور به اعراب فرعی (مجرور به «ی») است و «مَدارِسَ»: اسم غیرمنصرف و مجرور به حرف جر (مجرور به فتحه) یعنی مجرور به اعراب فرعی است.

گزینه‌ی «۴»: «یُوسفَ»: اسم غیرمنصرف و مجرور به حرف جر به اعراب فرعی (مجرور به فتحه) است و «السّائلینَ»: جمع مذکر سالم، مجرور به اعراب فرعی (مجرور به «ی») است.

۳۵- (مهدی ترابی)

کلمه‌ی «أصوات» جمع مکسر است و جمع مؤنث سالم نمی‌باشد، لذا در حالت منصوبی، اعراب اصلی دارد و به‌صورت «أصواتَکم» صحیح می‌باشد.

ترجمه‌ی عبارت: «صداهایتان را بالاتر از صدای معلّمتان نبرید.»

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «صدقات» جمع مؤنث سالم است و در حالت نصبی، اعراب فرعی به کسره دارد.

گزینه‌ی «۳»: کلمه‌ی «أحسَن» بر وزن «أفعل» غیرمنصرف است، اما به‌دلیل مضاف بودن می‌تواند اعراب اصلی کسره را داشته باشد.

گزینه‌ی «۴»: کلمه‌ی «مساجد» غیرمنصرف است، اما به‌دلیل مضاف بودن می‌تواند اعراب اصلی کسره را بپذیرد.

۳۶- (ابوالفضل تاجیک)

در این گزینه، کلمه‌ی «قاضی» مفعولٌ‌به برای فعل «یُساعِدُ» است و منصوب به فتحه می‌باشد، زیرا علامت اعراب اسم منقوص در حالت نصب ظاهر می‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر

در سایر گزینه‌ها به‌ترتیب «معالی، الأغانی و أیدی» اسم منقوص هستند که به‌دلیل مضافٌ‌الیه بودن، مجرور با اعراب تقدیری می‌باشند.

-۳۷ *(سراسری ریاضی- ۹۰)*

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «قاضٍ» فاعل برای فعل «یحکم» و تقدیراً مرفوع است.

گزینه‌ی «۲»: «داعی» خبر و تقدیراً مرفوع است که به‌دلیل مضاف بودن، «ی» از آخر آن حذف نشده است.

گزینه‌ی «۴»: «راعٍ» مبتدای مؤخّر و تقدیراً مرفوع است.

-۳۸ *(سراسری تجربی- ۹۱)*

با توجه به این‌که جمله‌ی «وَهَبَها الله ...» برای اسم نکره‌ی «أخلاقاً» صفت است و آن‌را توصیف کرده، جمله‌ی وصفیه می‌باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «المؤمن» صفت مفرد است. / گزینه‌ی «۲»: «علمیّة» صفت مفرد است. در این گزینه آمدن «فَـ» مانع جمله‌ی وصفیه شدن «تغیّرت» شده است. / گزینه‌ی «۳»: «الإسلامیّة» صفت مفرد است.

-۳۹ *(حسین رضایی)*

«المُجدّینَ» صفت و منصوب به تبعیت از «شبابَ: اسم «إنّ» و منصوب»، «محبوبینَ» خبر «یکونون» و منصوب به اعراب فرعی «یاء» و اسم «یکونون» ضمیر بارز «واو» است.

۴۰- (اسماعیل یونس‌پور)

خبر «لا»ی نفی جنس بر اسمش مقدّم نمی‌شود و جمله‌ی صحیح بدین ترتیب است: «لا ضیفَ فی القاعة و لا مراسیمَ فیها.»

نکته‌ی مهم درسی

اسم و خبر «لا»ی نفی جنس همیشه نکره هستند و هرگز خبر «لا» بر اسمش مقدّم نمی‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «کنتم» از افعال ناقصه و اسمش ضمیر بارز «تُم» و محلاً مرفوع و «خیرَ» خبر آن و منصوب است.

گزینه‌ی «۳»: «أصْبَحْنا» از افعال ناقصه و اسمش ضمیر بارز «نا» و محلاً مرفوع و «متقدّمینَ» خبر آن و منصوب با اعراب فرعی «ی» است.

گزینه‌ی «۴»: «صارتْ» از افعال ناقصه و اسمش ضمیر مستتر «هی» و محلاً مرفوع و «صفراءَ» خبر «صارتْ» و منصوب است. («صفراء» غیرمنصرف است و تنوین نمی‌گیرد، هم‌چنین «الأرض» مؤنث معنوی است.)

۴۱- (محمدحسن فضلعلی)

هر چیزی در این جهان، مبین وجود خالق و آیه‌ای از آیات الهی محسوب می‌شود و خداوند در عالم هستی مشهود است. حدیث «**الحمد لله المتجلّی لخلقه بخلقه**: سپاس خدای را که با آفرینش موجودات برای آفریدگان تجلی کرد.» و بیت «به صحرا بنگرم صحرا تو بینم/ به دریا بنگرم دریا تو بینم»، بیانگر همین مفهوم هستند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۱، صفحه‌های ۸ و ۹)

۴۲- (مسلم بهمن‌آبادی)

با توجه به تعالیم اسلامی درمی‌یابیم که پناه بردن انبیای الهی به خداوند ناشی از (معلول) به‌معنای حقیقی کامل‌تر بودن آنان است و فقیر خوانده شدن تمامی مخلوقات در قرآن معلول این است که هستی موجودات به خداوند وابسته است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۱، صفحه‌ی ۷)

۴۳- (سراسری تجربی- ۹۲)

پیامبر (ص) فرمود: «لا تفکروا فی ذات الله ...» بنابراین تفکر در ذات خداوند ممنوع است. هم‌چنین دین اسلام ما را به تفکر در صفات خداوند تشویق کرده است. آیه‌ی شریفه‌ی «و من ایاته ان تقوم السّماء و الارض بامره ثم اذا دعاکم دعوة من الارض ...» به‌ترتیب ناظر بر توحید در ربوبیت (به دلیل اراده‌ی الهی در برپایی آسمان‌ها و زمین) و برپایی رستاخیز (به دلیل «دعوة من الارض ...») است. (اندیشه و تحقیق)

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۱ و ۲، صفحه‌های ۹، ۱۰، ۱۳ و ۱۷)

۴۴- (امین اسدیان‌پور)

پس از شناخت خداوند به‌عنوان تنها خالق و آفریننده‌ی جهان (توحید در خالقیت) و ... تنها تکیه‌گاه و پشتیبان جهان (توحید در ربوبیت) درمی‌یابیم که تنها وجود شایسته‌ی پرستش و اطاعت خداست. (توحید در عبادت)

هم‌چنین هادی به غایتِ معین بودن خداوند مبین توحید در ربوبیت و حق تصرف مربوط به توحید در ولایت است و تصور بر استقلال توانایی شفابخشی پیامبر اکرم (ص) عین شرک در ربوبیت است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۲ و ۳، صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۲۳)

۴۵- (مسلم بهمن آبادی)

چون خداوند خالق جهان است، مالک آن نیز می‌باشد و نیز به‌طور طبیعی، تدبیر و پرورش همه‌ی مخلوقات را نیز در اختیار دارد. بنابراین خالق بودن خداوند علت توحید در مالکیت (و لِلّه ما فی السماوات و ما فی الأرض) و ربوبیت (أم نحن الزّارعون) است. هم‌چنین از آن‌جا که خداوند مالک حقیقی جهان است بر آن ولایت دارد؛ بنابراین مالکیت خداوند نیز علت توحید در ولایت است. (و لا یُشرک فی حکمه احدا)

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۲، صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷)

۴۶- (محمدحسن فضلعلی)

عبارت شریفه‌ی «اتّخذوا احبارهم و رهبانهم اربابا من دون الله و المسیح ابن مریم» نشان‌دهنده‌ی گرفتن احبار و رهبان و مسیح به ربوبیت (پروردگاری) در کنار ربوبیت الهی است. در نتیجه کسانی که احبار و رهبان و مسیح را «ربّ» خود به شمار می‌آوردند، به علت اطاعت از آن‌ها، در واقع مبتلا به نوعی پرستش غیر خدا و شرک عملی (در عبادت) شده بودند. بنابراین خداوند در عبارت شریفه‌ی «و ما امروا الّا لیعبدوا الهاً واحداً» امر می‌کند که تنها خداوند یگانه را «معبود» خویش قرار دهند و آن‌ها را از این شرک عملی برحذر می‌دارد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌ی ۲۲)

۴۷- (مرتضی محسنی‌کبیر)

انسان به میزانی که در جهت الهی پیش می‌رود، امیال و غرایز خود مانند میل جنسی، میل به قدرت و ... را تنظیم و کنترل می‌نماید و گرایش‌های برتر مانند حقیقت‌طلبی، عدالت‌خواهی و ... در رفتار او ظهور بیش‌تری می‌یابد که آیه‌ی «و من یسلم وجهه ...» به آن اشاره دارد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌های ۲۲ و ۲۴)

۴۸- *(امین اسدیان‌پور)*

با توجه به مفهوم عبارت شریفه‌ی «انّ الله ربّی و ربّکم فاعبدوه»، این مفهوم حاصل می‌شود که توحید در عقیده و نظر، انسان را به توحید در عمل می‌رساند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

۴۹- *(محمدحسن فضلعلی)*

اخلاص در بندگی، همان حسن فاعلی مسیر کسب رضایت الهی و تقرب به درگاه خداوند محسوب می‌شود و به هر میزان که درجه‌ی اخلاص در انسان بیش‌تر باشد، مقامش نزد خداوند گرامی‌تر و درجه‌اش در بهشت بالاتر است. هم‌چنین آیه‌ی ۵۶ سوره‌ی ذاریات: «جن و انس را نیافریدم مگر برای این‌که مرا پرستش کنند»، عبادت و پرستش را غایت نهایی جن و انس در آفرینش بیان می‌دارد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه‌های ۳۰ و ۳۳)

۵۰- *(محمدحسن فضلعلی)*

با توجه به این آیه، حضرت یوسف (ع) به واسطه‌ی مخلص خدا بودن، لیاقت برخورداری از دستگیری خداوند را پیدا نمود که او را از ارتکاب به گناه و بدی بازداشت. در گزینه‌ی «۱»، عدم نفوذ شیطان، ثمره و نتیجه‌ی خلوص در بندگی به شمار می‌رود. در گزینه‌ی «۲»، بالاترین مرتبه‌ی اخلاص باید به اولین مرتبه تغییر یابد. هم‌چنین در گزینه‌ی «۳»، عبارت صحیح به صورت: «مصونیت و پیراستگی از ارتکاب گناه و زشتی، مولود بندگی توأم با اخلاص» است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه‌های ۳۱ و ۳۷)

۵۱- *(امین اسدیان‌پور- مسلم بهمن‌آبادی)*

وقتی حکمت، که همان دانش متین و محکم است، در اختیار انسان قرار گرفت، سبب می‌شود که فرد بتواند آگاهانه و درست تصمیم بگیرد این مطلب به یکی از ثمرات اخلاص در پرستش اشاره دارد. هم‌چنین تفکر و تعقل در آیات الهی که منجر به افزایش معرفت به خداوند می‌شود، مبیّن یکی از راه‌های برنامه‌ریزی برای اخلاص است. آیه‌ی شریفه‌ی «الم اعهد الیکم یا بنی‌ءادم ...» نیز ناظر بر مفهوم اخلاص در بندگی است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۴، صفحه‌های ۳۱، ۳۲، ۳۴، ۳۵ و ۳۷)

-۵۲ (محمدحسن فضلعلی)

بررسی هر یک از موارد:
الف) توحید در ربوبیت بدان معنا نیست که موجودات- به خصوص انسان- قدرت تدبیر و تاثیرگذاری ندارند بلکه به معنای رد استقلال مخلوقات در تدبیر امور است.
ب) خداوند گرایش به پرستش خود را در خلقت ما قرار داده است و فطری است. بنابراین به حکم فطرت، از ما می‌خواهد که از عبادت شیطان و هوای نفس دور شویم و به بندگی او درآییم. این مطلب مرتبط با پیام آیه‌ی شریفه‌ی «الم اعهد الیکم یا بنی آدم ان لا تعبدوا الشّیطان انّه لکم عدوٌّ مبینٌ و ان اعبدونی هذا صراط مستقیم» است. آیه‌ی «لو کنّا نسمع او نعقل ما کنّا فی اصحاب السّعیر» اشاره به سرنوشت کسانی دارد که راه ورود به حق را بر خود بسته‌اند و به جای پیروی از عقل، از هوی و هوس پیروی می‌کنند.
پ) پدیده‌های این جهان به حکم و اراده‌ی خداوند متعال است و همین که او به هستی و ایجاد موجودات حکم کند، بدون درنگ هست می‌شوند. این موضوع پیام آیه‌ی شریفه‌ی «هو الّذی یحیی و یمیت فاذا قضی امراً فانّما یقول له کن فیکون» را بیان می‌کند.
ت) این مطلب که در مرتبه‌ی وجود خدای متعال، موجودی نیست، اشاره به اصل توحید دارد. آیه‌ی «قل الله خالق کلّ شیءٍ» مبین توحید در خالقیت است و به اصل توحید اشاره‌ای ندارد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۲، ۴ و ۵، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۳۱، ۳۲، ۴۳ و ۴۹)

-۵۳ (سیداحسان هندی)

در آیه‌ی ۱۰۴ سوره‌ی انعام خداوند از شیوه‌ی راهنمایی خود با انسان سخن می‌گوید: خداوند رهنمودهای خود را به انسان اعلام می‌کند، این انسان است که باید انتخاب کند و چون انسان اختیار دارد، اگر انتخاب کرد و ضرر دید، این ضرر از خودش به او رسیده و اگر به انتخاب خوبی دست زد این خوبی هم از ناحیه‌ی خودش می‌باشد و عبارت «ما انا علیکم بحفیظٍ» هم بیانگر آن است که از انسان سلب اختیار نمی‌شود. این موضوع نقطه‌ی مقابل عقیده‌ی «جبری‌گری» است که فرصت را برای زورگویان و تجاوزگران به حقوق مردم فراهم می‌کند و آنان ثروت به چنگ آورده را موهبت الهی معرفی می‌کنند و مدعی می‌شوند که تقدیر الهی این را رقم زده که عده‌ای ثروتمند و عده‌ای فقیر باشند.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۴۲ و ۴۶)

۵۴- (مسلم بهمن آبادی)

ایمان به خداوند حکیم و نظام حکیمانه‌ی او، هم‌چنین این اطمینان را به انسان می‌بخشد که جهان دارای حافظ و نگهبانی است که اشتباه در کار او راه ندارد. کشتی جهان ناخدایی دارد که به علت علم و قدرت بی‌پایان آن ناخدا، به هیچ وجه احتمال غرق شدن و نابودی آن نمی‌رود و هیچ کسی جز او نیز نمی‌تواند آن را از نابودی نجات دهد که آیه‌ی شریفه‌ی ۴۱ سوره‌ی فاطر: «ان الله یمسک السّماوات و الارض ان تزولا و لئن زالتا ان امسکهما من احدٍ من بعده انّه کان حلیماً غفوراً»، مؤید همین مفهوم است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۴۲، ۴۷ و ۴۸)

۵۵- (مسلم بهمن آبادی)

حدیث مذکور بیانگر قضای الهی و ناشی از اراده‌ی خداوند بوده که عامل تحقق ویژگی‌ها و نقشه‌ی پدیده‌ها می‌باشد و فرو ریختن دیوار کج یک قانون و قضای الهی و ناشی از اراده‌ی خداوند می‌باشد.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۴ و ۵، صفحه‌های ۳۸، ۴۹ و ۵۰)

۵۶- (مرتضی محسنی‌کبیر)

«ظهور و بروز استعدادهای انسان» مربوط است به سنت امتحان یا ابتلاء و افزایش امکانات گناهکاران و آیه‌ی «و الّذین کذّبوا بآیاتنا سنستدرجهم من حیث لا یعلمون» هر دو به سنت استدراج اشاره دارد. (دومین مورد)

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۶، ۵۷، ۵۹، ۶۰ و ۶۱)

۵۷- (امین اسدیان‌پور)

به‌ترتیب حدیث «انّما المؤمن بمنزلة کفّة المیزان ...» بیانگر سنت امتحان و ابتلاء، حدیث «من یموت بالذّنوب اکثر مِمَّن ...» ناظر بر سنت تأثیر نیکی یا بدی در سرنوشت و آیه‌ی شریفه‌ی «احسب النّاس ان یترکوا ...» ناظر بر سنت امتحان و ابتلاء است. *(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۶، ۵۹ و ۶۱)*

-۵۸ (سراسری تجربی- ۹۲)

آن‌گاه که گفته شود خداوند اسباب و شرایط را چنان فراهم می‌سازد که دست‌یابی به مقصد برای انسان آسان‌تر شود، سنت توفیق الهی تحقق یافته است که آیه‌ی شریفه‌ی «و لو انّ اهل القری ءامنوا و اتّقوا لفتحنا علیهم برکات من السّماء و الارض» ناظر بر این معناست.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۶، صفحه‌های ۵۷ و ۶۰)

-۵۹ (امین اسدیان‌پور)

در راستای بیان صحیح این مثال، (مثال نگارش قلم) ترتیب صحیح و منطقی عبارت است از: نگارش قلم، معلول حرکت دست ← حرکت دست، معلول سیستم عصبی ← سیستم عصبی، معلول اراده ← اراده، معلول نفس و روح است.

