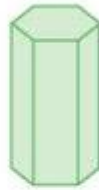


فصل ششم: حجم و سطح

حجم های هندسی :



حجم های کروی



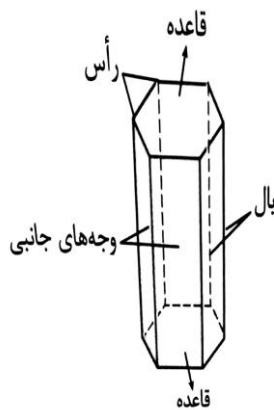
حجم های منشوری



حجم های هرمی

حجم منشوری:

حجم های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می گیرند



قاعده : به دو سطح موازی که سطح منشوری را قطع می کنند . قاعده ها با هم موازی و مساوی اند

وجه جانبی : به سطح های اطراف منشور می گویند

یال : به لبه ها یا محل برخورد هر دو سطح , یال می گویند

راس: به گوشه ها یا نقاط برخورد هر سه سطح , راس می گویند

منشور بالا دارای ۶ پهلو , ۲ قاعده , ۱۲ راس , ۱۸ یال می باشد

نکته :

هر منشور n پهلو دارای

$2n$ راس, $3n$ یال و $n+2$ وجه است

مثال:

تعداد راس های یک منشور چند پهلو از ربع تعداد یال های آن ۲۰ واحد بیشتر است ، تعداد وجوه این منشور را بیابید؟

پاسخ:

$$2n - \frac{3n}{4} = 20 \rightarrow \frac{8n-3n}{4} = 20 \rightarrow \frac{5n}{4} = 20 \rightarrow 5n = 80 \rightarrow n = \frac{80}{5} \rightarrow n = 16$$

نکته :

اگر مکعبی که از $n \times n \times n$ مکعب واحد تشکیل شده باشد ، داخل سطل رنگ بیاندازیم سپس آن را خارج کرده و با برش آن را به $n \times n \times n$ مکعب واحد تقسیم کنیم ، تعداد مکعب های واحدی که :

هیچ وجه آن رنگی نشد است: $(n - 2) \times (n - 2) \times (n - 2)$

یک وجه رنگی دارند: $6 \times (n - 2) \times (n - 2)$

دو وجه رنگی دارند : $12 \times (n - 2)$

سه وجه رنگی دارند: ۸تا

مثال :

اگر یک مکعب به ابعاد $7 \times 7 \times 7$ را داخل یک سطل رنگ بیاندازیم سپس دوباره آن را بیرون آوریم و به مکعب های $1 \times 1 \times 1$ برش بزنیم در این صورت تعداد مکعب های واحدی که دو وجه آن رنگی است را بیابید:

پاسخ:

$$\text{تعداد مکعب های دو وجه رنگی} : 12 \times (n - 2) = 12 \times (7 - 2) = 12 \times 5 = 60$$

سوال) فرض کنید ۲۵ تا مکعب واحد سفید و ۳۹ تا مکعب واحد مشکی داریم ، می خواهیم توسط همه این مکعب های واحد ، یک مکعب بزرگ بسازیم ، در این صورت حداقل مساحت سفید برابر است با :

پاسخ:

$$\text{مکعب بزرگ} : ۲۵ + ۳۹ = ۶۴ = ۴ \times ۴ \times ۴$$

$$\text{مرکز مکعب بزرگ} : (n - ۲) \times (n - ۲) \times (n - ۲) = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

$$\text{یک وجه رنگی} : ۶ \times (n - ۲) \times (n - ۲) = ۶ \times ۲ \times ۲ = ۲۴$$

$$۲۵ - ۸ = ۱۷$$

سوال :

مکعبی چوبی به ابعاد $۵ \times ۵ \times ۵$ را با به هم چسباندن ۱۲۵ مکعب واحد درست کرده ایم از این مکعب طوری عکس گرفته ایم که بیشترین مکعب های واحد دیده شوند ، چند مکعب واحد درعکس

دیده می شود؟

$$\text{پاسخ} : ۵ \times ۵ + ۵ \times ۴ + ۴ \times ۴ = ۶۱$$