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

-۶۰ (عسکر امیرکلائی‌اندی)

بنابر آیه‌ی ۲۶ سوره‌ی اعراف، خداوند پوشش را برای دو هدف قرار داده است: الف: انسان را از ناپسندی‌ها حفظ کند و مایه‌ی عفاف باشد. ب: موجب آراستگی شود.

هم‌چنین خداوند در این آیه به آراستگی ظاهری و باطنی انسان اشاره کرده است و تقوا را آراستگی درون انسان می‌داند که بر آراستگی ظاهر، تقدم دارد و اگر انسان لباس تقوا را بر خود بپوشاند، خواهد توانست پوشش و لباس ظاهری را مراعات کند و حفظ نماید.

(دین و زندگی ۲، درس ۱۲، صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

-۶۱ (علیرضا یوسف‌زاده)

ترجمه‌ی جمله: «دانشجویانی که مجوز کار دریافت کرده‌اند، می‌توانند حداکثر ۱۲ ساعت در هفته خارج از محوطه‌ی دانشگاه کار کنند.»

نکته‌ی مهم درسی

در صورتی‌که جمله‌ی پیرو وصفی در حالت مجهول قرار گیرد، می‌توان ضمیر موصولی و فعل "to be" را حذف نمود.

Those students <u>who are given</u> job permission …
given

ترجمه‌ی جمله: «در آن اتاق نور کافی هست. بیایید آن‌جا عکس بگیریم.»
این گزینه درست است، چون‌که "light" اسم است و بعد از "enough" به‌کار می‌رود.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: واژه‌ی "light" در دو نقش اسم و صفت به‌کار می‌رود، ولی در این تست در نقش اسم، به معنی «نور»، به‌کار رفته است و روشن است که اسم در ساختار so… that باید همراه "much, many" به‌کار رود و بنابراین جمله با "light" در نقش اسم به‌ترتیب زیر درست می باشد:

There is so much light in that room.

و از طرفی وجود "that" در جمله نکته‌ی انحرافی است که توجه دانش‌آموزان را بیش‌تر به طرف ساختار «… that + قید / صفت + so» هدایت می‌کند که گزینه‌ی نادرست می‌باشد.

گزینه‌ی «۲»: "too" همراه صفت یا قید به‌کار می‌رود، ولی اگر همراه اسم به‌کار رود، باید "much , many" نیز قبل از اسم به‌کار رود و از طرفی جمله‌ی دوم که جمله‌ی نتیجه محسوب می‌شود، هیچ مفهوم منفی‌ای را بیان نمی‌کند. بنابراین "too" به هیچ وجه نمی‌تواند درست باشد.

گزینه‌ی «۳»: نادرست است، زیرا "light" اگر صفت باشد قبل از"enough" به‌کار می‌رود، امّا در این‌جا صفت نیست.

-۶۳ *(سراسری ریاضی- ۹۱، با تغییر)*

ترجمه‌ی جمله: «او از زمانی‌که هفته‌ی گذشته به این‌جا رسید، دوستان قدیمی‌اش را ندیده است.»

نکات مهم درسی

"since" به‌معنی «از زمانی‌که، چون‌که» ربط‌دهنده‌ی زمان و دلیل است.
"when" به‌معنی «وقتی‌که» ربط‌دهنده‌ی زمان می‌باشد. "because" به‌معنی «زیرا» ربط‌دهنده‌ی دلیل است. "as" به‌معنی «هنگامی‌که، از آن‌جا که» ربط‌دهنده‌ی زمان و دلیل است.

با توجه به ساختار «گذشته‌ی ساده + since + ماضی نقلی» و هم‌چنین اشاره‌ی "since" به مبدأ زمان، گزینه‌ی «۱» صحیح است.

-۶۴ *(محمدحسین آشنا)*

ترجمه‌ی جمله: «وقتی حضار به برافروختگی من به دلیل دادن جواب غلط خندیدند، تقریباً از خجالت مُردَم.»

۱) نگرانی- اعتماد به نفس
۲) خجالت- برافروختگی
۳) نگرانی- تمرکز
۴) آسیب- حالت، خلق و خو

-۶۵ *(شهراد محبوبی)*

ترجمه‌ی جمله: «مزارع عمدتاً در بازه‌ی ۱۰ تا ۴۰ هکتار بودند، گرچه قطعه‌های بزرگ‌تر نیز وجود داشت.»

۱) به‌طور محکم و استوار
۲) مستقیماً، به‌طور مستقیم
۳) عمدتاً، بیش‌تر
۴) مخصوصاً، به‌طور ویژه

-۶۶ *(سراسری ریاضی- ۹۲)*

ترجمه‌ی جمله: «ما نیاز داریم که تغییراتی را در ساز و کارِ جمع‌آوری مالیات‌ها ایجاد کنیم.»

۱) عمل ۲) درگیری

۳) ساز و کار ۴) گفته، بیان

اگر پیش‌بینی‌های تغییر اقلیمی دقیق باشند، ما هنوز چیزی ندیده‌ایم. گرمای جهانی تازه آغاز شده است. در مکان‌هایی مانند شمال شرق برزیل، تا به حال دماها تنها یک درجه‌ی سانتی‌گراد افزایش یافته است. آن‌ها ممکن است در سال‌های پیش رو، تا سه یا چهار درجه‌ی سانتی‌گراد افزایش یابند، اما هوا هم‌اکنون خیلی گرم‌تر از سابق است و به مدت زمان بیش‌تری گرم‌تر می‌ماند. خشکسالی‌ها هم‌اکنون بسیاری از کشاورزان جوان را مجبور به ترک منطقه و جست‌وجو برای کار در جنوب کرده است.

-۶۷ *(حبیب‌الله سعادت)*

۱) اضافه، ملحقات ۲) پیش‌بینی

۳) اختراع ۴) رقابت

-۶۸ *(حبیب‌الله سعادت)*

۱) دما، درجه‌ی حرارت ۲) بخش، اداره

۳) آزمایش ۴) موقعیت

-۶۹ (حبیب‌الله سعادت)

بعد از فعل "make"، فعل دوم به‌صورت مصدر بدون "to" به‌کار می‌رود.

بعد از افعال "allow , force , encourage"، فعل دوم به‌صورت مصدر به‌کار می‌رود.

-۷۰ (حبیب‌الله سعادت)

۱) تضاد ۲) سطح

۳) عمل، اقدام ۴) ناحیه، منطقه

علاوه بر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، انسان‌ها جذب دی‌اکسیدکربن جو توسط سیاره(ی زمین) را از طریق قطع کردن درخت‌ها کاهش می‌دهند. ما هم‌چنین متان را از طریق پرورش گاوها و دیگر حیوانات مزرعه مانند غازها، بوقلمون‌ها، خوک‌ها، جوجه‌ها و گوسفندان به جو می‌افزاییم. فعالیت انسانی بخار آب را به جو، از طریق تبخیر افزایش یافته توسط ایجاد دریاچه‌های مصنوعی و غیره، می‌افزاید. این فعالیت‌ها به گرمای جهانی کمک می‌کند. اگر چه گرمای جهانی یک خطر جهانی است، شواهدی وجود دارد که گرمای جهانی، با یا بدون انسان‌هایی که انتشار گاز گلخانه‌ای را ایجاد می‌کنند، رخ خواهد داد. این (اتفاق) به آن دلیل است که عوامل طبیعی‌ای وجود دارد که ما انسان‌ها بر آن‌ها هیچ کنترلی نداریم. این (علت)ها شامل (این موارد) می‌شود: لکه‌های خورشیدی در حال انفجارند(که) بنابراین گرما را افزایش می‌دهند، انفجارهای بزرگ در آتشفشان‌های اصلی روی زمین که گازها را افزایش می‌دهند، مداری که زمین در آن حرکت می‌کند تغییر یافته است، شهاب‌ها هنگامی‌که با زمین برخورد کردند، باعث انفجارهایی شدند و غیره. این‌ها به نوبه‌ی خود باعث افزایش دما خواهند شد و دما را بر سطوح بالایی زمین افزایش می‌دهند.

-۷۱ *(شهاب اناری)*

ترجمه‌ی جمله: «ایده‌ی اصلی پاراگراف اول این است که فعالیت‌های انسانی به گرم‌تر شدن زمین کمک می‌کند.»

-۷۲ *(شهاب اناری)*

ترجمه‌ی جمله: «ما می‌توانیم از متن بفهمیم که ما می‌توانیم با گرمای جهانی مقابله کنیم و آن را کند نماییم.»

-۷۳ *(شهاب اناری)*

ترجمه‌ی جمله: «کلمه‌ی "these" در جمله‌ی آخر به تولید گازهای گلخانه‌ای اشاره نمی‌کند.»

-۷۴ *(شهاب اناری)*

ترجمه‌ی جمله: «از متن برداشت می‌شود که بخار آب یک گاز گلخانه‌ای است.»

شما می‌دانید قلبتان چه‌قدر مهم است، بنابراین جای تعجب نیست مردم نگران می‌شوند وقتی که می‌شنوند کسی مشکلات قلبی دارد. بیماری قلبی عمدتاً بر افراد مسن‌تر اثر می‌گذارد و به این معناست که قلب و رگ‌های خونی مشکلاتی دارند. بیش از ۶۰ میلیون آمریکایی شکلی از آن (بیماری قلبی) را دارند. این بیماری گستره‌ای از مشکلات را شامل می‌شود که دربردارنده‌ی فشارخون بالا، سفت شدن سرخرگ‌ها، درد سینه، حمله‌های قلبی و سکته‌های مغزی می‌باشد.

قلب مرکز سیستم قلب و عروق است. از طریق رگ‌های خونی بدن، قلب خون را به تمام سلول‌های بدن پمپاژ می‌کند. خون حامل اکسیژنی است که سلول‌ها نیاز دارند. بیماری قلبی گروهی از مشکلات است که، وقتی قلب و رگ‌های خونی به طریقی که باید کار کنند، کار نمی‌کنند، رخ می‌دهد.

بیماری قلبی مسری نیست- شما نمی‌توانید همان‌طور که سرما می‌خورید یا آنفلانزا می‌گیرید، به آن مبتلا شوید. در عوض، چیزهای مشخصی شانس ابتلای یک فرد به بیماری قلبی را افزایش می‌دهد. دکترها به این چیزها عوامل خطر می‌گویند. شخص نمی‌تواند درباره‌ی برخی از این عوامل خطر کاری انجام دهد، مانند پیرتر شدن و داشتن افرادی دیگر در خانواده که مشکلات مشابهی را داشته‌اند. اما افراد بر برخی از عوامل خطر کنترل دارند- سیگار کشیدن، فشار خون بالا داشتن، اضافه وزن داشتن و ورزش نکردن می‌توانند خطر ابتلا به بیماری قلبی را افزایش دهند.

۷۵- *(رضا کیاسالار)*

ترجمه‌ی جمله: «متن به همه‌ی سؤالات زیر به‌جز (سؤال) «چگونه بیماری قلبی معالجه می‌شود؟» پاسخ می‌دهد.»

۷۶- *(رضا کیاسالار)*

ترجمه‌ی جمله: «برای کدام‌یک از کلمات زیر نویسنده تعریفی ارائه می‌دهد؟»

«مسری»

۷۷- *(رضا کیاسالار)*

ترجمه‌ی جمله: «کدام‌یک از جملات زیر، طبق متن، صحیح نیست؟»

«ورزش کردن می‌تواند خطر ابتلا به بیماری قلبی را افزایش دهد.»

-۷۸ *(رضا کیاسالار)*

ترجمه‌ی جمله: «اگر سیستم قلب و عروق درست کار نکند، سلول‌ها نمی‌توانند اکسیژن کافی به‌دست آورند.»

-۷۹ *(محمد رفیلیان)*

ترجمه‌ی جمله: «اگر می‌خواهید از روال باز کردن یک حساب بانکی مطلع شوید، می‌توانید در اینترنت آن را جست‌وجو کنید.»

۱) روال، مراحل کار ۲) آمادگی

۳) رسایی، بلندی ۴) محصول، تولید

-۸۰ *(سراسری انسانی- ۹۲)*

ترجمه‌ی جمله: «ساختمان اداره‌ی جدید واقعاً نسبت به ساختمان‌های قدیمی‌تر اطراف آن برجسته است.»

۱) برجسته بودن، بیرون زدن (همراه با out)

۲) شایع شدن (همراه با out)

۳) بیرون آوردن (همراه با out)

۴) بیرون آوردن (همراه با out)

-۸۱ (فرهاد حامی)

$a^{۳}$ گویا $\Rightarrow (a^{۳})^{۲} = a^{۶}$ گویا $\Rightarrow a^{۶} + ۱$ گویا $\neq ۰$

$b^{۴}$ گنگ $\Rightarrow b$ گنگ

$$\Rightarrow \frac{a^{۶}+۱}{b} : \frac{\text{گویا (مخالف صفر)}}{\text{گنگ}} = \text{گنگ}$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱ تا ۸)

-۸۲ (کاظم اجلالی)

شعاع بازه‌ی متقارن (a,b) برابر $\frac{b-a}{۲}$ است، پس داریم:

$$\text{شعاع بازه} = \frac{۲-۲m-m+۱}{۲} = ۳ \Rightarrow -۳m+۳ = ۶ \Rightarrow m = -۱$$

مرکز بازه‌ی متقارن (a,b) برابر $\frac{a+b}{۲}$ است، پس داریم:

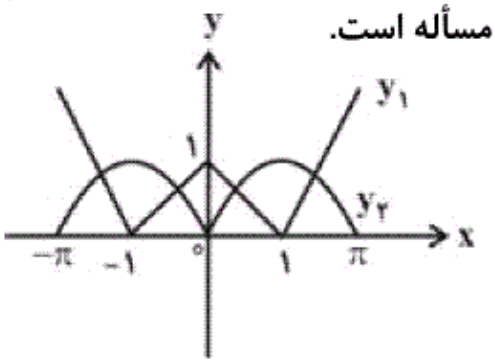
$$\text{مرکز بازه} = \frac{m-۲+۳m+۲}{۲} = \frac{۴m}{۲} = ۲m \xrightarrow{m=-۱} -۲$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

-۸۳ (همایون شریک)

$$\begin{cases} y_۱ = ||x|-۱| \\ y_۲ = |\sin x| \end{cases}$$

محل برخورد نمودارهای $y_۱$ و $y_۲$ جواب‌های مسأله است.

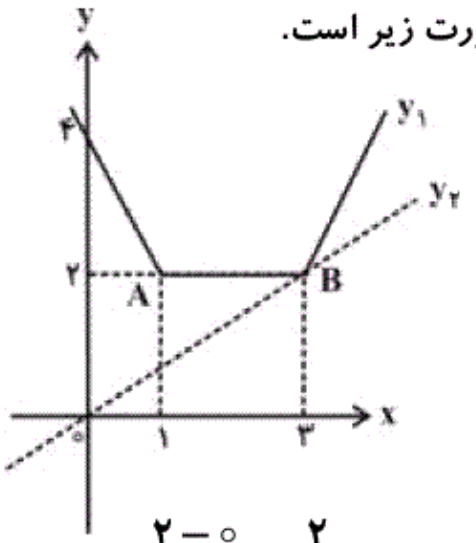


بنابراین معادله چهار جواب دارد.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۸۴- (محمدرضا شوکتی بیرق)

نمودار تابع $y_1 = |x-1| + |x-3|$ به صورت زیر است.



برای این که خط $y_2 = mx$ (که از مبدأ می‌گذرد) نمودار y_1 را در دو نقطه قطع کند، باید شیب y_2 از OB بیش‌تر و از شیب نیم‌خط سمت راست نمودار y_1 کم‌تر باشد.

$$m_{OB} = \frac{۲-۰}{۳-۰} = \frac{۲}{۳} \qquad (۱)$$

$$\text{شیب نیم‌خط سمت راست } y_1 = ۲ \qquad (۲)$$

$$(۲),(۱) \Rightarrow \frac{۲}{۳} < m < ۲ \xrightarrow{m \in N} m = ۱$$

یک مقدار طبیعی برای m وجود دارد.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

$$n > ۳۱ \Rightarrow n \geq ۳۲ \Rightarrow ۲n \geq ۶۴ \Rightarrow ۰ < \frac{۱}{۲n} \leq \frac{۱}{۶۴}$$

$$\Rightarrow ۰ > \frac{-۱}{۲n} \geq \frac{-۱}{۶۴} \Rightarrow \frac{۱}{۴} > \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲n} \geq \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۶۴} \Rightarrow \frac{۱۵}{۶۴} \leq a_n < \frac{۱}{۴}$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۸۶- (محمودرضا اسلامی)

$$a_n = [\frac{-۴n^۲ - ۲n - ۲ + ۲n + ۹}{۲n^۲ + n + ۱}] = [-۲ + \frac{۲n + ۹}{۲n^۲ + n + ۱}]$$

$$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} a_n = [-۲ + ۰^+] = [(-۲)^+] = -۲$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

-۸۷ *(کاظم اجلالی)*

برای این که دنباله‌ی $\{x^n\}$ کران‌دار باشد باید داشته باشیم $-۱ \le x \le ۱$. بنابراین می‌توان نوشت:

$$-۱ \le \frac{a}{۲} - ۳ \le ۱ \Rightarrow ۲ \le \frac{a}{۲} \le ۴ \Rightarrow ۴ \le a \le ۸$$

بنابراین به ازای مقادیر $a \in \{۴,۵,۶,۷,۸\}$ دنباله کران‌دار است

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ و ۴۱ تا ۴۴)

-۸۸ *(حبیب شفیعی)*

راه حل اول: سعی می‌کنیم عبارت را به صورت $(۱+\frac{۱}{u})^u$ تبدیل کنیم و از $\lim\limits_{u\to+\infty}(۱+\frac{۱}{u})^u = e$ استفاده کنیم.

$$\lim_{n\to\infty}(۱+\frac{۳\mathrm{Ln}۲}{n})^n = \lim_{n\to\infty}(۱+\frac{۱}{\frac{n}{\mathrm{Ln}۸}})^n$$

$$= \lim_{n\to\infty}((۱+\frac{۱}{\frac{n}{\mathrm{Ln}۸}})^{\frac{n}{\mathrm{Ln}۸}})^{\mathrm{Ln}۸} = e^{\mathrm{Ln}۸} = ۸$$

راه حل دوم: اگر $\lim\limits_{n\to\infty} a_n^{b_n}$ به صورت مبهم ۱^∞ در آید، آنگاه حاصل حد در صورت وجود برابر است با: $\lim\limits_{n\to\infty} e^{(a_n-۱)b_n}$.

$$\lim_{n\to\infty} e^{(۱+\frac{۳\mathrm{Ln}۲}{n}-۱)n} = e^{۳\mathrm{Ln}۲} = e^{\mathrm{Ln}۸} = ۸$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

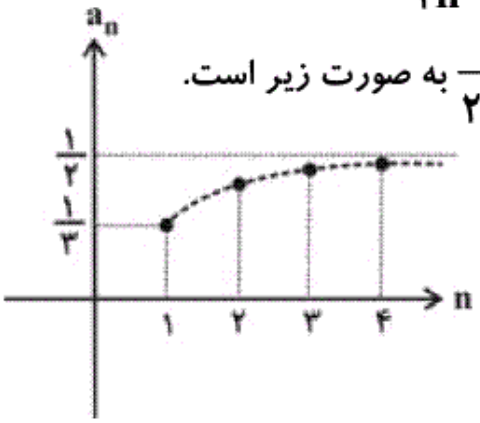
۸۹- *(محمودرضا اسلامی)*

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{2n+1}=\frac{1}{2}$$

$$f(x)=\frac{x}{2x+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{(2x+1)^2}$$

چون ریشه‌ی مخرج تابع f کوچک‌تر از ۱ است، از طرفی همواره به ازای $x\geq 1$ داریم $f'(x)>0$ پس دنباله‌ی $\{\frac{n}{2n+1}\}$ صعودی اکید است.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت شکل نمودار $\frac{n}{2n+1}$ به صورت زیر است.



برای رسم دنباله‌ی a_n کافی است جملات فرد را در یک منفی ضرب می‌کنیم:

۹۰- *(محمودرضا اسلامی)*

با نوشتن چند جمله از دنباله، مشخص است که دنباله نزولی و واگراست.

$$a_{n+1}=\frac{4a_n+1}{3}=\frac{4}{3}a_n+\frac{1}{3}$$

$$\{a_n\}=-2,\frac{-7}{3},\frac{-25}{9},\frac{-91}{27},\cdots$$

توجه: در صورتی که اشتباهاً دنباله را همگرا به عددی مانند L فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\lim_{n\to\infty}a_n=L\Rightarrow 3L-4L=1\Rightarrow L=-1$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۲۷ تا ۴۱ و ۵۰)

۹۱– *(حبیب شفیعی)*

برای این که دنباله‌ی a_n از بالا بی‌کران باشد باید $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$ شود.
گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی «۱»: $n - ۳[\frac{n}{۳}] = ۳(\frac{n}{۳} - [\frac{n}{۳}])$ با توجه به آن که $۰ \le u - [u] < ۱$ پس دنباله از بالا و پایین کران‌دار است.

گزینه‌ی «۲»: $۰ \le (\sqrt{۵} - \sqrt{۳}) < ۱ \Rightarrow \lim_{n\to\infty} (\sqrt{۵} - \sqrt{۳})^n = ۰$
دنباله همگرا است، پس از بالا و پایین کران‌دار است.

گزینه‌ی «۳»: $\sin \frac{n\pi}{۲}$ همواره یکی از مقادیر ۱، ۱- یا صفر است پس دنباله‌ی $n \sin \frac{n\pi}{۲}$ می‌تواند به سمت $+\infty$ و $-\infty$ میل کند یعنی دنباله از بالا و پایین بی‌کران است.

گزینه‌ی «۴»: $\lim_{n\to\infty} n\cos\frac{(-۱)^n}{n} = \lim_{n\to\infty} n\cos\frac{۱}{n} = +\infty \times \cos ۰ = +\infty$
پس دنباله از بالا بی‌کران و از پایین کران‌دار است.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ و ۴۱ تا ۴۴)

۹۲– *(سراسری ریاضی – ۸۷)*

با توجه به این که $۲n - ۱$ یک عدد فرد است بنابراین $(-۱)^{۲n-۱} = -۱$ است پس می‌توان نوشت:

$$\left\{n^{(-۱)^{۲n-۱}}\right\} = \left\{n^{(-۱)}\right\} = \left\{\frac{۱}{n}\right\}$$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{۱}{n} = ۰$ بنابراین، این دنباله همگراست.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۲۷ تا ۴۱)

۹۳– *(کوروش شاه‌منصوریان)*

۹۴- *(کاظم اجلالی)*

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = (-1)^+ , \lim_{x\to(-1)^-} f(x) = 1^-$$

$$\lim_{x\to 1^+} (fof)(x) = \lim_{f(x)\to(-1)^+} f(f(x)) = \lim_{x\to(-1)^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x\to(-1)^-} (fof)(x) = \lim_{f(x)\to 1^-} f(f(x)) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = 1$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to 1^+} (fof)(x) - \lim_{x\to(-1)^-} (fof)(x) = -1-1 = -2$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۹۵- *(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۳)*

دامنه‌ی تابع داده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

از آنجایی که $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = 0$، پس باید دنباله‌ای را در نظر بگیریم که یا با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ همگرا باشد یا با مقادیر بیشتر از (-1) به (-1) همگرا باشد، با توجه به گزینه‌ها سه گزینه‌ی «۱»، «۲» و «۳»، همگرا به یک و گزینه‌ی «۴» همگرا به $\frac{1}{2}$ است، در گزینه‌ی «۱» داریم:

$$a_n = \frac{n^2-1}{n^2+1} = \frac{n^2+1-2}{n^2+1} = 1 - \frac{2}{n^2+1}$$

در این دنباله همواره $a_n < 1$ و با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ همگرا می‌شود.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۰ و ۷۹ و ۸۰)

۹۶- (حبیب شفیعی)

برای آن که $x \to -۸$ کافی است $(x+۵) \to -۳$. بنابراین:

$$\lim_{x\to -۳} f(x) = \lim_{x\to -۸} f(x+۵) = \lim_{x\to -۸} \frac{\sqrt{۱-x}-۳}{\sqrt[۳]{x}+۲} = \frac{۰}{۰} \text{ مبهم :}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -۸} \left(\frac{\sqrt{۱-x}-۳}{\sqrt[۳]{x}+۲} \times \frac{\sqrt{۱-x}+۳}{\sqrt{۱-x}+۳} \times \frac{(\sqrt[۳]{x})^۲ - ۲\sqrt[۳]{x}+۴}{(\sqrt[۳]{x})^۲ - ۲\sqrt[۳]{x}+۴}\right)$$

$$= \lim_{x\to -۸} \frac{(۱-x-۹)\times(۴+۴+۴)}{(x+۸)(۳+۳)}$$

$$= \lim_{x\to -۸} \left(\frac{-x-۸}{x+۸}\right) \times \frac{۱۲}{۶} = -۱ \times ۲ = -۲$$

راه حل دوم: (استفاده از هوپیتال)

$$\lim_{x\to -۸} \frac{\sqrt{۱-x}-۳}{\sqrt[۳]{x}+۲} \overset{hop}{=\!=} \lim_{x\to -۸} \frac{\frac{-۱}{۲\sqrt{۱-x}}}{\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}} = \frac{\frac{-۱}{۲\times ۳}}{\frac{۱}{۳\times ۴}} = \frac{-۱۲}{۶} = -۲$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۹۷- (کاظم اجلالی)

طبق قضیه‌ی فشردگی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to ۲} ۲\sin^۲\left(\frac{\pi x}{۴}\right) = ۲ \\ \lim\limits_{x\to ۲} ۲ + ۶(x-۲)^۲ = ۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to ۲} \frac{x^۲}{۳f(x)-۱} = ۲$$

۹۸– *(سراسری ریاضی – ۸۵)*

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{2-\sqrt{4-x^2}}=\frac{0}{0}:\text{مبهم}$$

ابتدا صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\cos x-\cos 3x)\times(2+\sqrt{4-x^2})}{4-(4-x^2)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{x^2}\times(2+\sqrt{4-x^2})$$

در صورت با استفاده از اتحاد مثلثاتی داریم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin\frac{x+3x}{2}\sin\frac{x-3x}{2}}{x^2}\times 4=\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin 2x\sin(-x)}{x^2}\times 4$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-2(2x)(-x)}{x^2}\times 4=16$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۹۹– (محمدرضا شوکتی بیرق)

$$\begin{cases} f(\frac{\pi}{۴}) = ۱+۱ = ۲ \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۴})^+} f(x) = [\sqrt{۲}\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^+] + [\sqrt{۲}\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^-] = [۱^+] + [۱^-] = ۱+۰ = ۱ \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۴})^-} f(x) = [\sqrt{۲}\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^-] + [\sqrt{۲}\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^+] = [۱^-] + [۱^+] = ۰+۱ = ۱ \end{cases}$$

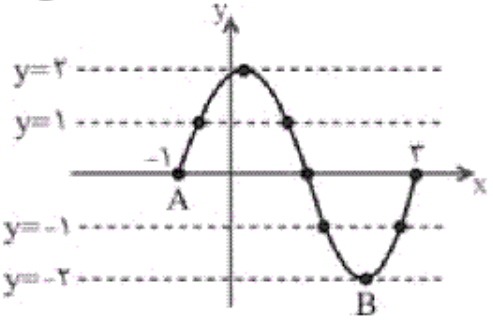
$$\Rightarrow \lim_{x\to(\frac{\pi}{۴})^+} f(x) = \lim_{x\to(\frac{\pi}{۴})^-} f(x) \neq f(\frac{\pi}{۴})$$

پس تابع f در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{۴}$ حد دارد ولی پیوسته نیست.

(دیفرانسیل- صفحه‌ی ۸۹)

۱۰۰– (آزاد ریاضی صبح – ۸۶)

نکته: اگر g تابعی پیوسته باشد، تابع $f(x) = [g(x)]$ در نقاطی که مقدار g صحیح شود و تابع می‌نیمم نداشته باشد، ناپیوسته است.



نمودار روبه‌رو را در نظر بگیرید، از ۹ نقطه‌ی تلاقی، تابع در دو نقطه‌ی A و B پیوسته خواهد بود، زیرا در A پیوستگی راست خواهد داشت، هم‌چنین در B تابع f می‌نیمم دارد، پس تابع در ۷ نقطه در این بازه ناپیوسته است.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۸۷ تا ۱۰۰)

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1^4 + 1^2 = 2,\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = 1+1 = 2$$

$$f(1) = 1+1 = 2$$

تابع f در $x = 1$ پیوسته است.

$$\lim_{x\to(-1)^-} f(x) = -1+1 = 0\ ,\ \lim_{x\to(-1)^+} f(x) = (-1)^4 + (-1)^4 = 2$$

$$f(-1) = -1+1 = 0$$

تابع f در $x = -1$ ناپیوسته است.

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = 0^4 + 0^2 = 0$$

$$f(0) = 0+1 = 1$$

تابع f در $x = 0$ ناپیوسته است.

بنابراین تابع در دو نقطه ناپیوسته است.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۸۹ و ۹۹ و ۱۰۰)

۱۰۲-

(کاظم اجلالی)

باید داشته باشیم: $f(1).f(\frac{1}{3}) \le 0$ پس می‌توان نوشت:

$$(27(\frac{1}{3})^3 + 3(\frac{1}{3}) + 2m)(27 + 3 + 2m) \le 0$$

$$\Rightarrow (2+2m)(30+2m) \le 0 \Rightarrow -15 \le m \le -1$$

بنابراین ۱۵ عدد صحیح m وجود دارد. (دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۰۳-

(محمدرضا شوکتی بیرق)

با توجه به نمودار داده شده، ضابطه‌ی تابع f در همسایگی راست نقطه‌ی $x = 1$ برابر $x - 1$ و در همسایگی چپ آن برابر $x + 1$ می‌باشد. پس:

$$\lim_{x\to 1^+} g(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1-x}{x-1} = -1$$

$$\lim_{x\to 1^-} g(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty$$

بنابراین گزینه‌ی «۱» درست خواهد بود.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷ و ۱۰۴ تا ۱۰۷)

۱۰۴- (سراسری ریاضی-۸۴)

$$\lim_{x\to ۱^+} gof(x) = \lim_{x\to ۱^+} ۲^{\frac{۲x+۵}{(x-۳)(x-۱)}} = ۲^{(\frac{۷}{-۰})} = ۲^{-\infty} = \frac{۱}{۲^{+\infty}} = ۰$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

۱۰۵- (آزاد ریاضی صبح- ۸۷)

$$x - \sqrt{x} = ۰ \Rightarrow x = \sqrt{x} \Rightarrow x = ۰,۱$$

چون این دو مقدار ریشه‌ی صورت نیستند پس مجانب قائم هستند.

فرض می‌کنیم $y = mx + h$ مجانب مایل تابع باشد، داریم:

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x^۲+۱}{x-\sqrt{x}}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^۲+۱}{x^۲ - x\sqrt{x}} = ۱$$

$$h = \lim_{x\to+\infty} (\frac{x^۲+۱}{x-\sqrt{x}} - x) = \lim_{x\to+\infty} (\frac{x^۲+۱-x^۲+x\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}})$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x} = +\infty$$

بنابراین نمودار، مجانب مایل ندارد.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۰ و ۱۱۴ تا ۱۱۹)

-۱۰۶ (هادی پلاور)

اگر $n > ۳$، الزاماً $m > ۳$ و $m = n$ خواهد بود و داریم:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^m}{px^n} = ۳ \xrightarrow{m=n} \frac{۱}{p} = ۳ \Rightarrow p = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow m + p - n = (m - n) + p = ۰ + \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

اگر $n = ۳$، دو حالت $m = ۳$ و $m < ۳$ را بررسی می‌کنیم:

$$n = ۳, m = ۳ \Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{۲x^۳}{(p+۳)x^۳} = ۳ \Rightarrow \frac{۲}{p+۳} = ۳$$

$$\Rightarrow p + ۳ = \frac{۲}{۳} \Rightarrow p = -\frac{۷}{۳} \Rightarrow m + p - n = ۳ - \frac{۷}{۳} - ۳ = -\frac{۷}{۳}$$

$$n = ۳, m < ۳ \Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{x^۳}{(p+m)x^۳} = ۳ \Rightarrow \frac{۱}{p+m} = ۳$$

$$\Rightarrow p + m = \frac{۱}{۳} \Rightarrow m + p - n = \frac{۱}{۳} - ۳ = -\frac{۸}{۳}$$

توجه کنید حالت $n = ۳$ و $m > ۳$ امکان‌پذیر نیست.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۱۰۷- (حبیب شفیعی)

$$\sqrt{x^{۲}-۱}=۰ \Rightarrow x=\pm ۱$$

$$\lim_{x\to -۱} f(x)=-۲+\frac{-۲}{۰^{+}}=-\infty \Rightarrow x=-۱ \text{ مجانب قائم}$$

$$\lim_{x\to ۱} f(x)=\lim_{x\to ۱} ۲x+\frac{(\sqrt{x-۱})^{۲}}{\sqrt{x-۱}\sqrt{x+۱}}$$

$$=\lim_{x\to ۱} ۲x+\frac{\sqrt{x-۱}}{\sqrt{x+۱}}=۲+۰=۲ \text{ . تابع در } x=۱ \text{ مجانب قائم ندارد}$$

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x-۱}{\sqrt{x^{۲}-۱}}=\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x}{|x|}$$

$$=\begin{cases} ۱ \quad , \quad x\to +\infty \Rightarrow y=۲x+۱ & \text{مجانب مایل} \\ -۱ \quad , \quad x\to -\infty \Rightarrow y=۲x-۱ & \text{مجانب مایل} \end{cases}$$

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۰ و ۱۱۴ تا ۱۱۹)

۱۰۸- (محمدطاهر شعاعی)

$$y=\frac{x-\sqrt{x^{۲}+۲x}}{x+\sqrt{x^{۲}+۲x}}\times\frac{x-\sqrt{x^{۲}+۲x}}{x-\sqrt{x^{۲}+۲x}}=\frac{(x-\sqrt{x^{۲}+۲x})^{۲}}{x^{۲}-x^{۲}-۲x}$$

$$=\frac{۲x^{۲}+۲x-۲x\sqrt{x^{۲}+۲x}}{-۲x} \Rightarrow y=\sqrt{x^{۲}+۲x}-x-۱$$

$$y=\sqrt{x^{۲}(۱+\frac{۲}{x})}-x-۱=|x|\sqrt{۱+\frac{۲}{x}}-x-۱$$

۱۰۹– *(امیرحسین افشار)*

$y_۱ = [x]$ در بازه‌ی $(۰,۱)$ پیوسته است.

$y_۲ = [۲x]$ در بازه‌ی $(۰,۱)$ فقط در $x = \frac{۱}{۲}$ ناپیوسته است.

$y_۳ = [۳x]$ در بازه‌ی $(۰,۱)$ فقط در $x = \frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۳}$ ناپیوسته است.

چون نقاط ناپیوستگی غیرمشترک می‌باشند. بنابراین با توجه به مسئله‌ی ۱۰ صفحه‌ی ۹۹ کتاب درسی، f در ۳ نقطه ناپیوسته است.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۹)

۱۱۰– *(حبیب شفیعی)*

ابتدا ضابطه‌ی $f^{-۱}$ را تشکیل می‌دهیم. توجه داشته باشید که $D_{f^{-۱}} = R_f$

$$f^{-۱}(x) = \begin{cases} x-۱ & , \quad ۲ \le x < ۳ \\ \frac{x+۳}{۲} & , \quad ۳ \le x \le ۵ \end{cases}$$

حال شرط پیوستگی را در $x = ۳$ برای $f^{-۱}$ بررسی می‌کنیم.

$$\lim_{x \to ۳^-} f^{-۱}(x) = ۳-۱ = ۲$$

$$\lim_{x \to ۳^+} f^{-۱}(x) = \frac{۳+۳}{۲} = ۳ \Rightarrow f^{-۱} \text{ در } x = ۳ \text{ ناپیوسته است}$$

پس $f^{-۱}$ فقط یک نقطه‌ی ناپیوستگی در $x = ۳$ دارد.

(دیفرانسیل- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۱۱–

(امیرحسین ابومحبوب)

بردار $\mathbf{a}'$ یعنی تصویر قائم بردار $\mathbf{a}$ روی بردار $\mathbf{b}$ برابر است با: $\mathbf{a}' = \frac{\mathbf{a.b}}{|\mathbf{b}|^۲}\mathbf{b}$

بنابراین داریم: $\mathbf{a.a}' = \mathbf{a}.(\frac{\mathbf{a.b}}{|\mathbf{b}|^۲}\mathbf{b}) = (\frac{\mathbf{a.b}}{|\mathbf{b}|^۲})(\mathbf{a.b})$

$$= \frac{(\mathbf{a.b})^۲}{|\mathbf{b}|^۲} = \frac{(-۱+۲+۲)^۲}{۱+۴+۴} = \frac{۹}{۹} = ۱$$

(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۲–

(علی ساوجی)

از شرط $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{o}$ نتیجه می‌شود:

$$-\mathbf{c} = \mathbf{a}+\mathbf{b} \Rightarrow |-\mathbf{c}|^۲ = |\mathbf{a}+\mathbf{b}|^۲$$

$$\Rightarrow |\mathbf{c}|^۲ = |\mathbf{a}|^۲ + |\mathbf{b}|^۲ + ۲\mathbf{a.b}$$

$$\Rightarrow ۲۵ = ۱۶ + ۹ + ۲\mathbf{a.b} \Rightarrow \mathbf{a.b} = ۰$$

پس بردارهای $\mathbf{a}$ $\mathbf{b}$ بر هم عمودند یعنی زاویه‌ی بین دو بردار برابر ۹۰° است.

داریم:

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin ۹۰^\circ = ۳\times۴\times۱ = ۱۲$$

(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۱۷، ۲۰ و ۲۸)

۱۱۳– (امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم $\mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}$، $\mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i}$ و $\mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}$، پس داریم:

$$\mathbf{i}\times(\mathbf{i}\times\mathbf{j})+\mathbf{j}\times(\mathbf{j}\times\mathbf{k})+\mathbf{k}\times(\mathbf{k}\times\mathbf{i})$$

$$=\mathbf{i}\times\mathbf{k}+\mathbf{j}\times\mathbf{i}+\mathbf{k}\times\mathbf{j}=-\mathbf{j}-\mathbf{k}-\mathbf{i}$$

(هندسه‌ی تحلیلی- مشابه تمرین ۶- صفحه‌ی ۳۳)

۱۱۴– (محسن محمدکریمی)

۱۱۵– (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

دو صفحه بر هم عمودند، اگر و تنها اگر، بردارهای نرمال آن دو، برهم عمود باشند. پس در این سؤال بردار نرمال صفحه‌ی $\mathbf{Q}$ بر بردارهای نرمال دو صفحه‌ی $\mathbf{P}$ و $\mathbf{P'}$ عمود است، بنابراین، موازی با حاصل‌ضرب خارجی بردارهای نرمال دو صفحه‌ی $\mathbf{P}$ و $\mathbf{P'}$ است.

$$\mathbf{n_P}=(۱,۱,۱),\mathbf{n_{P'}}=(۲,-۱,-۱)$$
$$\Rightarrow \mathbf{n_P}\times\mathbf{n_{P'}}=(۱,۱,۱)\times(۲,-۱,-۱)=(۰,۳,-۳)$$

$$\mathbf{n_Q}=(۰,۱,-۱),\mathbf{M}=(۰,۰,۴)\in\mathbf{Q}$$

$$\mathbf{Q}:۰(\mathbf{x}-۰)+۱(\mathbf{y}-۰)-۱(\mathbf{z}-۴)=۰\Rightarrow\mathbf{Q}:\mathbf{y}-\mathbf{z}+۴=۰$$

(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۱۶-

(نوید مجیدی)

خط L موازی بردار $\overrightarrow{AB} = (۱,۲,۰)$ است، پس معادله‌اش به این صورت می‌باشد:

$$\frac{x-۲}{۱} = \frac{y-۲}{۲}, z = -۳$$

اگر $x = ۰$ ، آنگاه $C = (۰,-۲,-۳)$ نقطه‌ی برخورد L با صفحه‌ی yz است و اگر $y = ۰$ ، آنگاه $D = (۱,۰,-۳)$ نقطه‌ی برخورد L با صفحه‌ی xz است، حال مساحت مثلثی با دو ضلع $\overrightarrow{OC} = (۰,-۲,-۳)$ و $\overrightarrow{OD} = (۱,۰,-۳)$ را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD} = (۰,-۲,-۳) \times (۱,۰,-۳) = (۶,-۳,۲)$$
$$| \overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD} | = \sqrt{۴۹} = ۷$$

مساحت مثلث برابر است با: $\Rightarrow S = \frac{۱}{۲} | \overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OD} | = \frac{۷}{۲} = ۳/۵$

(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۲۵، ۳۰ و ۳۵ تا ۳۷)

-۱۱۷ (مهرداد ملوندی)

$$x^۲+y^۲-mx+۲ny+۱=۰$$

$$\Rightarrow ((x-\frac{m}{۲})^۲-\frac{m^۲}{۴})+((y+n)^۲-n^۲)+۱=۰$$

$$\Rightarrow (x-\frac{m}{۲})^۲+(y+n)^۲=\frac{m^۲}{۴}+n^۲-۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره}: W=(\frac{m}{۲},-n) \\ \text{شعاع دایره}: R=\sqrt{\frac{m^۲}{۴}+n^۲-۱} \end{cases}$$

$$\text{طبق فرض}: W=(\frac{m}{۲},-n)=(۱,۲) \Rightarrow \begin{cases} m=۲ \\ n=-۲ \end{cases}$$

$$\text{شعاع دایره}: R=\sqrt{\frac{m^۲}{۴}+n^۲-۱}=\sqrt{\frac{۴}{۴}+۴-۱}=۲$$

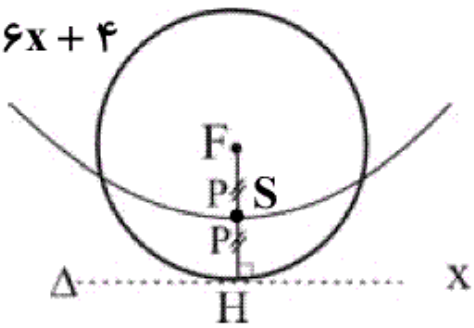
(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۱۸- (سراسری خارج از کشور - ۸٤)

می‌دانیم که در هر سهمی، فاصله‌ی کانون تا خط هادی برابر است با $|2p|$. پس مطابق شکل، شعاع دایره‌ی مورد نظر برابر است با $|2p|$.

$$y=\frac{1}{2}x^2-3x+2 \xrightarrow{\times 2} 2y=x^2-6x+4$$

$$\Rightarrow 2y=\left((x-3)^2-9\right)+4$$



پس سهمی قائم با دهانه‌ی رو به بالا است و داریم:

$$\Rightarrow 2y+5=(x-3)^2 \Rightarrow (x-3)^2=2(y+\frac{5}{2})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی}: S(3,\frac{-5}{2}) \ , \ 4p=2 \Rightarrow p=\frac{1}{2} \\ \text{کانون سهمی}: F(x_s,y_s+p)=(3\ ,\ \frac{-5}{2}+\frac{1}{2})=(3,-2) \end{cases}$$

پس دایره‌ی مورد نظر، دایره‌ایست به مرکز $(3,-2)$ و شعاع $2p=1$ ، پس:

معادله‌ی دایره: $(x-3)^2+(y+2)^2=1^2$

$$\Rightarrow (x^2-6x+9)+(y^2+4y+4)=1$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-6x+4y+12=0$$

(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵ و ۶۴ تا ۷۰)

۱۱۹– *(نوید مجیدی)*

چون عرض دو کانون $F=(۲-\sqrt{۶},۲\sqrt{۲})$ و $F'=(۲+\sqrt{۶},۲\sqrt{۲})$ با هم برابر است، پس خواهیم داشت:

$$۲c=|FF'|=|۲+\sqrt{۶}-(۲-\sqrt{۶})|=۲\sqrt{۶}\Rightarrow c=\sqrt{۶}$$

از سوی دیگر کم‌ترین فاصله‌ی مرکز بیضی تا نقاط روی بیضی، برابر با مقدار ثابت b (نصف طول قطر کوچک) است. در نتیجه $b=۲\sqrt{۳}$ و از این رو خواهیم داشت:

$$a=\sqrt{b^۲+c^۲}=\sqrt{۱۲+۶}=۳\sqrt{۲}\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۶}}{۳\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

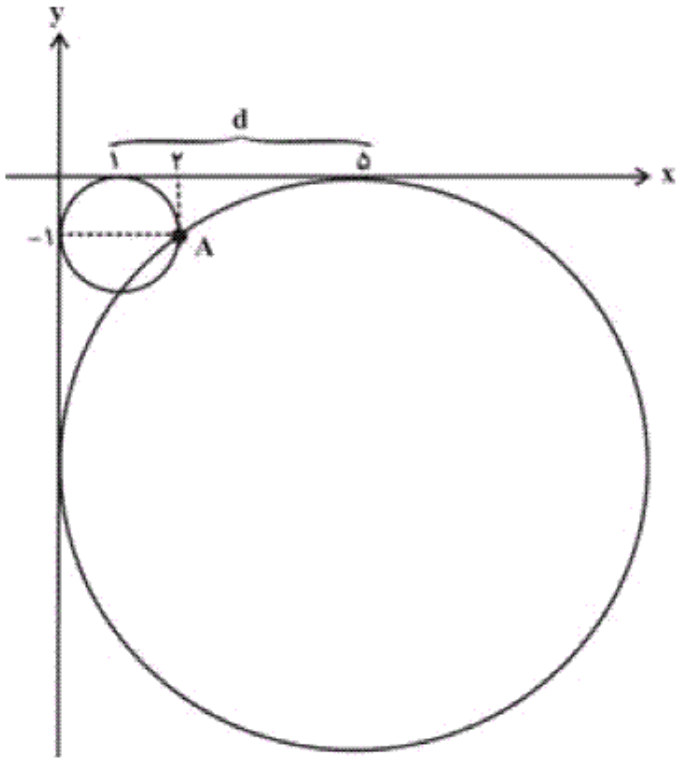
(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

۱۲۰- *(محمدطاهر شعاعی)*

چون نقطه‌ی تقاطع دو دایره یعنی $A = (۲,-۱)$ در ناحیه‌ی چهارم است پس دو دایره در ناحیه چهارم بر محورهای مختصات مماس‌اند و معادله‌ی آن‌ها به صورت $(x-r)^۲ + (y+r)^۲ = r^۲$ است. با قرار دادن مختصات A در این معادله داریم:

$$(۲-r)^۲ + (-۱+r)^۲ = r^۲ \Rightarrow ۴ - ۴r + r^۲ + ۱ - ۲r + r^۲ = r^۲$$
$$\Rightarrow r^۲ - ۶r + ۵ = ۰ \Rightarrow (r-۱)(r-۵) = ۰ \Rightarrow r = ۱, r = ۵$$

پس شعاع‌های دو دایره برابرند با ۱ و ۵ و در نتیجه با توجه به شکل طول مماس مشترک خارجی آن‌ها $d = ۵ - ۱ = ۴$ است.



(هندسه‌ی تحلیلی- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

-۱۲۱ (علیرضا سیف)

اگر تعداد رئوس فرد را با x و تعداد رئوس زوج را با y نمایش دهیم، داریم:

$$p = x + y$$

$$\sum \deg v_i = ۲q \Rightarrow ۵x + ۴y = ۲q = ۲ \times ۲۱ = ۴۲$$

$$x = ۲y \Rightarrow ۵(۲y) + ۴y = ۱۴y = ۴۲$$

$$y = ۳, x = ۶ \Rightarrow p = ۳ + ۶ = ۹$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

-۱۲۲ (امیرحسین ابومحبوب)

اگر در گراف، $\delta = ۳$ باشد، آنگاه حداقل تعداد یال‌های گراف از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۲q}{۷} \geq ۳ \Rightarrow q \geq ۱۰/۵ \Rightarrow q_{min} = ۱۱$$

برای یافتن حداکثر تعداد یال‌های گراف، ابتدا یک گراف $k_۶$ ساخته و سپس رأس دیگر را با ۳ یال به رأس‌های گراف $k_۶$ متصل می‌کنیم. در این صورت حداکثر تعداد یال‌های گراف برابر است با $\frac{۶ \times ۵}{۲} + ۳ = ۱۸$

در نتیجه اختلاف بین حداکثر و حداقل تعداد یال‌ها برابر است با: $۱۸ - ۱۱ = ۷$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۲۳– *(نوید مجیدی)*

می‌دانیم که دنباله‌ی درجه‌های رأس‌های یک گراف، دنباله‌ای نزولی است. از طرف دیگر تعداد رأس‌های فرد هر گراف زوج است، پس x و y یا هر دو زوج‌انـد و یـا هر دو فرد، حالتی که یکی زوج باشد و یکی فرد، شدنی نیست. اکنـون حالـت‌هـای شدنی برای مسئله را بررسی می‌کنیم:

دنباله : $۳,۳,۳,۳,x,y$

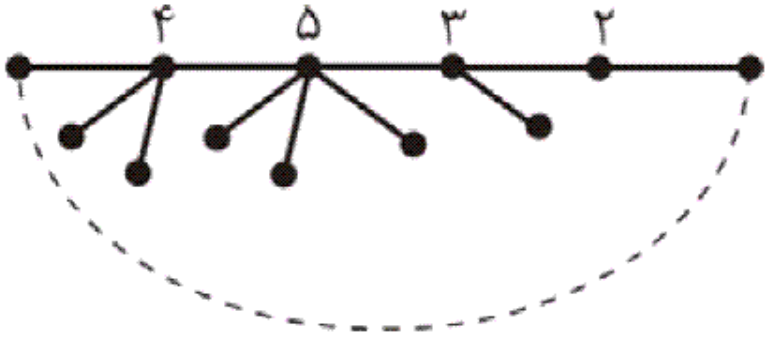
$$\Rightarrow \begin{cases} x=۳ \\ y=۳ \end{cases} ,\begin{cases} x=۳ \\ y=۱ \end{cases} ,\begin{cases} x=۲ \\ y=۲ \end{cases} ,\begin{cases} x=۲ \\ y=۰ \end{cases} ,\begin{cases} x=۱ \\ y=۱ \end{cases} ,\begin{cases} x=۰ \\ y=۰ \end{cases}$$

هیچگاه برابر ۵ نمی‌شود $\Rightarrow$ ۰ یا ۳ یا ۴ یا ۶ یا ۷ یا ۹ $\Rightarrow 2x+y=$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۲۴– *(سراسری خارج از کشور ریاضی – ۸۵)*

گراف هم‌بند فاقد دور یعنی درخت. آن را رسم می‌کنیم. با اضافه کردن یال نـشان داده شده دوری به طول ۶ ایجاد می‌شود.



(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۱۴ و ۱۷ تا ۱۹)

۱۲۵– *(علی ساوجی)*

اگـر G از مرتبـه‌ی p باشـد، آنگـاه درجـات رئـوس، همـان درایـه‌هـای قطـر اصلی $A^۲$ هستند و آن‌ها را $d_۱, d_۲, \cdots, d_p$ می‌نامیم. حال داریم:

$$d_۱ \times d_۲ \times \cdots \times d_p = ۱۰ \Rightarrow d_۱ = ۵, d_۲ = ۲, d_۳ = ۱, \cdots, d_p = ۱$$

دنباله‌ی درجات رئوس $\Rightarrow ۵,۲,۱,۱,\cdots,۱$

۱۲۶– (سروش موئینی)

شرط بخش‌پذیری $x^{۳۰}-y^{۳۰}$ بر $x^{p}+y^{p}$ این است که $\frac{۳۰}{p}$ زوج باشد.

پس $p=۱,۳,۵,۱۵$

همچنین شرط بخش‌پذیری $x^{p}+y^{p}$ بر $x^{۳}+y^{۳}$ این است که $\frac{p}{۳}$ فرد باشد

پس از بین مقادیر فوق فقط $p=۳,۱۵$ قابل قبول هستند.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱۲۷– (محمدعلی نادرپور)

$$-۲\begin{cases}۶a+۳۵=aq+۲r\\ ۳a+۱۲=aq'+r\end{cases}\longrightarrow ۱۱=a(q-۲q')$$

$$\Rightarrow a\mid ۱۱\Rightarrow a=۱ \text{ یا } a=۱۱\Rightarrow \max(a)=۱۱$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۲۸– (مجتبی دادبام)

از آنجا که حاصل‌ضرب $(p+r),(p+q)$ عددی فرد شده پس $p+q$ و $p+r$ اعدادی فردند. لذا حتماً عدد p عددی زوج است پس $p=۲$ می‌باشد.

چون مقدار حاصل‌ضرب $(p+r)$ و $(p+q)$ عددی ثابت است، جمع آن‌ها وقتی ماکزیمم است که $(p+r)$ و $(p+q)$ بیش‌ترین فاصله‌ی ممکن را از هم داشته باشند. پس چون $(p+q)(p+r)=۳۱۵=۵\times۷\times۹$ است لذا $p+r=۶۳$ و $p+q=۵$ خواهد بود لذا $p=۲$ و $q=۳$ و $r=۶۱$ است.

$$\max(p+q+r)=۲+۳+۶۱=۶۶$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

-۱۲۹ (علیرضا شریف‌خطیبی)

$$[a,b]=\frac{ab}{(a,b)}=\frac{۲^{۱۰}\times۵^{۴}\times۷^{۳}\times۱۳}{۲^{۴}\times۵^{۲}\times۷}=۲^{۶}\times۵^{۲}\times۷^{۲}\times۱۳$$

$$\text{تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت}=(۶+۱)\times(۲+۱)\times(۲+۱)\times(۱+۱)=۱۲۶$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

-۱۳۰ (مجتبی دادبام)

$$۱۹۶=۵۲(۳)+۴۰\Rightarrow(۱۹۶,۵۲)=(۵۲,۴۰)$$

$$۵۲=۴۰(۱)+۱۲\Rightarrow(۵۲,۴۰)=(۴۰,۱۲)$$

بنابراین مقدار a برابر ۵۲ و مقدار n برابر ۱۲ است. در نتیجه حاصل $a+n$ برابر ۶۴ است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

-۱۳۱ (سراسری ریاضی-۹۲)

ابتدا از معادله‌ی مکان متحرک نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت آن به‌دست آید:

$$v=\frac{dx}{dt}=۲t^{۲}-۱۲t+۲۰$$

با توجه به این‌که معادله‌ی سرعت- زمان یک سهمی است، بنابراین برای تعیین کم‌ترین مقدار آن، ابتدا از آن مشتق گرفته و سپس مقدار مشتق را برابر با صفر قرار می‌دهیم و لحظه‌ای که متحرک کم‌ترین سرعت را دارد به‌دست می‌آوریم و در نهایت با جای‌گذاری در معادله‌ی سرعت- زمان، کم‌ترین مقدار سرعت را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{dv}{dt}=۰\Rightarrow ۴t-۱۲=۰\Rightarrow t=۳s$$

$$v=۲t^{۲}-۱۲t+۲۰\xrightarrow{t=۳s}v_{min}=۲\times۳^{۲}-۱۲\times۳+۲۰$$

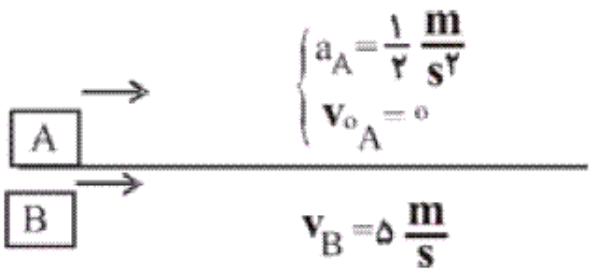
$$\Rightarrow v_{min}=۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۱۳۲- *(سراسری ریاضی-۷۹)*

با استخراج معلومات از روی نمودار سرعت- زمان داده شده، مسیر حرکت آن‌ها را مشخص کرده و با نوشتن معادله‌ی حرکت هر یک نسبت به یک مبدأ مکان اختیاری (عموماً نقطه‌ی شروع حرکت یکی از آن‌ها) مسئله را حل می‌کنیم (مثلاً در لحظه‌ی رسیدن دو متحرک به هم، مکان آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم و ...). دقت کنید که در این حالت علامت بردارهای هم‌سو با محور را مثبت و غیرهم‌سو با آن را منفی در نظر می‌گیریم. در این‌جا با توجه به نمودار سرعت- زمان داده شده به راحتی می‌توان دریافت که متحرک B با سرعت ثابت $v = ۵\frac{m}{s}$ در جهت محور حرکت کرده و متحرک A از حال سکون با شتاب ثابت $a_A = \text{شیب خط} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}(\frac{m}{s^۲})$، در همان جهت محور شروع به حرکت کرده است یعنی:

(در این‌جا فرض می‌کنیم که $x_{۰A} = x_{۰B} = ۰$ است)



$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_{۰A} \xrightarrow[x_{۰A}=۰]{a=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲},\ v_{۰A}=۰}$$

$$x_A = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times t^۲ + ۰ + ۰ \Rightarrow x_A = \frac{۱}{۴}t^۲\ (m)$$

$$x_B = v_Bt + x_{۰B} \xrightarrow[x_{۰B}=۰]{v_B=۵\frac{m}{s}} x_B = ۵t + ۰ \Rightarrow x_B = ۵t\ (m)$$

در لحظه‌ی رسیدن دو متحرک به یک‌دیگر، $x_A = x_B$ است، بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \xrightarrow[x_B=۵t]{x_A=\frac{۱}{۴}t^۲} \frac{۱}{۴}t^۲ = ۵t \Rightarrow t = ۲۰s$$

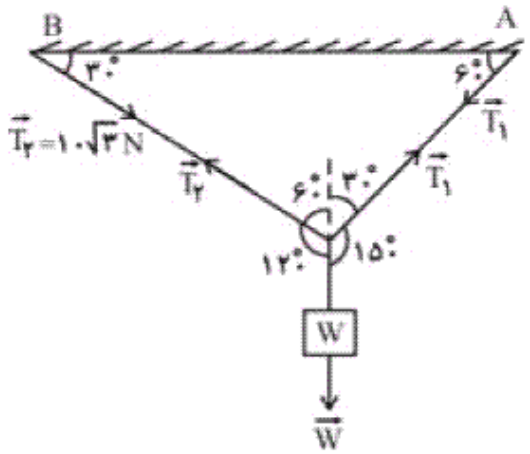
(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

$$\Delta x = \frac{v + v_\circ}{2}\Delta t \xrightarrow[\Delta t = 2s]{\Delta x = 8m,\ v_\circ = \circ} 8 = \frac{v + \circ}{2} \times 2 \Rightarrow v = 8\frac{m}{s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۱۳۴- (آزاد ریاضی- ۷۲)

روش اول: چون وزنه در حال تعادل است، براینـد سـه نیـروی $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{W}$ برابر با صفر است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$\frac{T_1}{\sin 120^\circ} = \frac{T_2}{\sin 150^\circ} = \frac{W}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow T_1 = 30N$$

روش دوم: می‌توان با تجزیه‌ی نیروهـا در راسـتای محـور x و y و برقـراری شـرط تعادل، اندازه‌ی نیروی $\vec{T}_1$ را به‌دست آورد:

$$\sum F_x = \circ \Rightarrow T_1 \cos 60^\circ = T_2 \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow T_1 \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_1 = 30N$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

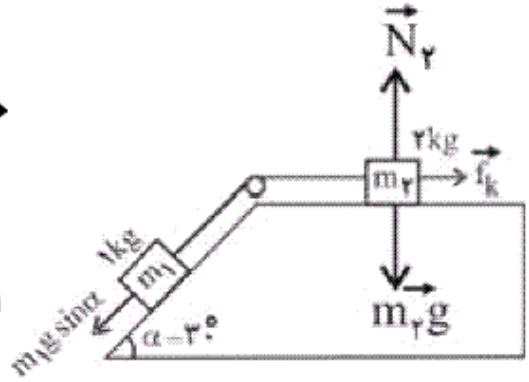
۱۳۵- *(سراسری تجربی - ۷۴)*

با استفاده از قانون دوم نیوتون، ضریب اصطکاک سطح افقی به‌دست می‌آید.

$$\sum F=(\sum m)\times a \Rightarrow m_1 g\sin\alpha - f_k = (m_1+m_2)a$$

$$\xrightarrow{f_k=\mu_k N_2=\mu_k m_2 g \ , \ g=10\frac{N}{kg}}$$

$$a=1\frac{m}{s^2} \ , \ m_1=1kg \ , \ m_2=2kg \ , \ \alpha=30^\circ$$



$$1\times 10\times\frac{1}{2}-\mu_k\times 2\times 10=(1+2)\times 1$$

$$\Rightarrow \mu_k = 0/1$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

۱۳۶- *(سراسری ریاضی- ۹۱)*

در حرکت دایره‌ای یک‌نواخت، باید نیروی جانب مرکز توسط نیرو یا نیروهایی تأمین شود. در این مسأله در بالاترین نقطه‌ی مسیر، دو نیروی وزن و عمود بر سطح بر شخص وارد می‌شود که برایند آن‌ها نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای یک‌نواخت را در آن نقطه تأمین می‌کند، داریم:

$$\sum F = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow mg - N = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Rightarrow N = mg - \frac{mv^2}{R} = 50\times 10 - \frac{50\times 4^2}{10} \Rightarrow N = 420N$$

$\vec{N}$، نیرویی است که سطح صندلی بر شخص وارد می‌کند و به عبارتی هم‌اندازه با نیرویی است که شخص به صندلی وارد می‌کند.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۵)

۱۳۷- *(سراسری خارج از کشور ریاضی- ۸۸)*

در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در دو انتهای مسیر تغییر جهت می‌دهد و در این نقطه‌ها سرعت نوسانگر و انرژی جنبشی‌اش برابر با صفر و مکان، شتاب، نیروی وارد بر نوسانگر و انرژی پتانسیل آن بیشینه می‌باشد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۸)

۱۳۸- *(سراسری ریاضی - ۷۷)*

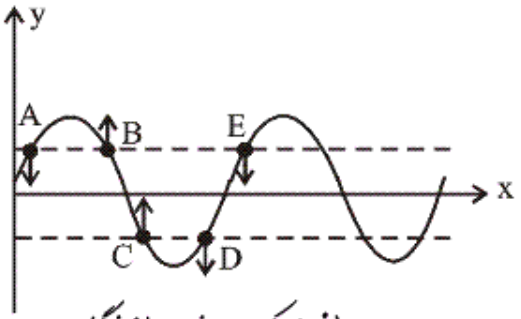
با توجه به این‌که A وسط $\overline{MC}$ است، هنگامی‌که متحرک در نقطه‌ی A قرار دارد، فاز حرکت آن می‌تواند $\frac{\pi}{۶}$ یا $\frac{۵\pi}{۶}$ باشد. وقتی متحرک در نقطه‌ی M قرار دارد، فاز حرکت آن $\frac{\pi}{۲}rad$ است. پس از M تا A تغییر فاز متحرک برابر با $\frac{۵\pi}{۶}-\frac{\pi}{۲}=\frac{\pi}{۳}rad$ است و بنابر رابطه‌ی تغییر فاز با زمان داریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{T}(۰/۲)\Rightarrow T=۱/۲s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

۱۳۹- *(سراسری تجربی - ۶۲)*

نقطه‌هایی که دارای وضعیت نوسانی مشابه‌اند (مکان و جهت حرکت آن‌ها یکسان باشند.)، با یک‌دیگر هم‌فازاند. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینیم، فقط نقطه‌ی E با نقطه‌ی A هم‌فاز است. زیرا جهت حرکت و مکان آن‌ها یکسان است.



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۴۰- *(سراسری تجربی - ۸۵)*

چون نوسان در راستای محور y (اندیس u) و انتشار موج در راستای محور x (ضریب k) می‌باشد و این دو راستا بر هم عمودند، نوع موج عرضی است. از طرف دیگر با توجه به تابع موج داده شده $\omega = ۵۰۰\frac{rad}{s}$ و $k = ۵۰\pi\frac{rad}{m}$ می‌باشد. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی $k = \frac{\omega}{v}$، سرعت انتشار موج برابر است با:

$$v = \frac{\omega}{k} \xrightarrow{\omega=۵۰۰\frac{rad}{s},k=۵۰\pi\frac{rad}{m}} v = \frac{۵۰۰}{۵۰\pi} \Rightarrow v = \frac{۱۰}{\pi}\frac{m}{s}$$

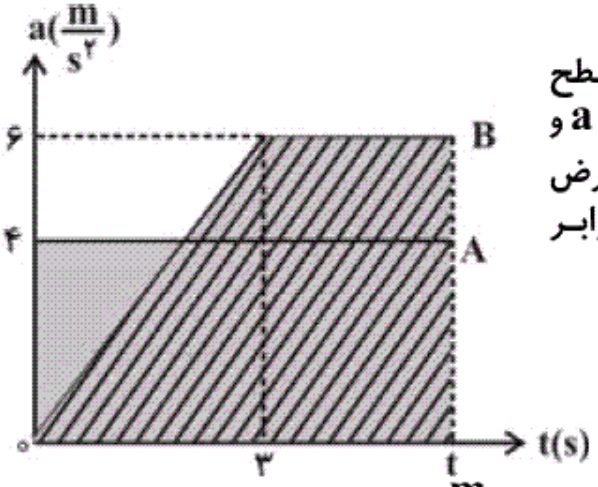
دقت کنید در تابع موج ضریب t برابر با ω و ضریب x برابر با k می‌باشد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۵)

۱۴۱- *(مصطفی کیانی)*

چون سرعت اولیه‌ی هر دو متحرک با هم برابر است، طبق رابطه‌ی $\Delta v = v - v_{\circ}$، در لحظه‌ای که تغییر سرعتشان یکسان شود، سرعت آن‌ها نیز یکسان خواهد شد. بنابراین برای محاسبه‌ی زمان مورد نظر کافی است Δv آن‌ها را مساوی هم قرار دهیم.

با توجه به این‌که مساحت سطح محصور بین نمودار $a - t$ و محور t برابر با Δv است، اگر فرض کنیم در لحظه‌ی t سرعت آن‌ها برابر می‌شود، می‌توان نوشت:



$$\Delta v_A = \text{مساحت مستطیل} = ۴t\,(\frac{m}{s})$$

$$\Delta v_B = \text{مساحت ذوزنقه} = (\frac{t - ۳ + t}{۲}) \times ۶ \Rightarrow \Delta v_B = ۶t - ۹(\frac{m}{s})$$

$$\Delta v_A = \Delta v_B \Rightarrow ۴t = ۶t - ۹ \Rightarrow ۹ = ۲t \Rightarrow t = ۴/۵s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

-۱۴۲ (مصطفی کیانی)

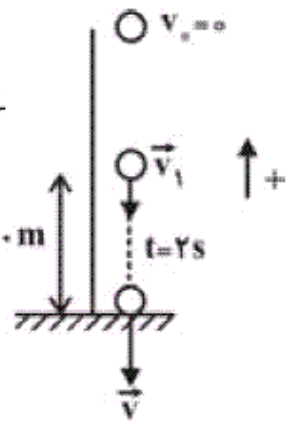
چون $v_{\circ} = \circ$ و شتاب حرکت ثابت است، با محاسبه‌ی سرعت برخورد گلوله به زمین، از رابطه‌ی $\overline{v} = \frac{v + v_{\circ}}{۲}$، سرعت متوسط را به‌دست می‌آوریم. می‌دانیم در سقوط آزاد در خلأ، در هر نقطه از مسیر حرکت، سرعت گلوله در موقع رفت و برگشت با هم قرینه‌اند. بنابراین برای محاسبه‌ی سرعت برخورد گلوله به زمین، فرض می‌کنیم گلوله را با سرعت v به‌طرف بالا پرتاب کرده‌ایم و گلوله در مدت $۲s$، به اندازه‌ی $۶۰m$ جابه‌جا شده است. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} + |v|t \xrightarrow{\Delta y = ۶۰m, t = ۲s}$$

$$۶۰ = -۵ \times ۴ + ۲ \times |v| \Rightarrow |v| = ۴۰\frac{m}{s} \Rightarrow v = -۴۰\frac{m}{s}$$

$$\overline{v} = \frac{v + v_{\circ}}{۲} \xrightarrow{v_{\circ} = \circ, v = -۴۰\frac{m}{s}} \overline{v} = \frac{-۴۰ + \circ}{۲}$$

$$\Rightarrow \overline{v} = -۲۰\frac{m}{s} \Rightarrow |\overline{v}| = ۲۰\frac{m}{s}$$

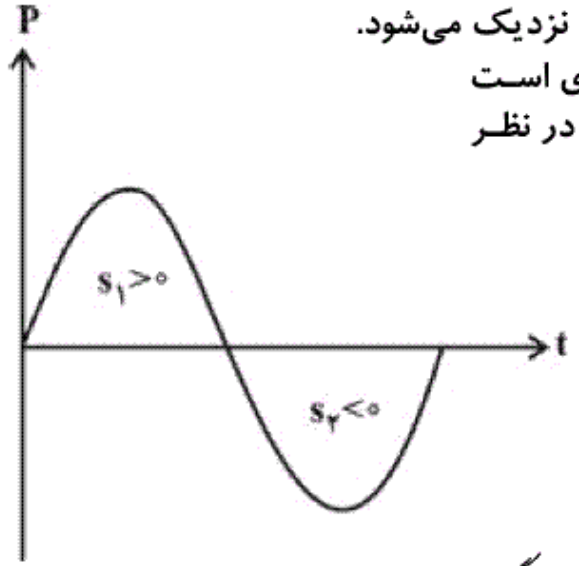


(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

۱۴۳- *(غلامرضا محبی)*

با توجه به این که $\vec{P} = m\vec{v}$ است، بنابراین مساحت زیر نمودار $P - t$ بیانگر $m\Delta x$ است از طرفی چون متحرک روی محور x ها در مبدأ زمان از مبدأ مکان گذشته است، بنابراین بیش‌ترین مساحت مربوط به بازه‌ی $t_0 = 0$ تا t_2 است. متحرک از لحظه‌ی شروع تا لحظه‌ی t_2 از مبدأ مکان دور می‌شود و از لحظه‌ی t_2 تا لحظه‌ی t_4 به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.

(دقت کنید که جابه‌جایی کمیتی برداری است و مساحت زیر نمودار با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود.)



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲ و ۴۹ تا ۵۳)

۱۴۴- *(سیدابوالفضل خالقی)*

در لحظه‌ی عبور متحرک از روی محور x ها، باید $y = 0$ باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$y = 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4s$$

در این لحظه بردار سرعت آن برابر است با:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2t - 3 \xrightarrow{t=4s} v_x = 2\times 4 - 3 \Rightarrow v_x = 5\frac{m}{s}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow v_y = 2\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = 5\vec{i} + 2\vec{j}(\frac{m}{s})$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

۱۴۵- *(غلامرضا محبی)*

۱۴۶– *(محسن پیگان)*

ابتدا اندازه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت (اندازه‌ی بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی) را به‌دست می‌آوریم و با اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ مقایسه می‌کنیم:

$$f_{s\max} = \mu_s N = \mu_s mg \xrightarrow[\mu_s = ۰/۲۵]{m=۸kg}$$

$$f_{s\max} = ۰/۲۵ \times ۸ \times ۱۰ \Rightarrow f_{s\max} = ۲۰N$$

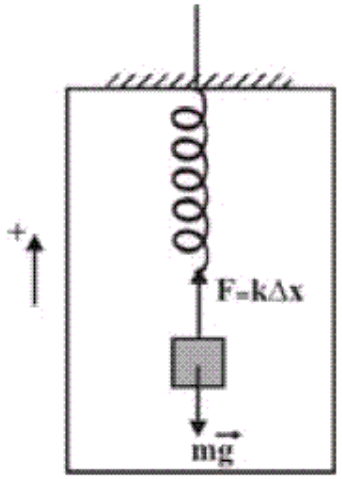
چون اندازه‌ی بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی از اندازه‌ی نیروی F بیش‌تر است، بنابراین جسم ساکن می‌ماند و در نتیجه اندازه‌ی نیروی اصطکاک وارد بر آن برابر است با:

$$F - f_s = ۰ \Rightarrow f_s = F = ۶N$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی – صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

۱۴۷– *(مصطفی کیانی)*

با توجه به شکل زیر، نیروهای وارد بر وزنه یکی نیروی کشسانی فنر رو به بالا و دیگری نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به جهت حرکت، قانون دوم نیوتون را به‌صورت زیر می‌نویسیم و تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم.



$$\sum F = ma \Rightarrow F - mg = ma \xrightarrow{F=k\Delta x} k\Delta x - mg = ma$$

$$\xrightarrow[a=-۲\frac{m}{s^۲},\ k=۲۰۰\frac{N}{m},\ m=۲kg]{} ۲۰۰\Delta x - ۲\times۱۰ = ۲\times(-۲)$$

$$\Rightarrow ۲۰۰\Delta x = ۱۶ \Rightarrow \Delta x = \frac{۱۶}{۲۰۰}m = ۸cm$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی – صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

-۱۴۸ *(سینا مؤمنی)*

ابتدا مکان زاویه‌ای ذره را در لحظه‌های $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۱s$ به‌دست می‌آوریم و سپس تغییر مکان زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\theta = \frac{\pi}{۳}t + \frac{\pi}{۳}\begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۰} \theta_۱ = \frac{\pi}{۳}rad \\ \xrightarrow{t_۲=۱s} \theta_۲ = \frac{\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{۳}rad \end{cases}$$

این ذره در بازه‌ی زمانی صفر تا $۱s$ با حرکت دایره‌ای یک‌نواخت به اندازه‌ی $\Delta\theta = \frac{۲\pi}{۳} - \frac{\pi}{۳} = \frac{\pi}{۳}rad$ تغییر زاویه می‌دهد. اکنون سرعت زاویه‌ای را حساب می‌کنیم و سپس اندازه‌ی سرعت خطی ذره را در لحظه‌های صفر و $۱s$ به‌دست می‌آوریم و از آن جا Δv را محاسبه می‌کنیم.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{۳}}{۱-۰} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$

$$v = r\omega \xrightarrow{r=۵m} v = ۵\times\frac{\pi}{۳} \Rightarrow v = \frac{۵\pi}{۳}\frac{m}{s}$$

$$|\Delta\vec{v}| = ۲v\sin\frac{\Delta\theta}{۲} \Rightarrow \Delta v = ۲\times\frac{۵\pi}{۳}\times\sin\frac{\pi}{۶} \Rightarrow \Delta v = \frac{۵\pi}{۳}\frac{m}{s}$$

-۱۴۹ *(نیما نوروزی)*

از آن‌جا که ماهواره در حالت اول همواره در بالای یک نقطه‌ی مشخص از سطح زمین است، بنابراین دوره‌ی حرکت آن با دوره‌ی حرکت زمین به دور خودش برابر است، در نتیجه می‌توان نوشت: یک شبانه‌روز $= ۲۴h = T_۱$

از طرفی برای محاسبه‌ی دوره‌ی حرکت برای ماهواره‌ای که حول زمین می‌چرخد، داریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{R^۳}{GM}} \Rightarrow \left(\frac{T_۲}{T_۱}\right)^۲ = \left(\frac{R_۲}{R_۱}\right)^۳$$

$$\xrightarrow{R_۲=۲R_۱} \left(\frac{T_۲}{۱}\right)^۲ = ۲^۳ \Rightarrow T_۲ = \sqrt{۸} \text{ شبانه‌روز}$$

(فیزیک۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹ و فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹)

۱۵۰– *(محسن پیگان)*

در مرکز نوسان $(x = \circ)$ سرعت نوسانگر بیشینه است و در انتهای مسیر نوسان $(x = A)$ سرعت صفر است. لذا داریم:

$$\text{در مرکز نوسان } \xrightarrow[v=v_{max}]{x=\circ} ۴(\circ)^۲ + v_{max}^۲ = ۰/۰۴$$

$$\Rightarrow v_{max} = ۰/۲\frac{m}{s}$$

$$\text{در انتهای مسیر نوسان } \xrightarrow[v=\circ]{x=A} ۴(A)^۲ + \circ = ۰/۰۴ \Rightarrow A = ۰/۱m$$

از طرفی داریم:

$$v_{max} = A\omega \xrightarrow[v_{max}=۰/۲\frac{m}{s}]{A=۰/۱m} ۰/۲ = ۰/۱\omega \Rightarrow \omega = ۲\frac{rad}{s}$$

بنابراین اندازه‌ی بیشینه شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a_{max} = A\omega^۲ = ۰/۱ \times ۲^۲ = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی – صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

۱۵۱– *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

با استفاده از معادله‌ی انرژی پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده، می‌توان نوشت:

$$U = U_{max}\sin^۲\varphi \xrightarrow{U_{max}=E\ ,\ \varphi=\frac{\pi}{۶}rad\ ,\ U=۰/۶J}$$

$$۰/۶ = E\sin^۲(\frac{\pi}{۶}) \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}} ۰/۶ = E \times \frac{۱}{۴} \Rightarrow E = ۲/۴J$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی – صفحه‌های ۷۴ تا ۸۸)

۱۵۲- *(مصطفی کیانی)*

با استفاده از رابطه‌ی دوره‌ی نوسان‌های کم‌دامنه‌ی یک آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{l_۲}{l_۱}} \xrightarrow{l_۲ = l_۱ - ۰/۳۶ l_۱ = ۰/۶۴ l_۱}$$

$$\frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{۰/۶۴ l_۱}{l_۱}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = ۰/۸ \Rightarrow T_۲ = ۰/۸ T_۱$$

$$\Delta T = T_۲ - T_۱ \Rightarrow \Delta T = ۰/۸ T_۱ - T_۱ \Rightarrow \Delta T = -۰/۲ T_۱$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T_۱} = -٪۲۰$$

بنابراین دوره‌ی نوسان‌های کم‌دامنه‌ی این آونگ ساده ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۱۵۳- *(مصطفی کیانی)*

چون سرعت انتشار موج ثابت است، ابتدا از رابطه‌ی $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت انتشار موج را حساب می‌کنیم و سپس از رابطه‌ی $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$، مساحت سطح مقطع آن‌را به‌دست می‌آوریم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = ۴m, \Delta t = ۰/۰۲s} v = \frac{۴}{۰/۰۲} = ۲۰۰ \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}, F = ۱۵۶N} ۲۰۰ = \sqrt{\frac{۱۵۶}{۷۸۰۰ \times A}}$$

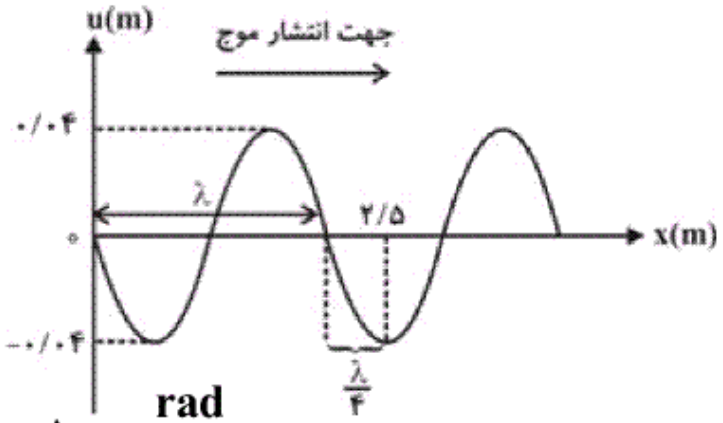
$$\Rightarrow ۴۰۰۰۰ = \frac{۱۵۶}{۷۸ \times ۱۰۰ \times A} \Rightarrow A = \frac{۲}{۴ \times ۱۰^۶}$$

$$\Rightarrow A = ۰/۵ \times ۱۰^{-۶} m^۲ \Rightarrow A = ۰/۵ mm^۲$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۵۴- (علی‌اصغر محمدی)

با توجه به نقش موج داده شده، می‌توان نوشت:



$$\frac{5\lambda}{4} = 2/5 \Rightarrow \lambda = 2m$$

$$A = 0/04m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{m}$$

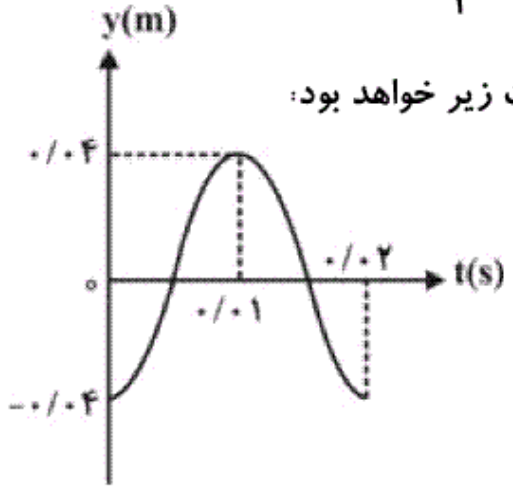
$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow 100 = \frac{\omega}{\pi} \Rightarrow \omega = 100\pi \frac{rad}{s}$$

با توجه به جهت انتشار موج، جهت حرکت قسمتی از محیط که در مبدأ مکان $(x = 0)$ قرار دارد، در لحظه‌ی $t = 0$ به سمت بالا است و بنابراین این نقطه در این لحظه دارای فاز $\varphi = 0$ است، در نتیجه معادله‌ی تابع موج رونده برابر است با:

$$u = 0/04\sin(100\pi t - \pi x)$$

به ازای $x = 0/5m$ ، داریم:

$$y = 0/04\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$



و بنابراین نمودار مکان- زمان این نقطه به‌صورت زیر خواهد بود:

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶ و ۱۰۶ تا ۱۱۵)

۱۵۵– *(امیر محمودی انزابی)*

با استفاده از اطلاعات روی نمودار نقش موج، داریم:

$$\lambda + \frac{۳}{۴}\lambda = ۷۰ \Rightarrow \frac{۷}{۴}\lambda = ۷۰ \Rightarrow \lambda = ۴۰\text{cm}$$

$$A = ۵\text{cm}$$

با استفاده از رابطه‌ی بیشینه سرعت نوسان ذرات محیط $(v_{max} = A\omega = ۲\pi Af)$ و سرعت انتشار موج $(v = \lambda f)$ داریم:

$$\frac{v_{max}}{v} = \frac{۲\pi Af}{\lambda f} = ۲\pi\frac{A}{\lambda} \xrightarrow[\lambda=۴۰\text{cm}]{A=۵\text{cm}} \frac{v_{max}}{v} = ۲\pi \times \frac{۵}{۴۰} = \frac{\pi}{۴}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی – صفحه‌های ۸۴ و ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۱۵۶– *(نصرالله افاضل)*

با استفاده از رابطه‌ی $\Delta\varphi = k\Delta x$ می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{\Delta x=۲۰\text{cm}=۰/۲\text{m}, k=\pi\frac{\text{rad}}{\text{m}}} \Delta\varphi = \pi \times ۰/۲ = ۰/۲\pi\,\text{rad}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی – صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۵)

۱۵۷- *(مصطفی کیانی)*

ابتدا معادله‌ی نوسان‌های ذره‌ی واقع در $x = ۴m$ را مشخص می‌کنیم و سپس از آن معادله نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت نوسان‌های آن ذره به‌دست آید و در نهایت در معادله‌ی سرعت به جای t مقدار آن‌را که برابر با $\frac{۳}{۱۰۰}s$ است، قرار می‌دهیم و بزرگی سرعت را محاسبه می‌کنیم.

$$u_y = ۰/۰۲\sin(۵۰\pi t - \frac{\pi}{۴}x) \xrightarrow{x=۴m} u_y = ۰/۰۲\sin(۵۰\pi t - \pi)$$

$$v = \frac{du_y}{dt} \Rightarrow v = ۰/۰۲ \times ۵۰\pi \cos(۵۰\pi t - \pi) \xrightarrow{t=\frac{۳}{۱۰۰}s}$$

$$v = \pi\cos(۵۰\pi \times \frac{۳}{۱۰۰} - \pi) \Rightarrow v = \pi\cos(\frac{۳\pi}{۲} - \pi)$$

$$v = \pi\cos(\frac{\pi}{۲}) \xrightarrow{\cos\frac{\pi}{۲}=۰} v = ۰$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۸۴ و ۱۰۸ تا ۱۱۵)

۱۵۸- *(بابک اسلامی)*

با توجه به شکل سؤال، نقطه‌ی A در مدت $\Delta t = t_۲ - t_۱$ به اندازه‌ی یک طول موج مسافت طی کرده است، بنابراین داریم:

$$\lambda = ۸۲ - ۲۲ = ۶۰cm \Rightarrow \lambda = ۰/۶m$$

$$k = \frac{۲\pi}{\lambda} = \frac{۲\pi}{۰/۶} \Rightarrow k = \frac{۱۰\pi}{۳}\frac{rad}{m}$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا نقطه‌ی A به اندازه‌ی یک طول موج (λ) در جهت x پیشروی کند، برابر با T می‌باشد، بنابراین:

$$t_۲ - t_۱ = T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۲۵} \Rightarrow t_۲ - t_۱ = ۰/۰۴s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- تمرین ۴-۵- صفحه‌ی ۱۱۵)

۱۵۹- *(بابک اسلامی)*

در حرکت نوسانی ساده، همواره جهت بردار شتاب به سمت مرکز نوسان است، بنابراین همواره علامت مکان و شتاب مخالف یک‌دیگر است. در نتیجه در مکان $x = +4cm$ ، شتاب دارای علامت منفی خواهد بود. از طرفی با استفاده از رابطه‌ی نیروی وارد بر یک نوسانگر وزنه- فنر و قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$F = -kx \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x$$

$$\Rightarrow a = -\frac{2}{20\times10^{-3}} \times (4\times10^{-2}) \Rightarrow a = -4\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- مثال ۳-۵- صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

۱۶۰- *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

چون امواج در یک محیط همگن منتشر می‌شوند، با سرعت‌های یکسانی انتشار می‌یابند. در این صورت طبق رابطه‌ی $\lambda = \frac{v}{f}$، طول موج آن‌ها به نسبت عکس بسامد آن‌ها می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{200}{100} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 2$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۶۱- *(مصطفی رستم‌آبادی)*

$$۴KNO_۳(s) \xrightarrow{T>۵۰۰^\circ C} ۲K_۲O(s) + ۲N_۲(g) + ۵O_۲(g)$$

چون نمودار بر حسب تغییرات غلظت می‌باشد، مربوط به ماده‌ی جامد نبوده و مربوط به گازهای $N_۲$ و $O_۲$ می‌باشد. با توجه به ضرایب استوکیومتری، نمودار بالاتر مربوط به $O_۲(g)$ است که با استفاده از آن می‌توان مقدار اولیه‌ی $KNO_۳(s)$ را حساب کرد.

$$?\,mol O_۲ \text{ تولید شده} = ۲L \times \frac{۱/۲۵ mol O_۲}{۱L} = ۲/۵ mol O_۲$$

$$?\,g\,KNO_۳ \text{ اولیه} = ۲/۵ mol\ O_۲ \times \frac{۴ mol\,KNO_۳}{۵ mol\,O_۲} \times \frac{۱۰۱ g KNO_۳}{۱ mol KNO_۳}$$

$$= ۲۰۲ g\,KNO_۳$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۶۲- *(سراسری ریاضی- ۸۹ با کمی تغییر)*

مقدار E'_a برای واکنش (II) بیش‌تر از مقدار E'_a برای واکنش (I) است. پس سرعت واکنش برگشت در واکنش (II) کم‌تر از سرعت واکنش برگشت در واکنش (I) است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

-۱۶۳ *(حسن عیسی‌زاده)*

ابتدا سرعت متوسط مصرف BrO_3^- را بر حسب مول بر لیتر بر دقیقه بدست می‌آوریم.

$$\overline{R}_{BrO_3^-} = \frac{0/03 mol.L^{-1}}{1s \times \frac{1min}{60s}} = 1/8 mol.L^{-1}.min^{-1}$$

اکنون سرعت متوسط مصرف Br^- بر حسب مول بر لیتر بر دقیقه برابر است با:

$$\overline{R}_{Br^-} = 5 \times \overline{R}_{BrO_3^-} = 5 \times 1/8 mol.L^{-1}.min^{-1} = 9 mol.L^{-1}.min^{-1}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: غلظت و تعداد مول‌های BrO_3^- را با استفاده از سرعت BrO_3^- و زمان و حجم ظرف به‌دست می‌آوریم تا تعداد مول و جرم Br_2 حاصل شود.

$$0/03 mol.L^{-1}.s^{-1} = \frac{\Delta[BrO_3^-]}{15s} \Rightarrow \Delta[BrO_3^-] = 0/45 mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow ?molBrO_3^- = 0/45 mol.L^{-1} \times 2L = 0/9 molBrO_3^-$$

$$\Rightarrow ?gBr_2 = 0/9 molBrO_3^- \times \frac{3 molBr_2}{1 molBrO_3^-} \times \frac{160g}{1mol} = 432 gBr_2$$

گزینه‌های «۲ و ۳»: سرعت واکنش برابر $\frac{1}{5}$ یا ۰/۲ برابر سرعت مصرف Br^- است و ماده با ضریب بیش‌تر، همیشه سرعت مصرف یا تولید بیش‌تری دارد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴ تا ۸)

۱۶۴– *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به مدت زمان موردنظر (۳۰ ثانیه‌ی دوم) می‌توان نوشت:

$$\Delta t = ۳۰s \times \frac{۱min}{۶۰s} = ۰/۵min$$

در این بازه‌ی زمانی داریم: $\Delta[NO_۲] = ۶ - ۴ = ۲mol.L^{-۱}$

بنابراین سرعت متوسط تولید $NO_۲$ عبارتست از:

$$\overline{R}_{NO_۲} = \frac{۲mol.L^{-۱}}{۰/۵min} = ۴mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

سرعت متوسط مصرف $O_۲$ نیز برابر است با:

$$\overline{R}_{O_۲} = \frac{۱}{۲}\overline{R}_{NO_۲} = ۲mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴ تا ۸)

۱۶۵– *(مرتضی ابراهیم‌نژاد)*

باید مرتبه واکنش بر حسب **B,A** را با مقایسه آزمایش‌ها تعیین کنیم. از مقایسه آزمایش ۱و۲ پی می‌بریم با دو برابر شدن غلظت **B** سرعت تولید **C** $(\frac{۸}{۲} = ۴)$ چهار برابر شده است. پس مرتبه واکنش نسبت به **B** با توجه به رابطه‌ی $(۲^n = ۴)$، برابر ۲ است. حال با مقایسه‌ی آزمایش ۲ و ۳ پی می‌بریم با $\frac{۰/۲}{۰/۵} = ۰/۴$ برابر شدن غلظت **A**، تغییری در سرعت تولید **C** به‌وجود نیامده یعنی سرعت واکنش مستقل از تغییرات غلظت **A** است و مرتبه واکنش نسبت به **A** صفر می‌باشد، یعنی: $R = k[A]^{۰}[B]^{۲}$ که در کل مرتبه واکنش ۲ است. *(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۹ و ۱۰)*

۱۶۶- *(سراسری خارج کشور تجربی- ۹۱)*

$$\overline{R}_A = \frac{۰/۴mol}{(۱۰\times۶۰)s} = \frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۳}\,mol.s^{-۱}$$

$$\overline{R}_C = \frac{۳}{۲}\times\overline{R}_A = \frac{۳}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۳}\,\frac{mol}{s} = ۱۰^{-۳}\,\frac{mol}{s}\times۲۲۴۰۰\,\frac{mL}{mol}$$

$$= ۲۲/۴mL.s^{-۱}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱ تا ۸)

۱۶۷- *(سراسری تجربی- ۹۱)*

با مقایسه اطلاعات مربوط به سطر اول و سوم خواهیم داشت:

$$\begin{matrix}(۰/۳)^x(۰/۱۵)^y\times k = ۷\times۱۰^{-۴}\\ (۰/۳)^x(۰/۳)^y\times k = ۱/۴\times۱۰^{-۳}\end{matrix} \Rightarrow \frac{(۰/۳)^x(۰/۱۵)^y k}{(۰/۳)^x(۰/۳)^y k} = \frac{۷\times۱۰^{-۴}}{۱/۴\times۱۰^{-۳}}$$

$$\Rightarrow y = ۱$$

و با مقایسه اطلاعات سطر دوم و سوم خواهیم داشت:

$$\frac{(۰/۶)^x(۰/۳)^y k}{(۰/۳)^x(۰/۳)^y k} = \frac{۲/۸\times۱۰^{-۳}}{۱/۴\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow x = ۱$$

بنابراین قانون سرعت برای واکنش مورد نظر به صورت $R = k[A][B]$ است و با قرار دادن اطلاعات یکی از سطرها (مثلاً سطر سوم) در آن می‌توانیم مقدار k (ثابت سرعت) را محاسبه کنیم.

$$(۰/۳)mol.L^{-۱}\times(۰/۳)mol.L^{-۱}\times k = ۱/۴\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

$$k = \frac{۱/۴\times۱۰^{-۳}}{۰/۰۹} \simeq ۰/۰۱۶L.mol^{-۱}.s^{-۱}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۱۶۸– *(زهره صفایی)*

ابتدا با استفاده از زمان داده شده و سرعت تولید گاز O_2، تعداد مول‌های O_2 را محاسبه کرده و از طریق آن، تعداد مول‌ها و جرم KNO_3 را به‌دست می‌آوریم.

$$4KNO_3(s) \xrightarrow{T>500^\circ C} 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$$

$$\overline{R}_{O_2} = \frac{\Delta[O_2]}{\Delta t} \Rightarrow 0/25 mol.L^{-1}.min^{-1} = \frac{\Delta[O_2]}{0/5 min}$$

$$\Rightarrow \Delta[O_2] = 0/125 mol.L^{-1}$$

$$?molO_2 = 0/125 mol.L^{-1} \times 2L = 0/25 molO_2$$

$$?\ \text{ناخالص}\ gKNO_3 = 0/25 molO_2 \times \frac{4 mol KNO_3}{5 molO_2} \times \frac{101 gKNO_3}{1 molKNO_3}$$

$$\times \frac{100}{80} = 25/25 g\ \text{ناخالص}\ KNO_3$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴ تا ۸)

۱۶۹– *(محمدرضا پورجاوید)*

هر قدر انرژی فعال سازی برگشت کم‌تر باشد، سرعت واکنش برگشت بیش‌تر خواهد بود. با توجه به این‌که $\Delta H = E_{a_{\text{رفت}}} - E_{a_{\text{برگشت}}}$، بنابراین:

«۱» واکنش : $-52 = 68 - E_{a_{\text{برگشت}}} \Rightarrow E_{a_{\text{برگشت}}} = 120\ kJ$

«۲» واکنش : $+91 = 187 - E_{a_{\text{برگشت}}} \Rightarrow E_{a_{\text{برگشت}}} = 96\ kJ$

«۳» واکنش : $+28 = 205 - E_{a_{\text{برگشت}}} \Rightarrow E_{a_{\text{برگشت}}} = 177\ kJ$

«۴» واکنش : $-85 = 153 - E_{a_{\text{برگشت}}} \Rightarrow E_{a_{\text{برگشت}}} = 238\ kJ$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۷۰– *(سراسری تجربی- ۹۰)*

هر چه اندازه‌ی ذرات کاتالیزگر جامد کوچک‌تر باشد، سطح تماس آن‌ها با ذرات واکنش‌دهنده بیش‌تر و جذب سطحی آن‌ها نیز بیش‌تر خواهد بود. پس سرعت واکنش بیش‌تر می‌شود. *(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)*

-۱۷۱ *(سراسری خارج کشور ریاضی- ۹۱)*

$CoCl_2$ خشک، آبی‌رنگ است و $CoCl_2.6H_2O$ به رنگ صورتی است.

درصد افزایش جرم $\frac{\text{جرم آب جذب‌شده}}{\text{جرم نمک خشک}} \times 100 = \frac{6\times18}{130} \times 100 \approx \%83$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

-۱۷۲ *(سراسری خارج کشور ریاضی- ۹۱)*

	$H_2O(g) + C(s)$		$H_2(g) + CO(g)$	
مول اولیه ←	x	۰/۴	۰	۰
مول تعادلی ←	x − ۰/۲		۰/۲	۰/۲
غلظت مولی تعادلی ←	$\frac{x}{2} - ۰/۱$		۰/۱	۰/۱

$$K = 10 = \frac{۰/۱ \times ۰/۱}{\frac{x}{2} - ۰/۱} \Rightarrow x = ۰/۲۰۲ \text{ mol } H_2O(g)$$

$$\Rightarrow \text{جرم اولیه } H_2O(g) = ۰/۲۰۲ \times ۱۸ = ۳/۶۳۶g \simeq ۳/۶۴g$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

-۱۷۳ *(رضا جعفری فیروزآبادی)*

گزینه‌های ۱، ۲، تعادل‌های شیمیایی ناهمگن سه‌فازی هستند اما تعادل شماره‌ی ۴، ناهمگن شیمیایی دو فازی است، تعادل شماره (۳) یک تعادل فیزیکی ناهمگن دوفازی می‌باشد. *(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)*

۱۷۴- *(زهره صفایی)*

$$CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$$

در تعادل: $1-x \quad 1-x \quad x \quad x$

$$K = \frac{x^2}{(1-x)^2} \Rightarrow 4\times10^{-2} = \frac{x^2}{(1-x)^2} \Rightarrow 2\times10^{-1} = \frac{x}{1-x}$$

$$\Rightarrow 0/2 - 0/2x = x \Rightarrow x = \frac{1}{6}\,mol$$

باقی‌مانده‌ی هر واکنش‌دهنده $= 1-x = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\frac{5}{6}}{1}\times100 \simeq \%83$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۱۷۵- *(محمدحسین انوشه)*

چنان‌چه مخلوط به حالت تعادل قرار نداشته باشد (Q و K برابر نباشند)، با پیشرفت واکنش در جهت رفت یا برگشت (که با مقایسه‌ی Q و K مشخص می‌شود) پس از مدتی به حالت تعادل می‌رسد. توجه داشته باشید که مقدار K در دمای معین ثابت است و این مقدار Q است که زیاد یا کم می‌شود تا با مقدار K برابر شود. (در گزینه‌های ۱ ، ۲ و ۳ ، K تغییر کرده است.)

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۷۶- *(زهره صفایی)*

تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

$$A \rightleftharpoons B, K = \frac{۱}{۲} \qquad Q = \frac{۱+۰/۵}{۲+۰/۵} = \frac{۱/۵}{۲/۵} = ۰/۶ \qquad Q > K$$

$$K = \frac{[B]}{[A]} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱/۵ - x}{۲/۵ + x} \Rightarrow x = \frac{۱}{۶} mol$$

$$[A] = ۲/۵ + \frac{۱}{۶} = \frac{۱۶}{۶} mol.L^{-۱}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۴۱)

۱۷۷- *(سراسری خارج کشور ریاضی- ۸۶)*

با قرار دادن مقادیر ارائه شده در ردیف ۳ در خارج قسمت واکنش، مقدار Q برابر $۳/۲$ می‌شود که برابر K واکنش است پس واکنش در شرایط ردیف ۳ در حالت تعادل قرار دارد.

$$Q = \frac{(۰/۴)^۲}{(۰/۵)^۲ (۰/۲)} = ۳/۲ mol^{-۱}.L$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۷۸– *(سراسری ریاضی– ۹۱)*

با کاهش فشار تعادل به سمت راست که تعداد مول‌های گازی در آن بیش‌تر است جابه‌جا می‌شود، یعنی سرعت واکنش رفت نسبت به واکنش برگشت افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی«۲» : تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل دما است و تغییر حجم باعث تغییر در ثابت تعادل نمی‌شود.

گزینه‌ی«۳» : هنگام تعادل $\Delta G = 0$ است یعنی: $\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0$

گزینه‌ی«۴» : در واکنش‌های برگشت‌پذیر q در طرفی قرار می‌گیرد که تعداد مول‌های گازی کم‌تر است، یعنی:

$$AB(g) + q \rightleftharpoons A(g) + B(g)$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)

۱۷۹– *(علی‌رضا علمداری)*

در تعادل موردنظر فقط NO_2 رنگی است(قهوه‌ای رنگ است.). بنابراین منظور از این‌که سامانه پررنگ‌تر شود، این است که غلظت NO_2 بیش‌تر شود. با توجه به این‌که تعادل موردنظر گرماگیر است نماد q در سمت چپ قرار دارد. در نتیجه با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و غلظت NO_2 افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش فشار غلظت همه‌ی اجزاء تعادل از جمله NO_2 افزایش می‌یابد.

نکته: توجه داشته باشید که شدت رنگ سامانه به غلظت بستگی دارد، نه به مقدار مول. بنابراین با این که با افزایش فشار، تعادل در جهت برگشت پیش روی می‌کند و مقدار مول NO_2 کم می‌شود، اما به خاطر افزایش غلظت آن، شدت رنگ افزایش می‌یابد.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۵)

۱۸۰– *(صادق ابرقویی)*

واکنش تولید آمونیاک از گازهای نیتروژن و هیدروژن به صورت مقابل است:

$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g) + q$$

اگر این واکنش در ظرف سربسته انجام شود می‌تواند به حالت تعادل برسد. اگر حجم ظرف را کاهش دهیم، غلظت همه مواد افزایش می‌یابد. بنابراین سرعت واکنش افزایش می‌یابد و واکنش موردنظر سریع‌تر می‌تواند به حالت تعادل برسد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۲»: اگر $Q < K$ باشد، تعادل در صورتی برقرار می‌شود که سرعت واکنش رفت بیش‌تر از سرعت واکنش برگشت باشد.

گزینه‌ی «۳»: با افزایش دما، در واکنش‌های گرماده، ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

گزینه‌ی «۴»: واکنش‌هایی که دارای $\Delta S > 0$ و $\Delta H < 0$ می‌باشند، هیچ‌گاه به صورت تعادلی انجام نمی‌شوند.

(شیمی ۳، صفحه‌ی ۷۳) و (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۷)

۱۸۱– *(امیر قاسمی)*

با افزایش فشار(کاهش حجم) نسبت تعداد مول به حجم جدید بزرگ‌تر می‌شود. در نتیجه غلظت تمام گونه‌ها افزایش می‌یابد و مقدار گونه‌های موجود در سمت مولِ گازی بیش‌تر، کاهش می‌یابند. ثابت تعادل نیز بدون تغییر باقی می‌ماند چرا که تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل دما است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴۱ و ۴۳)

۱۸۲– *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

با افزایش دما سرعت واکنش برگشت بیش‌تر افزایش پیدا کرده است. بنابراین تعادل گرماده است. در تعادل‌های گرماده با افزایش دما، K کم‌تر می‌شود.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹ و ۴۳ تا ۴۵)

۱۸۳– *(محمدجواد فولادی)*

تنها عاملی که باعث تغییر منحنی انرژی- پیشرفت واکنش می‌شود کاتالیزگر بوده و تغییرات غلظت مواد تأثیری بر منحنی انرژی- پیشرفت واکنش ندارد. *(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۸، ۱۹ و ۲۰)*

۱۸۴– *(امین نفیسی)*

۱۸۵– *(کامبیز فراهانی)*

برطبق مدل لوری- برونستد، اسید و باز مزدوج در یک پروتون (H^+) با هم تفاوت دارند، بنابراین نمی‌توانند هر دو، مولکول خنثی باشند.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۸۶– *(سراسری ریاضی- ۸۵)*

اگر H_2O به عنوان باز (گیرنده‌ی H^+) در نظر گرفته شود، اسید مزدوج آن، H_3O^+ خواهد بود و اگر H_3O^+ به عنوان اسید (دهنده‌ی H^+) در نظر گرفته شود، باز مزدوج آن، H_2O خواهد بود.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۱۸۷– *(محمدصادق حمزه)*

K_a اسید $HOCl$ از K_a اسید $HOBr$ بیش‌تر است. بنابراین با غلظت‌های یک‌سان از محلول دو اسید در آب، $[H_3O^+]$ در محلول $HOBr$ کم‌تر از $[H_3O^+]$ در محلول $HOCl$ است.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱۸۸– *(صادق ابرقویی)*

$$[HCN]=\frac{۰/۳mol}{۰/۵L}=۰/۶mol.L^{-۱}$$

$$[H_۳O^+]=\frac{۱}{۱۰۰}\times ۰/۶=۰/۰۰۶mol.L^{-۱}$$

$$K_a=\frac{۰/۰۰۶\times ۰/۰۰۶}{۰/۶-۰/۰۰۶}\simeq\frac{۳۶\times ۱۰^{-۶}}{۶\times ۱۰^{-۱}}=۶\times ۱۰^{-۵}$$

$$pK_a=-\log ۶\times ۱۰^{-۵}\Rightarrow pK_a=-(\log ۶-۵)$$

$$\Rightarrow pK_a=-(۰/۸-۵)\Rightarrow pK_a=۴/۲$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱۸۹– *(مرتضی ابراهیم‌نژاد)*

هر چه اسید قوی‌تر باشد، باز مزدوج آن ضعیف‌تر است و برعکس. یعنی هر چه باز قوی‌تر باشد، اسید مزدوج آن ضعیف‌تر است.

از نظر قدرت اسیدی: $HB > HE > HA > HD > HC$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱۹۰– *(محمدرضا پورجاوید)*

از مقایسه‌ی قدرت اسیدی اسید مزدوج موارد داده شده، خواهیم داشت:

قدرت اسیدی : $HNO_۳ > HSO_۴^- > HF > H_۲CO_۳$

بنابراین قدرت بازی گونه‌های صورت سؤال دارای ترتیب زیر است:

قدرت بازی : $NO_۳^- < SO_۴^{۲-} < F^- < HCO_۳^-$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌ی ۵۸)