جزوه آمادگی کنکور کارشناسی ارشد عمران

درس: تحلیل سازه

تعداد صفحات: 163

سایت تخصصی کنکور کارشناسی ارشد عمران

WWW.CIVIL-ARSHAD.BLOGFA.COM

www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

• جسم صلب : در جسم صلب هیچ دو ذره نسبت به هم امکان حرکت ندارند.

جسم صلب

همه اجسام انحراف پذیرند ولی با استفاده از فرضیه‌ی تغییر شکلهای کوچک در مباحث لیتایی همه اجسام صلب فرض خواهیم کرد.

جسم صلب نیست

جسم صلب در صفحه ۳ درجه آزادی دارد (۳ انتقال، ۳ دوران) ولی در صفحه ۳ درجه آزادی دارد (۲ انتقال، ۱ دوران)

• ذره مادی : جسم صلبی است با ابعاد بسیار کوچک و دارای درجه آزادی دوران نمی باشد چون دارای بعد نیست.

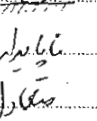
• زمین : جسم صلبی است فاقد حرکت. چون همه حرکات را نسبت به زمین بررسی می کنیم.

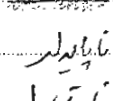
• سیستم یا سازه : مرکب از چندین جسم صلب است.

• سیستم پایدار : هیچ ذره‌ای نسبت به زمین امکان حرکت ندارد.

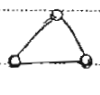
پایداری یا ناپایداری یا صلبیت و عدم صلبیت از خواص سازه ها است به بارگذاری مربوط نیست.

پایداری و ناپایداری نسبت به زمین است.

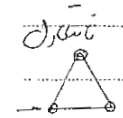

ناپایدار
نامتعادل


پایدار
نامتعادل

ناپایدار، غیر صلب
(بدون تکیه گاه)

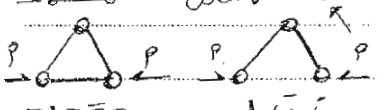

ناپایدار - صلب
(بدون تکیه گاه)

سیستم متعادل : سیستی است که نسبت به زمین هیچگونه حرکتی نداشته باشد و تعادل یا عدم تعادل صرفاً از خواص سیستم ها نبوده و به بارگذاری موثر بر سیستم مورد نظر نیز وابسته است


نامتعادل

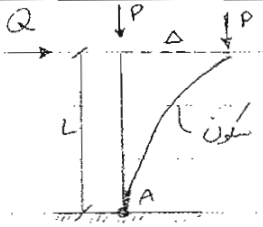
متعادل

هر سیستم پایدار لزوماً تحت هر بارگذاری دلخواه متعادل نیزی باشد ولی


متعادل
نامتعادل
عکس آن صادق نیست

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )



* فرضیه تغییر شکلهای کوچک:

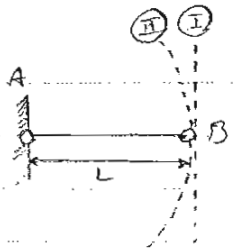
معادله تعادل یعنی معادله‌ای که در نقطه سکون نوشته می‌شود، طبق این فرضیه تغییر شکلها به حدی کوچک فرض می‌شود که می‌توان از آنها در مقایسه با ابعاد خطی سازه‌ها صرف نظر کرد.

اشتباه $M_A = Q \cdot L$

$M_A = Q \cdot L + P\Delta$

تغییر شکل کوچک: $\Delta \ll L \Rightarrow M_A = Q \cdot L$

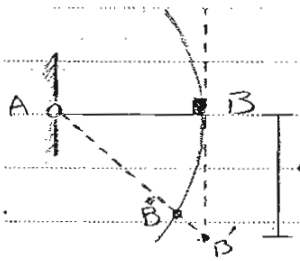
با استفاده از این فرضیه می‌توان معادلات تعادل را به جای المان کردن به وضعیت تغییر شکل یافته سازه‌ها به وضعیت اولیه سازه المان کرد یعنی سازه‌ها را با وجود انعطاف پذیر بودن‌شان در مباحث ایستایی می‌توان صلب فرض کرد.



* فرضیه تغییر مکانهای کوچک:

(I) مکان فرضی نقطه B با استفاده از فرضیه تغییر مکانهای کوچک که خطی است محدود بر استاد اولیه محض.

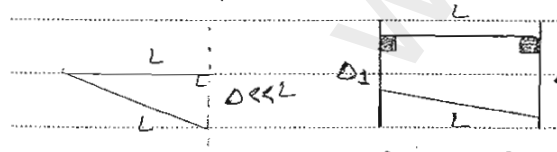
(II) مکان هندسی واقعی نقطه B که قوسی از دایره‌ات به شعاع L



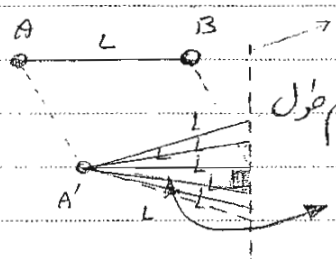
$error = BB'' = \sqrt{L^2 + \Delta^2} - L$

$= \sqrt{\left(L + \frac{\Delta^2}{2L}\right)^2 - \frac{\Delta^4}{4L^2}} - L \rightarrow$ تقریب

$\simeq \frac{\Delta^2}{2L} \Rightarrow$



$|\Delta_1 - \Delta_2| \ll L$



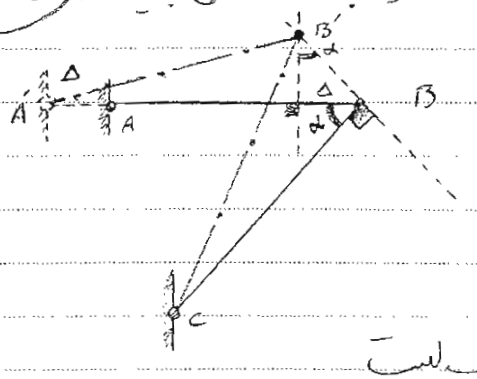
+ خطی به موازات وهم طول اولیه رسم می‌کنیم.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

پیش فرض تمامی مباحث در مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها دو فرضیه کوچک بودن تغییر شکلها و تغییر مکانها است.

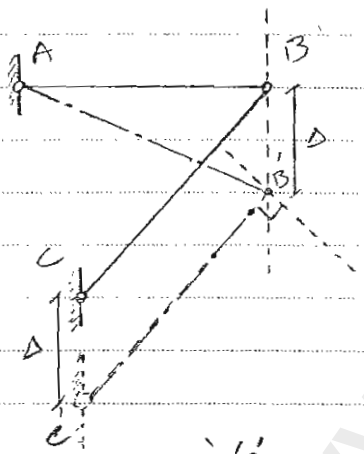
مثال: در صورتیکه تکیه گاه A به اندازه Δ در راستای افق دچار نشست مطلوب است مکان جدید نقطه B.



$\Delta Bx = \Delta$

$\Delta By = \Delta / \tan\alpha$

مثال: اگر تکیه C به اندازه Δ نشست قائم داشته باشد مطلوب است مکان جدید B.

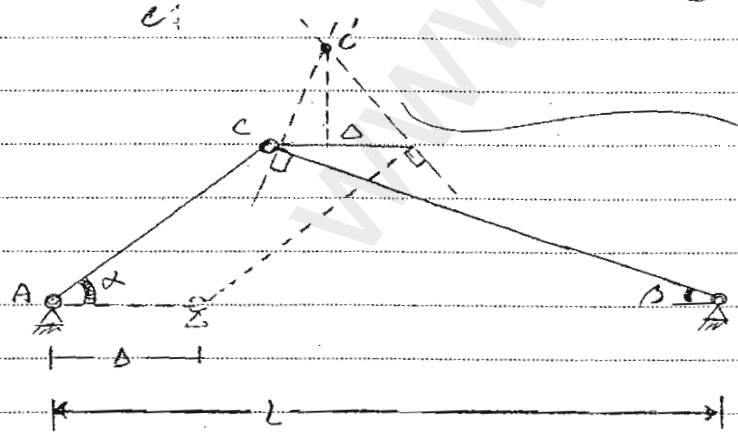


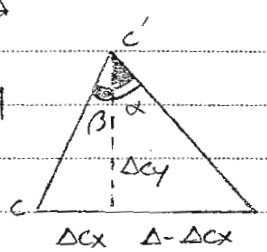
$\Delta Bx = 0$

$\Delta By = \Delta$

مثال: اگر تکیه گاه A به اندازه Δ نشست افقی داشته باشد مطلوب است مکان جدید C.

(برای حالت Δ قائم حل کنید)





$\tan\alpha = \frac{\Delta - \Delta Cx}{\Delta Cy} \Rightarrow \Delta Cx = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha + \tan\beta} \cdot \Delta$

$\tan\beta = \frac{\Delta Cx}{\Delta Cy} \Rightarrow \Delta Cy = \frac{1}{\tan\alpha + \tan\beta} \cdot \Delta$

if $\alpha = \beta \rightarrow \tan\alpha = \frac{2H}{L}$

$\Delta Cx = \frac{\Delta}{2}$

$\Delta Cy = \frac{L\Delta}{4H}$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

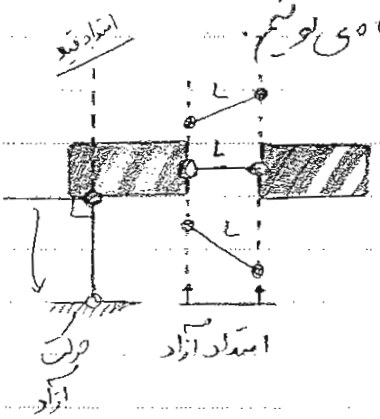
سازه معین:

یک سازه معین سازه‌ای است که هیچ گونه قیدی در مقابل حرکت آزاد نداشته باشد اگر سازه‌ای قید داشته باشد کافی است در تحلیل آن را حذف کرده و به جایش نیروی متناظر آن قید را جایگزین کنیم.

قید:

عاملی است که مانع از حرکت آزاد یک ذره مادی از یک جسم نسبت به جسم دیگری شود.

اگر قید مورد نظر مانع از حرکت آزاد دو ذره از دو جسم نسبت به هم شود آن را اتصال گوئیم ولی اگر مانع از حرکت آزاد یک ذره از یک جسم نسبت به زمین شود آن را تکیه گاهی گوئیم.

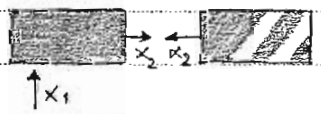


انواع قید:

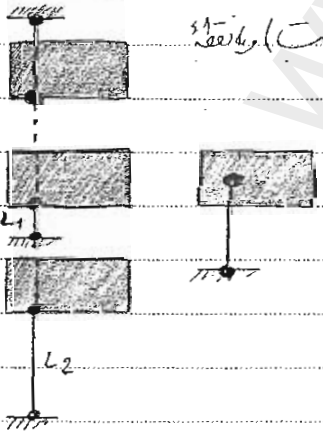
۱. قید میله‌ای [میله صلب دو سر مفصل]:

قید میله‌ای فقط در راستای خود ممانعت از حرکت به محل می آورد.

قید میله‌ای برای حرکت‌های محدود در راستای خود و دوران هیچ گونه مانعی محسوب نمی‌شود.



۲ـ قید میله‌ای یک مجهولی است.

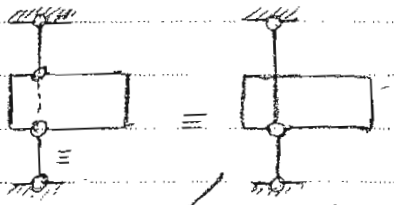


۳ـ قید میله‌ای می‌توان تغییر طول داد، جنس را عوض کرد (البته مهم نیست استاتیکی مهم است) و یا نقطه اتصالش را روی جسم در راستای میله جابه‌جا کرد از نظر محدودیت حرکتی هیچ گونه تغییری در خواص سیستم ایجاد نمی‌شود به شرطی که استاد میله حفظ شود. [طول میله نمی‌تواند صفر شود]

www.civil-eng.ir

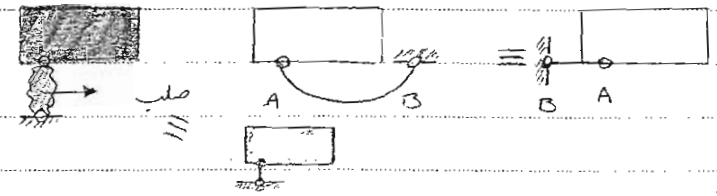
Subject:
Year Month Date ( )

اگر n میله در یک راستا به یک جسم وصل شوند از نظر محدودیت حرکتی معادل یک میله می باشند



به جز یک میله بقیه اضافی اند.

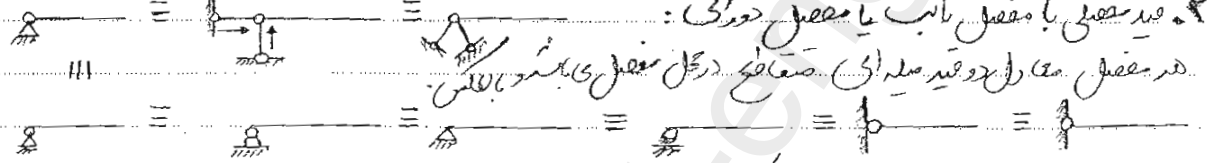
هر جسم صلبی که فقط و فقط با دو مفصل به سایرین وصل شود حکم یک میله را دارد و بالعکس.



(در بحث ما هر جسم صلب فقط نقاط اتصال مهم است نه شکل جسم صلب!)

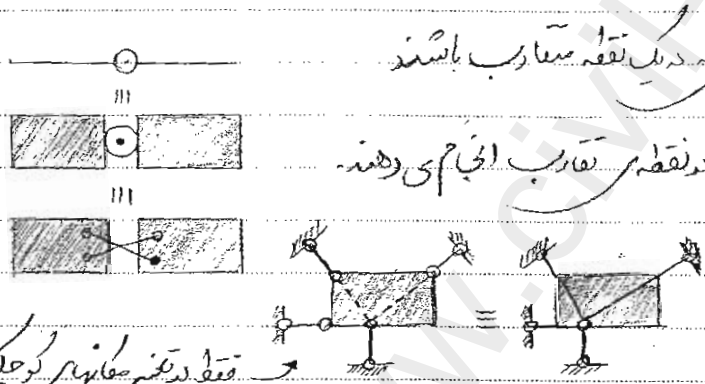
۲. قید مفصلی یا مفصل دورانی:

هر مفصل معادل دو قید میله ای متقاطع در محل مفصل می باشد و بالعکس.



اگر n میله به یک جسم متصل شوند طوری که در یک نقطه متقارب باشند

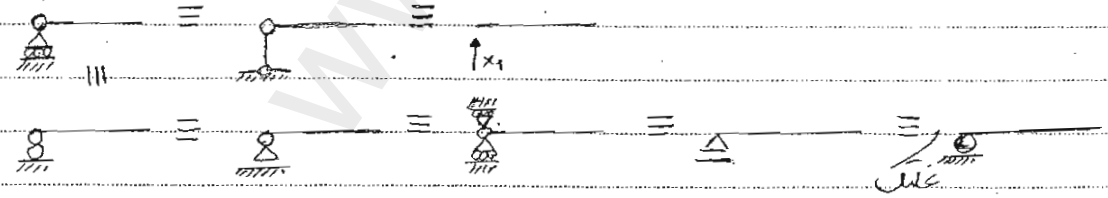
از نظر محدودیت حرکتی کار یک مفصل را در نقطه ی تقارب انجام می دهند.

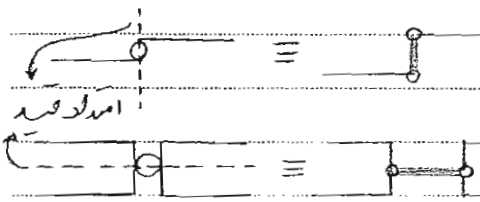


یکی به جز: دو میله بقیه اضافی اند.

فقط در تغییر مکانهای کوچک

۳. قید غلتکی یا مفصل متحرک:





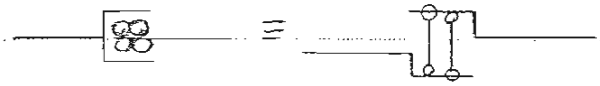
یک میله امتدادش مهم است و مفصل موقعیتی چون میله خط و مفصل نقطه است.

www.civil-eng.ir

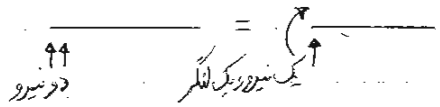
Subject:
Year. Month. Date. ( )

6

۴. قید لولایی یا مفصل محوری:



دو جسم تحت این اتصال فقط حرکت افقی نسبی دارند.



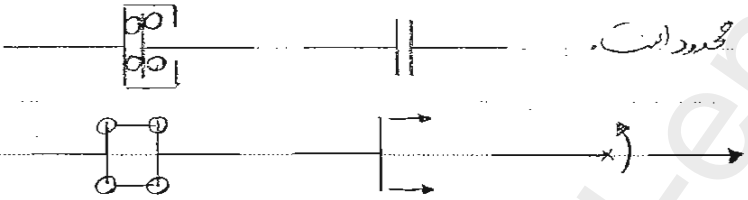
و حرکت قائم و دوران نسبی ندارند.

هر جا قیدی است تیروی هم است

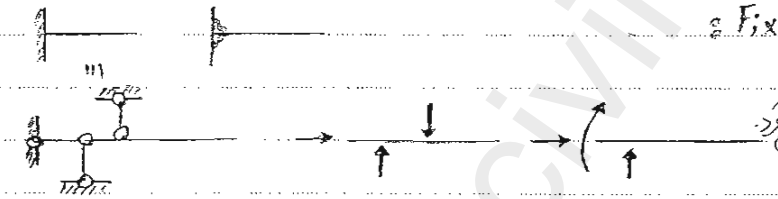
۵. قید لغزشی یا مفصل برشی:

حرکت را تا اندازه محدود دارد و حرکت افقی و دورا محدود است.

نسبی نسبی

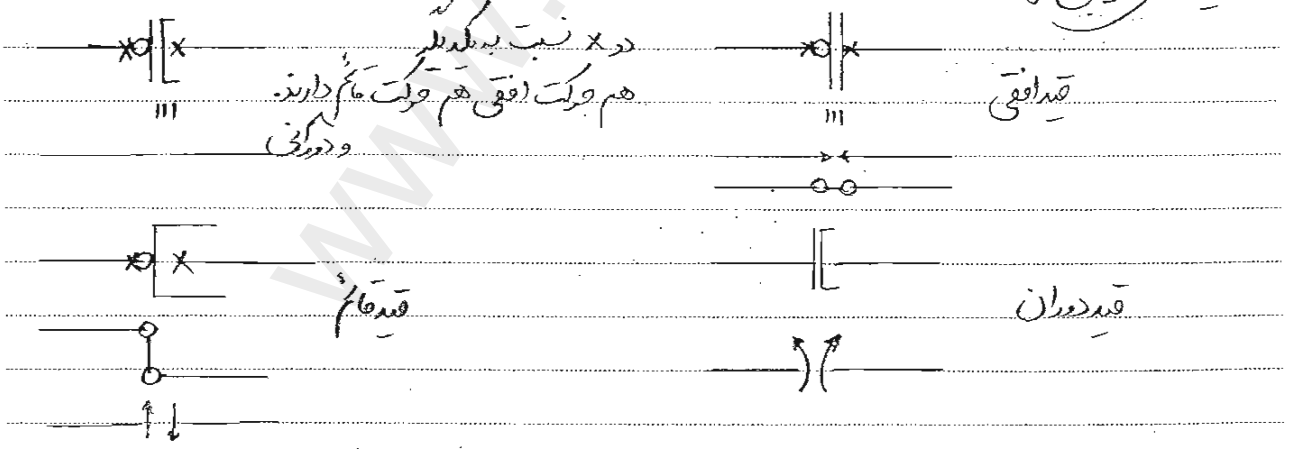


۶. قید کامل، قید صلب، گیردار، Fix:



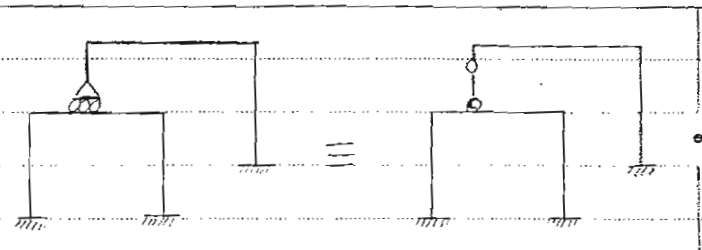
قید کامل یا سه میله غیر متقارب جلگیری می‌کند

۷. قیدهای ترکیبی:

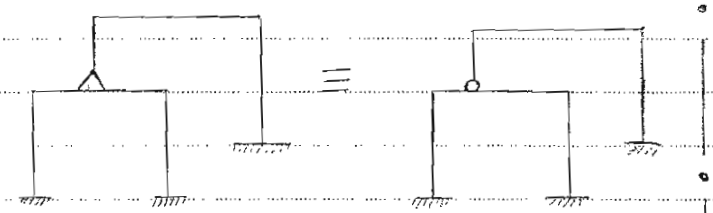


www.civil-engir

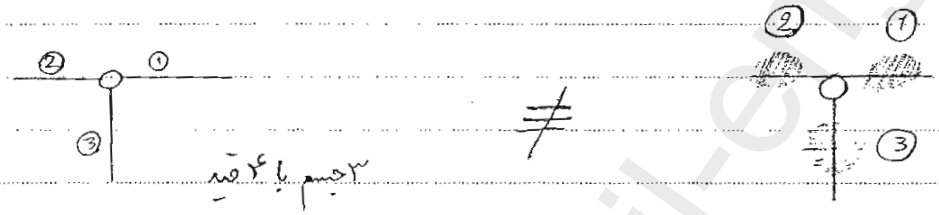
Subject:
Year. Month. Date. ( )



دیاول : ۲ جسم با ۳ قید



دیدوم : ۱ جسم با ۳ قید



۳ جسم با ۴ قید

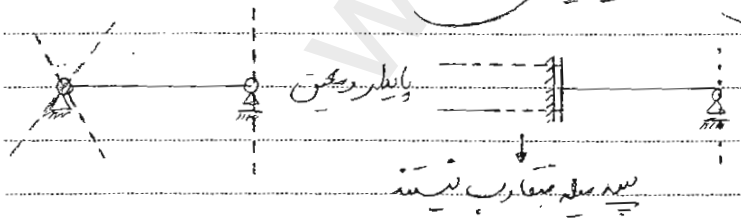
۲ جسم با ۲ قید : جسم بال با دو قید به جسم پایین وصل شده است.

۳ جسم با ۵ قید : جسم ۱ و ۲ با ۳ قید و جسم ۲-۱ با دو قید به جسم پایین.

جسم ۱ و ۲ بوسیله ۲ قید متصل می‌شود
جسم ۱-۲ بوسیله ۲ قید به جسم ۳ متصل می‌شود

بررسی پایداری یک جسم صلب :

یک جسم صلب در صفحه برای پایداری نیاز به حداقل سه قید میله‌ای غیر متقارب دارد.



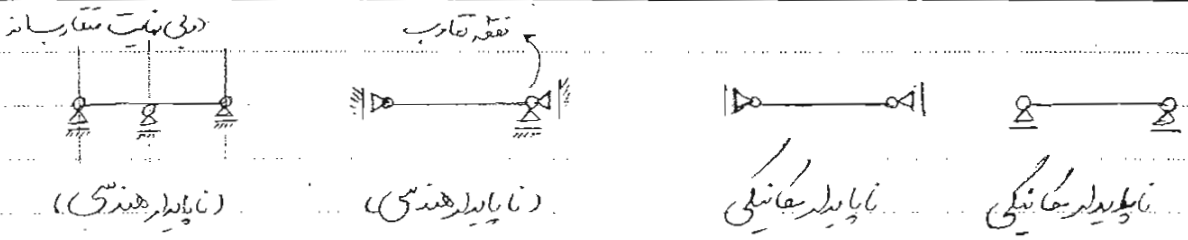
شرط کافی بودن تعداد قیدها را شرط هندسی پایداری گوئیم

نا پایدار مکانیکی

و مناسب بودن هندسی قیدها را شرط هندسی پایداری گوئیم.

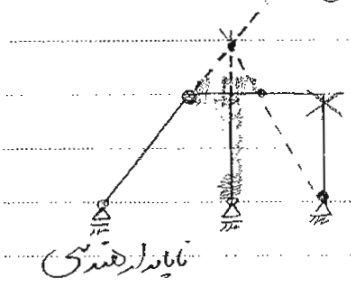
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )



یک جسم صلب در صورتی که ناپایدار هندسی باشد نسبت به نقطه‌ی تقارب امکان دوران دارد.

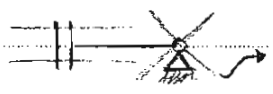
اگر تعداد قیدهای یک جسم به اندازه حداقل مورد نیاز باشد آن را معین و در غیر این صورت اگر تعداد قیدهای موجود بیشتر از حداقل مورد نیاز باشد آن را نامعین می‌نامیم.

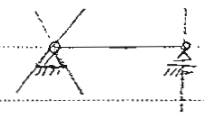


← پیش فرض بودی مسائل متعادل بودن آنهاست

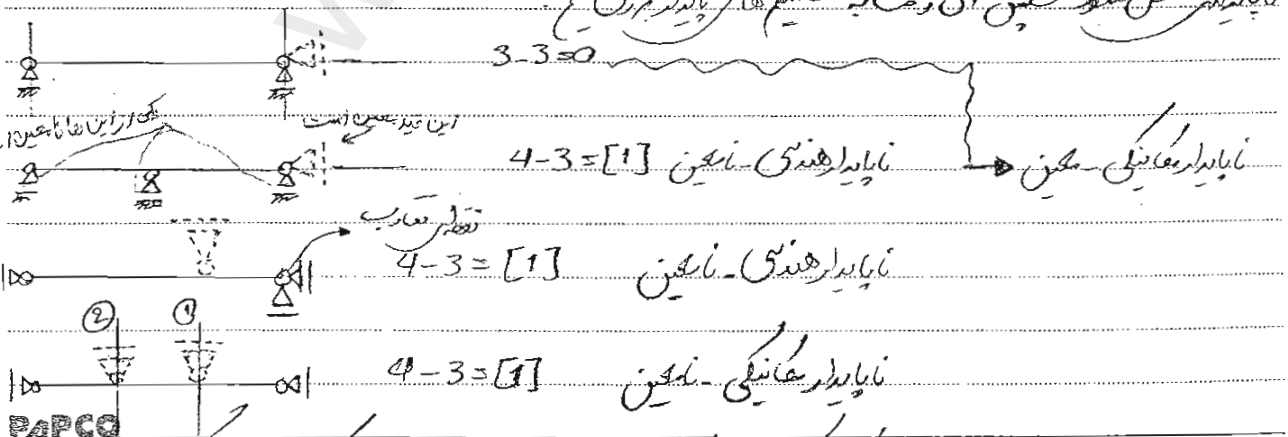
بنابراین هیچ سیستم بی‌نیاز از انواع سازه‌ها مطرح است، از جمله سازه‌های پایدار و ناپایدار.

← برای تشخیص درجه نامعینی سیستم‌های پایدار روش شمردن کافی است تعداد قیدهای موجود را از تعداد حداقل قیدهای لازم بکنیم اگر این تفاضل صفر باشد آن سیستم معین یا اندواستاتیک بوده و در غیر این صورت نامعین یا هیپراستاتیک یا هیپواستاتیک می‌باشد. در سیستم پایدار تعداد تفاضل منفی نمی‌شود.





برای تشخیص درجه نامعینی سیستم‌های ناپایدار کافی است حداقل قیدهایی را چنان به آن اضافه کنیم که شکل ناپایدار حل شود سپس آن را مانند سیستم‌های پایدار بررسی کنیم.



با یک تکیه‌گاه مشکل تقارب حل می‌شود لذا دو تکیه‌گاه اضافی کنیم.

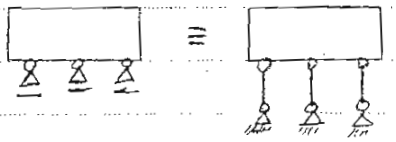
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

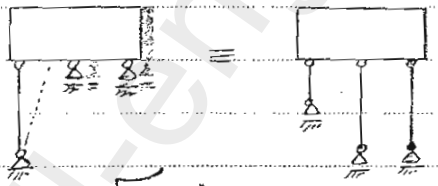
در آخرین سیستم صفحه قبل قید ① وجودش باعث تقارب نقطه‌ی می‌شود و شکل ناپایداری مکانیکی این نقطه حل می‌شود اما قید ② باعث از بین رفتن تقارب می‌شود و شکل هندسی ناپایداری نیز حل می‌شود.

هر سیستم ناپایدار هندسی لزوماً نامعین نیز هست.

اگر در یک سیستم ناپایدار هندسی با اعمال یک تغییر مکان هر چند کوچک شکل ناپایداری حل شود آن را ناپایدار هندسی آنی و اگر با تغییر مکانهای هر چند بزرگ شکل ناپایداری حل نشود آن را ناپایدار هندسی دائمی می‌نامیم.

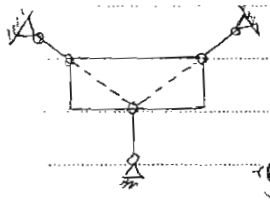


ناپایدار هندسی دائمی

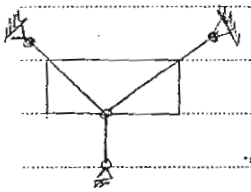


ناپایدار هندسی آنی

تغییر دادن طول میله‌ها یا تقلیل اتصال آنها یا جهت آن‌ها می‌تواند پایداری یا ناپایداری سیستم‌ها را عوض کند و احتمالاً می‌تواند نوع آنی یا دائمی بودن ناپایداری هندسی را عوض کند.



ناپایدار هندسی آنی
(تغییر مکان بی‌نهایت کوچک)



ناپایدار هندسی دائمی
(شکل هندسی تغییر می‌کند)

تعداد حداقل قیدهای لازم - تعداد قیدهای موجود = درجه نامعینی

ایستایی یک جسم صلب
- پایدار
  - معین
  - نامعین
- ناپایدار
  - هندسی
    - آنی
    - دائمی
  - مکانیکی
    - معین
    - نامعین

درجه نامعینی ← تعداد قیدهای اضافی

آنی ۹۹٪ ناپایدار هندسی را تشکیل می‌دهد.

www.civil-eng.ir

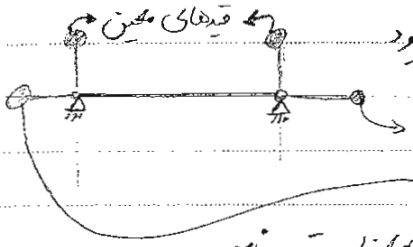
Subject:
Year. Month. Date. ( )

10

در سیستم های ناپایدار:

ابتدا با اضافه کردن حداقل قیدهای خنثی سیستم را پایدار می کنیم سپس مشابه سیستم های پایدار درجه نامعینی آن را تعیین می کنیم.

اگر در یک سیستم نامعین قیدی را حذف کنیم، سیستم حاصل اگر ناپایدار نشود فقط قید مورد نظر قید ضروری است و معین.



در غیر این صورت آن قید نامعین است. توجه شود که ممکن است معین و نامعین قیود بحث خواهد شد.

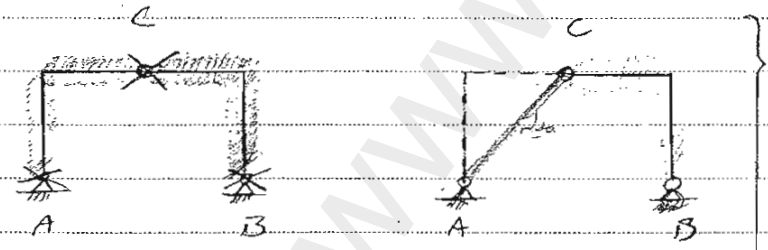
اگر در یک سیستم، همه مجهولات قیدی را بتوان فقط و فقط از طریق معادلات تعادل تعیین کرد آن سیستم معین در غیر این صورت نامعین است، قیدهای غیر قابل تعیین را قیدهای نامعین و تعداد آنها را درجه نامعینی سیستم می نامیم.

بررسی انتهایی سیستم های مرکب از چند جسم صلب:

شرط هندسی یک سیستم مرکب از چند جسم صلب داشتن حداقل قیدهایی به شرح زیری باشد:

$$\text{حداقل قیدهای لازم برای پایداری} = [\text{تعداد اجسام} \times \text{درجه آزادی}\ \{\text{صفحه} \to 3,\ \text{فضا} \to 6\}]$$

شرط هندسی عمومی برای چنین سیستم هایی وجود نداشته و بسته به مورد باید بسته حل شود



۲ جسم با ۴ قید

برای پایداری A و B و C نباید روی یک خط راست باشند.

$\Leftrightarrow$

۱ جسم با ۳ قید

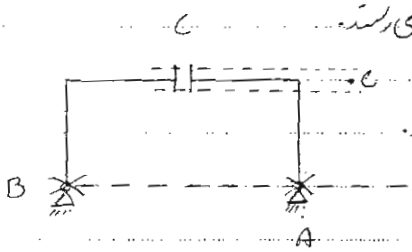
برای پایداری باید از AC عبور نکند.

۲ بار زده ۳ مفصل

www.civileng.ir

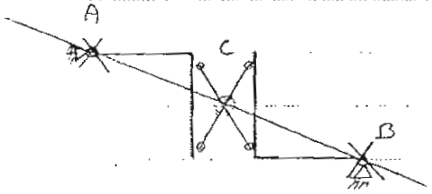
Subject :
Year . Month . Date . ( )

خطوط عمل در یک نقطه به هم می رسند.

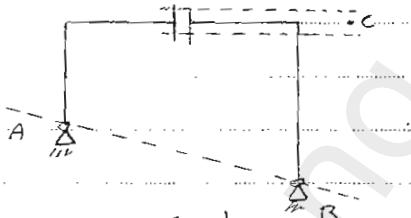


خط واصل A به B لنگر نمی گیرد.

<ناپایدار هندسی - ناچین>

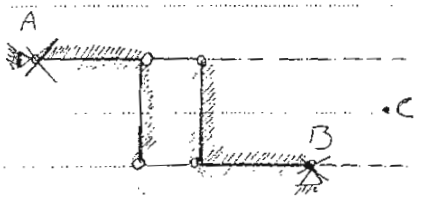


<ناپایدار هندسی - ناچین [1]>

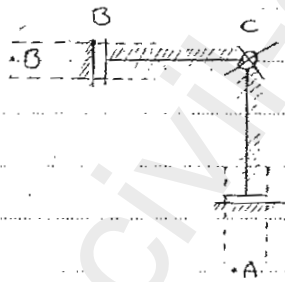


خط واصل A-B لنگر نمی گیرد.

<< پایدار - ناچین >>

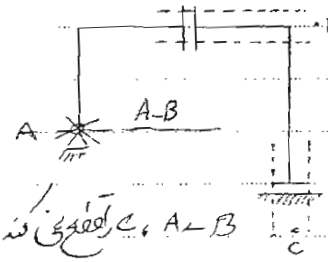


<< پایدار - ناچین >>



خط واصل BC از A نمی گذرد

<< پایدار و ناچین >>



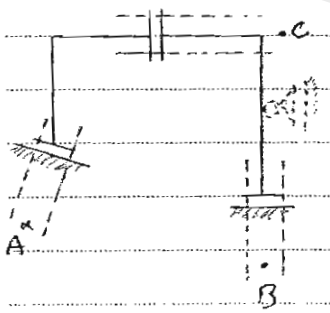
A-B را تقویت می کند، C

<< پایدار و ناچین >>

برای پایداری بحث نیرو را به کناری بریم.

در یک سازه ی صفحه ای که هر سه مفصل در جی نهایت واقع شود، ناپایدار هندسی است چون

هر سه نقطه واقع در جی نهایت روی یک خط راست هستند.



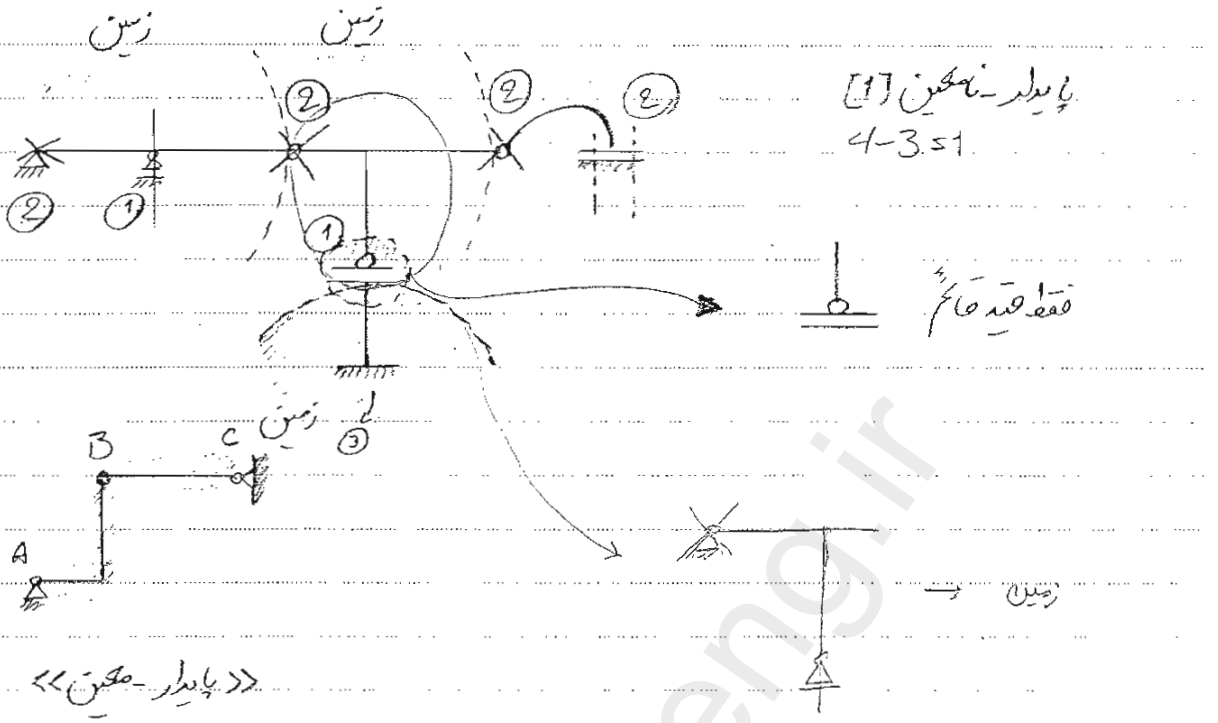
یک تیر برای پایداری 2 دن لازم است.

<ناپایدار هندسی - ناچین>

www.civil-eng.ir

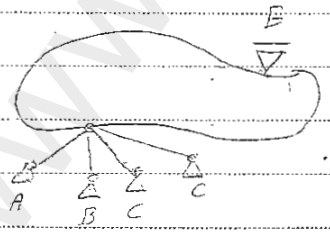
Subject:
Year. Month. Date. ( )

این بحث مربوط به صفحه است.



پایدار - نامعین [1]
4-3=1

«پایدار - معین»



(*

A و B و C هر کدام یک قید

E هم یک قید

درست است که A و B و C متقارب هستند ولی سازه پایدار است

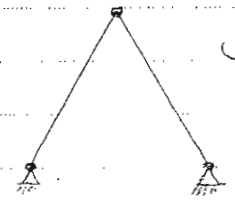
چون می‌توانیم بگوییم که نامتقارب باشند A و B و C.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date

۲ جسم بدون احساب زمین:

تعداد جسم صلب
2×3

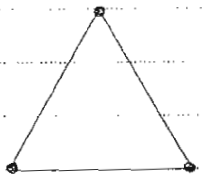


حداقل قیدهای لازم برای پایداری ← $2 \times 3 = 6$

سازه سه مفصل، پایدار و معین

۳ جسم با احساب زمین:

چون جسم صلب قید نیاز ندارد

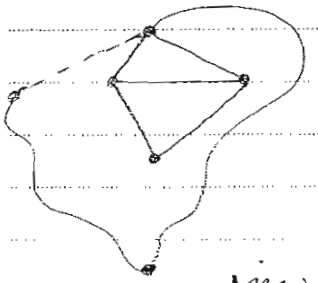


حداقل قیدهای لازم برای صلبیت ← $(n-1) \times 3$

سازه سه مفصل صلب معین

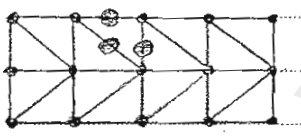
شرط سیستم پایداری محدود آن است که ترکیب با زمین تشکیل یک جسم صلب را دهد.

سیستم هایی که به طریق سه مفصل یا صلبی ریشه پیدا می کنند لزوماً صلب و معین می باشند.



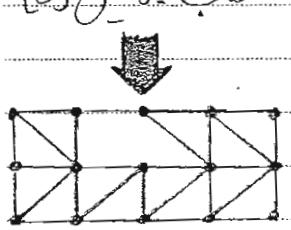
سیستم های ریشه یافته به روش صلبی یا سه مفصلی:

در این طریقه ریشه از هر دو مفصل دلخواه یک جسم صلب و معین دو بخصوص خارج شده و در مفصل سوم به هم می رسند به شرطی که این سه مفصل روی یک خط راست واقع نباشند.



سیستم های خرپایی متشکل از صلبهای سه عضوی (قطعات صلب بوده و درجه نامعینی آن عبارت است از مفصل های داخلی (مفصل های غیر خارجی)

صلب - نامعین [3]



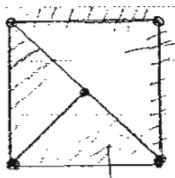
اگر اعضایی که با دایره توپر نشان داده شده اند حذف شوند تمام مفاصل خارجی می شوند ←

www.civil-eng.ir

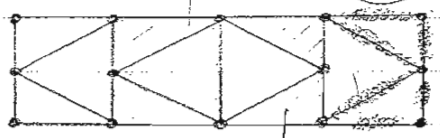
14

Subject:
Year Month Date ( )

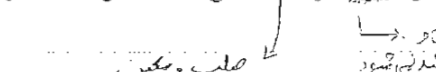
توجه شود که مثلث سه مفصل باید دارای ۳ ضلع باشد. نه روش مثلث ۳ عضو



مثلث ۳ عضوی
این قسمت نیز از ۳ عضو تشکیل شده
مثلث حل نمی شود
صلب و یکپارچه



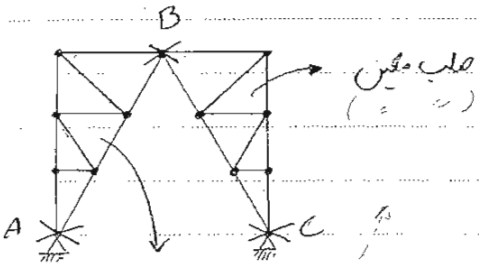
صلب و یکپارچه



مثلث ۳ عضوی و ... حل به روش رشد نمی شود

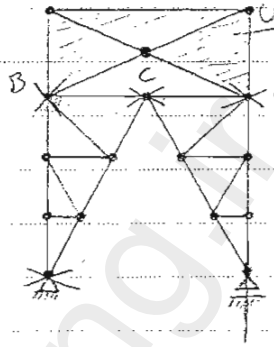
صلب و یکپارچه

صلب - یکپارچه
این قسمت نیز از روش گره ها حل می شود

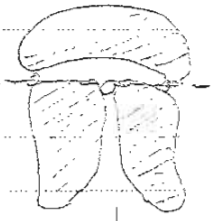


صلب - یکپارچه

سه مفصل



صلب - یکپارچه



اگر بخواهیم تا دیار حذف کنیم

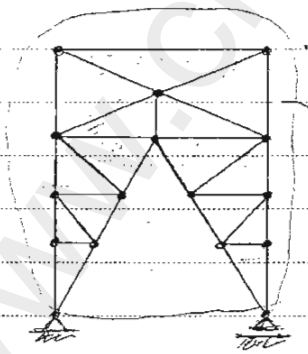
غیر صلب هندسی - نامعین

«۳ جسم - ۹ قید» C B A

روی خط راست - ناپایدار هندسی - نامعین

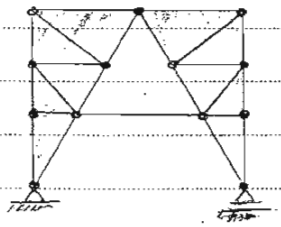
«پایدار - معین»

سیستم هایی که فقط و فقط با سه قید به زمین متصل باشند برای پایداری اولاً باید آن سه قید متقارب نباشند، ثانیاً در صورت آن سه قید، سیستم حاصل صلب باشد.



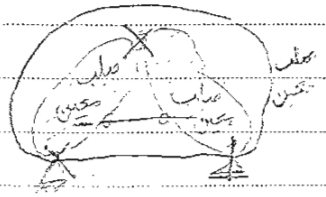
«جسم صلب با یک مفصل داخلی»

صلب - نامعین [1]



پایدار - معین

پایدار - نامعین [1]



صلب
صلب
صلب

سیستم هایی که تکیه گاه دارند در مورد پایداری و ناپایداری صحبت می شود در صورتی که تکیه گاه ندارند در مورد صلبیت آن صحبت می شود.

www.civil-eng.ir

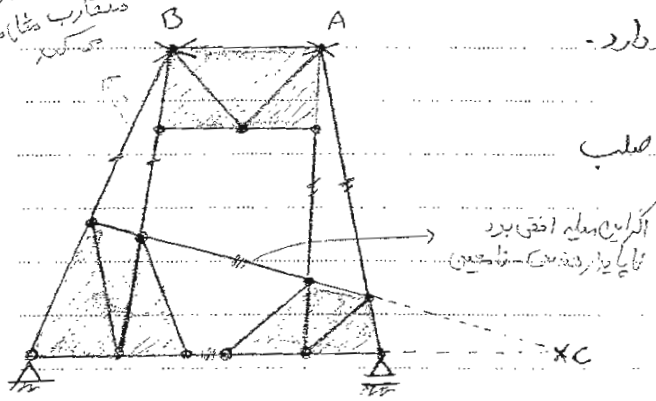
Subject:
Year Month Date ( )

قیدها متقارب نیستند.

دوسیله = مفصل ، دوانتهای هردوسیله جم وجود دارد.

[جسم صلب بالایی بوسیله مفاصل A و B به دو جسم صلب پائینی متصل شده است.]

ابتدا به تکیه گاه توجه می کنیم که سه قید متقارب است بنابراین به سایت ها نمی پردازیم.



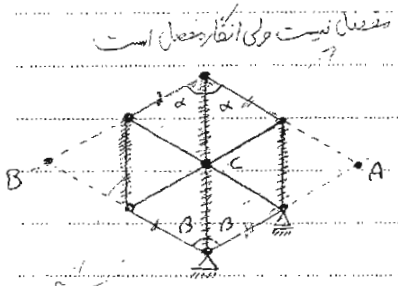
پایدار - معین

دوانتهای هردوسیله جسم وجود دارد.

سه جسم با شش قید.

$$\begin{cases} \text{if } \alpha=\beta & \text{ناپایدار هندسی - نامعین} \\ \text{if } \alpha\neq\beta & \text{پایدار و معین} \end{cases}$$

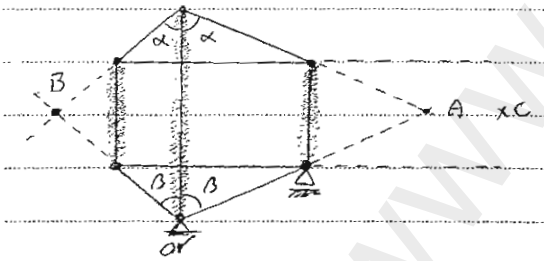
* حل بسیار واضح



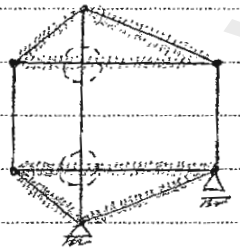
جسم

یعنی اگر یک مفصل بود ← صلب یک درجه نامعین می شد

با هر α و β دلخواهی سیستم ناپایدار هندسی و نامعین است.

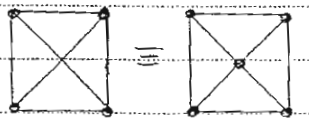


or



این دو و فقط دو سیله از روی هم رد شوند معادل اتصال مفصلی

آن دو سیله در آن دو نقطه ی باشد.

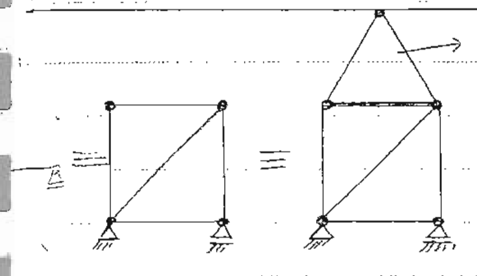


صلب - نامعین [1]

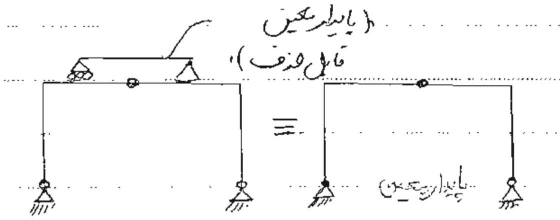
در مورد اعضای شش ضلعی دو قطر تشکیل مفصل داده و قطر سوم از روی آن رد می کند.

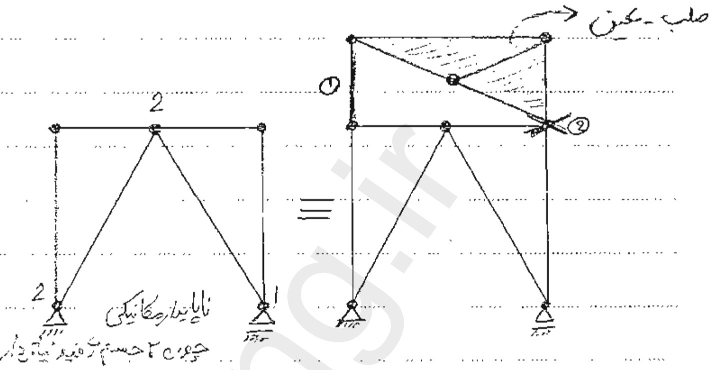
PAPCO

www.civil-eng.ir

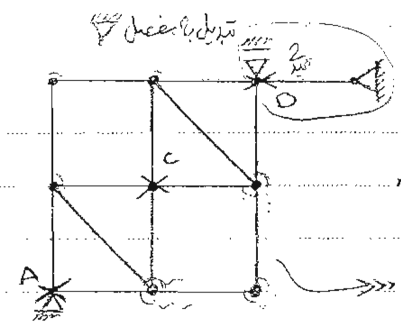


● اگر یک سیستم به صورت معین به سیستم دیگری وصل بشود، وجود یا عدم وجود سیستم اول در خواص سیستم دوم تأثیرگذار نیست.



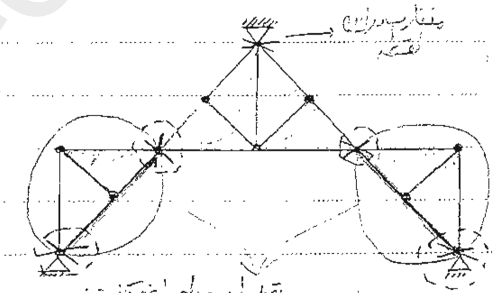


جسم بالا با ۳ قید به جسم پایین متصل شده است.

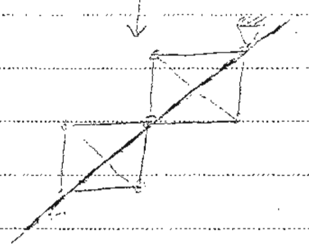


A ، B ، C در خطرات

(سه مفصل صلب و معین قابل حذف)



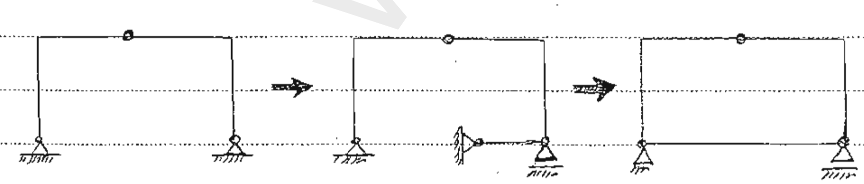
ناپایدار هندسی - نامعین [1]



4-3=1 + (1) ناپایدار هندسی نخجی = ناپایدار هندسی - نامعین [2]
یک جسم با ۴ قید متقارب

هر جسمی که فقط و فقط با دو مفصل به سازه وصل بشود حکم میله را دارد.

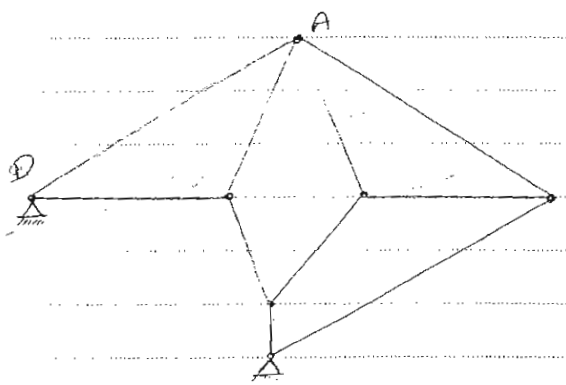
● هنگامی که سازه‌ای با ۴ قید به زمین وصل است.

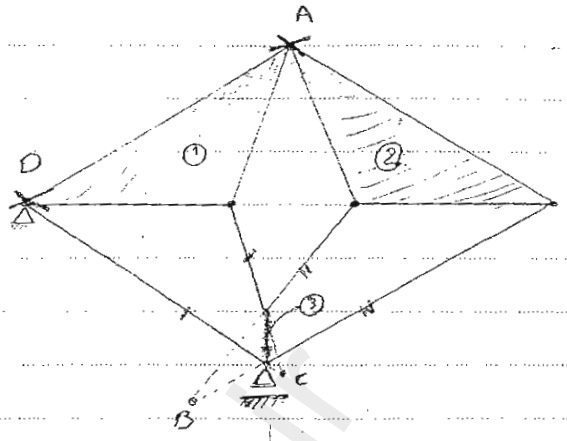


۴) مفصل یعنی یک نقطه و یک میله

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

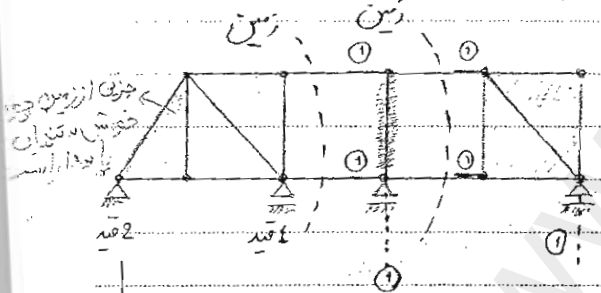




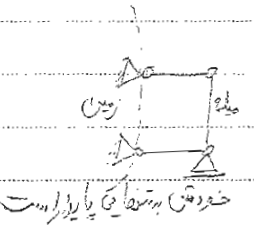
سه لوله A, B, C روی خط راست نیستند اجسام ① ② ③ صلب هستند سیستم پایدار و معین است.

چون با سه قید به زمین ریدل است تکیه گاه ها را حذف و صلبیت را بررسی می کنیم.

تبدیل به سازه ای شد که با سه قید درجه ریدل است

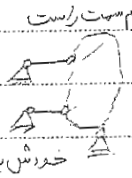


شکل I)



۳ جسم با ۹ قید

خودش به تنهایی پایدار است



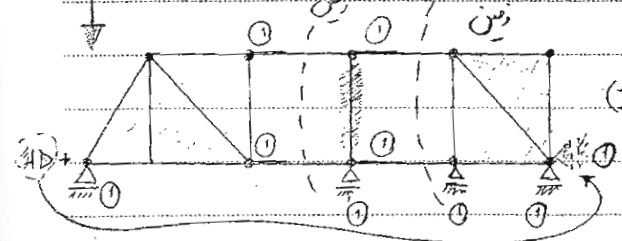
جسم صلب راست

خودش به تنهایی پایدار

پایدار - معین

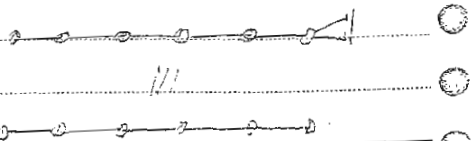
اگر چند تا میله در یک امتداد و متوالیاً بر هم عمود شوند و یکی از آن عمودها در راستای آن میله ها عمود شود

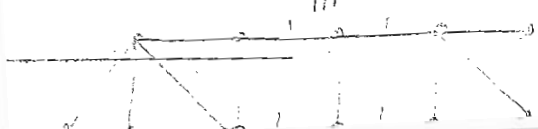
حالا این است که عمود ها در آن راستا عمود شده نباشند بنابراین حال اگر آن قید را برای تولن بطور دلخواه



شکل II

برروی عمود ها جابجا کرد



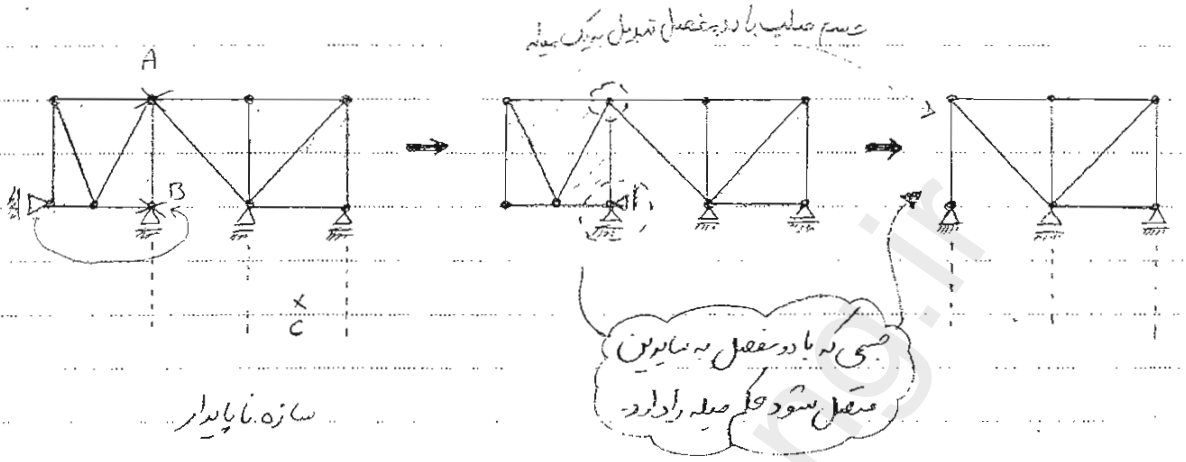


شش با ۹ قید چون ۱ عضو کمتر حرکت قید داخلی

Subject:
Year Month Date ( )

توجه شود که در دو شکل صفحه قبل یعنی شکل I و II متفاوت از فلش سمت چپ صفحه تبدیل قید مفصلی

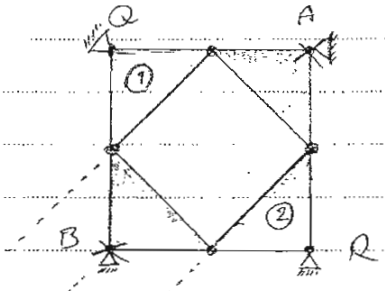
به دو قید ساده است و دو شکل هیچ ارتباطی به یکدیگر ندارند



سازه ناپایدار

قید تکیه گاهی سمت چپ به علت عدم وجود میله افقی در راستای بسطی توانند سمت راست بیاید.

"میله استاد ش صرم است و مفصل موقعیتش مهم است."

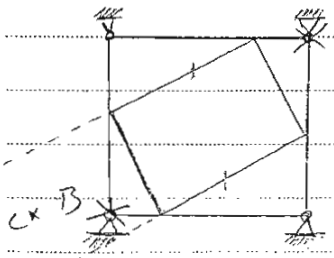


دو قید Q و R زائد هستند و حذف می شوند چون حرکت به سمت افق

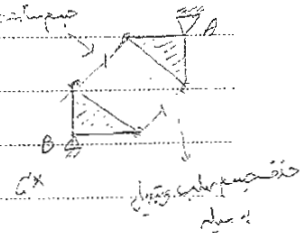
و قائم توسط دو قید A و B محدود شده است پس حذف این دو قید

+6 درجه نامعینی را می دهد. با حذف دو قید Q و R درجع 1 و 2 با دو مفصل به سایرین متصل اند و حکم میله را دارند.

چون A و B و C در یک استاد هستند ← ناپایدارهندسی نامعین [1] + (4) به علت حذف قیدها = ناپایدارهندسی نامعین 5



چون A و B و C روی یک خط راست نیستند



پایدار ← نامعین [4]

* حذف قیدهای اضافی تأثیری در پایداری ندارد بلکه به عنوان مسأله برای حل کمک می کند ولی نامعینی را اضافه می کند.

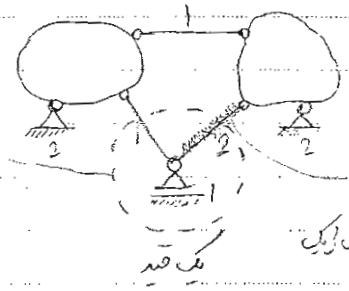
PQPCO

www.civil-eng.ir

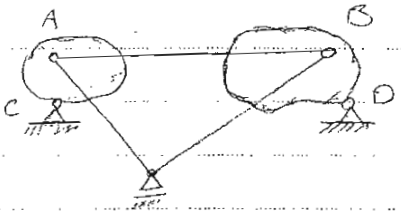
Subject:
Year. Month. Date. ( )

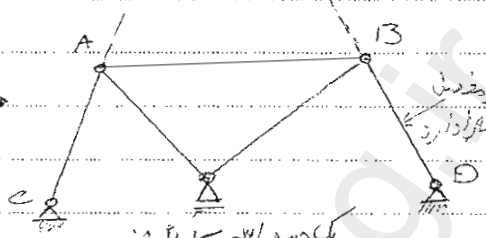
دیدگاه اول: سه جسم با ۹ قید

دیدگاه دوم: دو جسم با ۶ قید



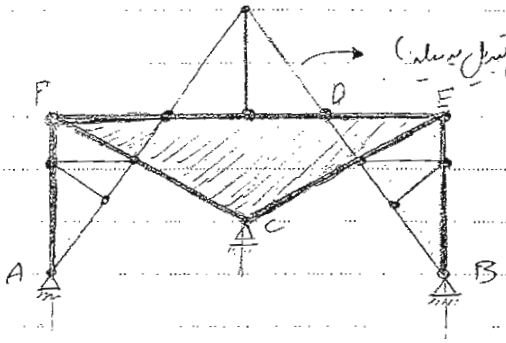
اگر این را جسم در نظر بگیریم چون تکیه‌گاه متصلش ثابت نیست نمی‌تواند هر یک از یک قید در نظر گرفت





یک قید با درجه‌یت کامل مشخص حکم یک میله را دارد

یک جسم با ۳ قید کاملاً مشخص



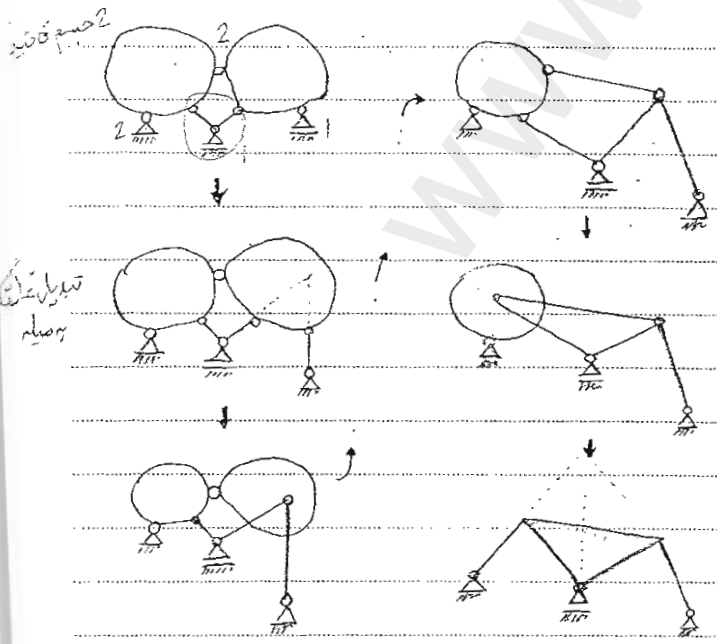
(صلب و قابل تبدیل به میله)

ناپایدار هندسی نامعین

با بالا و پایین رفتن تکیه‌گاه‌ها وضعیت تغییری پیدا نمی‌کند

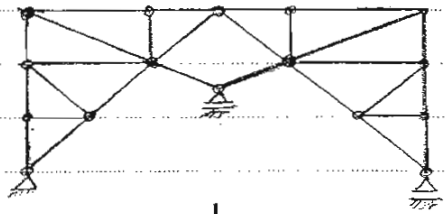
نقطه‌ی تقاطع لزوماً نهایت نزدیک‌تری می‌شود

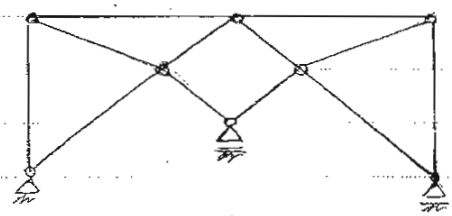
چون از مثلث DEB فقط نقطه‌ی D ثابت است پس حکم یک میله را دارد و در آخر مثلث ABC را با سه قید متقارب خواهیم داشت

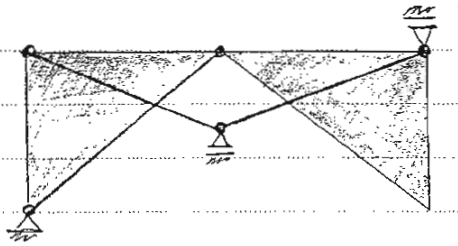


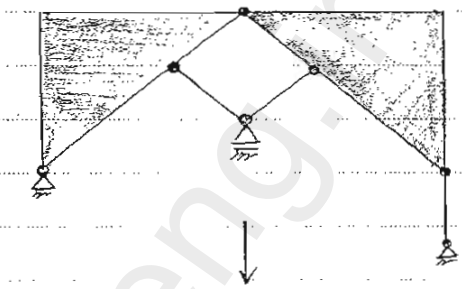
www.civil-engir

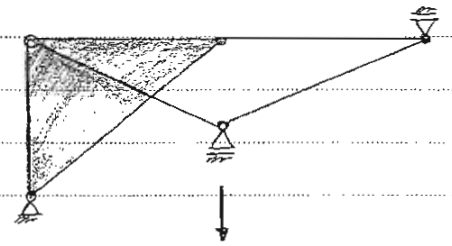
Subject :
Year . . Month . Date . ( )

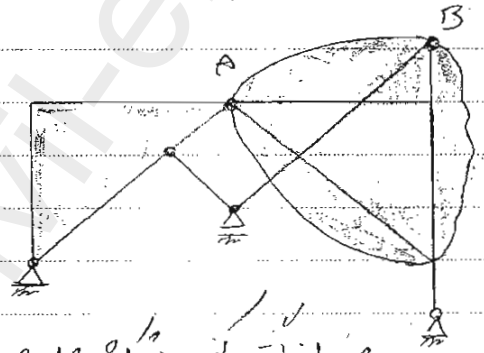




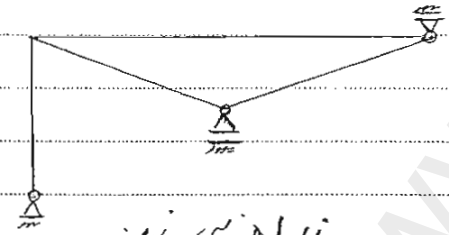




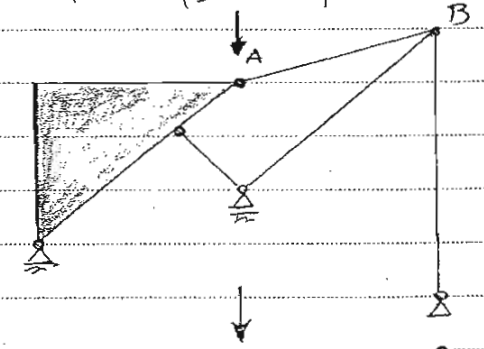


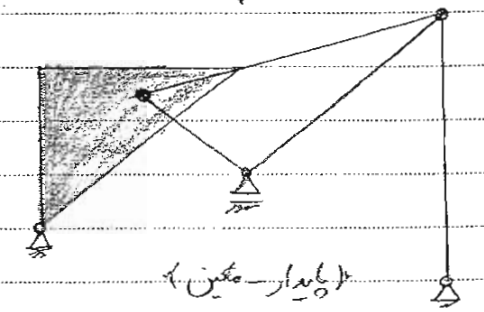


جسم را برداری کنیم، شکل جسم صلب بهم میرسد.



نایایدار هندسی - ناقص





(پایدار - مکمل)

www.civil-eng.ir

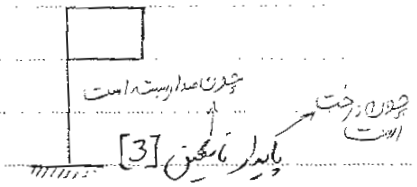
Subject:
Year. Month. Date. ( )

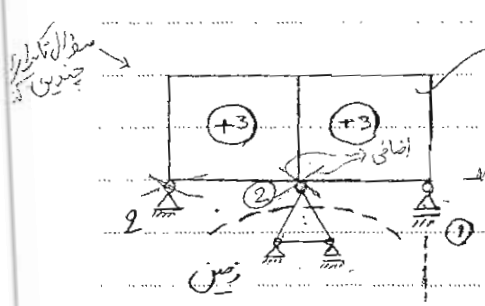
تشخیص درجه نامعینی قاب ها:

روش درختی: طبق روش درختی هر سازه ی درختی سازه ای است پایدار و معین.

در هر سازه ی درختی فقط یک ریشه (تکیه گاه) وجود داشته و همه اتصالات آن صلب بوده و هر گره فقط یک بار به بدنه متصل می باشد.

روش مداربسته: طبق روش مداربسته، هر مداربسته ای به تعداد درجات آزادی (صلب بوده) درجه نامعینی دارد و در یک مداربسته همه ی اتصالات صلب می باشد.

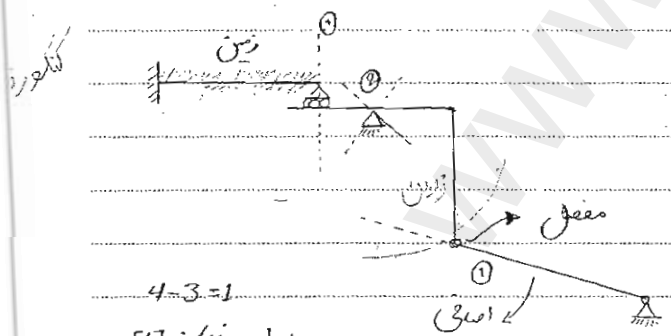




مداربسته اضافی
پایدار نامعین 6+2=8

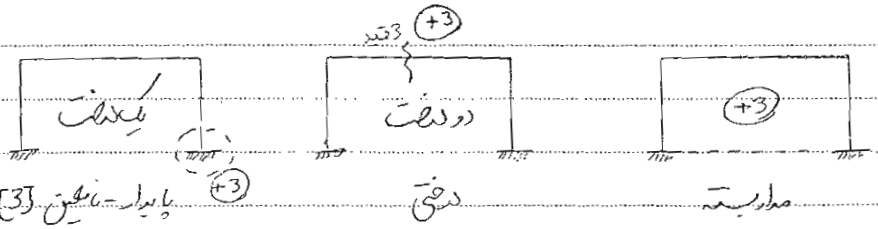
قید اضافی 5-3=2

یک مداربسته یک جمع صلب است که 3 درجه (درصفحه) نامعینی دارد.



4-3=1

پایدار نامعین [1]

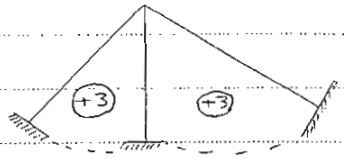


PAPCO
www.civil-engir

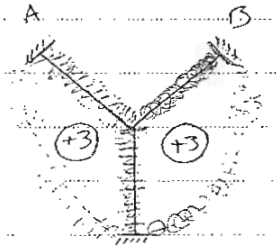
22

Subject:
Year. Month. Date. ( )

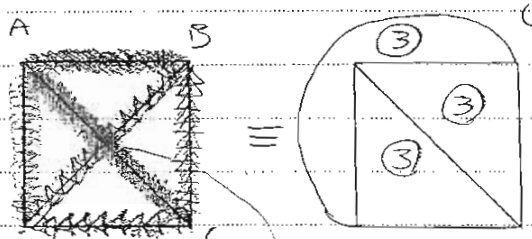
باید دقت کرد روش صلبیه همچنین صلبیه یکپارچه و آن هم فقط در تشکیل یک صلبیه می تواند شرکت کند. برای تشکیل صلبیه کافی است از یک نقطه جسم صلب شروع کرده و به هر نقطه دلخواه بروی آن جسم صلب برسیم.



یک رشته متوالی دوبه دو اضافی



اگر A را به B وصل کنیم یعنی سازه درون زمین است نه روی زمین



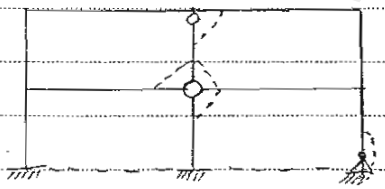
3 صلبیه
اتصال نشیب
صلب ـ مفصل
3×3=9

در شکل فوق صلبیه اول BCD (△△△) است

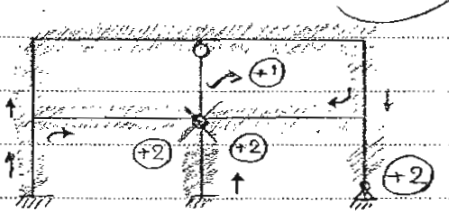
هر صلبیه ای جسم صلب است با توجه به این موضوع صلبیه دیگر میله CAB است و در نهایت صلبیه آخر میله AD است

AD یک صلبیه است چون از یک نقطه یک جسم به نقطه دیگر همان جسم می رسد.

در مورد سازه هایی که مطمئن از پایداری یا صلبیت آنها نیستیم می توان فقط با شمارش درجه نامعینی را مشخص کرد. برای این منظور کافی است قیدهایی را به سیستم اضافه کنیم تا صلبیت حاصل شود. قیدهای اضافه شده با درجه صلبیت منفی درجه نامعینی را مشخص خواهند کرد.



$-5+(4\times3)=7$ درجه نامعینی به شرط پایداری جسم



www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

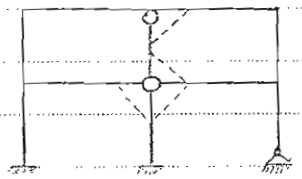
روش فرحل برای تشخیص درجه نامعینی سیستم های پایدار:

تعداد مجهولات - تعداد معلومات = درجه نامعینی

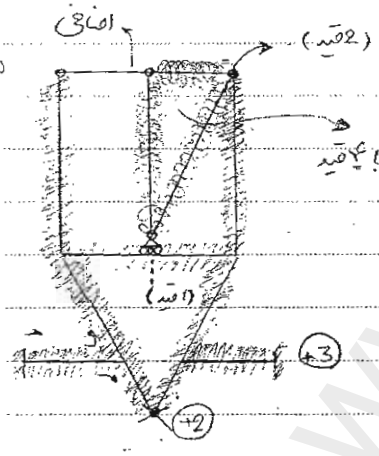
تعداد قیدهای تکیه گاهی + 3 × تعداد اجسام = تعداد مجهولات

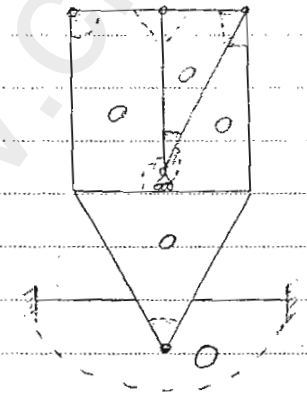
تعداد معادلات شرطی + 3 × تعداد گره‌ها = تعداد معلومات

معادلات شرطی در واقع تعداد قیدهایی است که بایستی به گره‌های غیر تکیه گاهی اضافه شود تا همه ارتباطات صلب شود. دراین روش هر جسم فقط با دو گره به سایرین متصل می‌شود.



$(10\times3+8)-(9\times3+4)=7$ or $(8\times3+8)-(7\times3+4)=7$

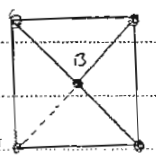




$3+2+(\text{اضافی }1)=6$

$-9+5\times3=6$

فرمول: $(14\times3+6)-(11\times3+9)=6$



با فرض اطمینان از صلبیت فقط برای سازش:

$-1+1=0$ ← گره اضافی

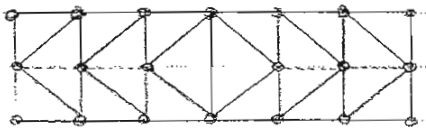
به شرط صلب بودن یکی است

برای تبدیل شکل به شکل خطی

www.civil-eng.ir

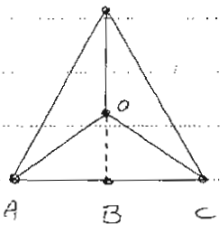
Subject :
Year . Month . Date . ( )

24



$-4+4=0$ ... با فرض اطمینان از صلبیت ... معین است.

«افزودن BO» ... پس معین است



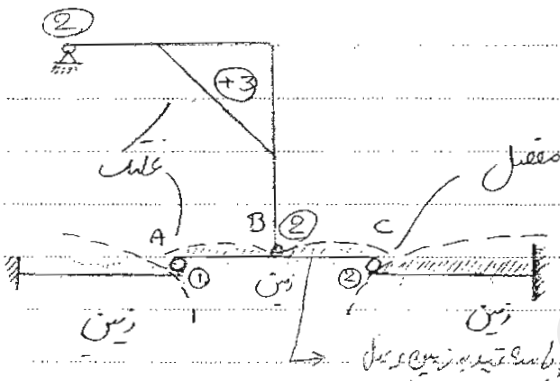
با فرض اطمینان $0=1-1+[E]$ ← این حرف در مورد این شکل غلط است

چون سه مفصل A، B، C روی یک خط هستند و اره غیر صلب هندسی پس ناپایدار است.

در سیستم هایی که مشکل هندسی دارند تعداد شان نباید زیاد باشد.

پس باید ابتدا پایداری را بررسی کرد که ناپایدار هندسی می باشد. ← غیر صلب هندسی ناپایدار [1]

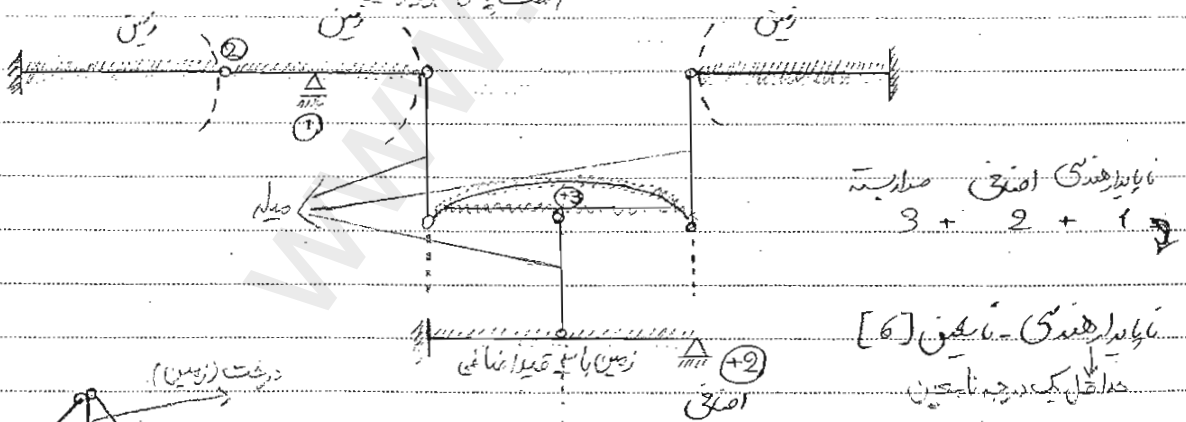
ادامه ناپایدار ساده ... زیر را تعیین کنید.



$4-3=1$ قید اضافی ... پایدار - ناپایدار [4]

ناپایدار 3 صلبیت

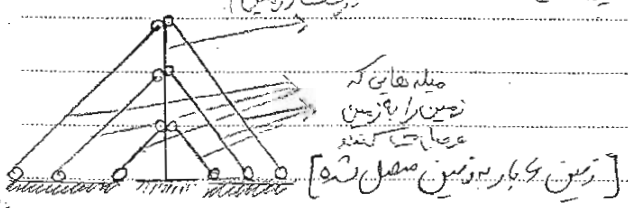
یک جسم با سه قید به زمین وصل است پس جزو زمین است



ناپایدار هندسی افقی صلبیت $3+2+1$

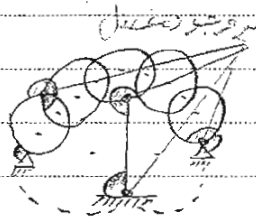
ناپایدار هندسی - تعیین [6]

داخل یک درجه نامعین



[زمین 6 بار به زمین متصل شده]

پایدار - نامعین [6]

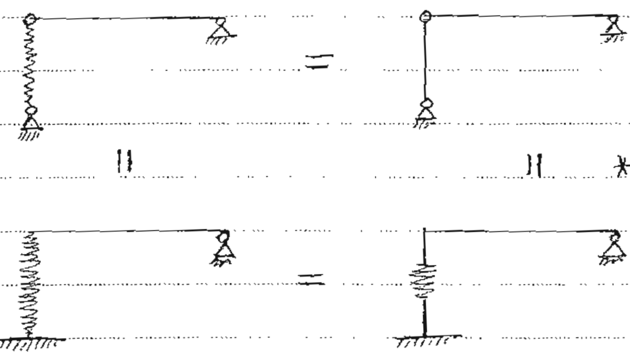


$-9+11\times3=24$

www.civil-eng.ir

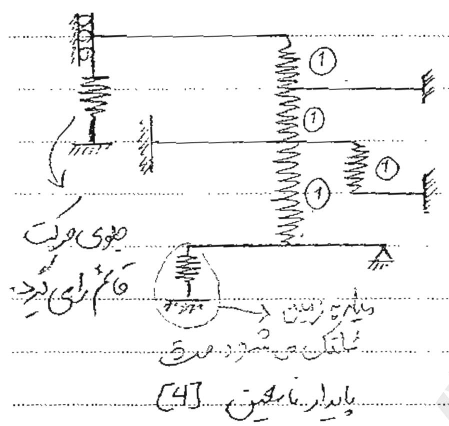
فنرها :

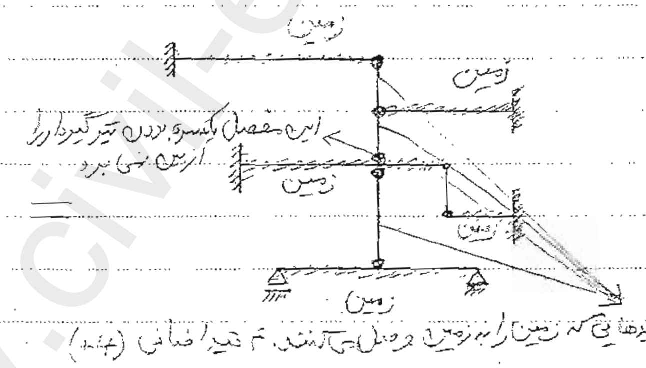
در مباحث لینیاتی با استثناء از اصل تغییر شکل‌های کوچک فنرها، صلب فرض می‌شوند به شرطی که سختی آنها صفر نباشد.

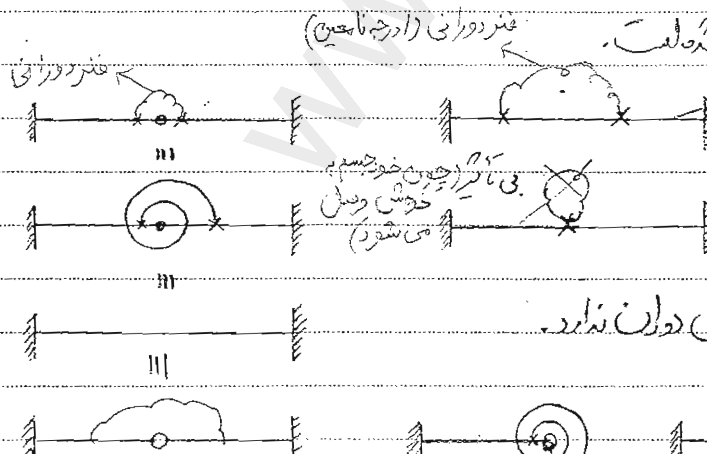


فنر هم یک قید است (مثل میله)

* فنر انتقالی یک قید در جهت امتداد طولی فنر است *







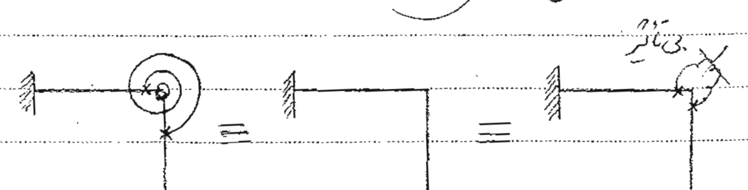
یک قید دورانی هم اضافه شده است.

3 درجه نامعین

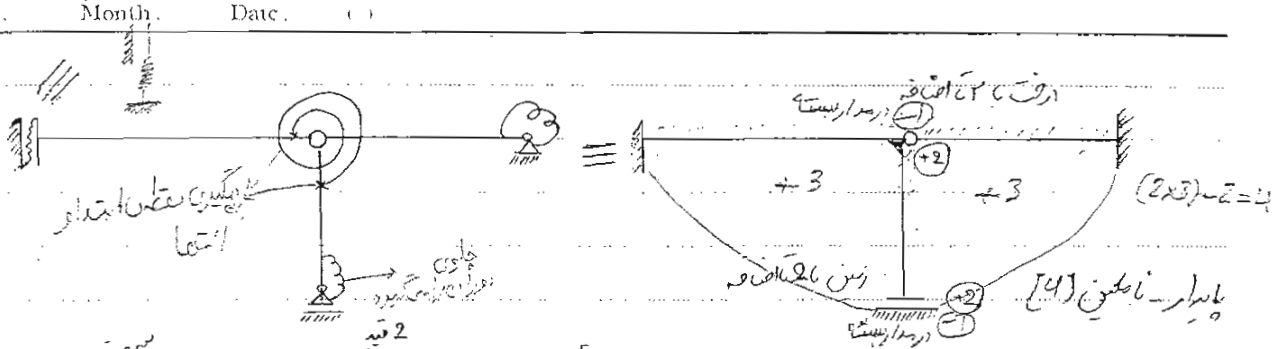
4 درجه نامعین

3 درجه نامعین

هیچ نقطه‌ای نسبت به خودش دوران ندارد.

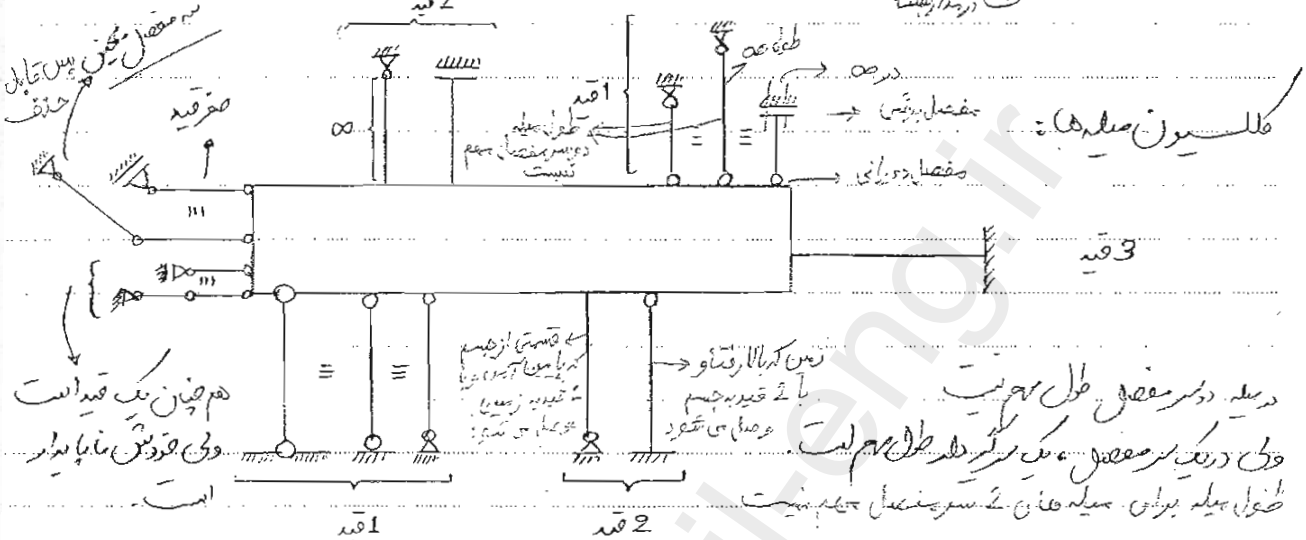


فاصله دار بودن تأثیری ندارد چون دو نقطه را به هم وصل می‌کنه.

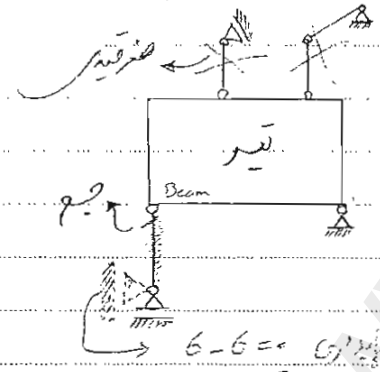


پایدار - نامعین [4]

کلاسیون میله‌ها:



در میله دو سر مفصل طول مهم نیست
ولی در یک سر مفصل، یک سر گیردار طول مهم است.
طول میله برای میله‌ای با دو سر مفصل مهم نیست



تیر - پایدار معین

1=5-5 ← درجه نامعین

کل سازه - ناپایدار مکانیکی معین

مسائل سه بعدی (جزو سر مفصل نیست)

؟ در مسائل سه بعدی کلاً شش درجه آزادی داریم بنابراین هر اتصال صلبی شش قید محسوب شده و هر میله سه‌تایی نیز 6 درجه نامعین است. هم چنین هر مفصلی در فضا 3 قید محسوب می‌شود چون 3 انتقال را می‌بندد و 3 دوران را آزادی کند و برای بستن سه قید لازم باشد.

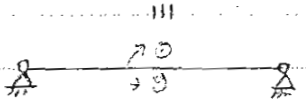
www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date.

یک جسم شناور مدام نیست نقاط اتصالش آزادی دارد

سازه دوبعدی : ناپایدار - نامعین [1]

صلبان است که زمین را به زمین وصل کرده بدون لقید

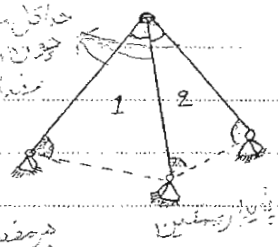


سازه سه‌بعدی : ناپایدارهندسی - نامعین [1]

۵ احسم با ۵ قید

میله دوسر مفصل چه در صفحه چه در فضا یک قید خوب حساب می‌شود چون یک درجه نامعین است ولی در صفحه ناپایدار بوده و در فضا ناپایدارهندسی است چون امکان چرخش حول خود را دارد.

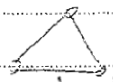
بنابراین در سازه‌های سه‌بعدی متشکل از میله‌های دوسر مفصل روش شمارش برای درجه نامعینی را به شرطی می‌توان به کار برد که پس از شمارش تعداد میله‌های دوسر مفصل به درجه نامعینی اضافه گردد چون هر میله‌ای ناپایدارهندسی است. (شمارش مخصوص سازه‌های پایدار است).



پایدار : اگر به دوران میله‌ها حول خود توجه نداشته باشیم

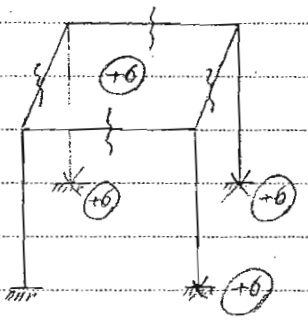
نامعین

ناپایدار : اگر به دوران میله‌ها حول خود توجه نداشته باشیم



در فضا: صلب - معین

$-3\times3+6-3=0$



$(5\times3)+2\times6+3=0$

۵ عدد میله دوسر مفصل

۶ عدد درجه نامعینی

۳ عدد درجه آزادی

شرط پایداری: ۶ تا مفصل

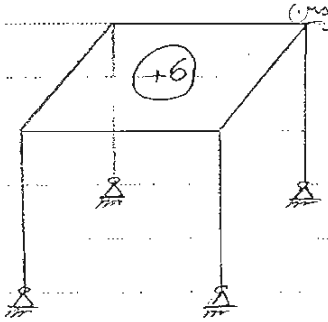
$4\times6=24$

۴ درجه دستخوش آن بی‌قود به هم وصل

شده‌اند.

با برش هر ۶ عدد از آن‌ها یک درجه آزادی ظاهر

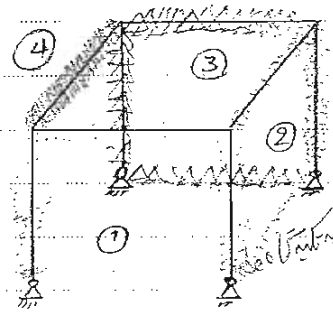
www.civil-eng.ir



با حذف تکیه گاه ها و بدون در نظر گرفتن زمین

پایدار و معین [12] — درجه نامعین : 6 — درجه آزادی سه بعدی پس از وصل به زمین $4 \times 3 = 12$: قیدهای تکیه گاهی — $12 - 6 = 6$: 6 قید تکیه گاهی اضافی

(تعداد حداقل قیدهای تکیه گاهی لازم)

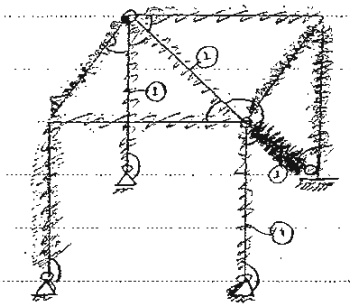


درجه آزادی سازه

در مورد سازه 4 می توان گفت که زمین را به زمین وصل کرده است

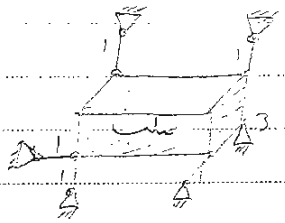
و قیدهای اضافه شده به تکیه گاه

$(-4 \times 3) + (4 \times 6) = 12$ [12] — به شرط پایدار ـ نامعین



پایدار نامعین [7] — $-(3 \times 11) + 6 \times 6 + 4 = 7$ — کلاً

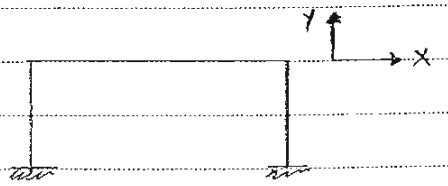
صفحه دو سر مفصل



شکل (د) : سازه های سطحی هستند که بارگذاری محدود بر صفحه سازه است در نتیجه تغییر شکلهایشان (جزو سر متصل نیست)

نیز خارج از صفحه سازه می باشد. در تکیه در واقع دو صفحه یک انتقال را می بندد

و دو دوران را آزادی می کند.



حالت سه بعدی Dx Dy Dz Rx Ry Rz

حالت دو بعدی Dx Dy Rz

تکیه Dz Rx Ry ← بیش از حد آزادی (کامل هم نیست)

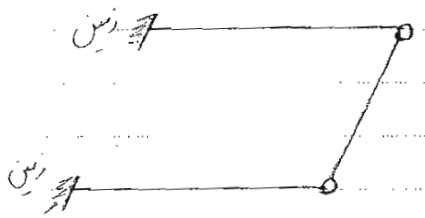
حالت سه بعدی

www.civil-engir.ir

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

صفحه یک قید است بدون در نظر گرفتن دوران پایدار است با دوران ناپایدار است (نامعین [1])

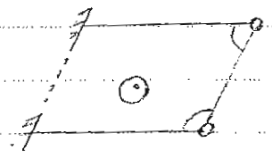


نامعین [1] → پایدار: قاب سه بعدی
ناپایدار

دو زمین با یک صفحه

نامعین [1] → پایدار: قاب دو بعدی (پیش فرض سائل)

در قاب دو بعدی دوران تعریف نمی شود



شبکه → پایدار
ناپایدار
→ نامعین

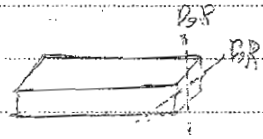
$-(2\times2)+(1\times3)+1=0$

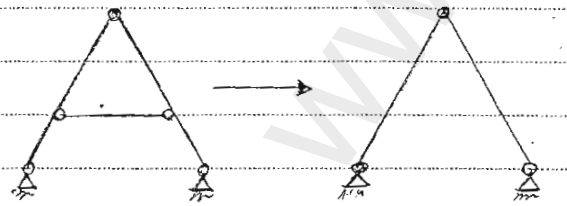
صفحه — گاه — قید اضافه شده

تیر دو بعدی: نامعین [2] (در جهت افقی نداریم)
نامعین [6] — قاب سه بعدی

صفحه: نامعین [1] (در صفحه حرکت در راستای x)
نامعین [3] — قاب دو بعدی — پیش فرض در تحلیل سازه

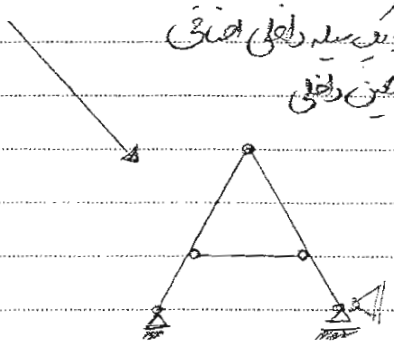
[3] شبکه





نامعین با یک صفحه داخلی

نامعین داخلی



نامعین با یک گاه داخلی

نامعین خارجی

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش محوری جبری برای تشخیص خطای استاتیکی: (اصلاً به درد کنکور نمی‌خورد)

سازه مرکب از n جسم صلب و m قید ، تعداد درجات آزادی n

تعداد معادلات : درجه آزادی $e = nx$ ، تعداد مجهولات m

معادلات تعادل $\underset{exm}{[A]}\underset{m}{\{x\}} = \underset{e}{\{\phi\}}$

خطای استاتیکی سازه مورد نظر در ماتریس ضرایب A نهفته است.

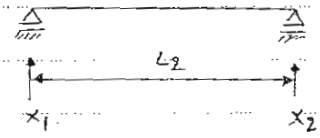
خطای سیستم
- $m<e$ نامعین
  - $r=m$ معین
  - $r<m$ نامعین — نامعینی $= m-r$
- $m=e$
  - $|A| \neq 0$ پایدار معین
  - $|A| = 0$ ناپایدار هندسی نامعین
- $m>e$ نامعین
  - $r=e$ پایدار
  - $r<e$ ناپایدار هندسی

تعداد معادلات سطر - تعداد مجهولات = درجه نامعینی

تعداد معادلات سطر یا ستون ماتریس ضرایب می‌باشد و آن عبارت است از بعد بزرگترین ماتریس مربعی که بتوان از ماتریس ضرایب انتخاب کرد طوری که دترمینان آن مخالف صفر باشد.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

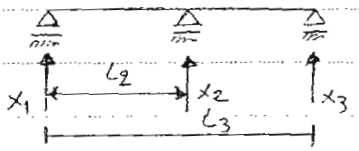


$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & L_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$e=3$ $\quad m-r=0$ نامعین

$m=2$

$m<e$ $\quad r=2$ ناپایدار مکانیکی



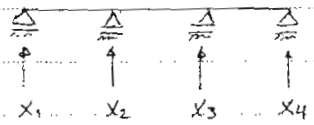
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & L_2 & L_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$e=3$, $m=3$

ناپایدار هندسی نامعین $|A|=0$

$r=2$

ناپایدار هندسی - نامعین $m-r=1$

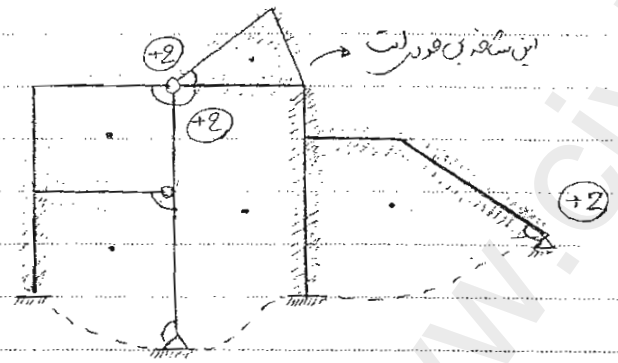


$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & L_2 & L_3 & L_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

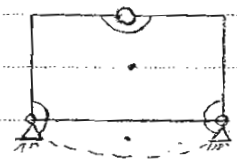
$e=3$, $m=4$

$m>e$ $\quad r=2$ $\quad m-r=2$ درجه نامعینی

حل چند مثال:

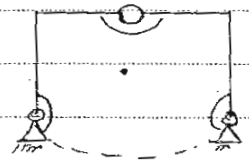


این سازه نامعین درجه دوم است



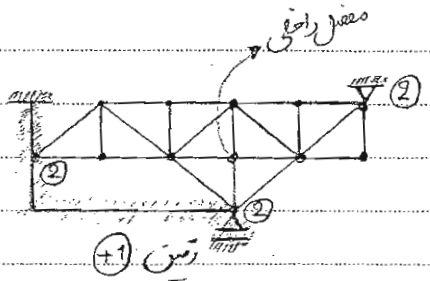
$-5+6=1$

یک مفصل یا 6 قید تکیه گاهی ← 2 قید اضافی



$-3+3=0$

(I): $-6+5\times3=9$



اضافی زمین

نامعین (5) = 1 + 3 + 1 مفصل داخلی

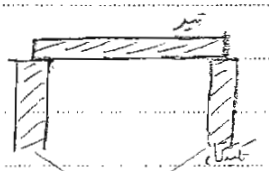
تکیه گاه اضافی

$2+2+2-3=3$

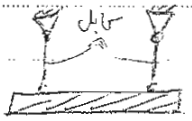
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قید علی شرطی:



در سازه ای هست که نیروی
بین تکیه گاه ها ثابت باشد

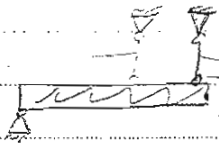


کابل ها در جوری هستند که
نیروی بین تکیه گاه ها ثابت
باشد

بارگذاری خطی: اگر بارگذاری به صورت متناسب دهم برابر شود و کابل اینگونه نیست و سیستم غیرخطی می باشد

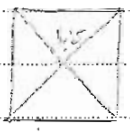
مسایل غیرخطی علاوه بر جریان بارگذاری به تاریخچه بارگذاری هم بستگی دارد پس در حل مسایل

کابل ها در روند بارگذاری نیز باید کنترل شود.

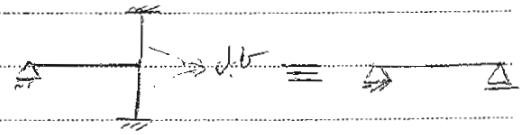


ناپایدار ← معین ← با کار کرد دو کابل یا یک کابل تغییر کند

حد صلبیت عقلی نیستا پس اینجا جبرا نگونیست / نامعین



نامعین 3 4 5 | با حرکت در نقاط و جهت های مختلف درجه نامعینی افزایش



www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

⊛ حل سازه‌های معین و برخی سازه‌های نامعین:

معادلات تعادل در صفحه

$$\left.\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\\ \Sigma M &= 0\end{aligned}\right\}$$

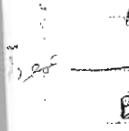
برای کافی بودن معادلات لازم است x و y هم استاد نباشند. لازم نیست حتماً عمود باشند.

* کافی است در یک امتداد نباشد. (x,y)

یک تیر ساده یک لنگر اضافه شده

$$\left.\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma M_A &= 0\\ \Sigma M_B &= 0\end{aligned}\right\}$$

برای کافی بودن معادلات لازم است که امتداد x بر AB عمود نباشد.



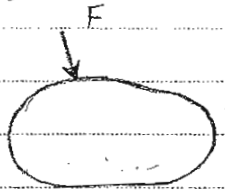
عمود

$$\left.\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0\\ \Sigma M_B &= 0\\ \Sigma M_C &= 0\end{aligned}\right\}$$

برای کافی بودن معادلات لازم است که A و B و C بر یک خط راست واقع نشوند.

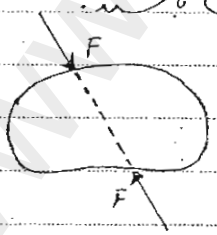
تعادل سیستم دو نیرویی:

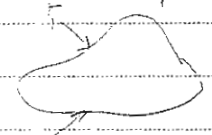
تعادل سیستم یک نیرویی



$F=0 \iff$ تعادل

دو نیرو هم امتداد، هم مقدار و نیز هم جهت باید باشند.



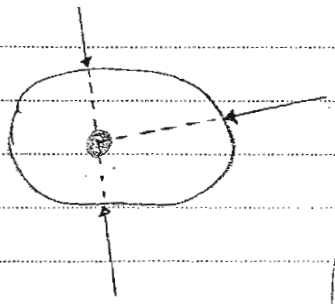


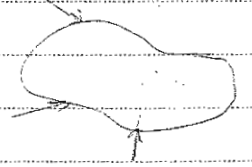
برای تعادل باید هر دو نیرو صفر باشند

تعادل سیستم سه نیرویی:

اولین شرط تعادل سه نیرویی متقارب بودن آنهاست.

و شرط بعدی $\Sigma F = 0$ است.





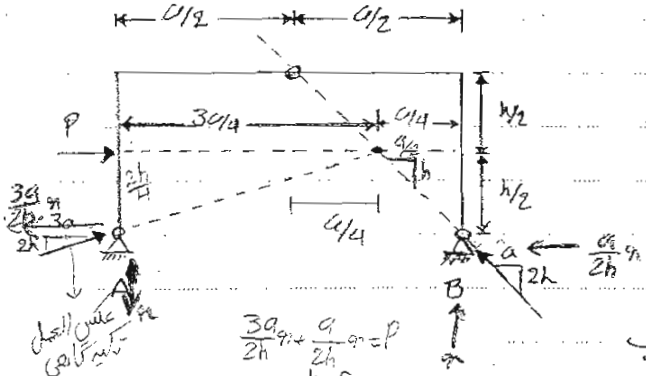
برای تعادل هر سه نیرو برابر صفر

برای تعادل هر سه نیرو برابر صفر

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: مطلوب است شیب عکس العمل افقی به تکیه گاه دلخواه A.

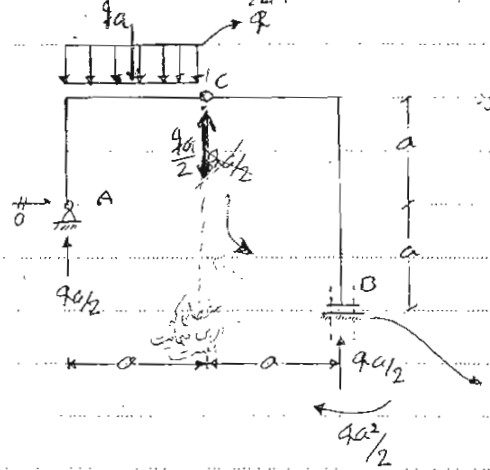


جسمی که با دو مفصل به سایرین وصل شود یک میله بوده و به شرط آنکه هیچ نیروی روی آن اثر نکند معادل نیرو خواهد بود در امتداد آن میله.

جواب: $\frac{F_x A}{F_y A} = \frac{3a}{2h}$

$\frac{3a}{2h} q_1 + \frac{a}{2h} q_1 = P$

$q_1 = \frac{h}{2a} P$



(*) فرض کردیم وجهی مثبت آمد پس درست بوده

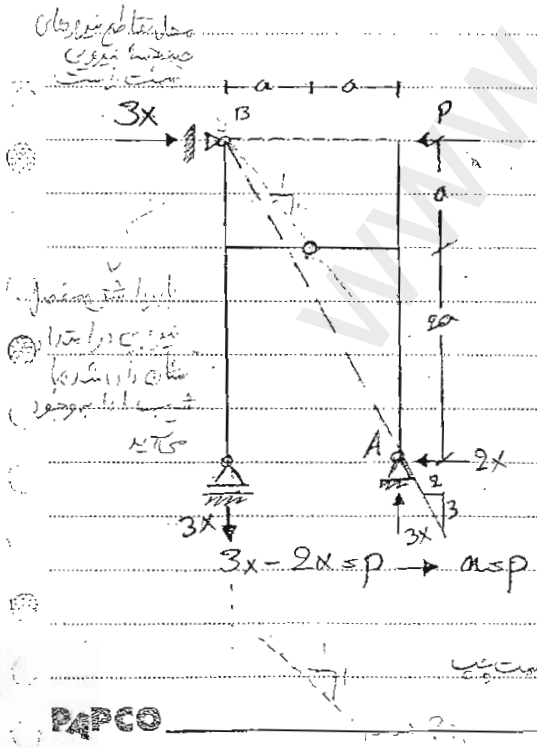
برای اینکه برآیند F دست باشد باید جهت این نیرو به چپ رسم شود

بارگسترده ای توان به بار نقطه ای معادل آن تبدیل کرد

$(a \times qa/2 + qa/2)$ در مفصل C را به تکیه گاه B انتقال دادیم

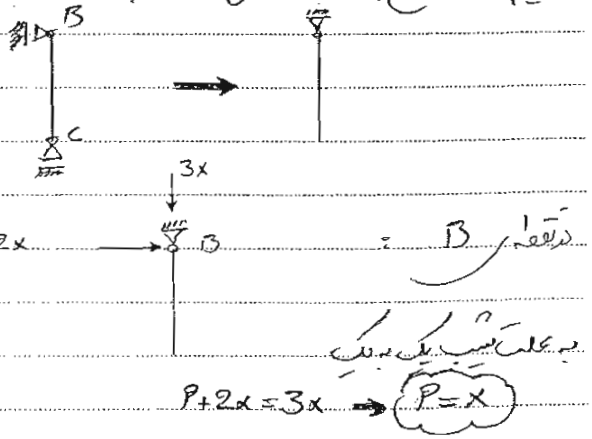
در نهایت به هم می رسند و مفصل می شود

و جسم BC میله دو سر مفصلی می شود.



مثال: مطلوب است شیب عکس العمل تکیه گاه A.

می دانیم محل تقاطع دو قید مفصل است پس:



در نقطه B:

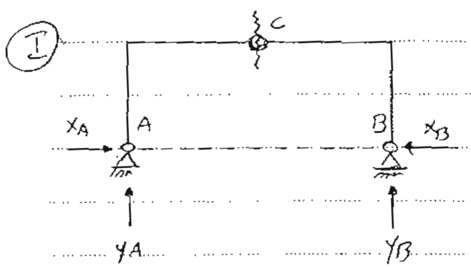
به علت شیب یک به یک

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

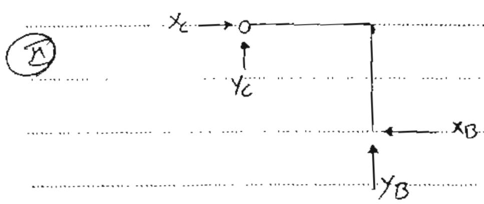
حل

*روش کلاسیک بازه‌های سه مفصلی :



دو نیروی هم امتداد با هیچ معادله تعادلی از هم جدا نمی‌شوند

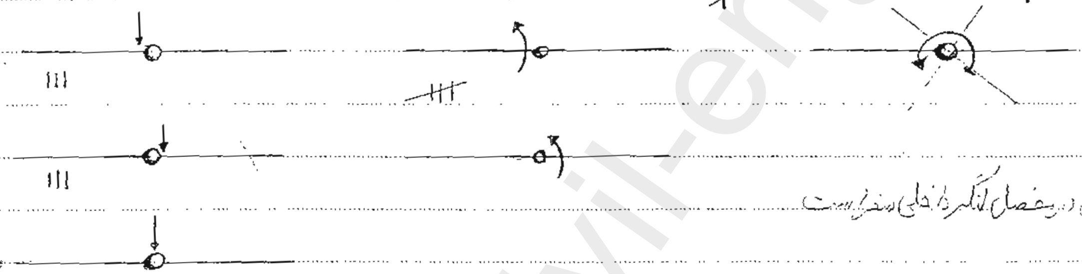
بنابراین برای تعیین آنها باید توسط مفصلی از هم جدا شوند.



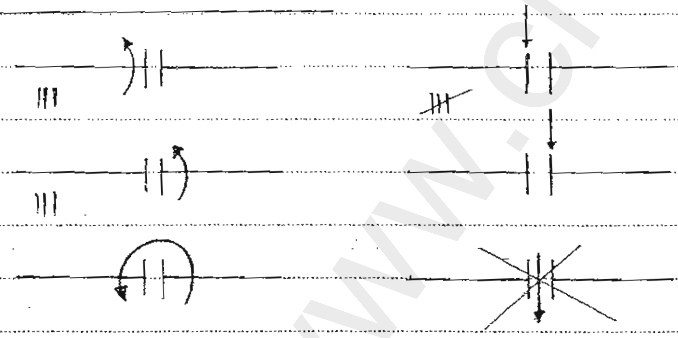
II $\left\{ \Sigma M_C = 0 \Rightarrow X_B = \checkmark \right.$

I $\left\{ \begin{array}{l} \Sigma M_A = 0 \Rightarrow Y_B = \checkmark \\ \Sigma M_B = 0 \Rightarrow Y_A = \checkmark \end{array} \right.$

* مفصل نیروی و چون ندارد و دو لنگرهای $M=M$.



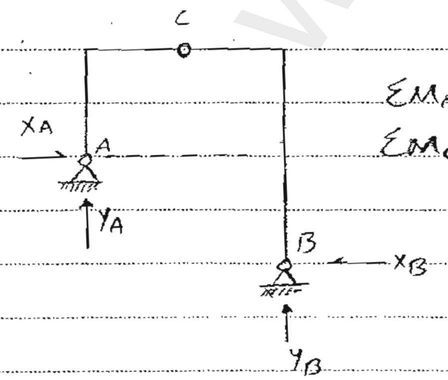
※ در مفصل لنگر داخلی صفر است



در ناپیوستگی قائم (مفصل برشی)

لنگر می‌تواند چپ و راست برود

ولی نیروی قائم خیر.



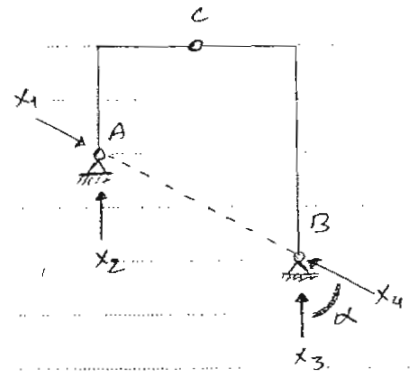
$\Sigma M_A = 0 \rightarrow f(X_B, Y_B) = 0$

$\Sigma M_{CR} = 0 \rightarrow g(X_B, Y_B) = 0$

$\Rightarrow X_B = \checkmark, \quad Y_B = \checkmark$

PAPCO

* راه حل دیگر ؛ ← برای گذر

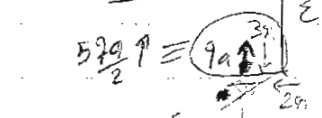


$$\begin{cases} X_B = X_3 + X_4 \cos\alpha \\ Y_B = X_4 \sin\alpha \end{cases}$$

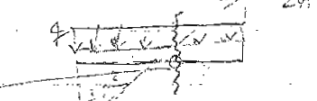
$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow X_3 = \checkmark$

$\Sigma M_B = 0 \rightarrow X_2 = \checkmark$

$\Sigma M_{CR} = 0 \Rightarrow X_4 = \checkmark$



با لنگر برنطه‌ی ∗ برآیند $\frac{5q_0}{2}$ و $3q_0a$ که از ابتدا خط چپ رسم شده بدون لنگر شان صفر شود مقدار $3q_0a$ در بالا دست می آید و سپس لنگر ∗ ...



$2a \rightarrow \frac{q_0a}{2} = \frac{1}{2}q_0a$

$\frac{2}{3}q_0a^2 + 2a(2a) - 3a(a) - \frac{1}{2}q_0a(\frac{2}{3}a) = 0$

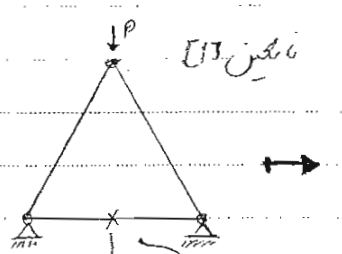
$a = \frac{-q_0a}{2}$

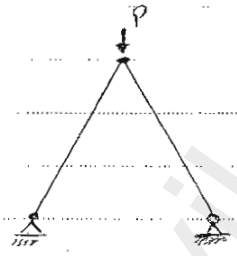
* در یک مخفو نیروهای داخلی فقط در صورت می توانند حل شود ۱. بارگذاری بر روی مخفو وجود

انطاف پذیر

داشته باشد مستقیم یا غیر مستقیم شامل (فضای خنثی ساخت - افزایش دما و ...) ۲. در انتهای مخفو لنگر نسبی وجود

داشته باشد.



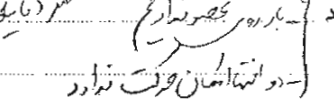


(مهم) اگر قسمتی از یک سازه یا صلبیت معین به سایر قسمتها متصل

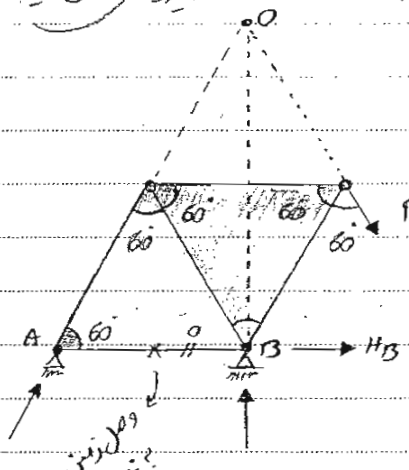
باشد (خود هم می تواند نامعین باشد هم استاتیکی) هیچ گونه

بارگذاری روی آن قسمت وجود نداشته باشد همه نیروهای داخلی و نیز عکس العمل های اتصالی

آن قسمت صفر خواهد بود.



* مثال در H_B ؟



بهترین راه حل برای سه مجهول است

حل سازه نامعین به سادگی نیست اما

در یک عضو عضو صفر نیروی وجود داشته

پاسخ حل ساده تری دارد.

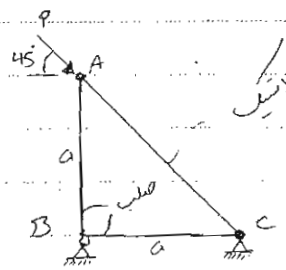
$\Sigma M_O = 0 \rightarrow H_B = 0$

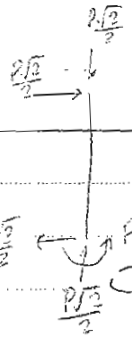
این سازه یک درجه نامعین است اما یک عضو صفر نیروی دارد پس قابل تبدیل به یک سازه معین است.

www.civileng.ir
PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: $M_B=?$; $F_{AC}=?$



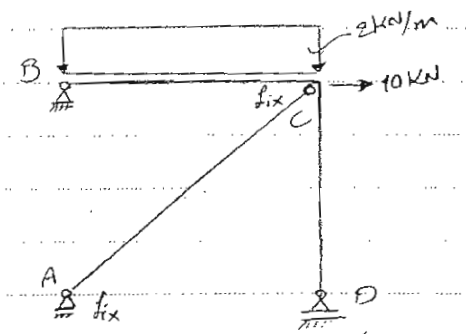


الاستیک

نقطه A نسبت به C هیچ حرکتی ندارد چون روی جسم صلب است

و باردهم روی عضو AC نداریم پس $F_{AC}=0$

برای M_B ، روی B مقطع می‌زنیم ، و راحتری داریم چون سمت پایین سازه‌ها سنگین است $M_B=P\frac{\sqrt{2}}{2}a$



D حرکت قائم ندارد ← C حرکت قائم ندارد
" افقی " ← B
$F_{AC}=0$

تغییر طول

مثال: با فرض تقارن نیروی محوری در BCD ، $F_{AC}=?$

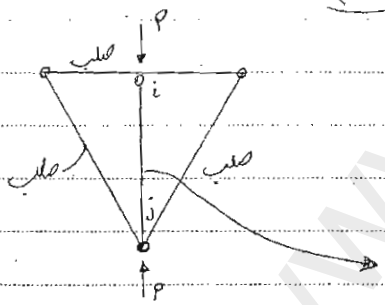
صرف نظر از نیروی محوری یعنی عدم تغییر طول

C در راستای CD و AC حرکت قائم نسبی ندارد چون تغییر طول ندارد

* اگر یک مفصل کامل به دو بار هم برخورد نکرد

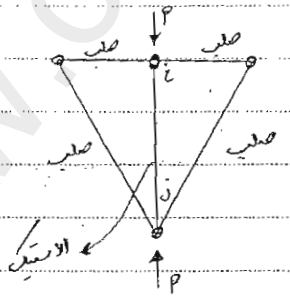
چون تغییر طول میله AC تغییر مکان نسبی ← ندارد و بار نیز روی آن نداریم پس:

نکته:



$P_{ij}=0$

اگر آن را برداریم با مثلثی که هر ضلعش صلب است و سیستم کل صلب است یعنی در آن تغییر شکلی به وجود نمی‌آید



$P_{ij}=-P$

* باید داشته باشیم 4 تا جسم صلب ربط داده شده پس نیروی آن حتماً صفر نمی‌شود

www.civilero.ir

Subject: در سازه‌ی نامعین هر زیرسیستم یا نیرو نامعین باشد
Year. Month. Date. ( )

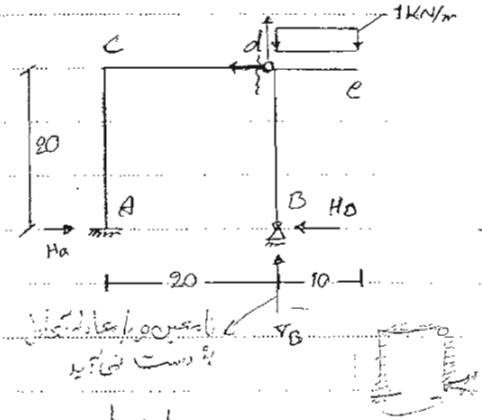
شیروهای نامعین با تعادل حل می‌شوند

★ تشخیص قیدهای معین و نامعین: ← تعادل

← حل سازه‌های نامعین

معین ← لازم و ضروری
نامعین ← زائد

مثال: $H_A = ?$



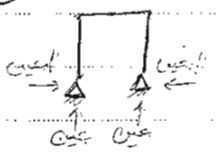
اگر نیروها در امتداد عمر باشند سازه دوران جواب نمی‌دهد

جایی را حذف می‌کنیم که کمترین مجهول را داشته باشد.

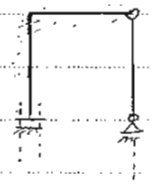
نامعین و یا عامل تعادل به دست می‌آید

★ روش تشخیص قید معین و نامعین به این صورت است که اگر قید از سازه برداشته شود و باعث ناپایداری سازه

بشود قید معین است و اگر ناپایداری در پایداری جسم نگذارد قید نامعین است.



★ در ذهن انجام شود: با برداشتن قید افقی A، ⊥ تبدیل به ⊥ می‌شود



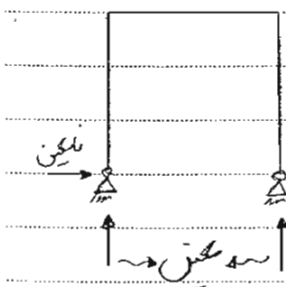
که نشان می‌دهد سازه ناپایدار است و قید A نامعین بوده. این اتفاقات دیگر برای سازه‌ها

نامعین نمی‌رویم و از معادلات تعادل استفاده می‌کنیم

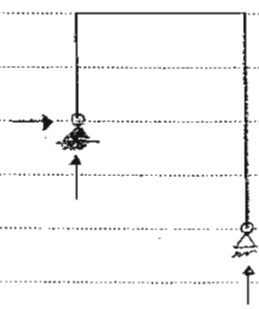
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow H_A = H_B$ سطح بی‌نهایت طرف راست رابری دارد چون راحت‌تر است.

$\Sigma M_{dR} = 0 \rightarrow H_B \times 20 + (1 \times 10 \times 5) = 0 \quad H_B = -2.5 \rightsquigarrow H_A = -2.5$ ★

نکته ۵:



حل از معادلات تعادل



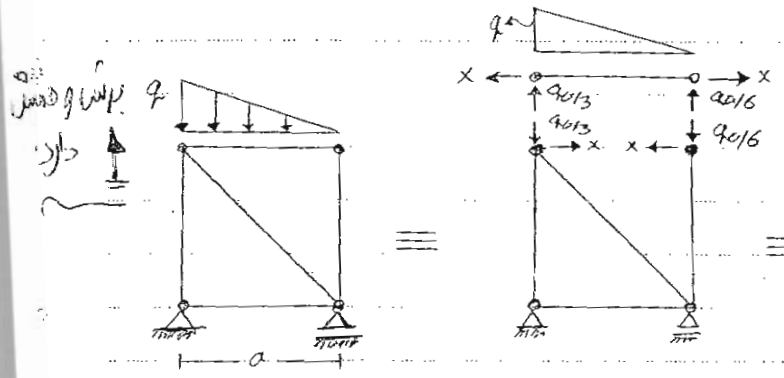
★ هر ۳ قید نامعین است به هیچ وجه نمی‌توان آن معادلات تعادل حل کرد

www.civil-eng.ir

* خرپا سازه‌ای است که روی اعضایش بار نمی‌شود ولی در عمل همه بار روی اعضا است و در واقعیت طراحی روی اعضا است.

Subject:
Year. Month. Date.

حل خرپاهای معین:



برش و دهنه دار

معادل گرهی بار روی عضو

به جای هر نیروی توانیم یک مبدأ معادل کنیم.

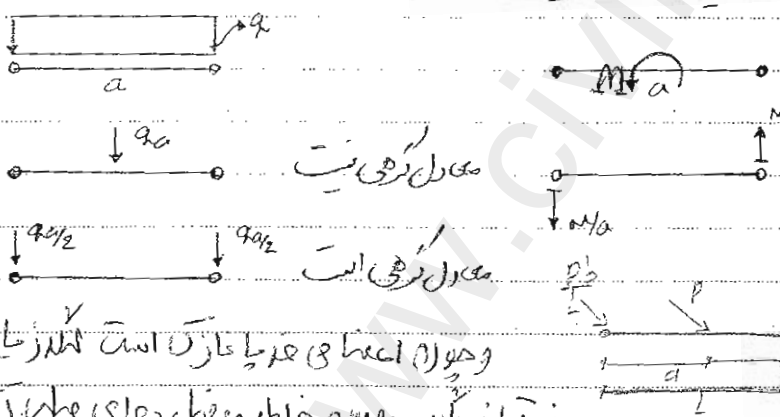
اگر در خرپا بار به یک عضو فشاری شد آن را به بارهای مجاور گره‌ها تبدیل می‌کنیم

صلاحیتی شود بارگذاری عضو روی اعضا را در یک خرپا به سادگی می‌توان تبدیل به بارهای معادل گرهی کرد

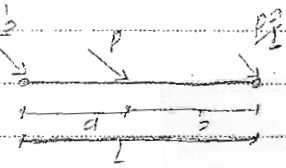
و بدین ترتیب روش‌های حل خرپا را جایی در نظری گیریم که نیروها فقط روی مفاصل اثر کنند.

* خرپاهای معین را مفصلی در نظر می‌گیریم چون تبدیل به معینی شود همین خاطر مفصلی در نظر می‌گیرد.

* راه حل آسان‌تر این است.



* روش‌های حل خرپا:



وجود اعضای عمودی یا مایل است کلاً خرپای ساده نیست!

نمی‌توان یکبار همین خاطر مفصل جای مناسب خود

۱- مفصل: در این روش ترسیم آزاد از یک مفصل خرپا تهیه می‌شود بنابراین در هر مفصل فقط ۲ معادله تعادل موثر داریم.

پس در مفصل حداکثر دو مجهول قابل تعیین است. (یعنی دو مجهول غیر هم استاد)

۲- مقطع: در این روش ترسیم آزاد از قسمتی از خرپا تهیه می‌شود بنابراین سه معادله تعادل موثر داریم.

پس سه مجهول حداکثر قابل تعیین است. (یعنی سه مجهول غیر متقارب)

www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

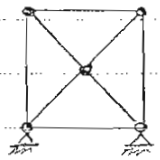
نتایج حاصل از روش سفصل:

۱. اگر یک خرپای معین را با حفظ بارگذاری و دو بابا تغییر اندازه همه در نیروهای داخلی آن تغییری حاصل نمی شود

۲. یک روش بیشتر برای تعیین درجه نامعینی در خرپاهای پایدار:

تعداد مجهولات = تعداد میله‌ها + تعداد قیدهای تکیه‌گاهی

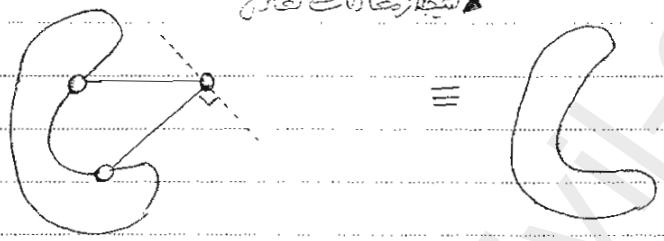
تعداد معادلات = ۲ × تعداد مفاصل

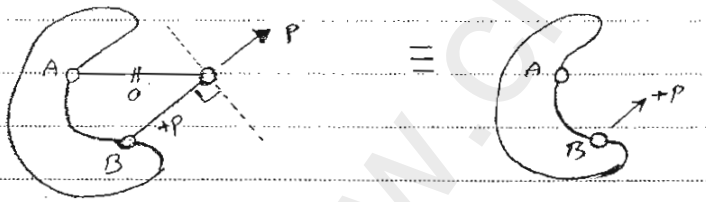


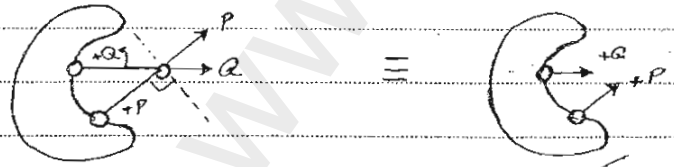
$n = (8+4) - (5\times 2) = 2$

- وقتی میله‌های خرپا بهم بسته و هیچ باری روی آن اثر نکند ← نیروی هر دو صفر است.

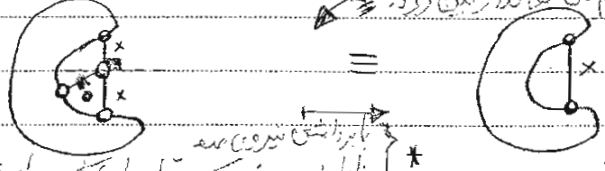
شرط از معادلات تعادل

1. 

2. 

3. 

* تعدادی صفحه‌ی را که یک مدرونه حل کنیم سازه صفحه کرده با این عمل بر تعداد سیستم تحت باگذاری خواهد شد و نیز تعداد عناصر مجازی یا صلبیت سیستم می‌تواند زیاد شود.

4. 

* نباید در سه نقطه یک دوتیله را به یک میله تبدیل کنیم

بارهای متقارن در یک سازه متقارن نیروی هر دو عضو قائم x و عضو مورب نیروی صفری شود.

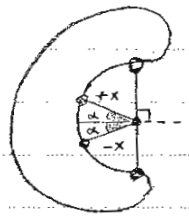
www.civil-eng.ir

Subject :
Year. Month. Date. ( )

5. این تقریباً همان شکل داست

6.

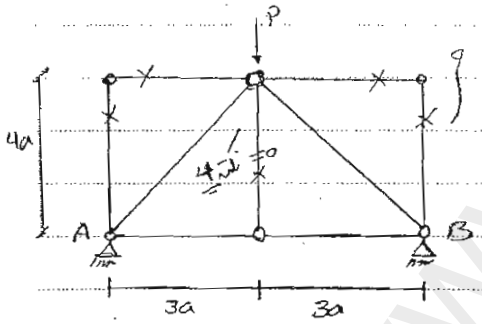
می دانیم تعادل خود برقی

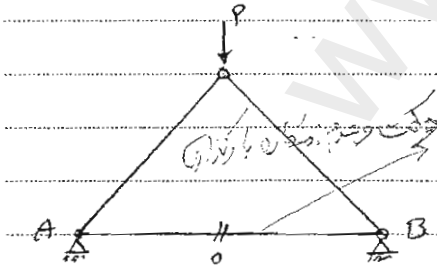
7.  بدون در نظر گرفتن انرژی کرنش.

* فشاری ; x- کششی ; x+ (جهای x)

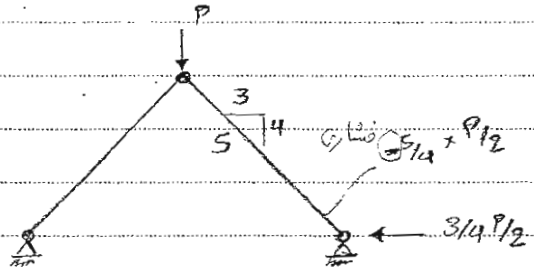
مثال : خرپا را تحلیل کنید

نکته 1 : دو میله به گره‌ای رسند و بدون بار بیرون هستند





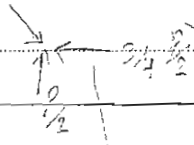
عدم امکان حرکت و تعادل با بار گذاری



فشاری $\frac{3}{4}P + \frac{P}{2}$

$F_{AB}=0$ ← در راستای AB بارگذاری نداریم

بعضو فشاری هم چیزرا فشاری دهد، بعضو کششی هم چیزرا می‌کشد.



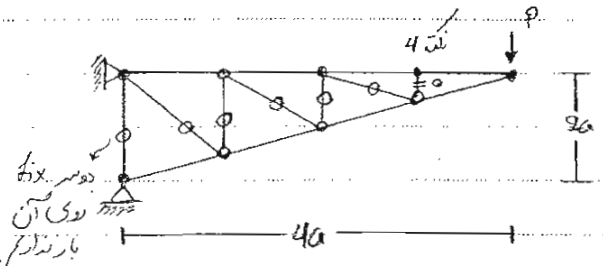
PAPCO

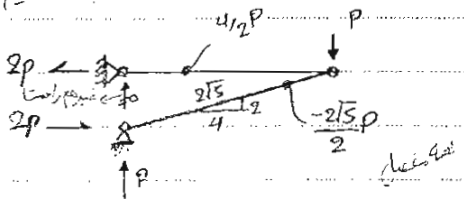
* جهت را خودتان حدس بزنید

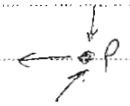
Subject:
Year. Month. Date. ( )

42

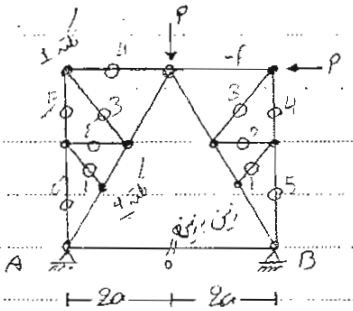
مثال: خرپا را تحلیل کنید.

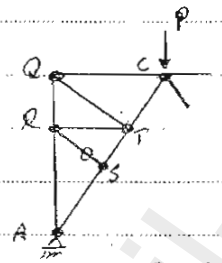






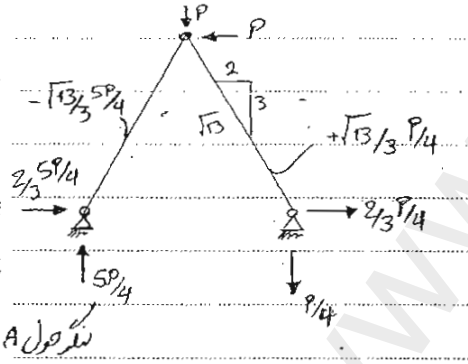
مثال:





نقطه 4 ÷
AS و ST هم امتداد
ولی RS غیرهم امتداد ← RS=0
AR و RQ هم امتداد
QT=0 ← TC و AT هم امتداد ← QT=0

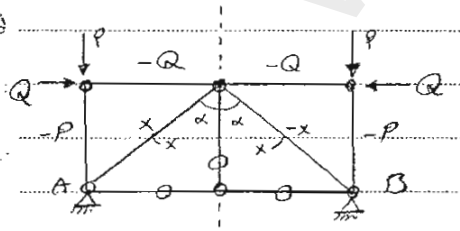
نقطه 1
CQ و QA برهم عمودند و بدون بار AQ=CQ=0



* آنجا گفتیم که عضو متقاطل کل سیستم از دو سر پرود نیروی آن عضو حذف میشود ولی در اینجا نیروی آن صفر نمی‌شود.

مثال:

بخصوص وسط خرپا چون با روش بندازیم طبق نقطه 4 ماری صفر می‌شود.



و بخصوص افقی AB چون زمین را به زمین وصل کرده ماری صفر است.

در مورد بخصوص‌های طبق خواص خرپای X نقطه ای x و دیگری x- می‌شود

* اما طبق خواص تقارن هردو باید x باشند پس نتیجه می‌شود که بخصوص‌های صفر هستند.

www.civileng.ir

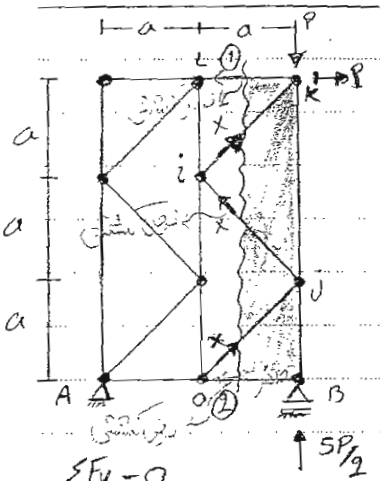
Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش حل خروجی K با دهانه و ارتفاع مختلف :

مثال: مطلوب است نیروی عضو ij .

جهت X ها فرضی باشد.

ابتدا از مقطع دور راست 3 میله یکی که میله‌های ① و ② در تعادل قائم شرکت می‌کنند، با فرض برش طبق خواص K ($x_3 = -x$) هستند.



$\Sigma F_y = 0$

$5P/2 - P + 3 \times \sqrt{2}/2\, X = 0 \quad X = -P\sqrt{2}/2 = F_{ij}$

برای P_{KL} حول O لنگری گیریم $\Sigma M_O = 0 \quad (P_{KL} \times 3a) + (5P/2 \times a) - (P \times a) - (P \times 3a) = 0$

$P_{KL} = +P/2$

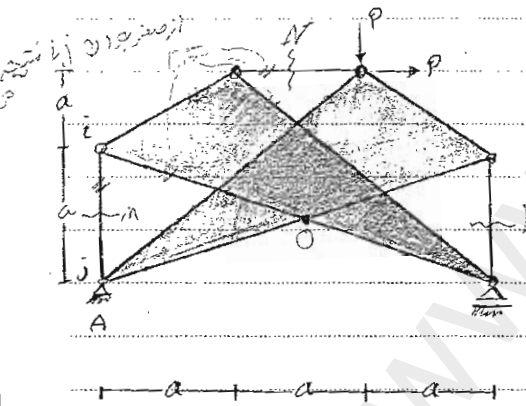
برای P_{OB} ...

مثال: $F_{ij} = ?$

* در حالتی که میله‌ها در نقطه‌ای متلاقی نباشند سعی کنیم آن را به نقطه‌ای تبدیل کنیم.

صلب بگیریم که نقش رابط دارد ← میله رابط

دو جسم صلب با 3 میله که هم متقاطع نشوند.



دو عضوی که انتهای هم دیگر را نشوند بتوان به راحتی حل کرد یا عضو

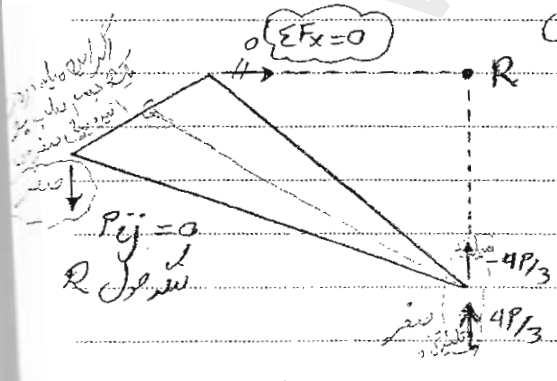
ی گیریم یا جدا ای گیریم، بتوان به راحتی حل کرد.

برای سه مجهول بهترین حالت گیریم نسبت به محل تلاقی دو مجهول

خودمان را وادار نکنیم جسم صلبی را بیابیم که تحلیل آن راحت باشد

* سعی کنیم چون عکس العمل افقی ندارد تحلیلش راحت‌تر است.

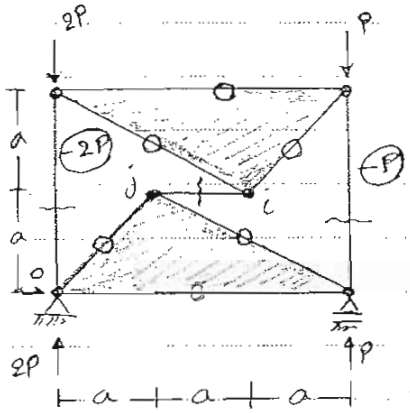
(*) با فرض برش M در ۱ و ۲ می‌توان دو جسم صلب را جدا کرد.

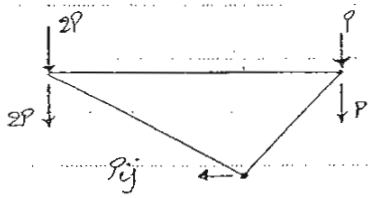


www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: $F_{ij}=?$





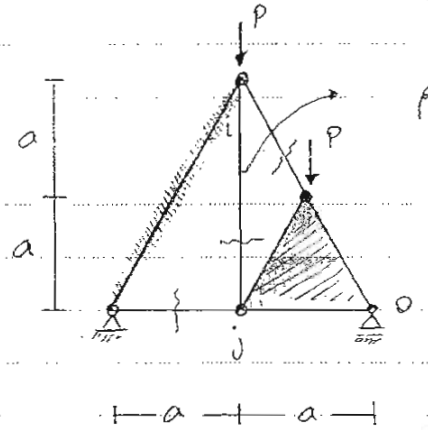
$\Sigma F_x=0 \rightarrow P_{ij}=0$

نکته:

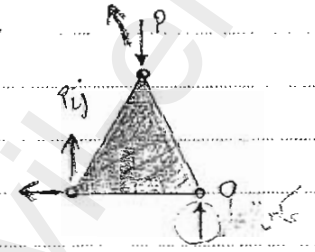
اگر $P_{ij}=0$ شود تمام اعضای شکل به‌علت عدم باربری آن صفری شود.

از صفر بودن یک بقیه صفرها نتیجه گرفته شده و تا دیر نیروهای میله‌ها و عکس‌العمل تکیه‌گاه‌ها به‌راحتی حل شد.

مثال: $F_{ij}=?$



جهت‌های فرضی میله‌ها بیشتر



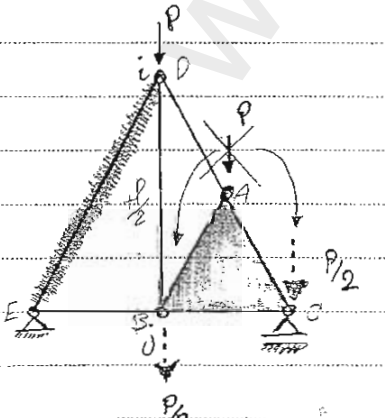
$\Sigma M_o=0 \quad P\times a/2 - P_{ij}\times a = 0 \quad P_{ij}=P/2$

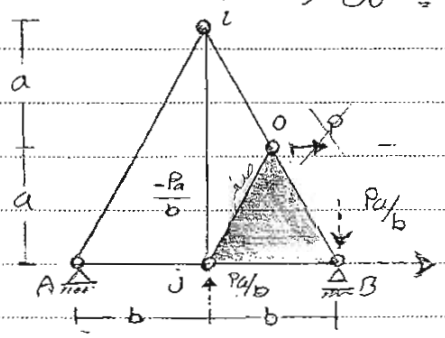
نکته: اگر بارگذاری موثر بر یک جسم صلب و یکی از میله‌های اتصال استاتیکی آن موثر بر همان جسم صلب عمود نگیریم به جز نیروهای داخلی آن جسم در سایر قسمت‌ها تغییری ایجاد نمی‌شود.

وقتی بار در انتهای وسط BD، $P_{ij}=0$ می‌شود

ΣF_x و ΣF_y قبل و بعد از انتقال صفر است،

پس ΣM هم صفر است.





$P_a/_b$ کوپل حاصل از جابجایی P است.

اگر P را نقطه D می‌بریم باید سیلی BD جزو جسم صلب

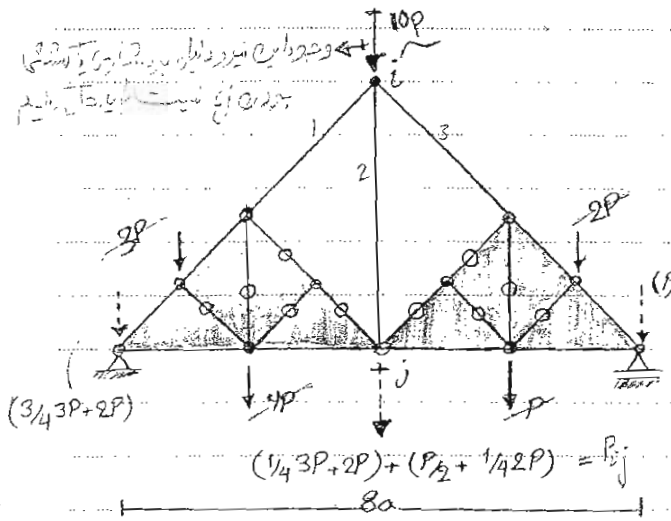
AB صفر شده BD غیر هم راستا با EB و B عکس‌العمل

$\frac{P}{2}$ از تکیه‌گاه نیروی DE برابر $\frac{P}{2}$ روی نیروهای

داخلی جسم صلب اینجا درست حساب کرده

چون کل سازه معین است هر قسمت از آن هم معین خواهد بود مثل جسم صلب

Subject :
Year . Month . Date . ( )

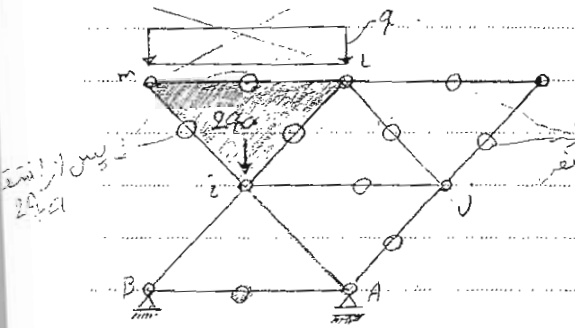


مثال : $F_{ij} = ?$

$F_{ij} = \frac{+15P}{4}$

$(1/4\,3P+2P)+(P/2+1/4\,2P) = P_{ij}$ ← ربطی به 10P ندارد

جواب حاصل برای میله های 1 و 2 و 3 و جواب عکس العمل تکیه گاه ها پس از حل با این روش درست است ولی جواب نیروهای داخلی جسم صلب درست نخواهد بود، یعنی میله های داخلی جسم صلب در عمل صفر نیستند.



مثال : $F_{ij} = ?$

توجه شود که عضو ... در وضعیت ...

نیروی آن مساوی صفر است با تغییر وضعیت بار به این روش

نیروی اعضای نابرده صفر می شود $F_{ij} = 0$

* اگر خط اثر A منطبق بر راستای میله 2 می بود، می توانستیم میله 2 را صفر در نظر بگیریم و حذف کنیم که سازه معین می شد و حل طبق روش قبل.

www.civil-eng.ir

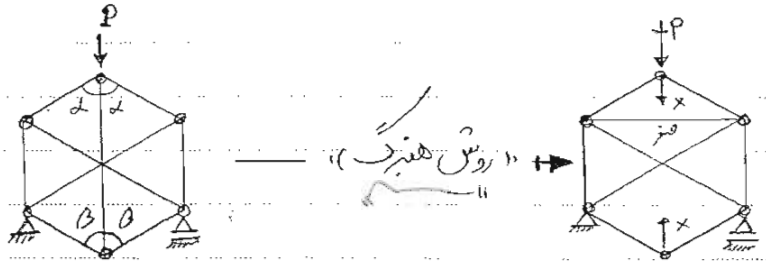
Subject:
Year. Month. Date.

46

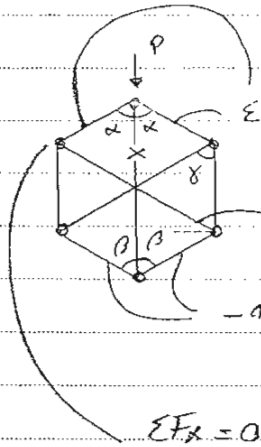
* حل خرپای معین (تمرین): ⟸ (آشنا از نحوه ورود و رتکلها بیاد)

در هر مفصلی بیش از دو مجهول نیستم.

و در هر مفصل بیش از دو مجهول



* در روش هیزبک میله‌ای را از خرپا حذف کرده و به جای آن نیروی مجهول x را جایگزین می‌کنیم و به جای آن میله‌ی دیگری را به خرپا اضافه می‌کنیم تا خرپا از معین بودن در نیاید. پس از اتمام حل نیروی آن میله اضافه شده را صفر قرار می‌دهیم. به تعبیر ریاضی در واقع یکی یا چند از میله‌ها را با نیروی مجهول فرض کرده و سعی می‌کنیم با روابط تعادل به مفصل یا مفصلی برسیم که بتوانیم آن مجهولات را به دست آوریم.



$\Sigma F_y=0 \Rightarrow \frac{-(P+x)}{2\cos\alpha}$

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow \frac{+x}{2\cos\beta}\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$ *

$-n/2\cos\beta$ فشار $\Leftarrow \Sigma F_y=0$

$$\Sigma F_x=0 \Rightarrow \frac{P+x}{2\cos\alpha}\cdot\sin\alpha=\frac{n}{2\cos\beta}\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\sin\gamma$$

$$(P+n)\tan\alpha=n\tan\beta$$

$$n=\frac{\tan\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}P$$ ✓

تا به حل دوستی از شد خرپای معین نداشتیم.

www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

if $\beta > \alpha \longrightarrow n > 0 \longrightarrow$ کشتی
if $\beta < \alpha \longrightarrow n < 0 \longrightarrow$ قاری
} «طبق قرارداد صفحه قبل»

if $\beta = \alpha \quad n = \infty$

* (برای یک یا چند قید جواب حاصل نمی‌دانست)

* اگر پس از تحلیل یک سازه نیروی یک یا چند قید برای حفظ تعادل فی نهایت برابر آن سیستم حفظ ناپایداری باشد. اگر پس از تحلیل یک سیستم نیروی یک یا چند قید بالاستفاده از معادلات تعادل بیش از یک جواب داشته باشد آن سیستم حفظ نامعین است.

* روش ارتعاش یا روش صفر:

برای سیستم هایی است که قیدی یا زیادی نداشته باشیم. این سیستم ها دو حالت متقابل زیر بوجود آمده است:

معین ⟷ پایدار

نامعین ⟷ ناپایدار یا هندسی

* فلسفه این روش یا روش صفر:

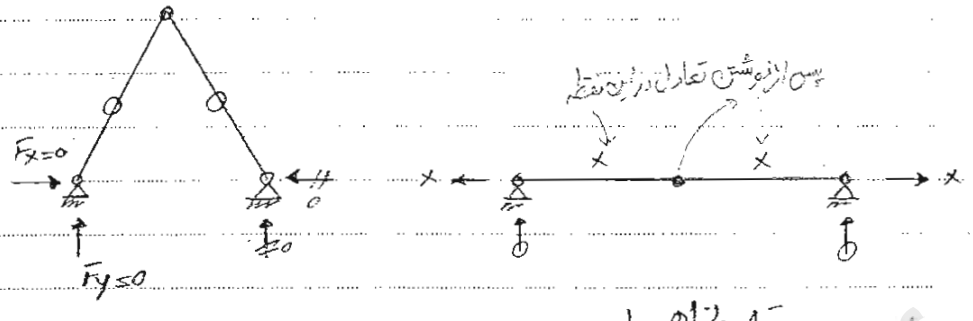
* در این روش بدون انجام بار برروی سیستم و با استفاده از معادلات تعادل همه مجهولات سیستم باید حل شود اگر همه مجهولات صفر حاصل شود، سیستم معین و در نتیجه پایدار است ولی اگر برای یک یا چند مجهول بیش از یک جواب حاصل شود سیستم و در نتیجه ناپایدار است.

نامعین

www.civil-eng.ir

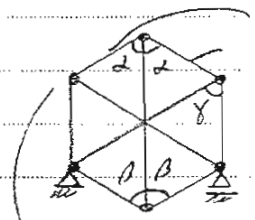
48

Subject:
Year Month Date ( )



r = معین - پایدار ✓

× هر مقدار دلخواهی داشته باشد ✓
نامعین - ناپایدار



$-n/2\cos\alpha$

$\Sigma F_x = 0 \quad \frac{n}{2\cos\alpha}\cdot\sin\alpha = \frac{n}{2\cos\beta}\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cdot\sin\gamma$

$n\tan\alpha = n\tan\beta$

* if $\alpha \neq \beta \rightarrow$ منحصربه‌فرد $n=0 \rightarrow$ معین $\rightarrow$ پایدار
if $\alpha = \beta \rightarrow n =$ دلخواه $\rightarrow$ نامعین $\rightarrow$ ناپایدار ✓

برای تمرین حل خیلی کتاب‌های تحلیل سازه توصیه می‌شود کتاب‌های تست

* Lalmouni و کتاب‌های مشابه *

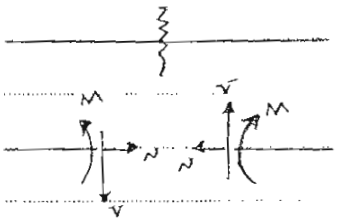
www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

رسم نمودار لنیدوهای داخلی:

- روش جمع زدن / - روش مقطع

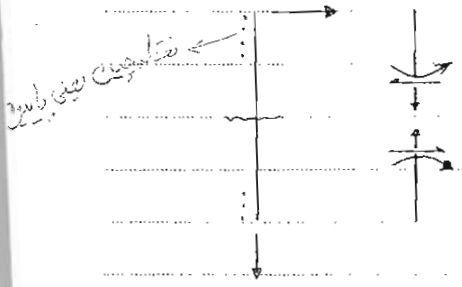
تنها قسمتی که V خلاف منحنی مثبت است در بحث رسم نمودار است.

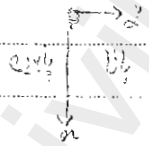


N { ⊖ فشاری ⊕ کششی

M { ⊕ پایین رای کشته ⊖ پایین زانشاری دهد

V { ⊕ خلاف منحنی ⊖ منحنی





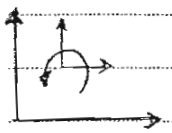
دلیل برای تشخیص پایین از بالا قسمت پایین بصورت با نقطه چین علامت می زنیم.

به جای نقطه چین می توان از محور محلی x وابسته به خود بصورت استفاده کرد که این محور همواره

از چپ به راست می باشد

* محلی وابسته به عضو

در مورد لنیدهای خارجی، بهتر آن است که در جهت مثبت محورهای مختصات فرا بکشیم.



رسم نمودار { روش مقطع — روش معادلات تعادل
روش جمع زدن — روش معادلات دیفرانسیل تعادل

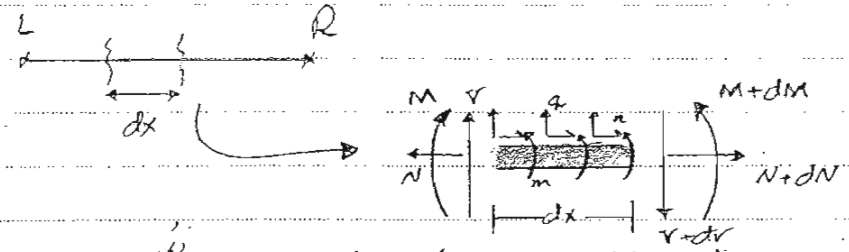
خارجی
داخلی (منفی)
خارجی (مثبت)
انتهای { هم خارجی (مثبت)
هم داخلی (مثبت)

PAPCO

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

شدت نیروهای خارجی را با اندیس کوچک و نیروهای داخلی را با اندیس بزرگ نشان می‌دهیم.



$\Sigma F_x = 0 \quad \xrightarrow{\text{تقسیم بر } dx} \quad -N + N + dN + n\,dx = 0 \quad \rightarrow \quad dN = -n\,dx$

* n: شدت نیروهای گسترده خارجی موازی میانگار = شدت نیروهای طولی ($\frac{\text{نیرو}}{\text{طول}}$)

$dN = -n\,dx \quad (\frac{\text{نیرو}}{\text{طول}})$

$\Sigma F_y = 0 \quad V - (V+dV) + q\,dx = 0 \quad \rightarrow \quad dV = +q\,dx$

* q: شدت نیروهای گسترده خارجی عمود بر میانگار = شدت نیروهای عرضی یا جانبی ($\frac{\text{نیرو}}{\text{طول}}$)

$dV = +q\,dx \quad (\frac{\text{نیرو}}{\text{طول}})$

$\Sigma M = 0 \quad (V+dV)dx + M + dM - M + q\,dx\,(dx/2) + m\,dx = 0$

* m: شدت لنگر گسترده خارجی دوار

$dM = (V-m)dx$

نکته: $(\frac{\text{نیرو} \times \text{طول}}{\text{طول}}) = \text{نیرو}$

$dN = -n\,dx \quad (R \leftarrow L \text{ در طول انتگرال}) \rightarrow N_R - N_L = \int_L^R -n\,dx$ ← جمع نیروهای طولی خارجی بین دو نقطه با علامت منفی *

$dV = +q\,dx \quad (\text{———}) \rightarrow V_R - V_L = \int_L^R +q\,dx$ ← اختلاف برش در دو نقطه برابر با جمع نیروهای عرضی یا جانبی با علامت مثبت

$dM = (V-m)dx \quad (\text{———}) \rightarrow M_R - M_L = \int_L^R V\,dx + \int_L^R -m\,dx$ ← اختلاف لنگر خمشی در دو نقطه برابر است با سطح زیر نمودار برش بین آن دو نقطه + جمع لنگرهای خارجی در صورت وجود با علامت منفی

شیب نمودارها:

- $dN/dx = -n$ — شیب نمودار نیروی محوری — $dN = -n\,dx$
- $dV/dx = +q$ (شدت نیروی جانبی) — شیب نمودار برش — $dV = +q\,dx$
- $dM/dx = V - m$ — شیب نمودار خمش — $dM = (V-m)dx$

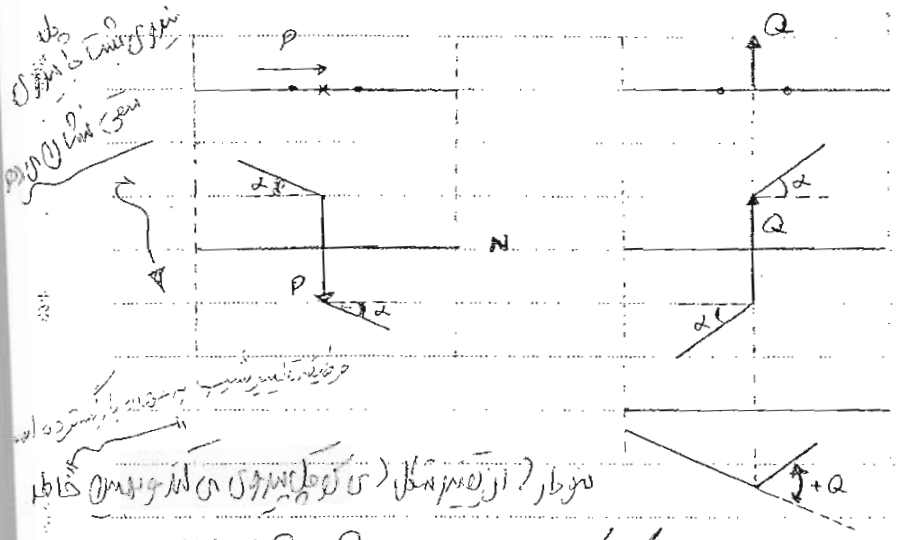
(V: برش، m: شدت لنگر گسترده خارجی)

$\frac{d^2M}{dx^2} = q - \frac{dm}{dx}$ — مشتق دوم نمودار خمش

(q به علامت علامت مثبت و منفی دقت شود)

www.civil-eng.ir

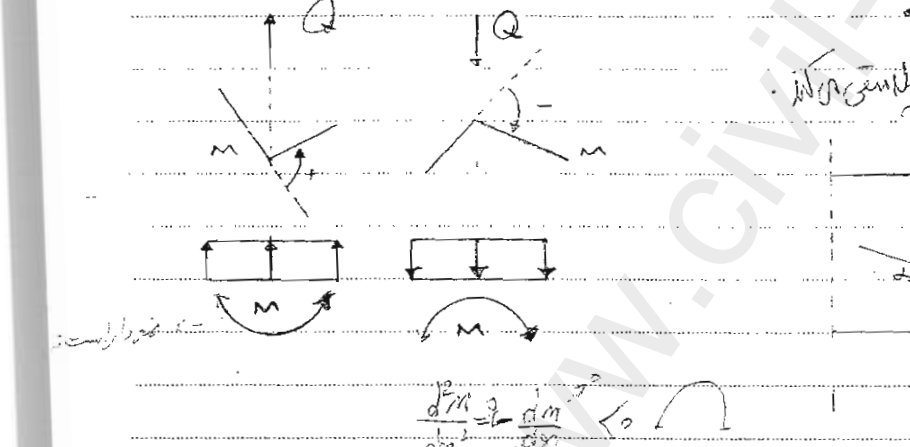
Subject:
Year. Month. Date. ( )



بار متمرکز ایجاد دیاگرام برش Q به اندازه Q

بار متمرکز ایجاد دیاگرام لنگر M در خود محل برش Q می‌کند

نیروی متمرکز عمودی وارد بر تیر باعث ایجاد تغییر در برش و لنگر خواهد شد



در صورت نبودن بارهای گسترده:

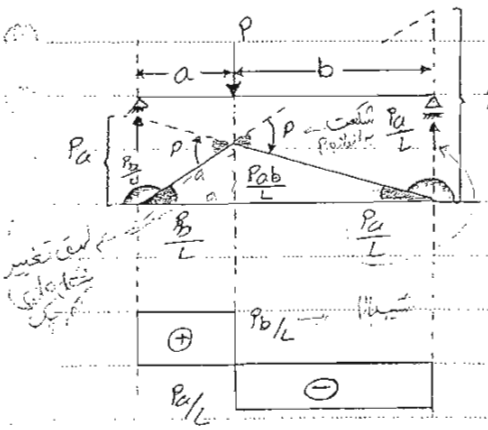
درجه		درجه
$n: -1$	انتگرال	$N: 0$
$q: -1$	انتگرال	$V: 0$
$m: -1$	انتگرال	$M: 1$

درجه	
2	$y=x^2$
1	$y=2x$
0	$y=2$
-1	$y=0$
-2	$y=0$

www.civil-eng.ir

52

Subject:
Year . Month . Date . ( )



بررسی نمودار:

* ابتدا نقاط انتهایی را در نمودار مشخص می‌کنیم

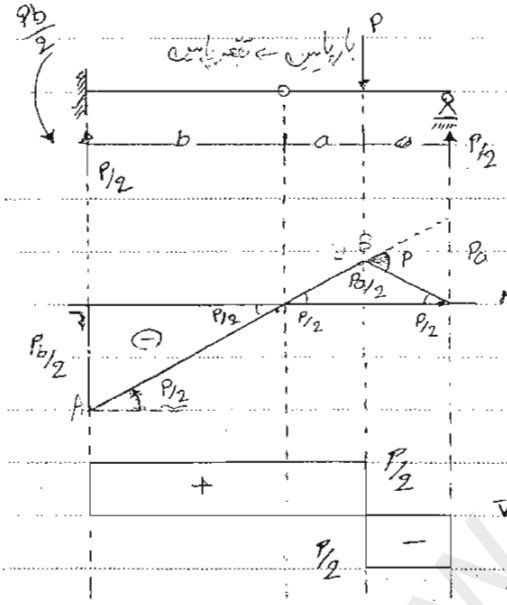
• در تکیه‌گاه سمت چپ در نمودار M شکستگی داریم پس در آن نقطه در سازه اصلی

M: ← $\frac{P_b}{L}$ بار متمرکز متناسب با شیب شکستگی داریم

V: • از تکیه‌گاه سمت چپ تا بار متمرکز در نمودار M شیب مثبت

است پس در این فاصله نمودار V مثبت است به همان اندازه زاویه شکستگی $\frac{P_b}{L}$.

زاویه P برای شکل خارج است و $\frac{P_b}{L}$ و $\frac{P_a}{L}$ به نسبت a و b (برعکس) از P به دست می‌آیند



* نکته: ناپیوستگی نمودارها فقط مربوط به بارهای متمرکز بالسته

و ناپیوستگی بعضی تأثیری در آن ندارد.

در قسمت AB به دلیل حضور نداشتن بار متمرکز شیب ثابت

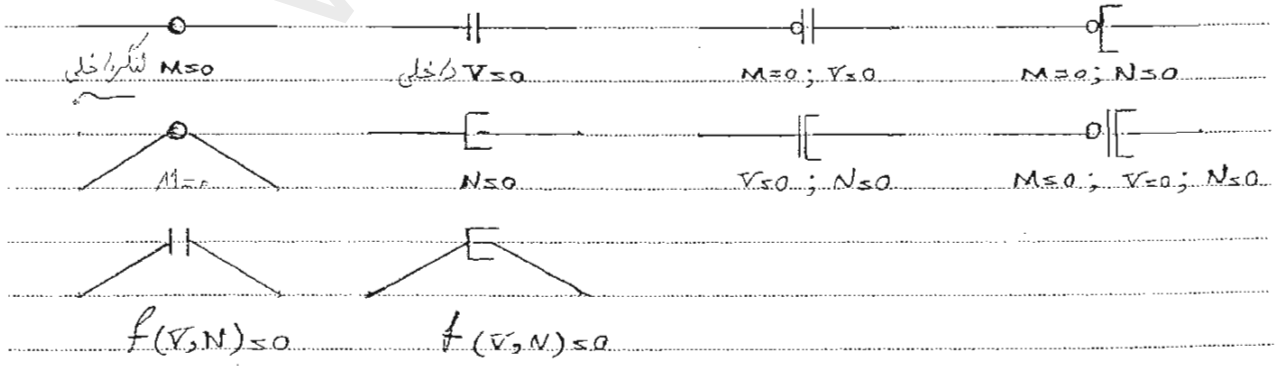
بررسی نمودار:

• در تکیه‌گاه سمت چپ پله‌ای به اندازه $P_b/2$ داریم

که پله در نمودار برش یعنی لنگر در سازه اصلی.

* از طرف خارجی پله منفی از چپ به راست یعنی لنگر صعودی است مثلثی

و از طرف داخلی شیب پائین یعنی لنگر منفی. • در محل مفصل چون M صفر است نمودار هم صعودی است.



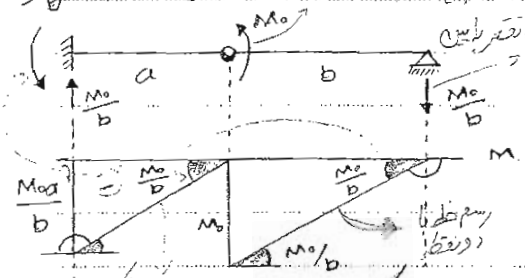
PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

از راست به چپ، از چپ به راست، از راست به چپ، از چپ به راست

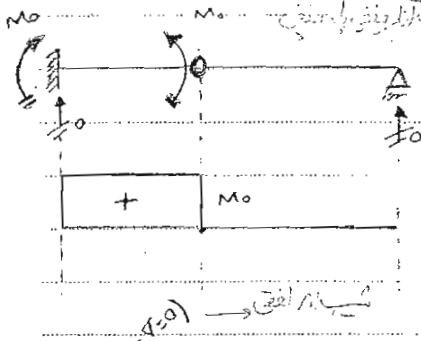
بری نمودار:



وجود M یعنی در نقطه‌ی M در نمودار خمش باید یک پله داشته باشیم

از چپ و راست پله بشیب خطی میرود یعنی ذوزنقه‌ای دو طرف M_0/b

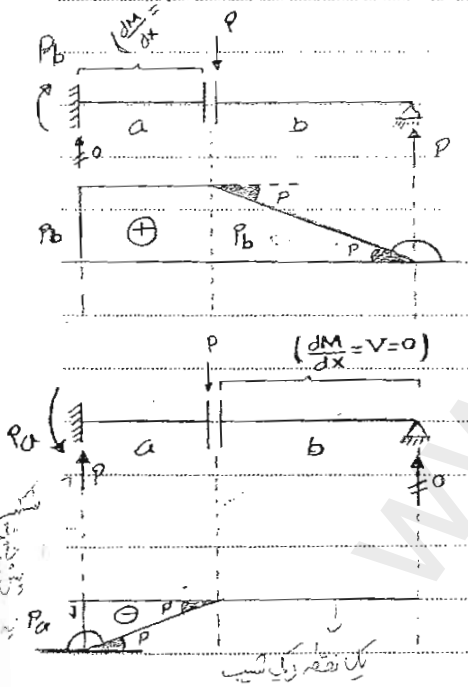
هشدار: بقیه مقادیر با وجود حفظ شدن شیب حاصل می‌شود ولی منفی ـ نقطه منفی.



بری نمودار:

در M (نمودار خمش) وجود تکیه‌گه شیب را عوض می‌کند.

عکس العمل ها مزاحت چون سکستگی نداریم



بری نمودار:

دراین حالت چون بار بصورت لنگر متمرکز بی باشد، در طول تکیه‌گاه

تکیه‌گاه متمرکز بری نداریم پس $V=0$ است و شیب (M)

نیز صفری باشد. $\left(\frac{dM}{dx}=V=0\right)$.

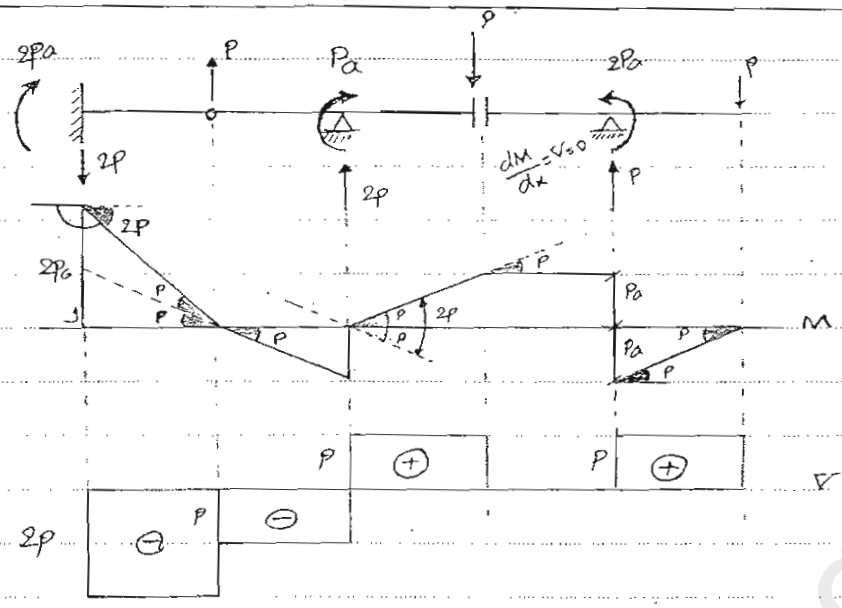
www.civil-eng.ir

استفاده از ماشین حساب آزاد است (در جلسه امتحان)

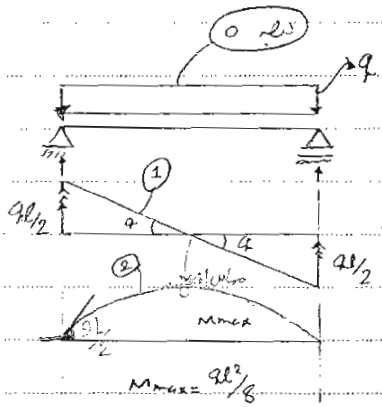
54

Subject:
Year. Month. Date. ( )

هر فاصله a هستند 5@a



بارهای گسترده:
- q ناحیه صفر (0)
- V ناحیه یک (1)
- M ناحیه دو (2)

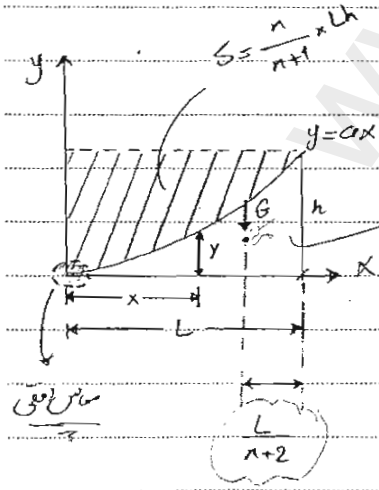


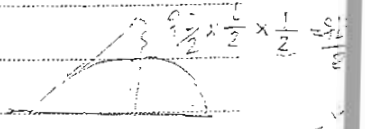
q در بحث پایین است منفی است پس شیب V منفی است به اندازه q.

خمش بیشتر q به علت تقارن از سر کنترل نکرد.

* در بحث چپ نمودار V باید به بحث بالا بروم تا نمودار را شروع کنیم و در بحث راست آن باید به بحث بالا بروم تا نمودار را ببندیم پس عکس اتفاق ما به بحث بالاست.

خواص سهمی:





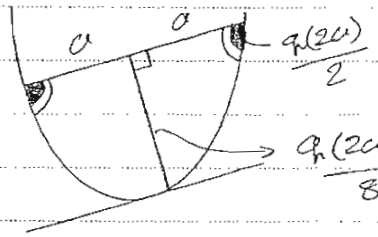
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

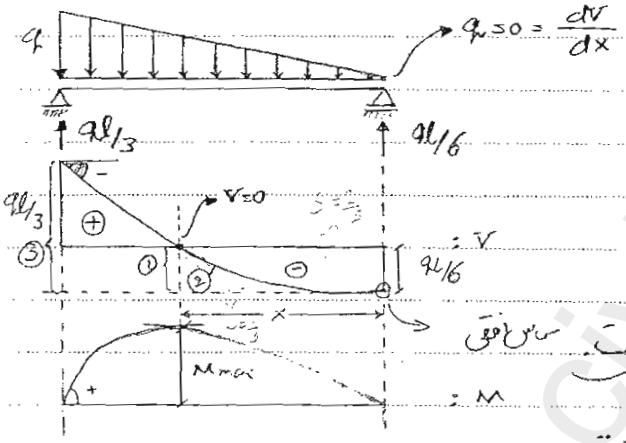
این به خصیت صرفا برای سهمی با معادله $y=ax^n$ ی باشد این سهمی ها در مبحث خصلت یابی داریم

در این سهمی خودشان و سایر مشتقاتشان به جز آخری همگی صفری باشند

شرط های فوق همواره در مورد سهمی درجه ۲ برقرار است بنابراین برای سهمی های درجه سه و بالاتر استرال شود.



مثل:



از q ، V بدست می‌آید و از V ، M بدست می‌آید.

برای نمودار به چند حالت : (V ← M)

از چپ شروع تا نقطه $V=0$ ، V مثبت است پس M صعودی است.

بعد از آن در نقطه $V=0$ ، M ماکس است و بعد از آن V منفی و M نزولی است.

۲. در یک نقطه V عوض شد مثبت است پس شیب M مثبت.

۳. از چپ به راست V کم می‌شود، پس شیب نمودار M هم کم می‌شود و ماکزیمم بدست می‌آید.

(M ← q) : بار پایین تر، تغییر بالین

(V ← q) : q منفی ← شیب V منفی ، از چپ به راست q زیاد می‌شود پس V شکل آن چنین می‌شود.

$M_{max}=\frac{2}{3}\cdot\frac{L}{\sqrt{3}}\cdot\frac{ql}{6}=\frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$ (ارتفاع × قاعده / ۲)

$(\frac{x}{L})^2=\frac{1}{3}\Rightarrow x=L/\sqrt{3}$

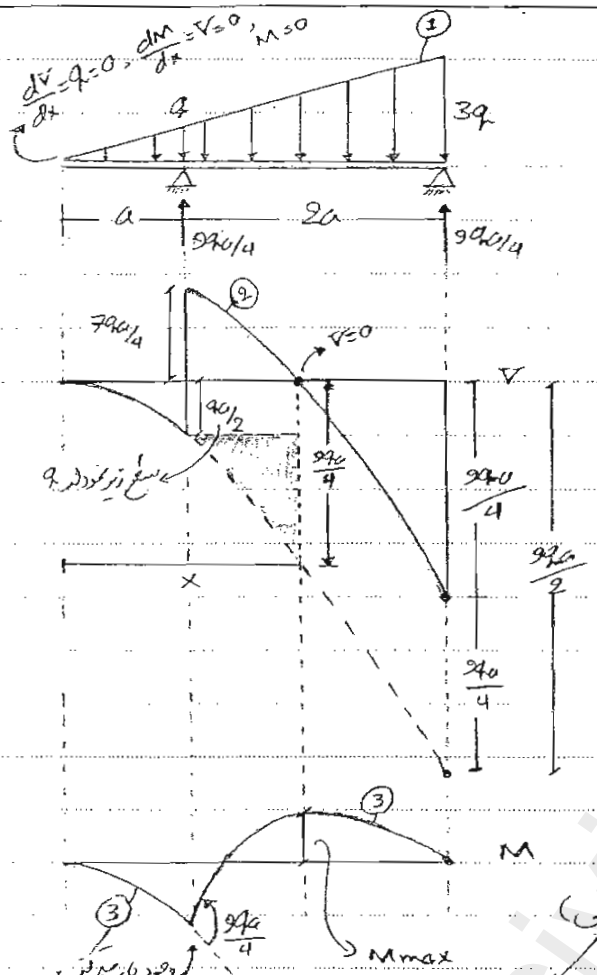
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حتف به دلیل سخت بودن

56

عکس العمل ها از معادلات تعادل به راحتی به دست می آیند.



$\left(\frac{x}{3a}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)$ $x=3a/\sqrt{2}$ $\begin{cases}\text{محل } M_{max}\\ V=0\end{cases}$

بررسی نمودار:

q منفی ← افت V (شیب منفی)

- اگر از چپ به راست q دارای علامت ثابت باشد، V چرخش ساعتگرد خواهد داشت.

- بار پائین ← نقطه M پائین ← چپ به راست V دارای علامت ثابت، M چرخش ساعتگرد.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

• بررسی نمودار:

$(q \rightarrow V)$:

$\frac{dV}{dx} = -q \rightarrow$ شیب نمودار V

$q=0 \Rightarrow V=C$ (ثابت)

$V=0 \Rightarrow M=C$

- عکس العمل تکیه گاه به سمت بالا است پس برش V باید بالا برود تا نمودار را شروع کنیم.
- در هر نقطه‌ای دلخواه q منفی است پس شیب V هم منفی است.
- q در حال زیاد شدن است، پس V مثلثی درجه ۲ شد. (مثلاً مثبت شد صفر)

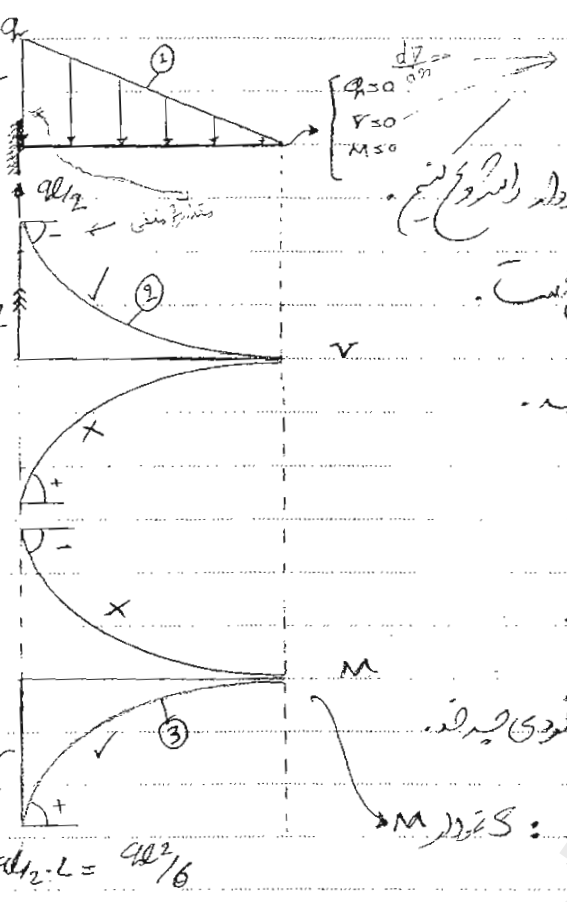
(چپ به راست)

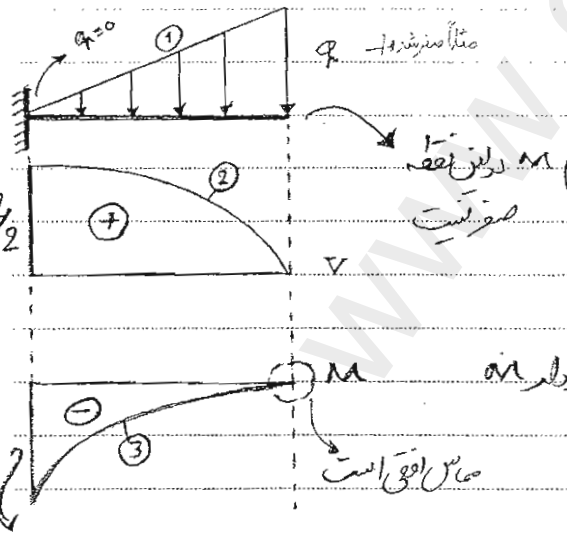
$(V \rightarrow M)$:

- در هر نقطه V مثبت است پس شیب M مثبت است.
- از چپ به راست V در حال کم شدن است پس M سهمی درجه ۲ شد.

M نمودار S : $\frac{1}{3+1} \times \frac{ql^2}{6} \times L$ (توان در مساحت صفر)

$\frac{1}{3} \cdot ql/2 \cdot L = ql^2/6$





مثلاً مثبت شد

$\frac{d^2M}{dx^2} = q$ ← شیب دوم M برابر q

صفر نیست

صفر نیست ← M نمودار S ≠ $\frac{1}{4} ql^2/3 \times L$

ماکسیمم است

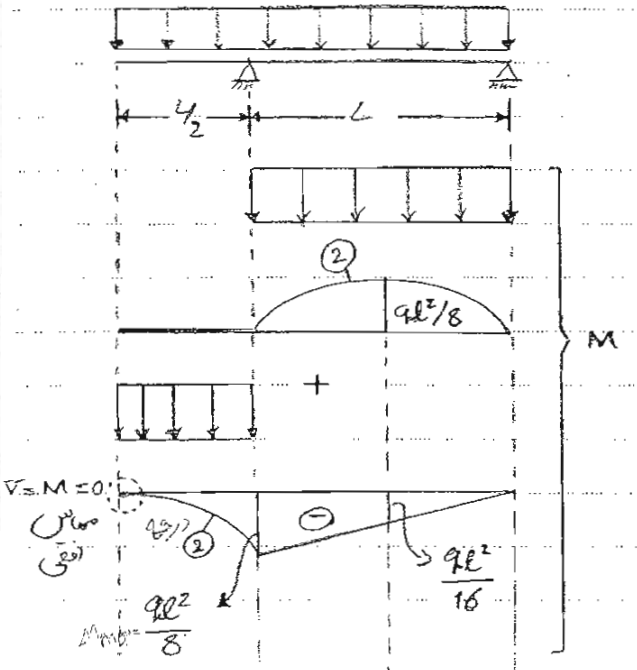
باشرطی صادق است که خودش هم شیبش صفر باشد

$2/3 \cdot ql/2 \cdot L = ql^2/3$

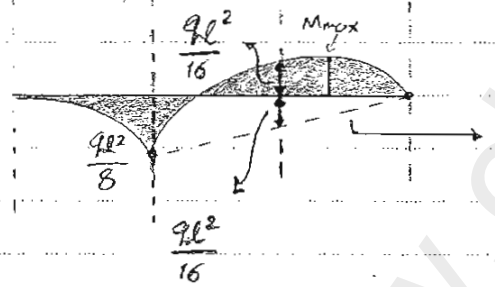
www.civileng.ir

روش جمع:

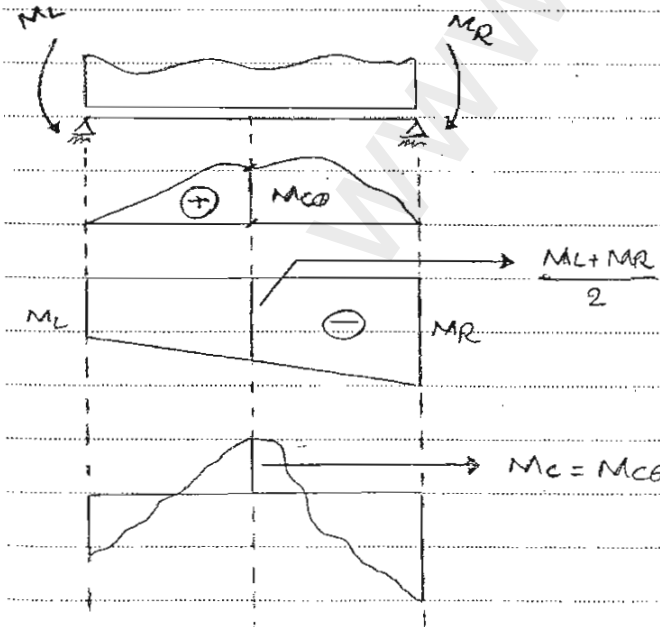
M برای توان از اصل جمع آثار بدست آورد.



$\frac{ql^2}{8} = q \cdot L/2 \times \frac{1}{2} L/2$

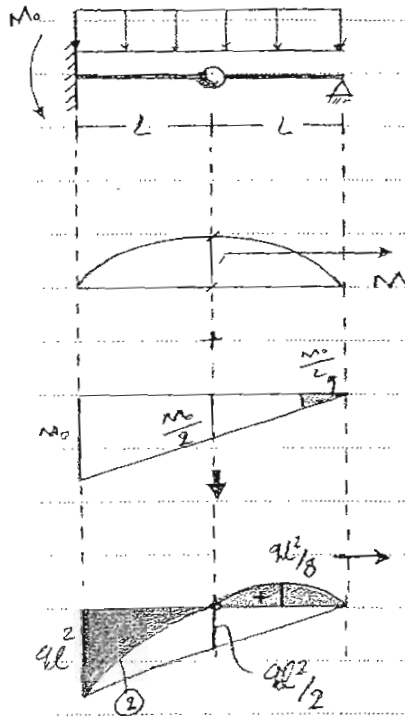


محور مبنا را پایین می آوریم.



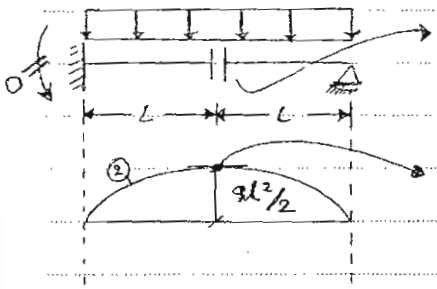
www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )



$\frac{-Mo}{2} + \frac{ql^2}{2} = 0 \Rightarrow Mo = ql^2$ سمان روی تیر مفصل ممزاست

چون تقارن است
باید وسط $ql^2/8$ شود.



تغییرات لنگر نداریم ← باید شیب صفر باشد

$\frac{dM}{dx} = V = 0$ باید با فنی جمع بزنیم که در این نقطه Mmax اتفاق بیفتد یعنی $V=0$ اما مثل ماهین فوراست

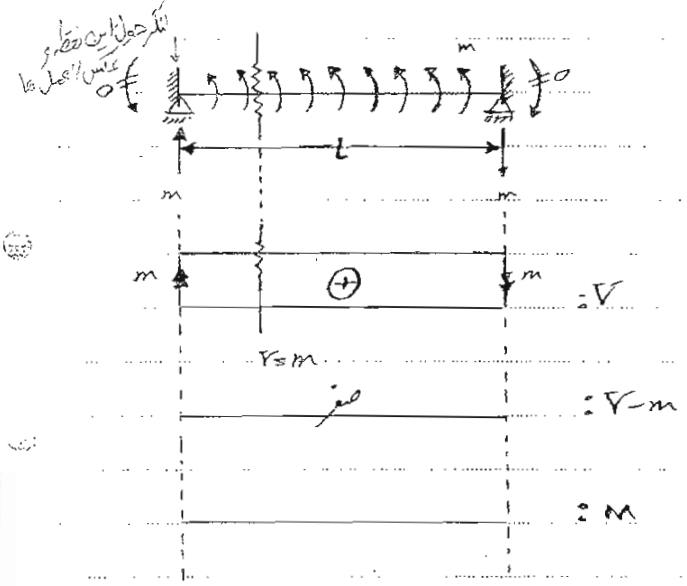
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

60

در ابتدا دو سر مفصل در نظر گرفته می‌شود

اگر حول این نقطه عکس العمل ها صفر است



$$M_Q - M_L = \int_L^R (V-m)\,dx$$

برای M ابتدا، V بعد V-m را رسم می‌کنیم

دیده ۲ (-1) یعنی وجود ندارد. دیاگرام V (۰) است.

V دیاگرام صفر، m دیاگرام صفر، ترکیب دو صفر $m-m=0$،

مقدار ثابت واقعی.. با مقطع $V=m$ به این نتیجه رسیدیم

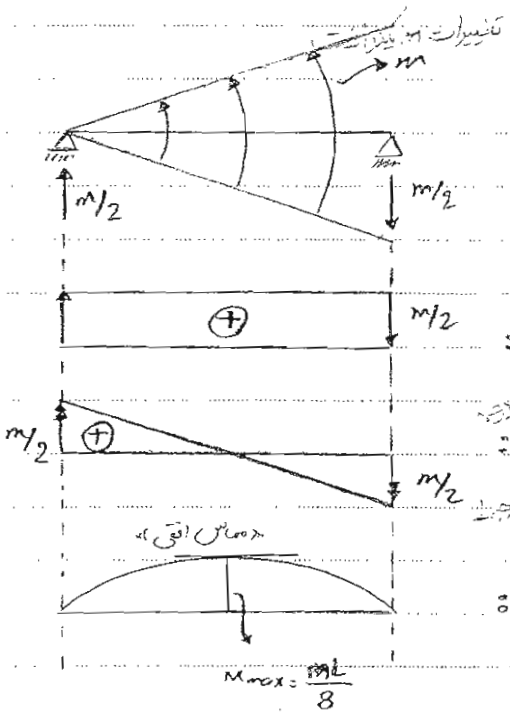
نکته I: اگر دیاگرام M از دیاگرام V یک درجه پیشتر باشد حتماً در روی تکیه گذاشته ۰ لنگر می‌کند.
(عکس جمله همیشه درست نیست)

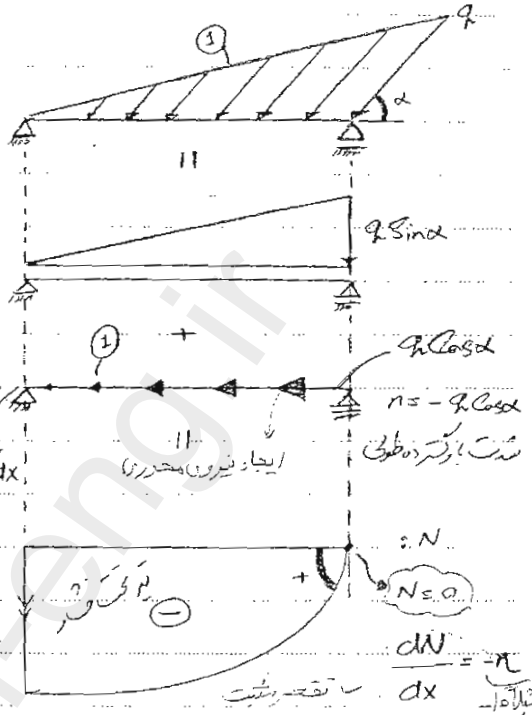
نکته II: چون با جمع زدن M ها می‌توان به دوران نقاط مختلف تکیه رسید ۱ مفصل می‌شود. در این تکیه در هیچ نقطه‌ای دوران وجود ندارد به این دلیل در صورت تکیه دار بودن تکیه های مفصلی عکس العمل لنگر آن صفر بوده و همین نمودارها را باید داشته باشیم

* این نمودار برای تیرهای دو سر مفصل، دو سر تکیه دار، یک سر مفصل یک سر گیردار است

www.civileng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )





$\frac{dN}{dx} = -n \rightarrow dN = -n\,dx$

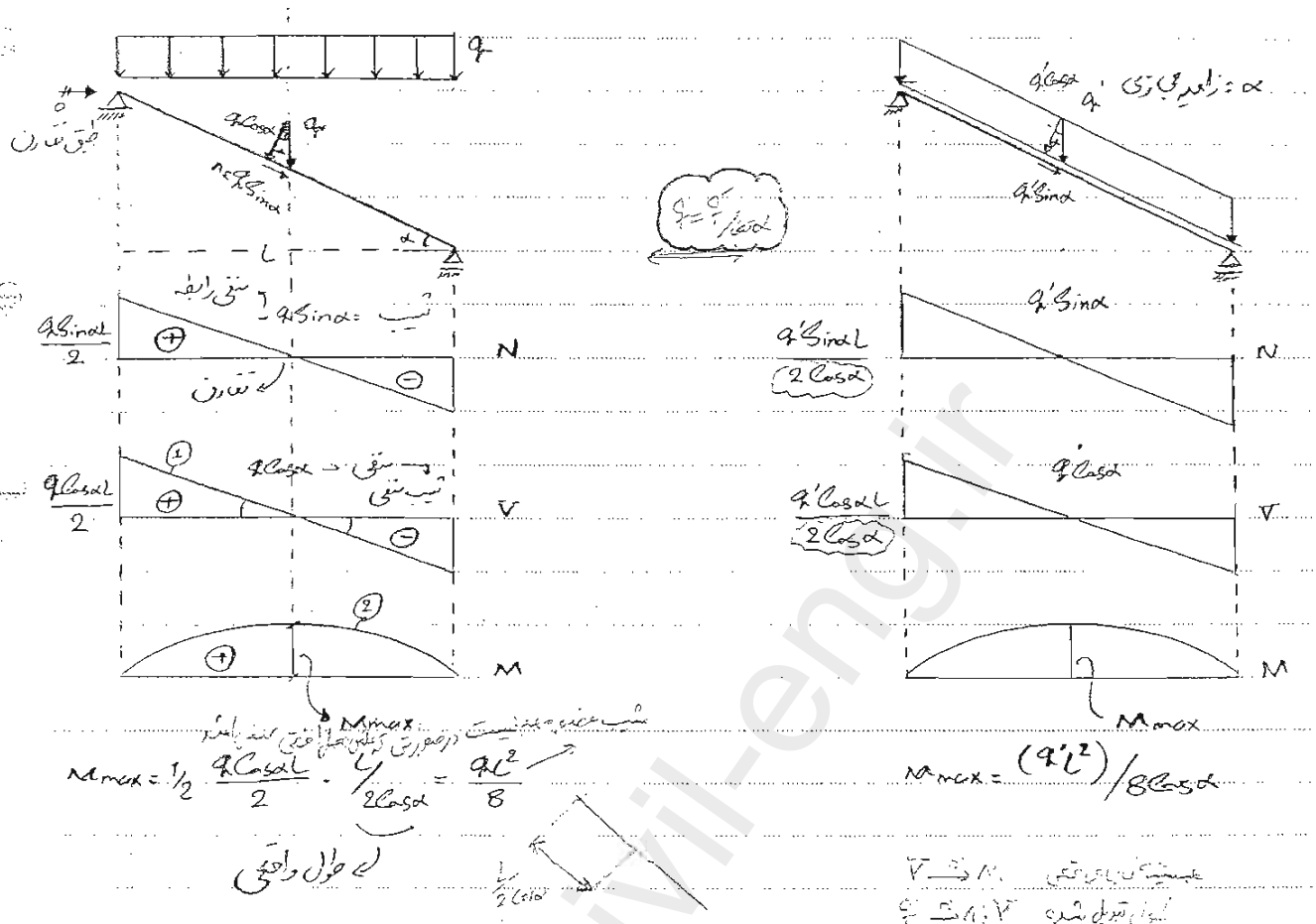
n منفی با صفی رابطه ی شود مثبت پس شیب N مثبت است. (-qCosα)

چپ به راست n کم می شود با صفی رابطه ← یعنی شیب از - است پس جهش N مثبتی است.

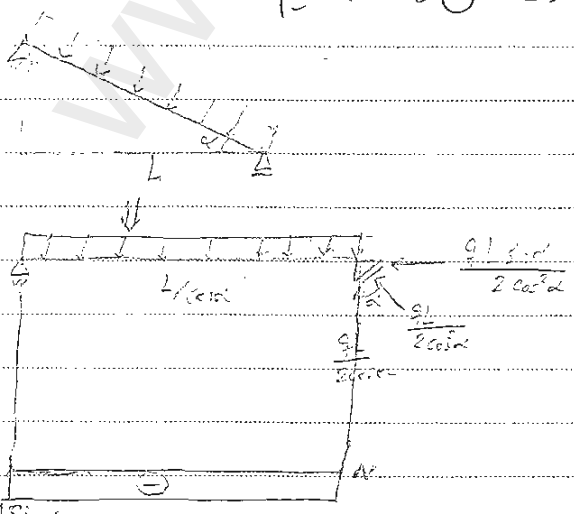
www.civileng.ir

Subject :
Year . Month . Date . ( )

62

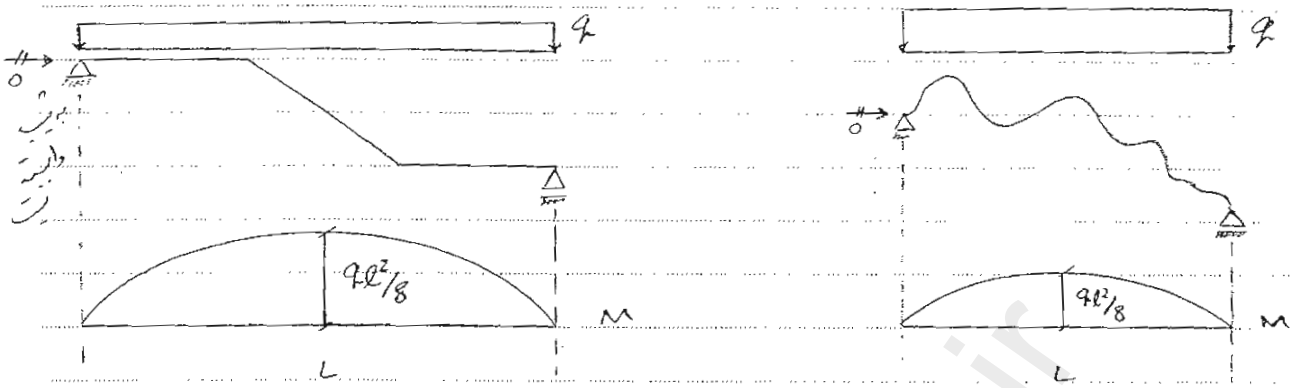


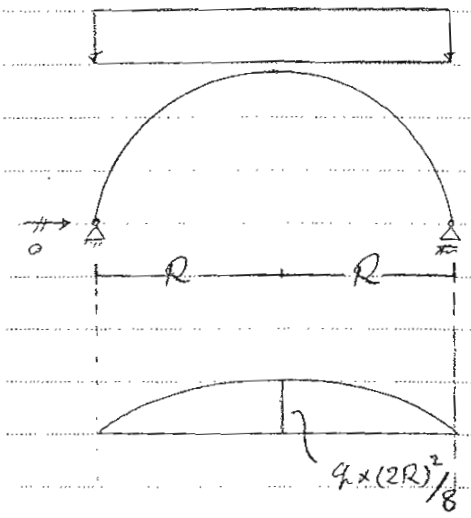
$M_{max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{qCos\alpha L}{2} \cdot \frac{L}{2Cos\alpha} = \frac{qL^2}{8}$



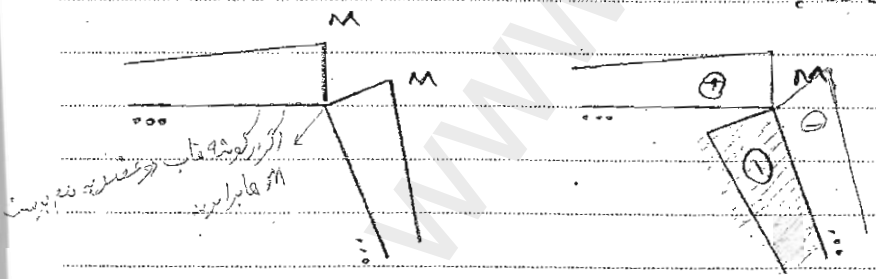
www.civil-engir

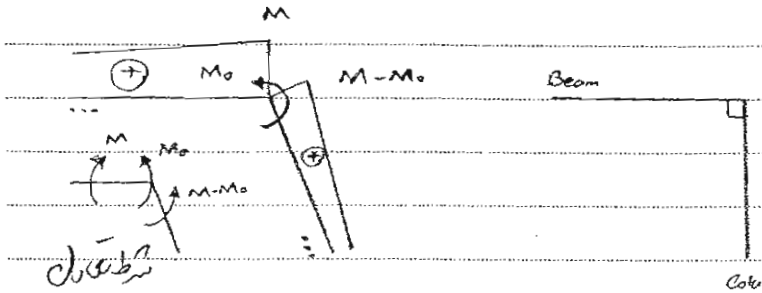
Subject:
Year. Month. Date. ( )





رسم تحولات نیروهای داخلی در قاب ها:





تیرهای با بارهای ثقلی متقارن و متقارن تیر

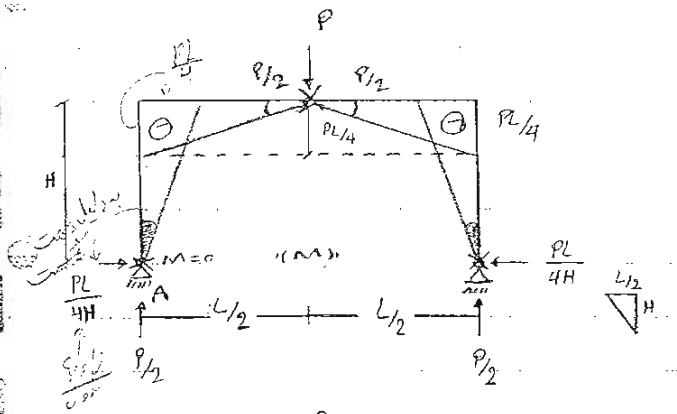
$|N|_b = |V|_c$

$|V|_b = |N|_c$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date.

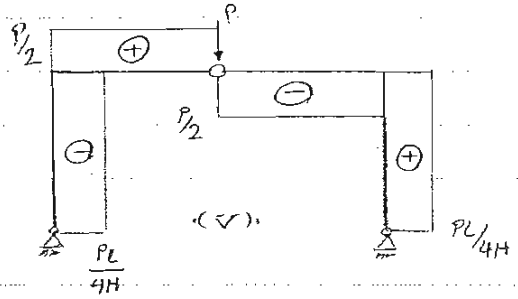
64



* در نقطه ی صفحل باید شکست و افتلاف شیب را اندازه P/2 داشته باشیم به دلیل تقارن هر طرف است.

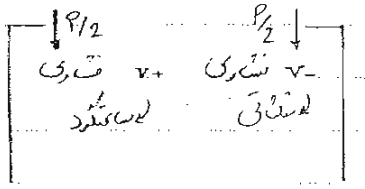
از روی شیب های ترانیم عکس العمل ها را به دست آوریم

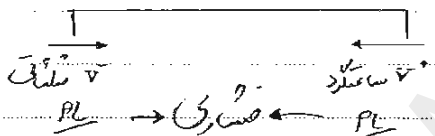
$$\frac{PL}{4H} \times \frac{2H}{L} = P/2$$

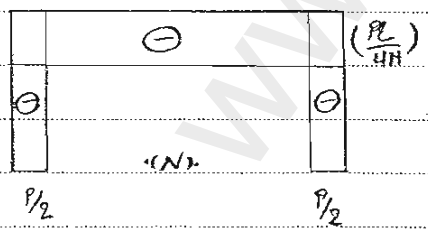


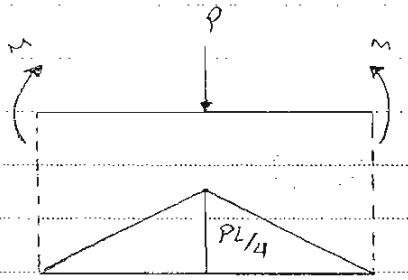
• از نمودار M می توانید V را حدس بزنید

* در ستون سمت چپ در نمودار M شیب منفی است پس باید در این فاصله نمودار یک دهم کمتر از M و مقدار آن برابر است با عکس العمل افقی قید A و مقدار آن منفی است.





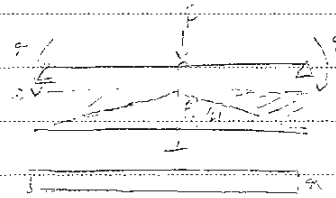




در این مثال:
ستون ها برابرند چون Fx ها برابرند و بازوها برابرند

شکل را به جایی می بریم که وسط M صفر شود.

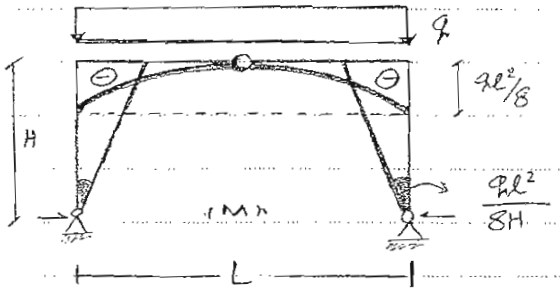
هر دو گیردار با شیب اضافی

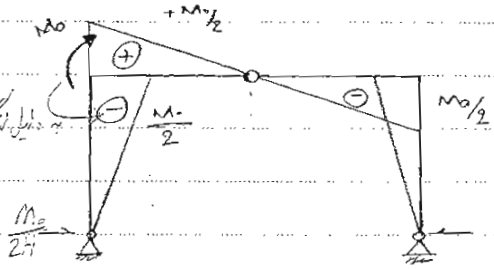


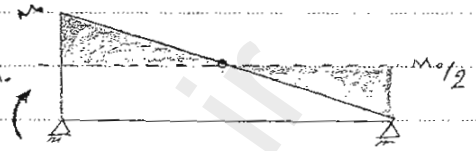
www.civil-eng.ir

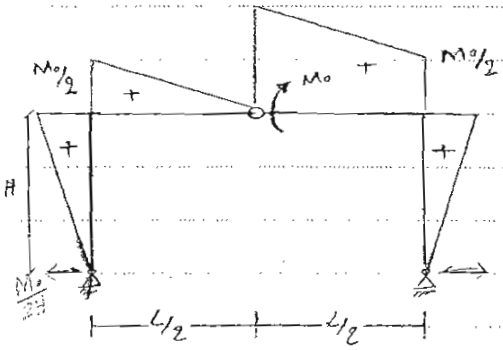
Subject:

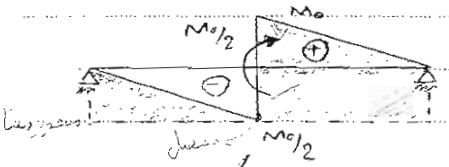
Year Month Date ( )

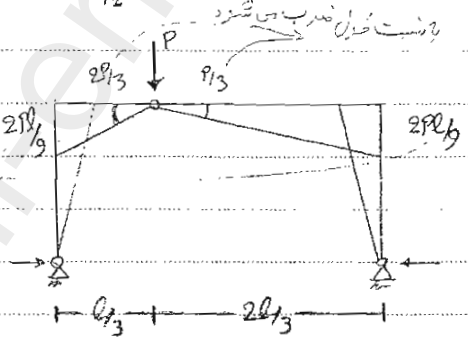




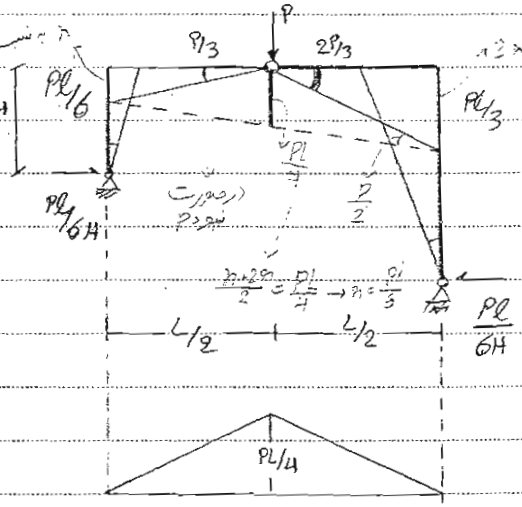








سمت چپ منفصل تیر صفر است



در این مثال چون لنگر سمت راست دو برابر لنگر سمت چپ است و عکس العمل افقی تکیه گاه سمت چپ دو برابر است با عکس برابر است پس لنگر در انتهای ستون سمت راست دو برابر لنگر در انتهای ستون سمت چپ است.

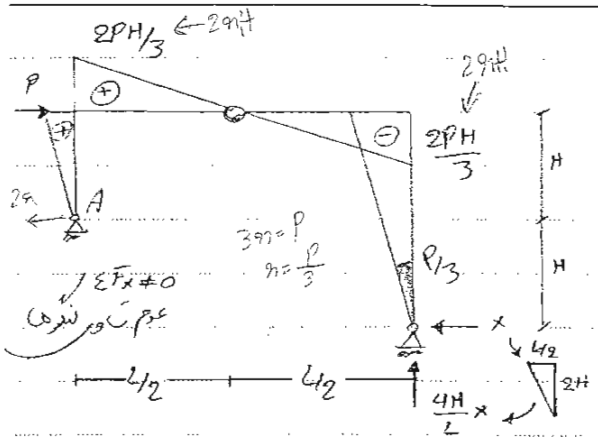
نمودار خمش در این حالت سوال نیز لغو نیست

محور مبنا کمی جا به جا شده دوران هم کرده است.

www.civileng.ir

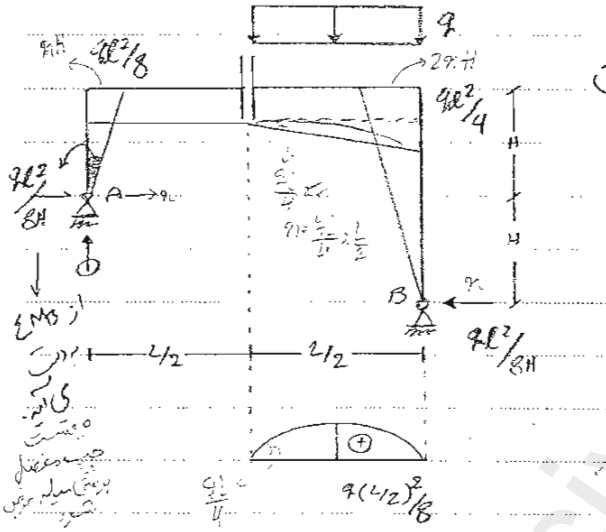
Subject:
Year. Month. Date. ( )

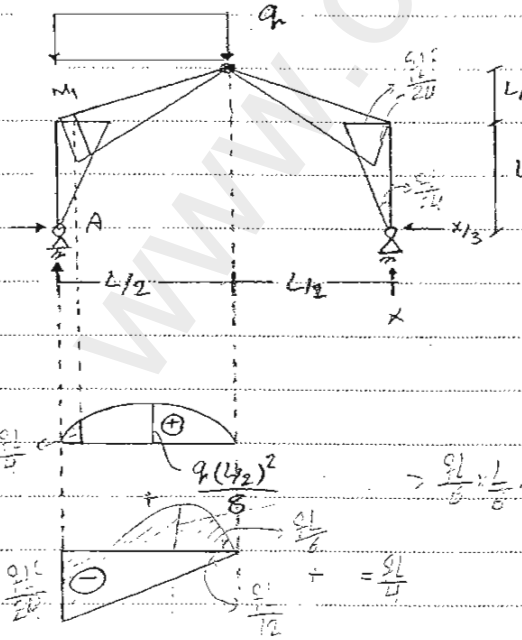
66



$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow P \times H + X \times H - \frac{4H}{L} \times L = 0$

$X = P/3$

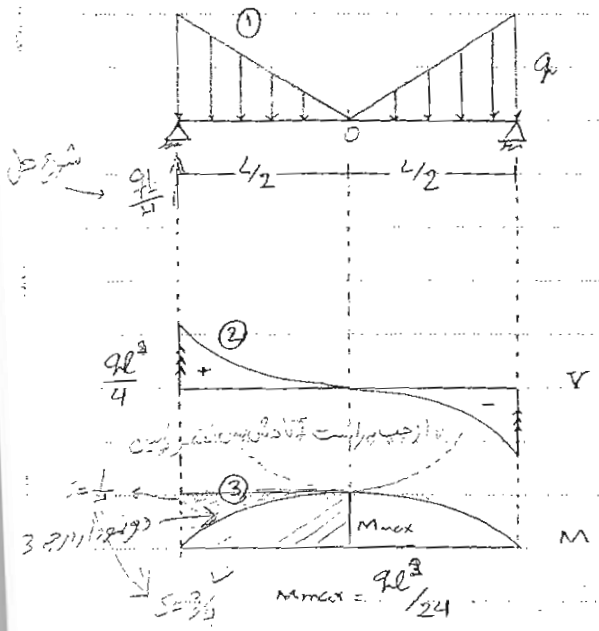


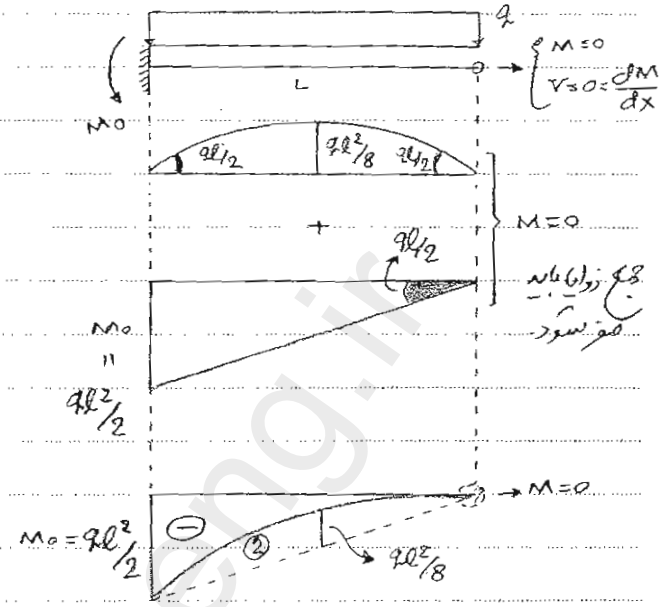


www.civil-eng.ir

PAPCO

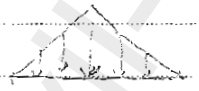
Subject :
Year . Month . Date . ( )

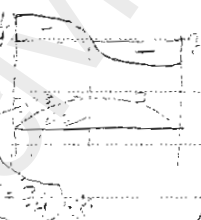


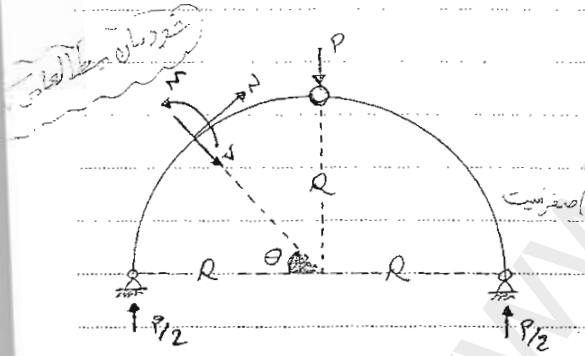


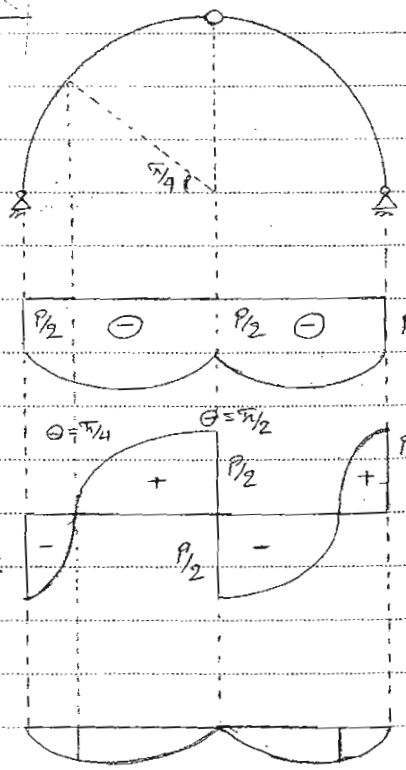
$\frac{dV}{dx} = q_x = 0$ در محدوده q در وسط

پس در محدوده V در وسط ماکزیمم یا مینیمم باید









$\Sigma F_N = 0 \quad N + P/2 \sin\theta + P/2 \cos\theta = 0$

$N = -P/2 (\sin\theta + \cos\theta)$

$\Sigma F_V = 0 \quad V + P/2 \cos\theta - P/2 \sin\theta = 0$

$V = -P/2 (\cos\theta - \sin\theta)$

$\Sigma M = 0 \quad M + P/2 \, R \sin\theta - P/2 (R - R\cos\theta) = 0$

$M = \frac{-PR}{2} (\sin\theta + \cos\theta - 1)$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

* در تعادل های بیشتر ● در برگل ← کارگذاری متمرکز هم نوع آن تنش قائل اعمال است.

* $\theta_c = \cdots \rightarrow \cdots m$

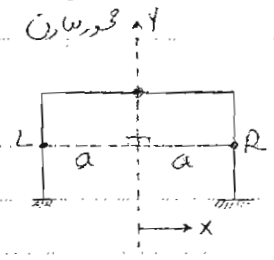
www.civil-eng.ir

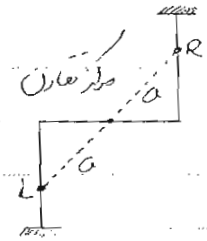
PAPCO

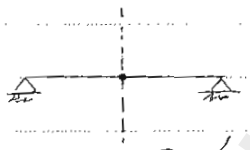
Subject:
Year. Month. Date.

خواص تقارن:

سازه‌ای متقارن است که از نظر هندسه و مکانیک متقارن باشد نه از حیث بارگذاری.







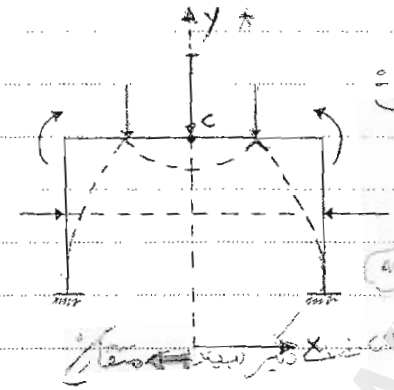
* یک تیر هر دو تقارن را دارد.

* بارگذاری:
  - تقارن مستقیم
    - محوری
    - مرکزی
  - تقارن معکوس
    - محوری
    - مرکزی

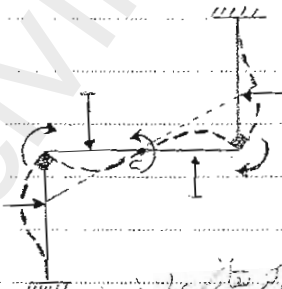
«تقارن محوری» ← خاصیت محور هم x و هم y یکی است

«تقارن مرکزی» ← خاصیت محورها x و y یکی نیست

هر سیستم متقارنی که تولید بارگذاری با تقارن مستقیم و یا بارگذاری با تقارن معکوس (یا متقارن) داشته باشد.



تقارن محوری مستقیم:



* تقارن مرکزی مستقیم:

«تقارن مرکزی با بارگذاری مستقیم یا تقارن مرکزی مستقیم» «تقارن محوری با بارگذاری مستقیم یا تقارن محوری مستقیم»

$\delta_{xL} = -\delta_{xR} \Rightarrow \delta_{xc} = 0$	$\delta_{xL} = -\delta_{xR} \Rightarrow \delta_{xc} = 0$
$\delta_{yL} = +\delta_{yR}$	$\delta_{yL} = -\delta_{yR} \Rightarrow \delta_{yc} = 0$
$\theta_L = -\theta_R \Rightarrow \theta_c = 0$	$\theta_L = \theta_R$

* نیروهای داخلی:

$N_L = N_R$	$N_L = N_R$
$V_L = -V_R \Rightarrow V_c = 0$???	$V_L = V_R$
$M_L = M_R$	$M_L = -M_R \Rightarrow M_c = 0$???

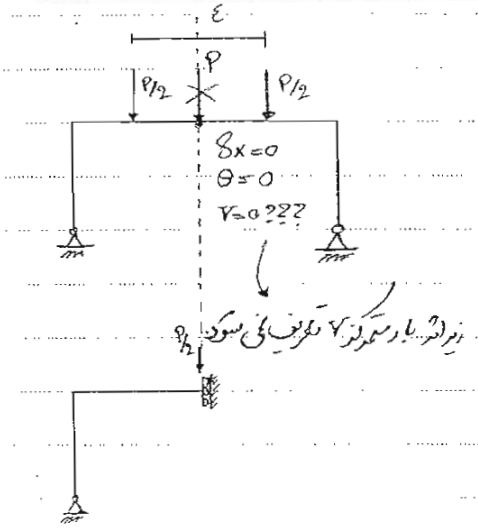
* نیروهای داخلی:

$N_L = N_R$	$N_L = N_R$
$V_L = -V_R \Rightarrow V_c = 0$???	$V_L = V_R$
$M_L = M_R$	$M_L = -M_R \Rightarrow M_c = 0$???

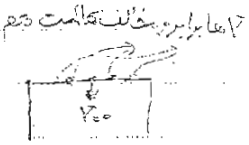
PaPCO

www.civileng.ir

ملاحظه می‌شود که در حالت تقارن مستقیم درجات آزادی سیستم کاهش می‌یابد بنابراین استفاده از این خواص در حل سازه‌ها به روش کنتی ضرورتی دارد. استفاده از این خواص حتی گاهاً باعث افزایش دقت محاسبات نیز می‌شود.

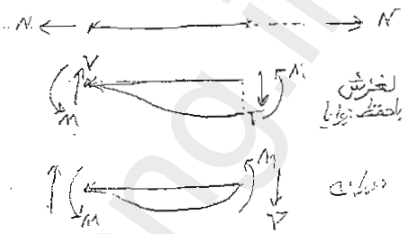


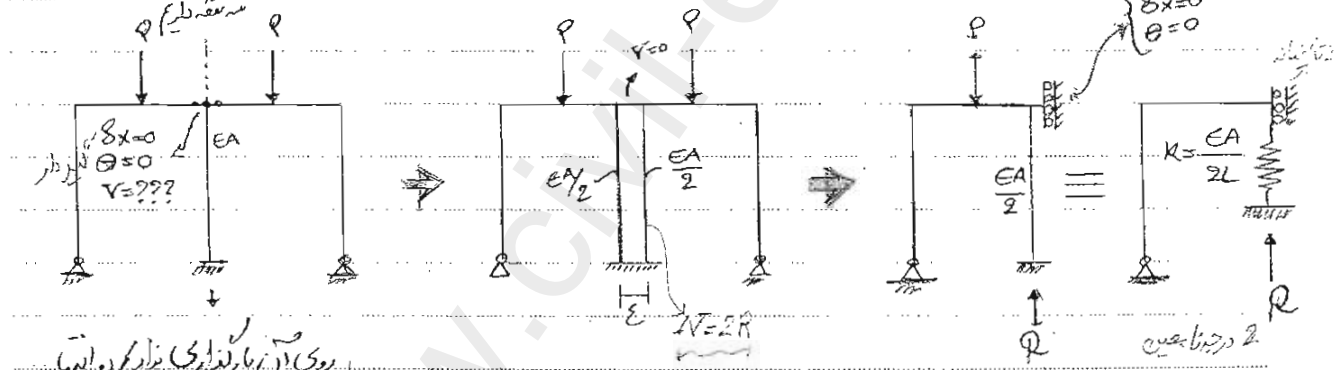
زیرا بار متمرکز V تغییر می‌کند



اما باید شکل تعادل دهد

← در نتیجه ما داریم *



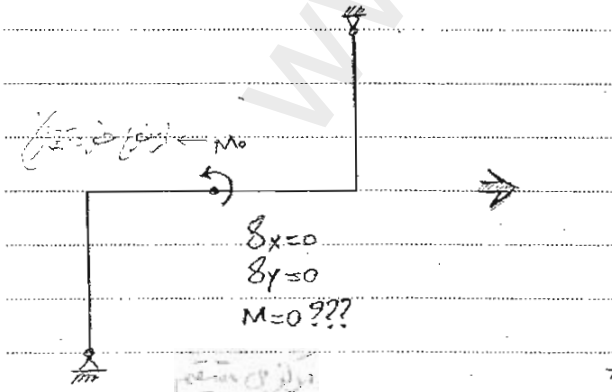


روی آن بارگذاری نداریم دوانتها

بدون لغزش و بدون دوران

پس $N\neq 0$ ولی $V=M=0$

(*)
سختی محوری ← EA
سختی خمشی ← EI
سختی برشی ← GA



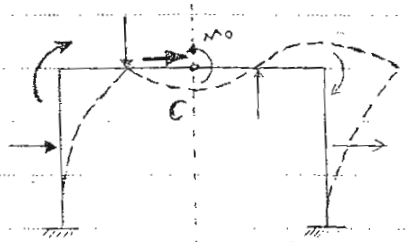
اگر در سیستمی بارگذاری متقارن از نوع خود تقارن به سیستم بدهیم و اگر عضو تقارن نوع باشد تقارن حکمفرما است

PAPCO

Subject:
Year Month Date ( )

تقارن سکوس:

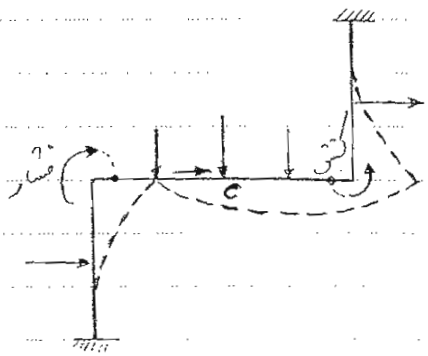
تقارن سکوس محوری:



$\delta_{xL} = \delta_{xR}$
$\delta_{yL} = -\delta_{yR} \Rightarrow \delta_{yC} = 0$
$\theta_L = \theta_R$

$N_L = N_R \Rightarrow N_C = 0$,???
$V_L = +V_R$
$M_L = -M_R \Rightarrow M_C = 0$???

تقارن سکوس مرکزی:

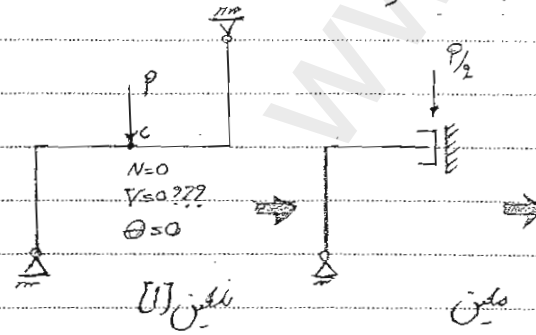


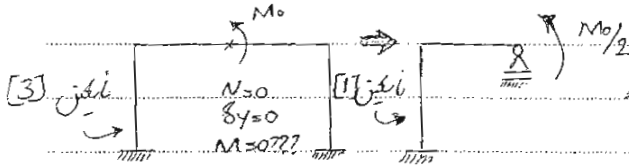
$\delta_{xL} = \delta_{xR}$
$\delta_{yL} = \delta_{yR}$
$\theta_L = -\theta_R \Rightarrow \theta_C = 0$

$N_L = -N_R \Rightarrow N_C = 0$,???
$V_L = -V_R \Rightarrow V_C = 0$,???
$M_L = M_R$

www.civil-eng.ir

معمولا می‌شود استفاده از خواص تقارن سکوس باعث کاهش تعداد نامعینی می‌شود و بنابراین در حل سازه‌ها به روش نیرو سودمند است، این خواص گاهی توانند باعث افزایش دقت ارزیابی نیز شود

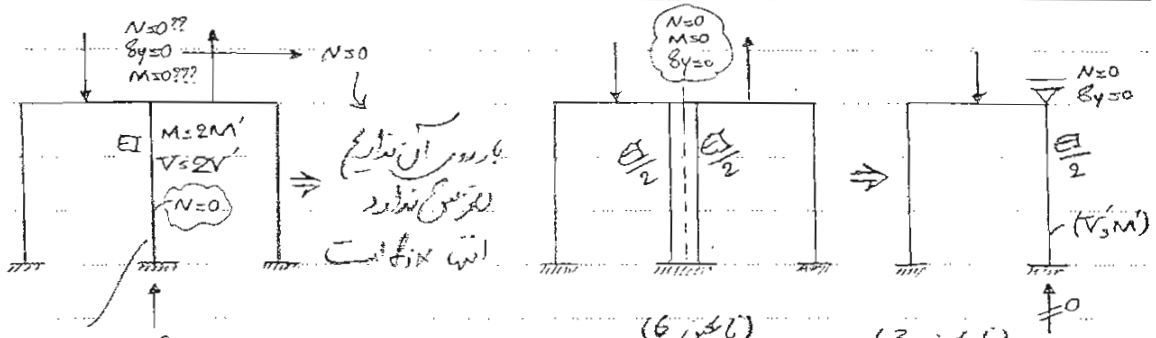




72

Subject:
Year Month Date ( )

تعادل سکوس محوری



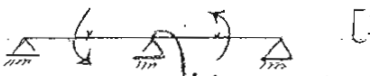
بار روی آن نداریم
لذا سکس ندارد
انتهای آزاد است

$\begin{cases} V=2V' \\ M=2M' \end{cases}$ $R=N=0$

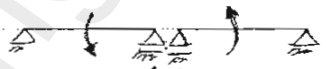
(تا این 6)

(تا این 3)

اگر n ای حاصل شود با مقدار عکس خودش جمع خواهد شد در نهایت صفری میشود



به عنوان تیر تا این [1]



تعادل محوری سکوس $\begin{cases} S_y=0 \Rightarrow R=0 \\ N=0 \\ M=0 \end{cases}$

چون در S_y مثبت $\leftarrow$

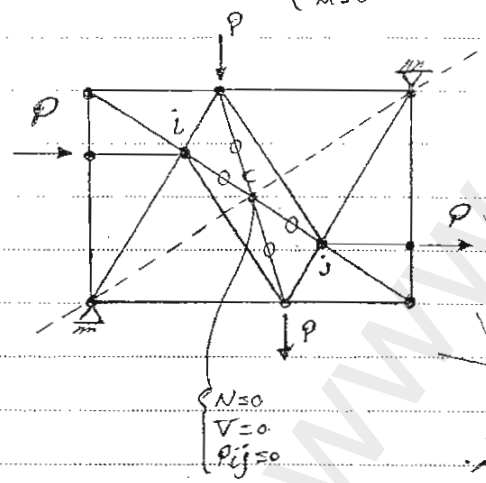
چون در S_y منفی $\rightarrow$

R' R' $R'+R'=0$

عکس العمل است و با حذفی نمی‌شود

تعادل عمودی صفر $\begin{cases} S_x=0 \\ S_y=0 \\ M=0 \end{cases}$

مثال: مطلوب است بررسی تحت بار

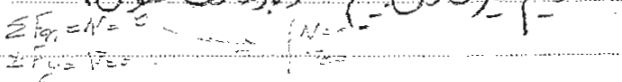


تا این [4]

اتصال داخلی

سازه صفحه‌ای سکوسی است هر نقطه را به ۳ وصل کنیم

ادامه تعریف تقارن را بینیم (بارگذاری سکوس)



هر بارگذاری محوری قابل تبدیل به دو بارگذاری متقارن و سکوس ای باشد.

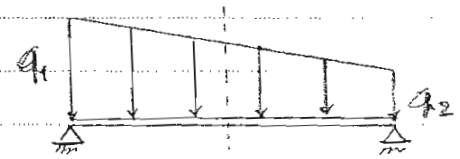
بالای سطح چند

$W=(W/2+W/2)+(W/2-W/2)$

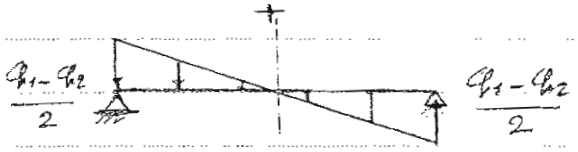
به بالای این $\frac{1}{2}$ میله ۲ درجه نامعینی کم می‌شود و $\frac{1}{2}$ درجه نامعینی می‌ماند.

www.civileng.ir

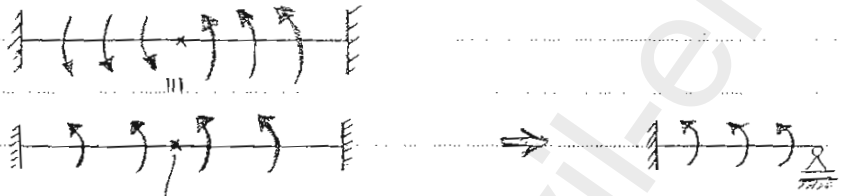
Subject:
Year. Month. Date. ( )



۱۰ آتقارن محوری صفحه:

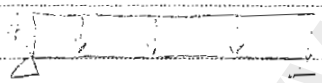


۱۰ آتقارن مرکزی محوری:

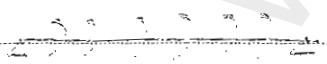


محوری متقارن $\begin{cases} N_c=0 \\ \delta_{yc}=0 \\ M_c=0 \end{cases}$ تیر ساده

مرکزی صفحه $\begin{cases} \delta_{xc}=0 \\ \delta_{yc}=0 \\ M_c=0 \end{cases}$ تیر ساده δx^2



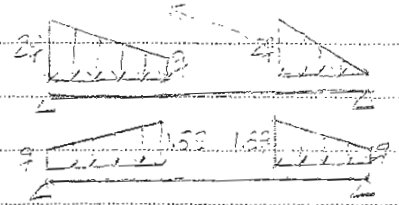
محوری مستقیم یا مرکزی متقارن

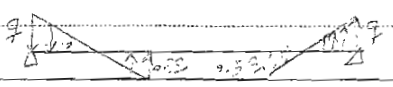


محوری متقارن یا مرکزی مستقیم

$2q+\frac{q}{2}=1.5q$

مثال





www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

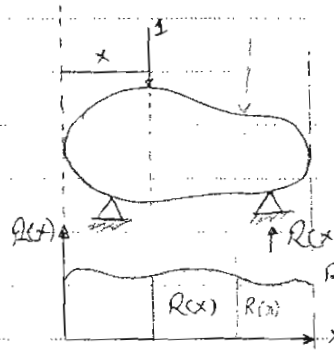
74

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

خطوط تأثیر :

$R = f(\underline{\text{موقعیت بار}} \; 1)$ ... R وابسته است به بارگذاری.



ارتفاع منحنی تأثیر در نقطه مشخص نشانگر مقدار برآیند مجهول ... سهمی تأثیر برای R

سریع‌ترین راه برای رسم خط تأثیر، کدام است؟ ... برآورد موقعیت ... برسانه‌ای که

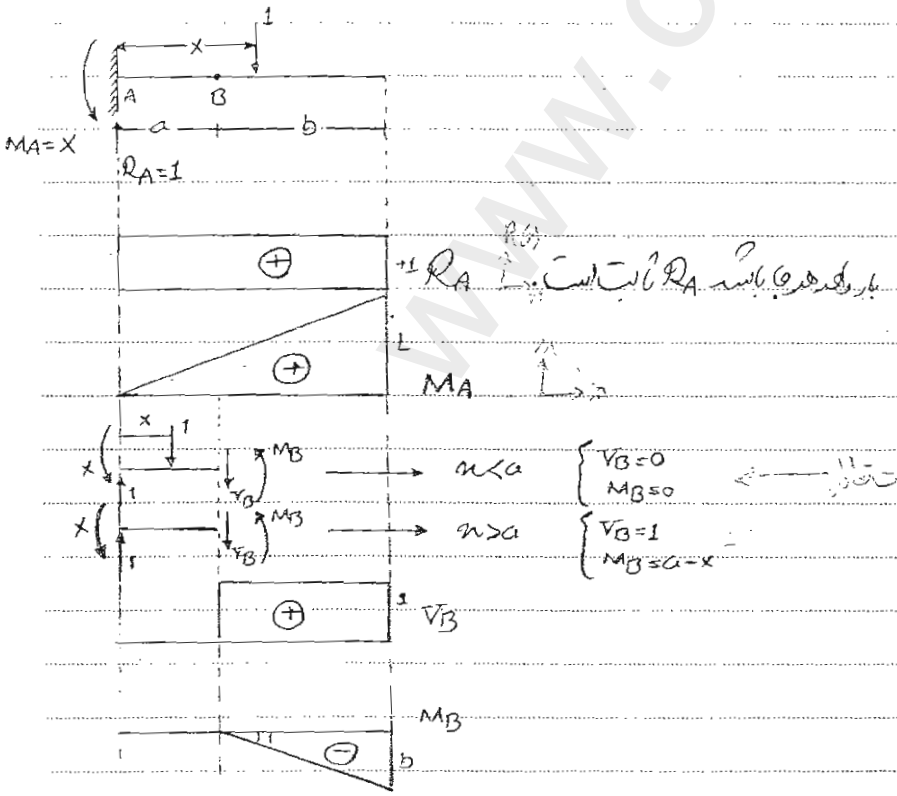
* در مورد سازه‌های نامعین با درجه نامعینی معینی تأثیر متشکل از پاره منحنی‌های جمع‌کننده ۲ خواهد بود ولی در مورد سازه‌های معین متشکل از پاره خط‌های مستقیم خواهد بود.

سازه معین ← خط تأثیر

سازه نامعین ← منحنی تأثیر

روش‌های ترسیم خط تأثیر: — روش مقطع (کند) — روش ماکسیمم (سریع) (روش مولر برسلاو)

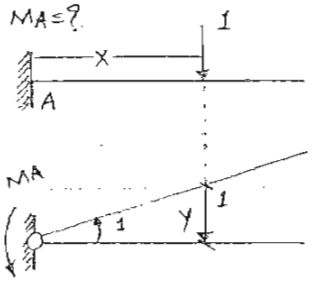
روش مقطع:



www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش مکانیزم (برمبنای روش کار مجازی):



این روش برمبنای روش کار مجازی است. طبق روش کار مجازی در یک سازه پایدار تحت اثر بار خارجی، اگر به سازه تغییر شکل سازگار مجازی بسیار کوچکی داده شود، کار نیروهای خارجی برابر کار نیروهای داخلی خواهد بود. (اثبات رابطه فوق)

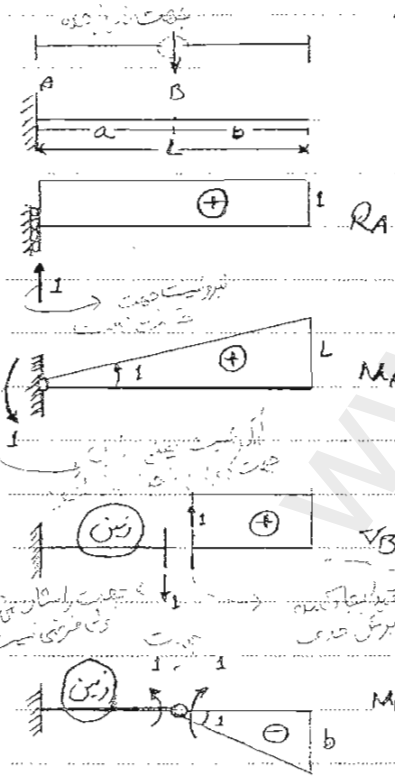
بنابراین در روش مکانیزم برای رسم خط تأثیر یک نیروی مجهول، ابتدا (1) قید آن نیرو را از روی سازه حذف می‌کنیم تا سازه تبدیل به مکانیزم شود. سپس (2) تغییر شکل سازگاری در آن سیستم چنان بوجود می‌آوریم که نقطه اثر قید حذف شده در راستای همان قید و در جهت مثبت به اندازه واحد جابجا شود. شکل تغییر شکل حاصل همان خط تأثیر مورد نظر است.

$W=0 \Rightarrow MA \times 1 - 1 \times Y = 0$

$MA = Y$

* اگر تغییر شکل تیر در جهت بار وارده باشد مثبت و در غیر این صورت منفی است.

سیستم‌های ناپایدار برای حرکت انتخاب نمی‌شوند.



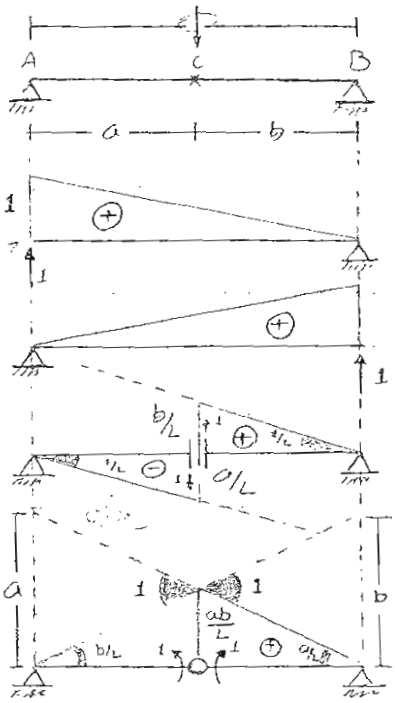
«دستگاه متصل به شی چون زمین است حرکتی ندارد»

در تکیه‌گاه حرکت مطلق است و در اتصال حرکت نسبی است

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

I)



در روش مکانیزم قدم اول پیدا کردن قید و حذف آن است

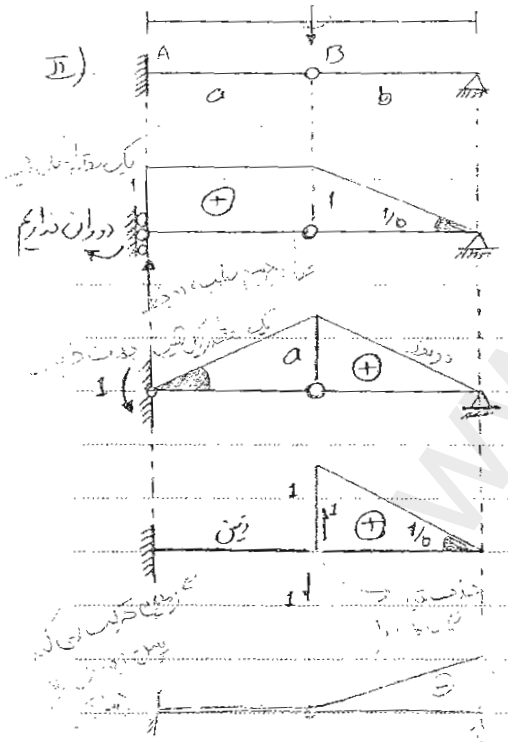
قدم بعدی ایجاد حرکت سازگار در سازه است.

در جهت و راستای مقصل برشی

شیب برابر است و در دو سمت دیاگرام

$a/L + b/L = 1$

II)



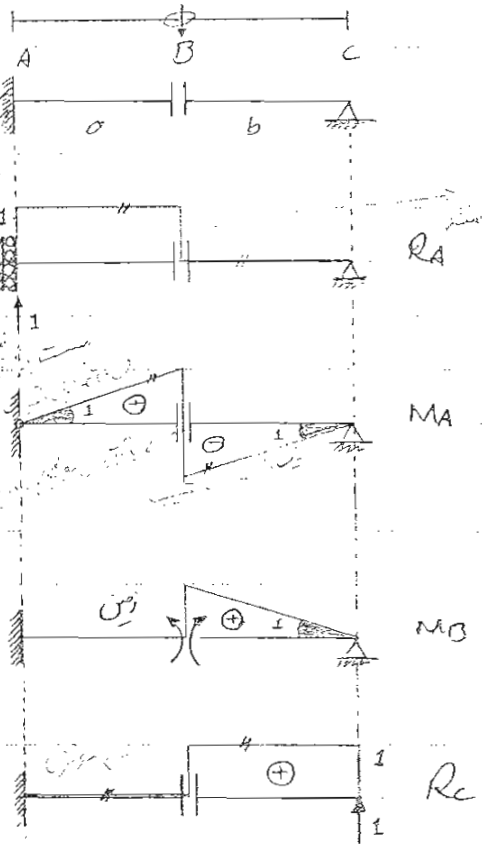
تعداد خطوط تاثیر برابر است با تعداد درجه های حلب

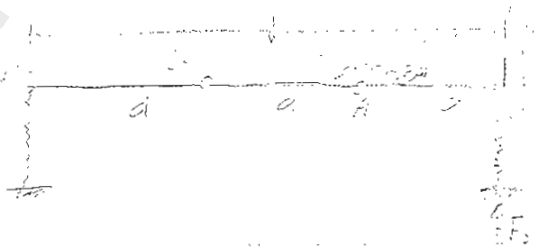
که با واحد در آن در دیاگرام جهت آن در بالا و پایین است.

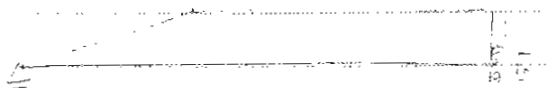
جهتها هم دلخواه هستند

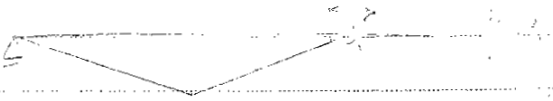
در راستای مقصل برشی دیاگرام شیب چپ و راست آن برابر است

www.civil-eng.ir



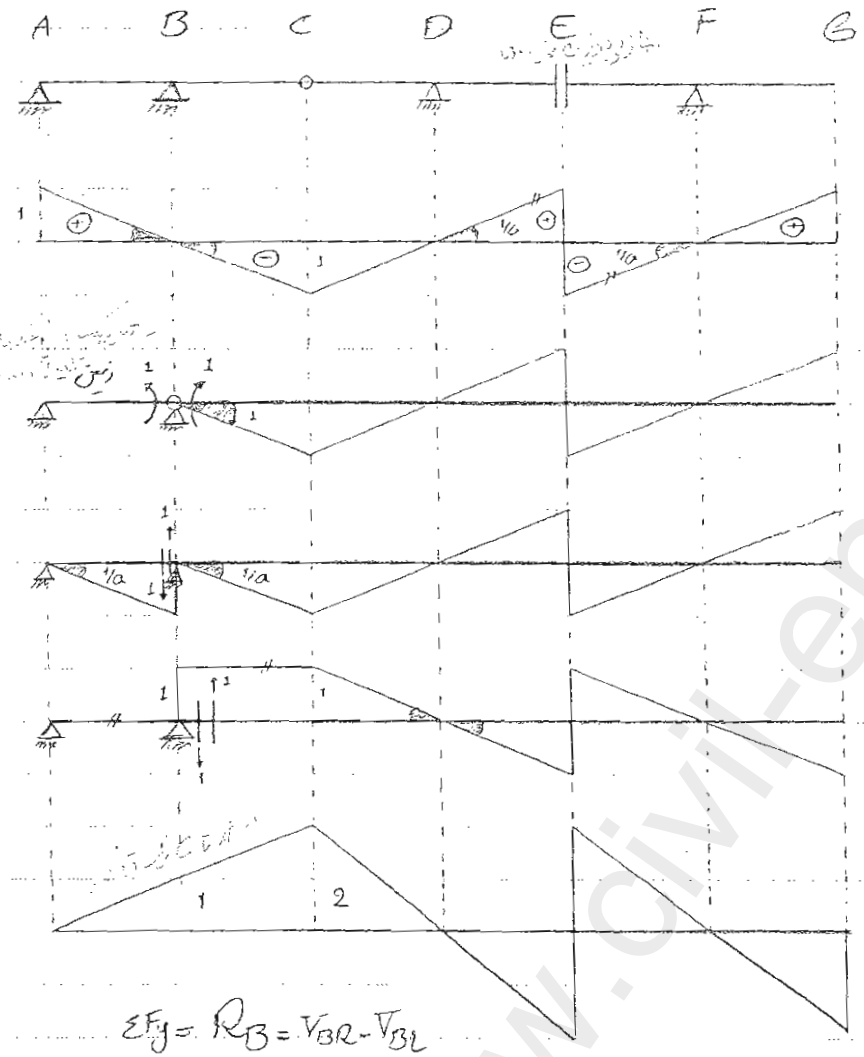






www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

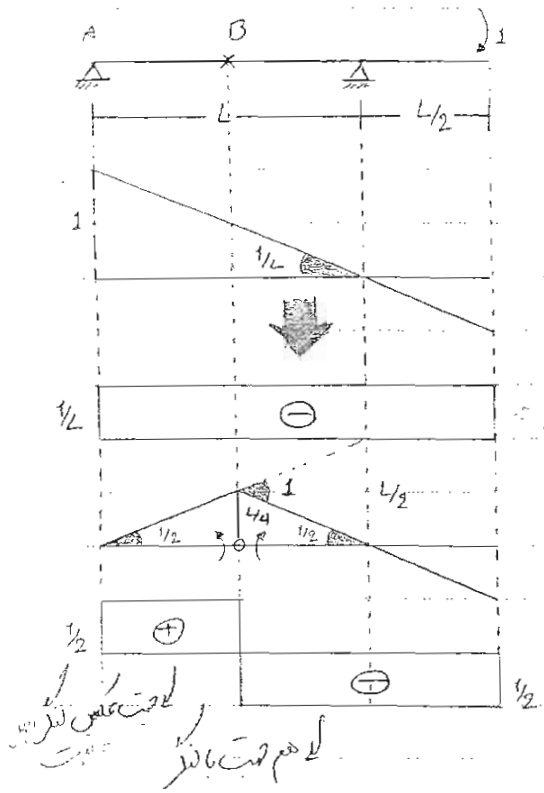


$\Sigma F_y = R_B = V_{BR} - V_{BL}$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year: Month: Date:

خط تاثیر تیر تکه و لقه ← در آن حالتی هستیم.



مکانیزم تیر ← RA در شرط بار قائم

چون جسم صلب و پایدار است در آن در تمام جسم ثابت است RA

مکانیزم

خط تاثیر از روی مکانیزم استخراج می شود.

در حالت کلی پس از حذف قید مربوط به نیروی مجهول مورد نظر و اعمال حرکت سازگار طوری که نقطه اثر قید حذف شده در راستای آن قید یک واحد جابجا شود. خط تاثیر عبارت است از تغییر شکلهای تقاطی از سیستم که بار واحد بر روی آن نقاط حرکت می کند. (در راستای همان بار واحد) که در مورد تیر تحت بار قائم واحد همان تغییر شکل یافته ی تیر می باشد.

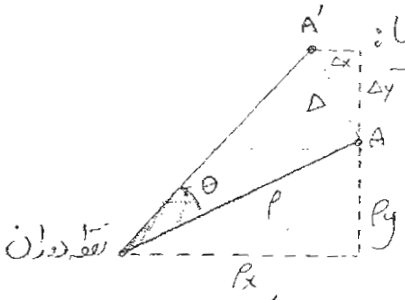
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

خط تأثیر در تاب ها:

θ = زاویه دوران

$$\theta = \frac{\Delta}{\rho} = \frac{\Delta x}{\rho_y} = \frac{\Delta y}{\rho_x}$$

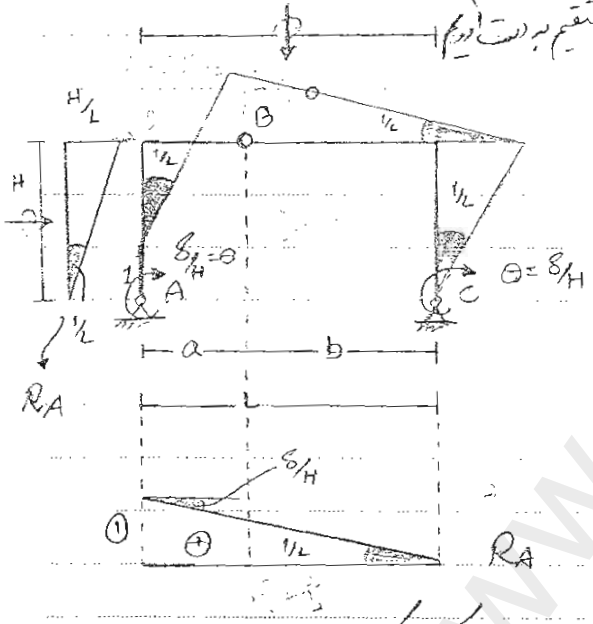


Δx و Δy حرکت واقعی نیستند

(تقسیم هر حرکت چه واقعی چه غیر واقعی بر بازوی حرکت از مرکز دوران = زاویه دوران)

در قسمت های قبل، شکل را در جهت مخالف و مقدیر را در خلاف مستقیم به دست آوردیم

رسید مفصل B اعلائی نداریم که بی نهایت باشد



توجه شود که برای نیروی افقی حرکات افقی مهم است و

برای نیروی قائم حرکات قائم مهم است.

شکل سمت چپ خط تأثیر RA است وقتی که بار واحد بر ستون در حال H حرکت کند.

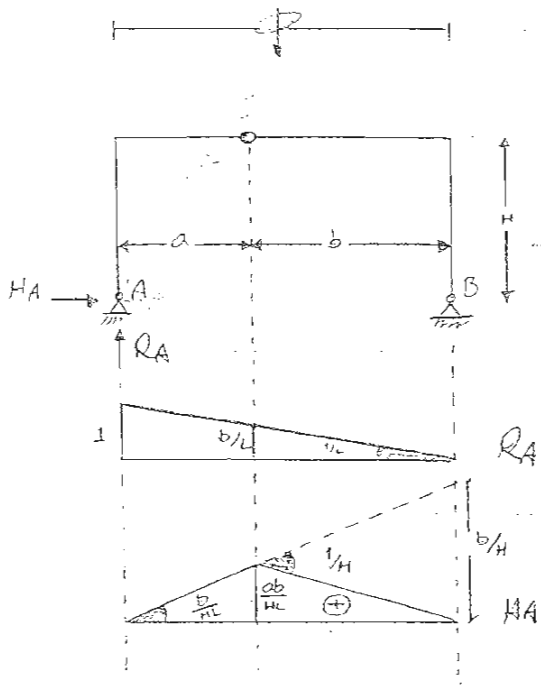
با توجه به این که حرکت افقی B برای دو قسمت AB و BC یکسان است و بازوی قائم هر دو قسمت با هم برابر است

پس چون حرکت افقی ها برابر است در مفصل B شکست نداریم.

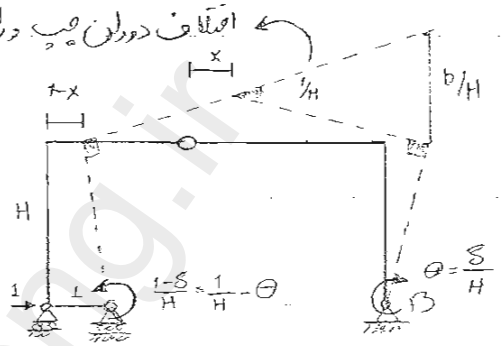
www.civil-eng.ir

Subject :
Year : Month : Date :

82



اختلاف دورانی چپ و راست.



اصول حرکت RA:

اصول حرکت RA همانند مثال صفحه قبل می باشد.

برای بررسی شکستگی در مفصل در RA، با روابط داده‌ی مفصل می‌گذاریم و نسبت به B سه‌ان می‌گیریم و بعد از RA = b/L می‌شود که با مقدار فوق برابر است پس شکستگی نداریم.

اصول حرکت HA:

$$\frac{n}{h} \quad \frac{n-1}{h} \quad \frac{1}{h}$$

$$\begin{cases} RA = b/L \\ HA = \dfrac{ab}{HL} \end{cases}$$

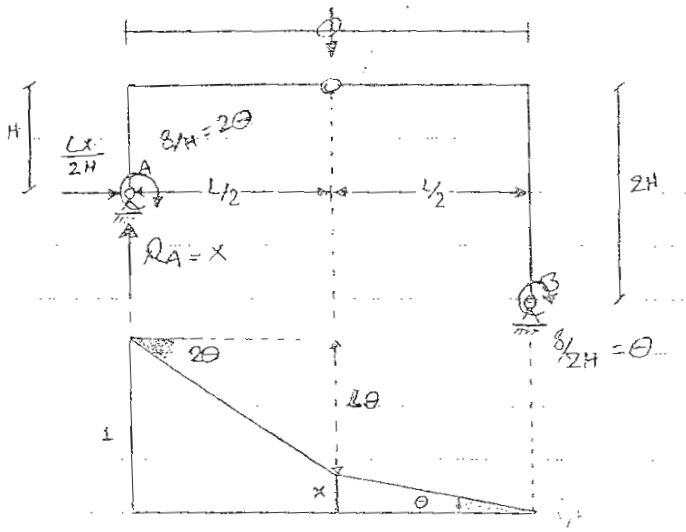
اگر دو تکیه‌گاه A و B از نوع fix بودند چون بازوها برابرند،

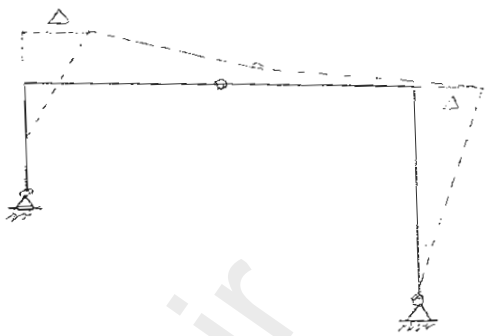
دورانها نیز برابر بود و در این حالت سخت راست، برجا می‌ماند

ولی سخت چپ یک واحد به سخت راست می‌رود که اختلاف دورانی 1/H را می‌دهد.

www.civil-eng.ir

Subject :
Year . Month . Date . ( )





دون دلین مثل دو مجهول داریم، می توانیم حل B معین بگیریم،
سمت چپ راس سلیه فرض می کنیم و نسبت به B لنگر می گیریم.

$$\rightarrow \quad \Sigma M_B = 0 \qquad -1 \times L/2 + (X \times L) + \left(\frac{Lx}{2H} \times H\right) = 0 \qquad x = 1/3$$

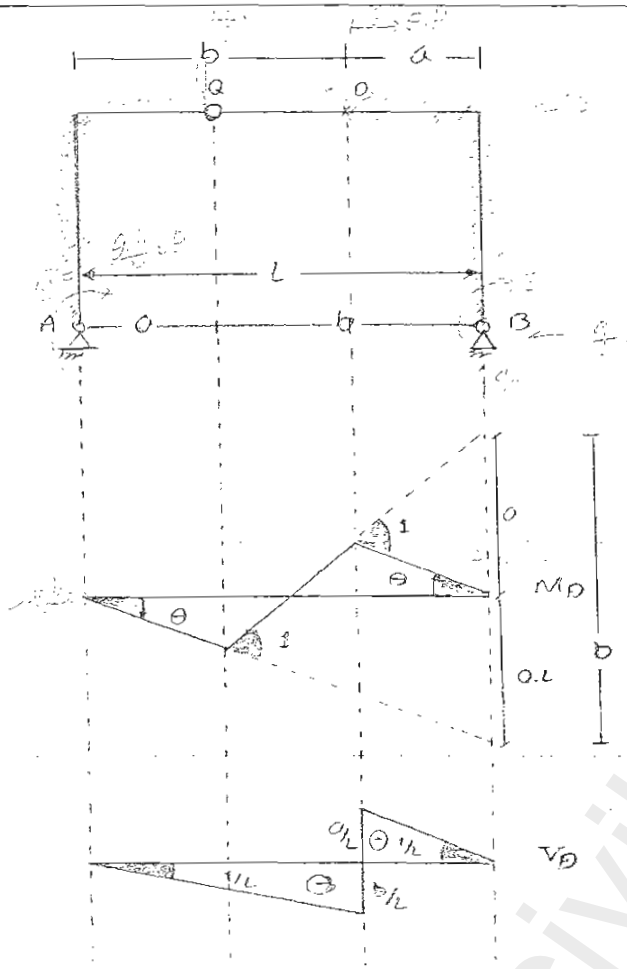
$$\rightarrow \quad L\theta + L\theta/2 = 1 \qquad \theta = \frac{2}{3L} \;,\; x = \frac{L\theta}{2} = 1/3$$

حل هندسی : حرکت افقی در نقطه B دو برابر است و با زوی راست دو برابر با زوی چپ است پس دوران چپ دو برابر دوران راست است.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year: Month Date:

84



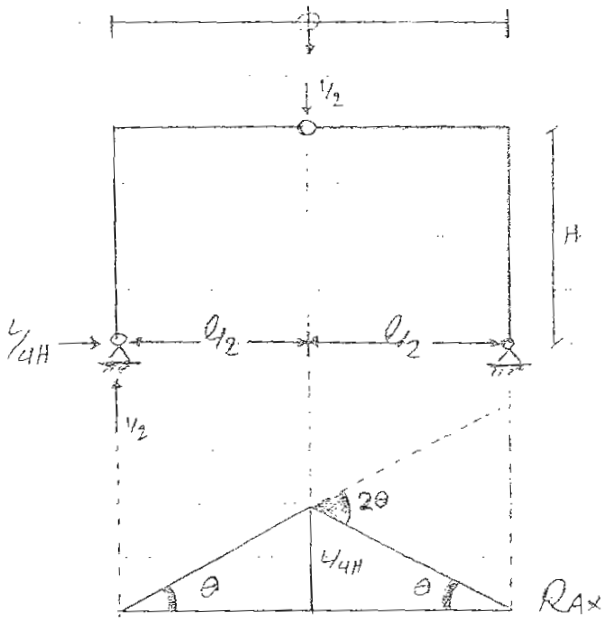
توجه شود که در مکانیزم بحث نیرو را نداریم
فقط در مکانیزم حرکات مورد نظر است.

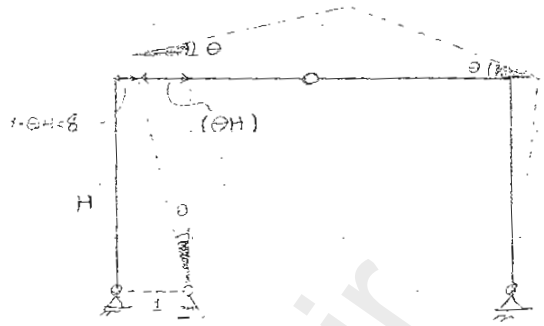
$$a+\theta.L=b$$
$$\theta=\frac{b-a}{L}$$

برای V_D اگر اختلافی در ساق‌ها داشته باشیم مفصل Q در
اندازه
فقط تیر V_D ی شکند

www.civil-eng.ir

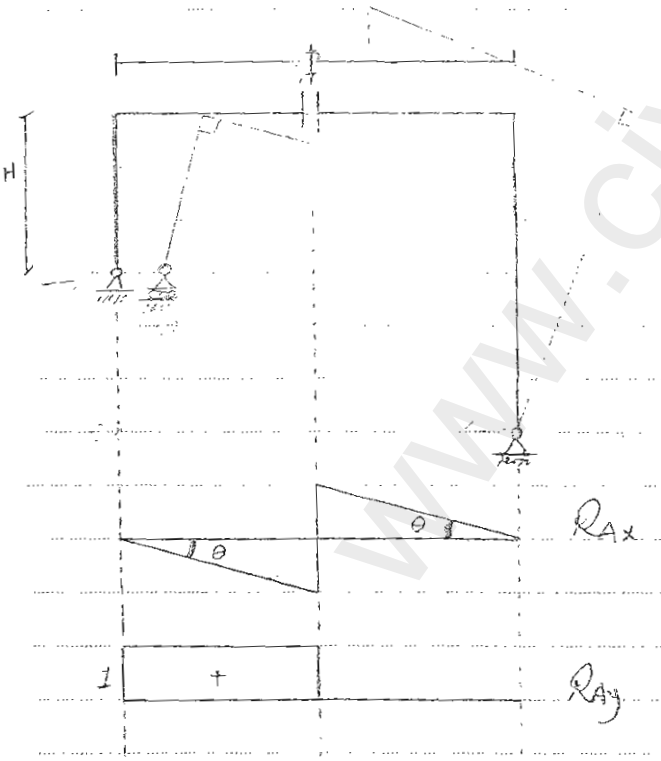
Subject :
Year . Month . Date : ( )



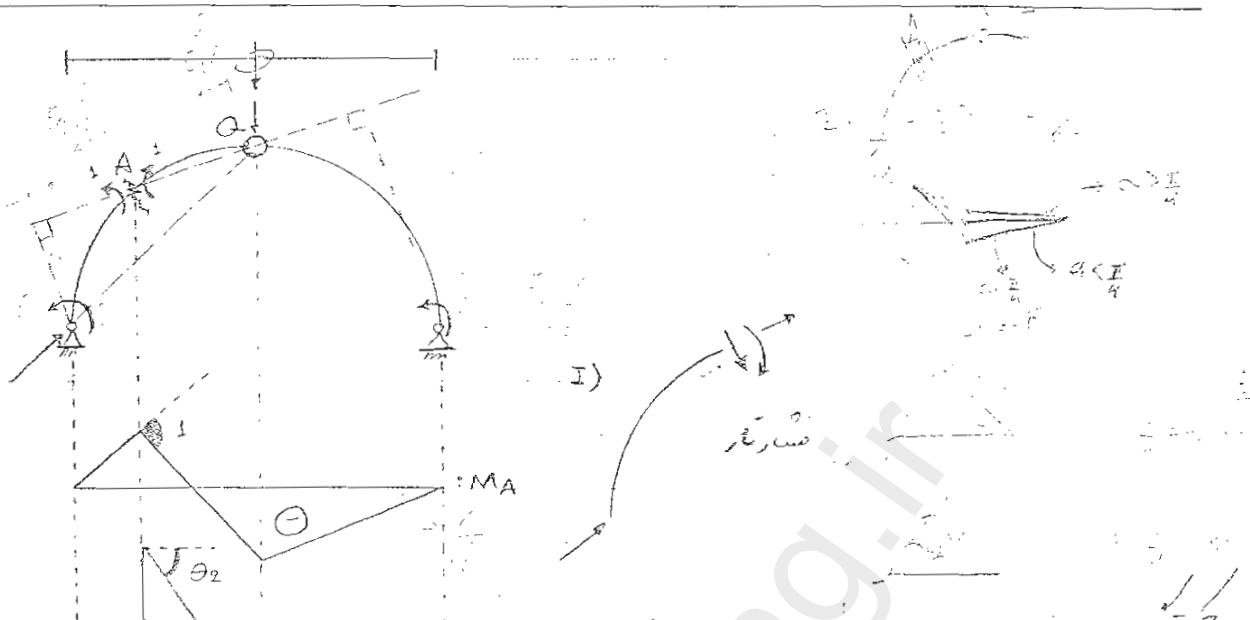


I) $\frac{1-\theta \cdot H}{H} = \theta \Rightarrow \theta = \frac{1}{2H}$

II) اضلاع دوران دوطرف $2\theta = \frac{1}{H}$

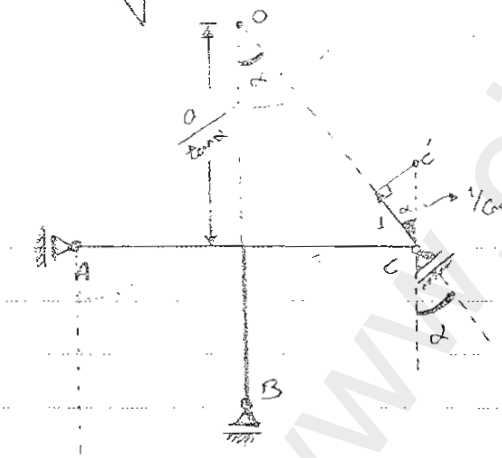


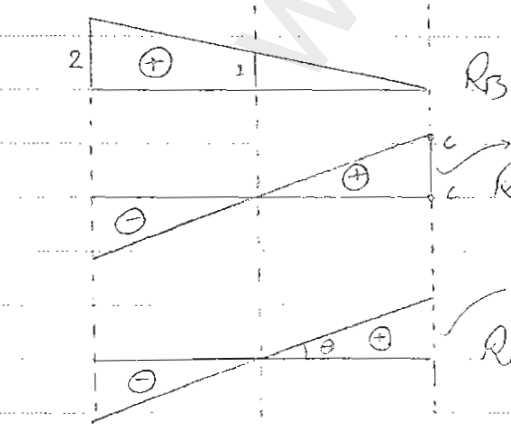
www.civil-eng.ir



سلسله ای مورد معادل Q در خط تاثیر MA در بالای محور افقی رخ می دهد

به دلیل شکل I) چون در آن صفحه فشار داریم پس پایین محور قرار می گیرد





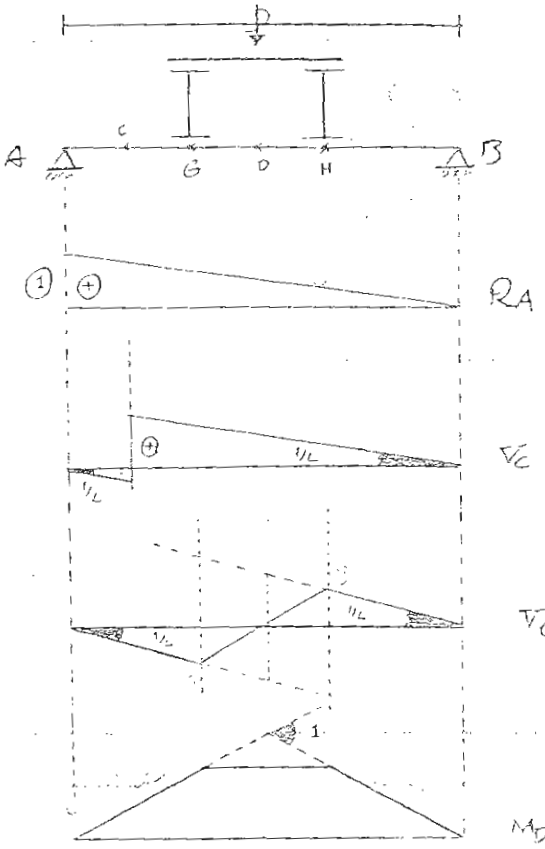
خط تاثیر R_B ، B را بری داریم و A و C در پایین معادل می شوند R_B

دوران حول تکیه گاه A و B R_C

دوران حول O R_A $\theta = \frac{1}{a/\tan\alpha} = \frac{\tan\alpha}{a}$ $\theta \cdot a = \tan\alpha$

www.civil-eng.ir

Subject :
Year . Month . Date

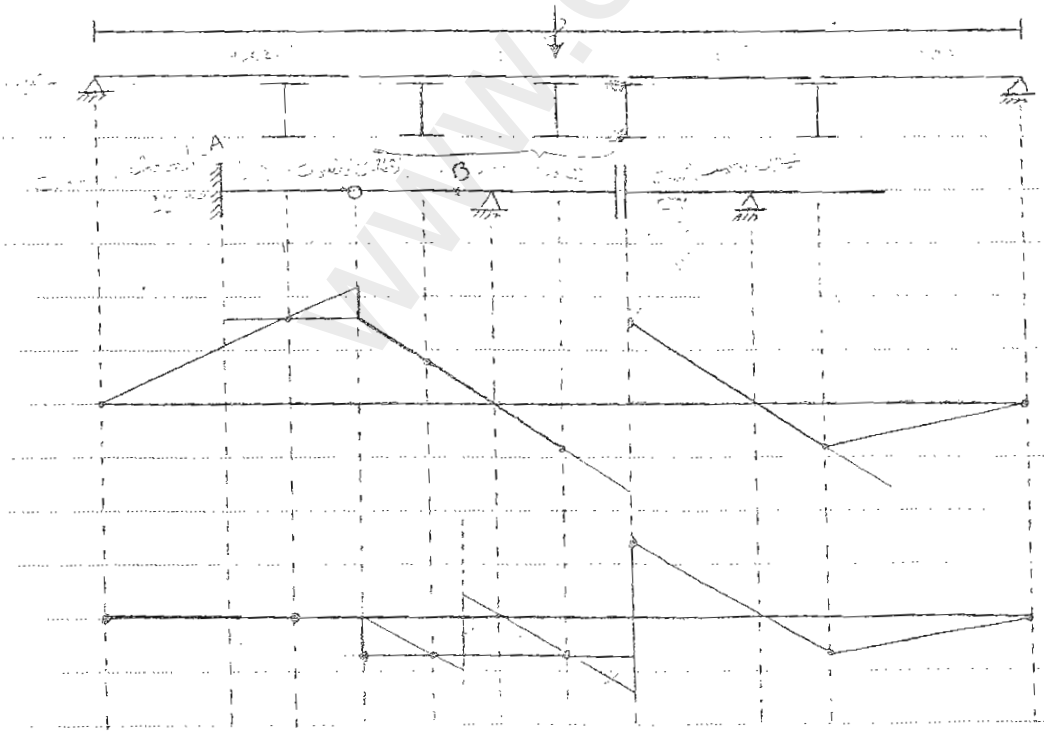


خط تأثیر تیرهای پانل دار:

در تیرهای پانل دار ابتدا مکانیزم تیر پایینی را رسم می کنیم

سپس پانل ها را از طریق نقاط انتهایی شان

روی مکانیزم سوار می کنیم.



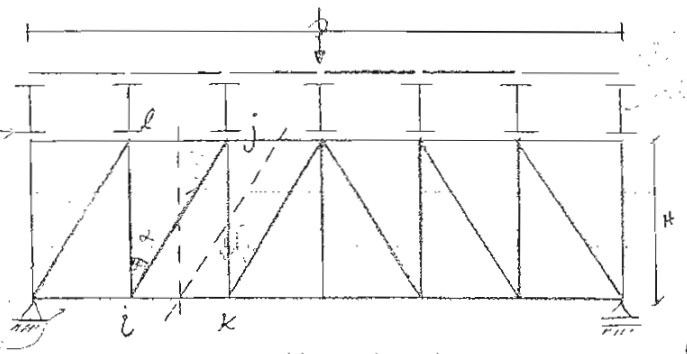
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

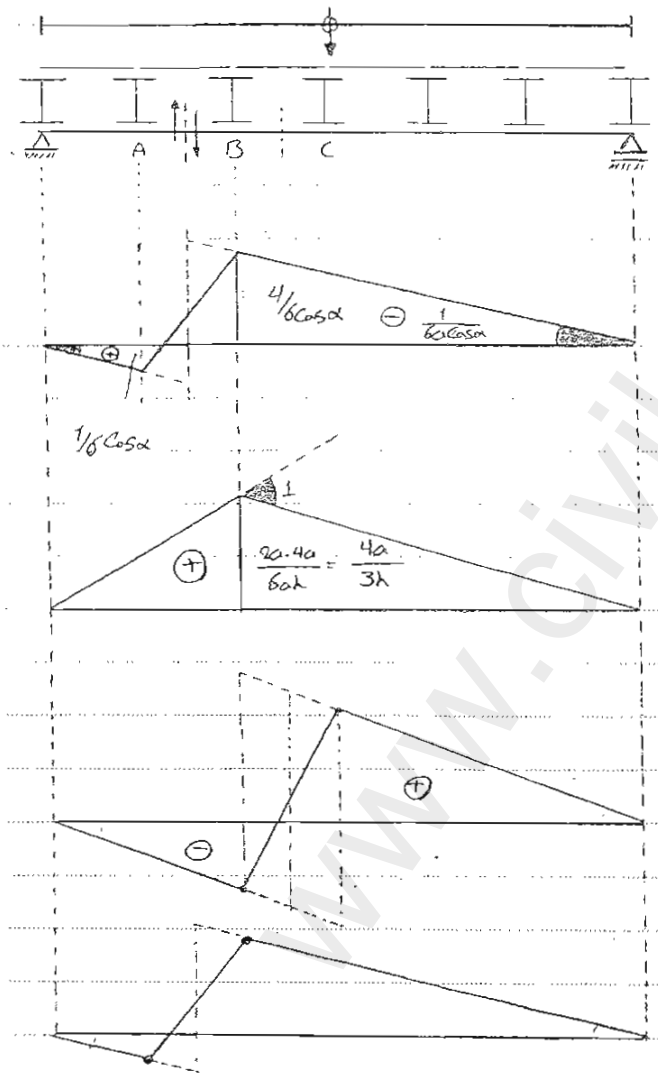
88

رسم خط تأثیر در خرپا:

خرپاهایی که دارای بالهای موازی هستند و دهانه آنها با روش ساده تشبیه به تیر قابل حل هستند.



مثال a



در مقطع

$$P_{ij}\cos\alpha = -(V_{A-B})$$

$$P_{ij} = -\frac{V_{A-B}}{\cos\alpha}$$

برش مثبت نیرو را در مقطع مثبت رسم می‌دهد

برش مثبت باعث نیروی منفی می‌شود.

$$P_{ik}\cdot H = M_B$$

$$P_{ik} = \frac{M_B}{h}$$

M_B تنها

for P_{jk} ← نگاه می‌کنیم $P_{jk}\cdot h = -M_A$

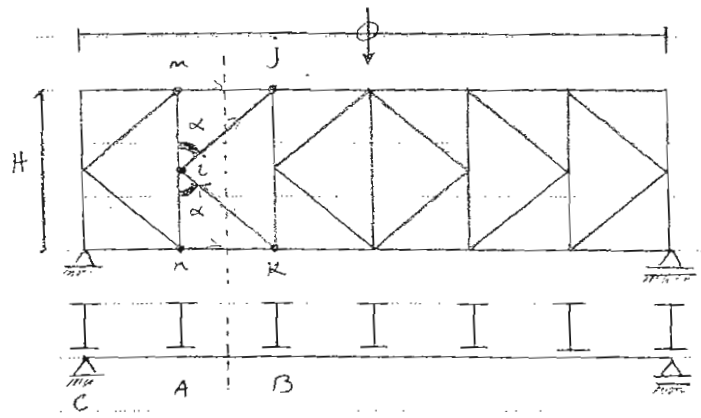
نگاه مثبت بالا را رسم می‌دهد

بار روی قسمت فوقانی $P_{jk}^{T} = +V_{B-C}$

بار روی قسمت تحتانی $P_{jk}^{B} = +V_{A-B}$

www.civil-eng.ir

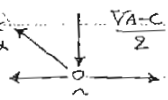
Subject:
Year Month Date ( )

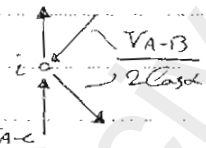


$2P_{ij}\cos\alpha = -V_{A-B}$ ... $P_{ij} = \frac{-V_{A-B}}{2\cos\alpha}$, $P_{ik} = +\frac{V_{A-B}}{2\cos\alpha}$

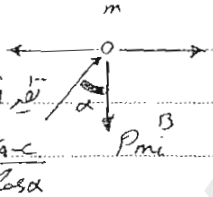
$-P_{mj}\cdot h = M_A \Rightarrow P_{mj} = \frac{-M_A}{h}$ ، نیروی بالا است، $P_{mk} = \frac{+M_A}{h}$

P_{mi}^{T} :





$P_{mi}^{T} = V_{A-B} - \frac{V_{A-C}}{2}$



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow P_{mi}^{B} = \frac{V_{A-C}}{2}$

www.civil-eng.ir

نکته: وجود دو میله موازی باعث عدم امکان دوران نسبی می شود

بنابراین θ های دو طرف برابرند سازه با یک θ دوران می کند

حل: تعداد خرابی نقطه نیروی متقارن ایجاد می کند

اول سکانیزم و بقیه بارش حل مستقیم

P_{ij}^{T} ---- P_{ij}^{B} ----

$\theta = \frac{1}{L\cos\alpha}$

$\theta \cdot a\cos\alpha + \theta b\cos\theta = 1 \rightarrow \theta\cos\alpha(a+b) = 1$

$\theta H + \theta H = 1 \rightarrow \theta = \frac{1}{2H}$

P_{ij}^{T}

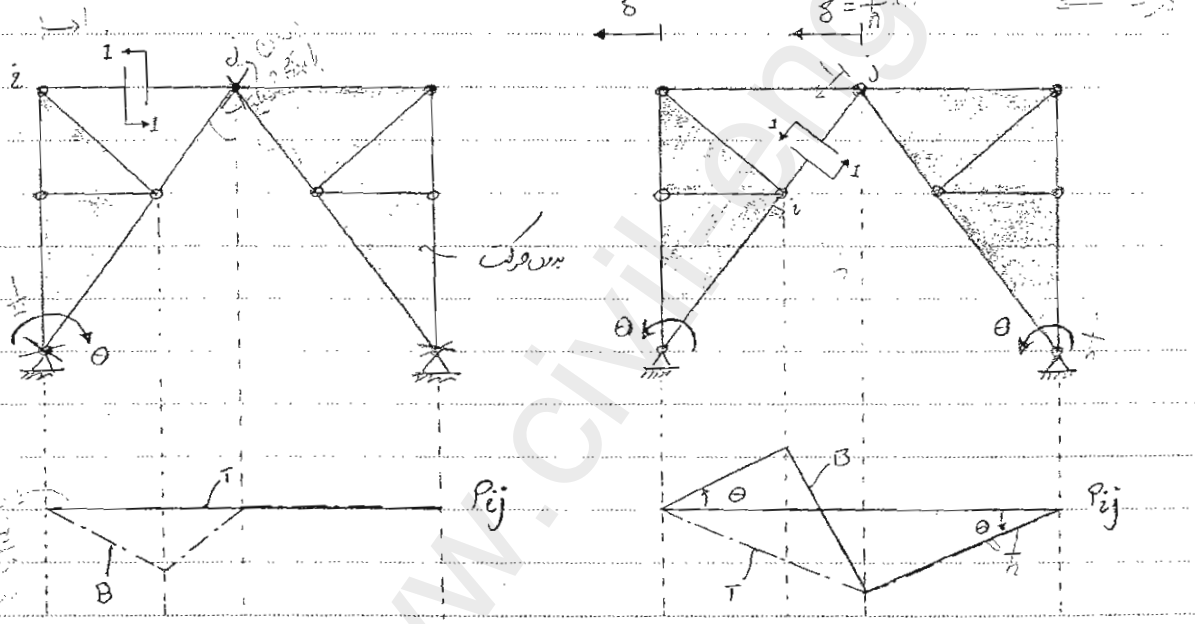
P_{ij}^{B}

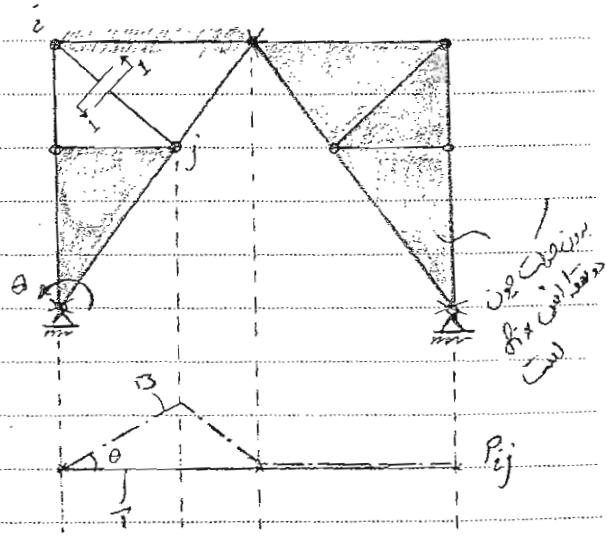
P_{ij}^{BB}

P_{ij}^{BB}

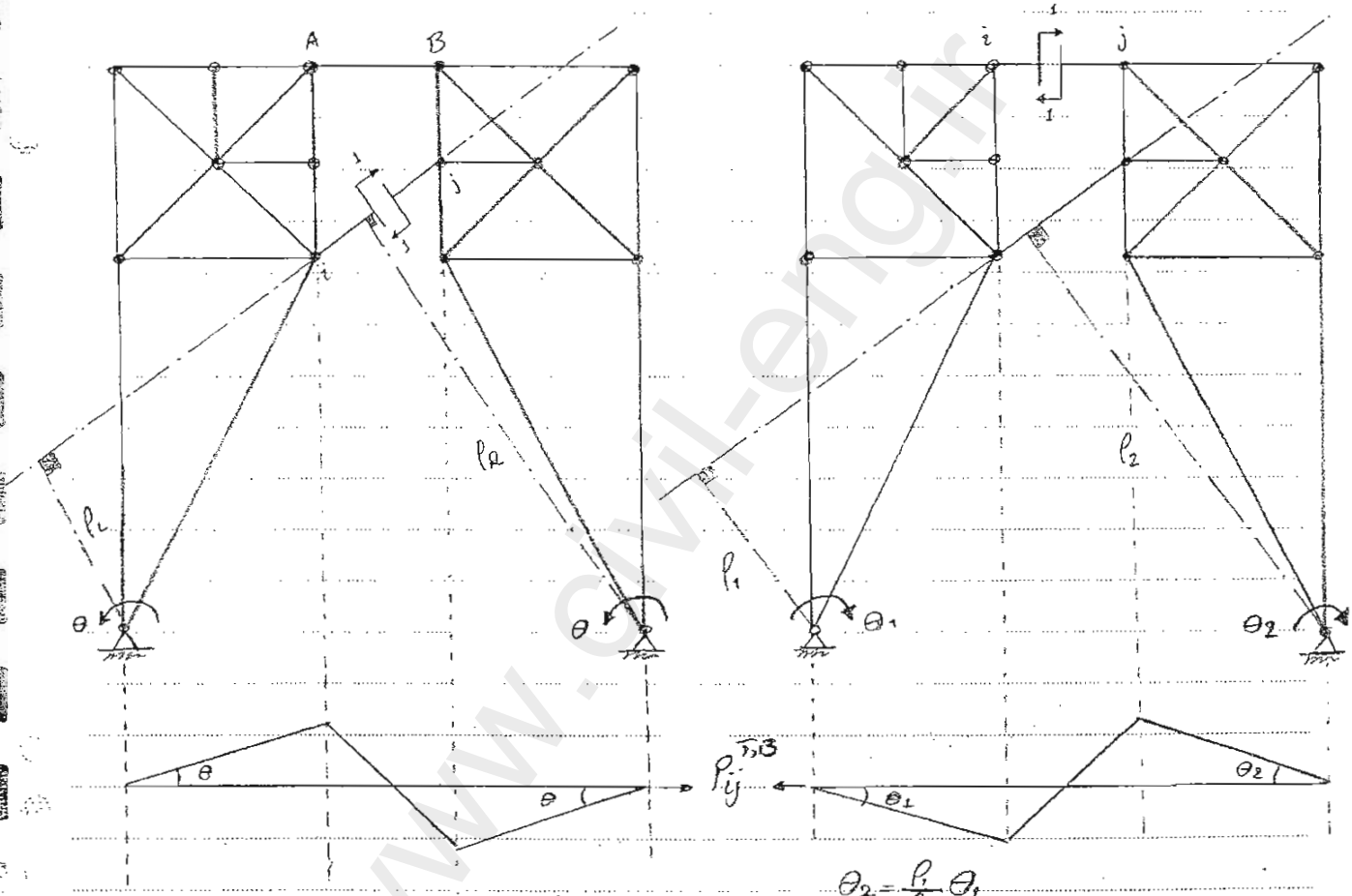
www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )





www.civileng.ir



چون تغییر مکان افقی دو نقطه A و B از دو جسم صلب باید

برابر باشد پس θ نیز برابر است

$$\theta_2 = \frac{l_1}{l_2}\theta_1$$

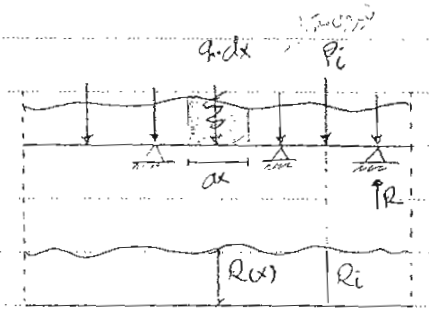
Δ هست و این پس با مشخص بودن l_1 و l_2 و θ_1 مقدار θ_2

زیادی میشود.

www.civil-engir

Subject :
Year . Month . Date . ( )

استفاده از خطوط تأثیر :

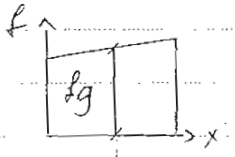


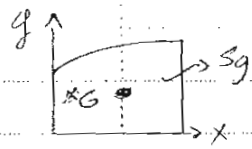
$R = \sum P_i . R_i + \int q(x) . R(x) dx$

روشهای حل انتگرال $I = \int f(x) g(x) dx$:

۱. حل جبری

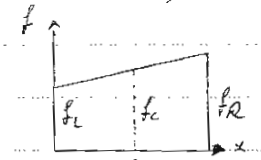
۲. در حالت خاصی که یکی از توابع خطی باشد. (همواره خط تأثیر خطی است)

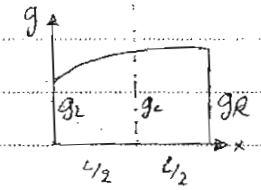




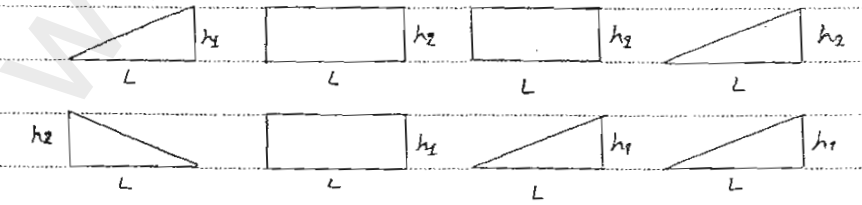
$I = f_g . S_g$

۳. در حالت خاص که هر دو تابع خطی باشد (روش سیمپسون)





$I = L/6 [f_L g_L + 4 f_c g_c + f_R g_R]$

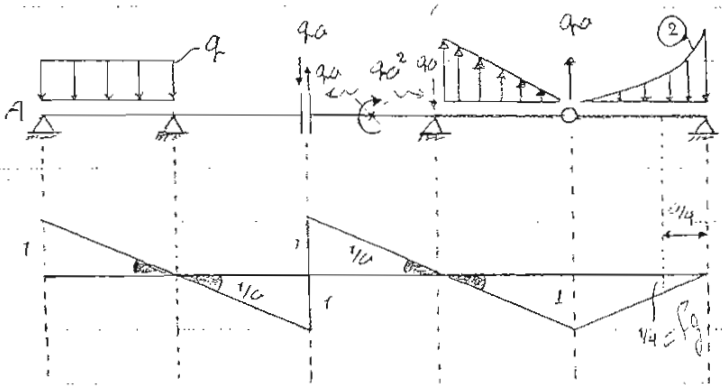


$I = h_1 h_2 L/6$ $I = h_1 h_2 L$ $I = h_1 h_2 L/2$ $I = h_1 h_2 L/3$

حالت 2 کلی ترین حالت است.

www.civil-eng.ir

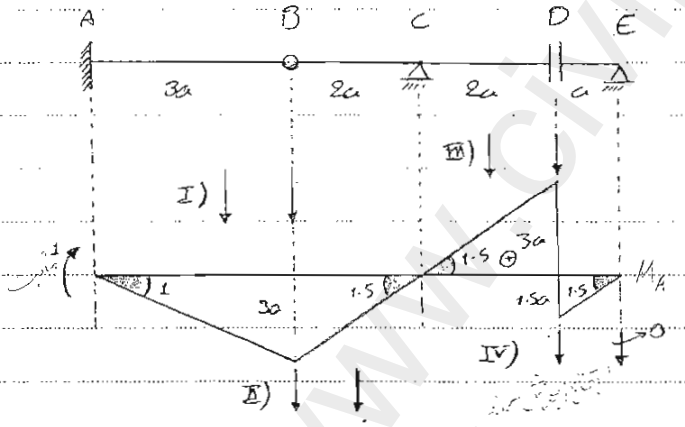
مثال: مطلوبست R_D



$$R_A = \frac{qa \cdot 1}{\text{ارتفاع}} - \frac{qa \cdot 1}{\text{ارتفاع}} - \frac{qa \cdot 1}{\text{مثلث}} - \frac{1}{3} q \cdot a \times \frac{1}{4} + \frac{1}{6} q \cdot 1 \cdot a + \frac{1}{2} q \cdot 1 \cdot a = \frac{-5qa}{12}$$

اگر بار وضعی تأثیر در یک جهت باشد علامت منفی می‌گیرد.

③ اگر قطار بار P P روی تیر متعادل حرکت بایسته موقعیت مجازی آن برای ایجاد لنگر حداکثر در نقطه A چیست؟



موقعیت I) $P \times 2a + P \times 3a = 5Pa$ max ✓

~ II) $P \times 3a + P \times 1.5a = 4.5Pa$

~ III) $P \times 3a + P \times 1.5a = 4.5Pa$

~ IV) $P \times 1.5a + 0 = 1.5Pa$

① ⊕ اگر بار متمرکز و ثقلی P روی تیر متعادل حرکت بایسته مطلوب است موقعیت مجازی آن برای ایجاد حداکثر مثبت در نقطه A.

به شکل توجه شود ـ مثبت بودن منظور از خط داخلی است ـ موقعیت مجازی برای لنگر مثبت بلافاصله سمت چپ P است.

② ⊕ اگر بار متمرکز P روی تیر متعادل حرکت بایسته مطلوب است موقعیت مجازی برای ایجاد حداکثر در نقطه A.

روی مفصل B یا بلافاصله سمت چپ D ـ بیشترین ارتفاع خط تأثیر را دارند

www.civil-eng.ir

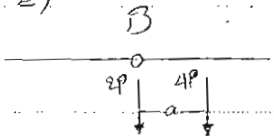
Subject:
Year. Month. Date.

توضیح درمورد قطار بار:

با توجه به اینکه در این حالت حاصل ضرب نیروهای متمرکز در اندازه‌های زیرین نیروها در خط تأثیر تابع دهانه یک ی بابسته و دهانه‌ای خطی همواره بزرگی نیروها صفر یا حداکثر و یا حداقل می‌شود جواب یکی از چند حالتی خواهد بود که یکی از نیروهای متمرکز بر روی یکی از نیروها قرار گیرد. پس در روش‌های دیگر جواب نمی‌دهد.

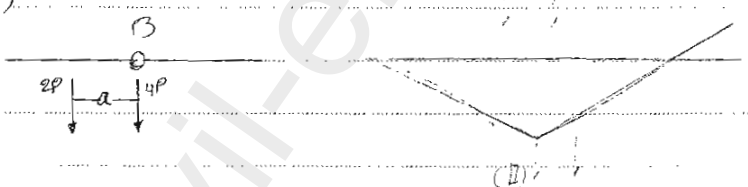
④ اگر قطار بار ← 2P, a, 4P ← روی تیر حرکت کند مطلوب است موقعیت برای مرکز M_{max}

II)



$2P \times 3a + 4P \times 1.5a = 12Pa$

I)



$4P \times 3a + 2P \times 2a = 16Pa = M_{max}$

افزایش — کاهش

$2 \times (+1) + 4 \times 1.5 = +4$

لغایت چپ B — لغایت B

برآیند مثبت شد جواب بود

اگر موقعیت (II) سمت چپ برود چون حاصل زیاد شد (+) است جواب نیست

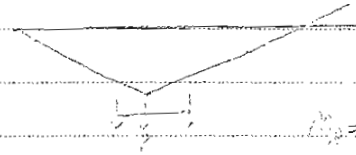
مرکز جواب احتمالی باید با حرکت آن به سمت چپ حالت I است

$M_B = 12Pa + 4P \times a = 16Pa$

روش دیگر: اگر فرض کنیم موقعیت (II) جواب مسئله است اگر مقداری سمت راست برویم، I حاصل کاهش است

پس حداکثری نمی‌شود؟

⑤ 3P, P, 4P, a, $\frac{a}{2}$ ← باید 3 بار بررسی شود



$(5P)(3.5a) = 17.5Pa$

$\rightarrow \quad (5P)(3a) = 15P(1) < 0$

$\leftarrow \quad -(4P)(1) = -4P(3.5a) = -14Pa > 0$

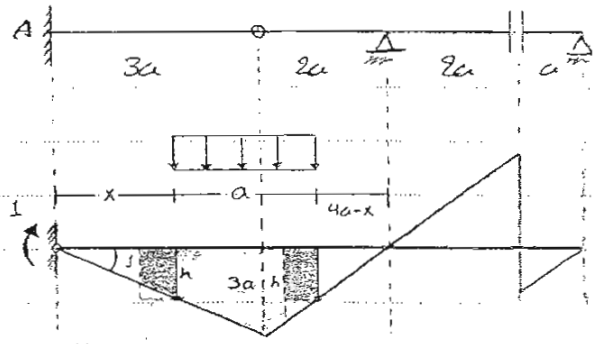
PAPCO

www.civil-eng.ir

Subject :
Year . Month . Date . ( )

⊕ لنگر بارگسترده یکنواخت q روی تیر بتواند قدرکند حداکثر M_A چه مقدار خواهد بود؟ (سمت پایین را مثبت فرض کنید)

(منظور از علامت M_A دقت نکردن است!)



← در دیاگرام باید مجموع مساحت‌های بالا و پایین را بسنجیم

کدام بزرگتر است.

$$M_{A\max} = q\left(\frac{3a\times 3a}{2} + \frac{1.5a\times a}{2}\right) = 8.25\,qa^2$$

از A تا D و از C تا A

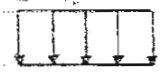
از C تا A

$$M_{A\max} = \frac{3a\times 3a}{2}q = 7.5qa^2$$

⊕ لنگر بارگسترده یکنواخت سمت q روی تیر قدرکند حداکثر M_A چه مقدار خواهد بود؟

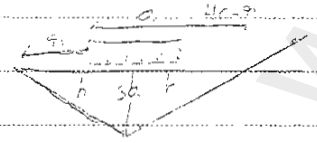
از مساحت C تا A پیشتر از مساحت D تا C است که ما از سمت DF با C تا A جمع می‌شد

⊕ لنگر متغیر بار q روی تیر حرکت کند موقعیت مجازی برای $M_{A(max)}$ چیست؟

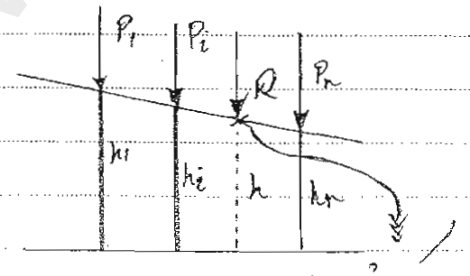


ملاحظه می‌شود در این حالت موقعیت مجازی حالتی است که بار q طوری قدرکند که از محل خط تأثیر در خلاف جهت آن بار بگیرد. این با سمت دوران چپ، ۲ مثلث ضربدری کند همین طور در مورد حرکت به راست.

$$\frac{x}{3a} = \frac{h}{3a} = \frac{4a-x}{2a} \qquad 2ax = 12a^2 - 3ax \qquad ax = \tfrac{12}{5}a \longrightarrow h = \frac{12a}{5}$$



$$M_{A\max} = q\,\frac{\frac{12a}{5}+3a}{2}\times a = 2.7qa^2$$



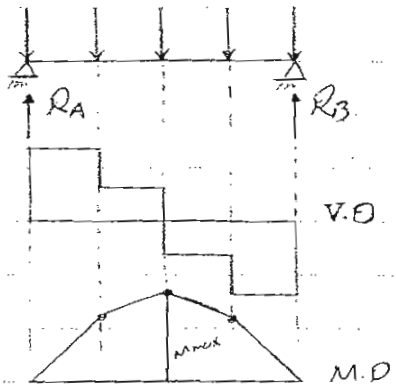
$\sum P_i \cdot h_i = R \cdot h$ به جای خود ضرب کنی ضرب

(صفر تبدیل بردها)

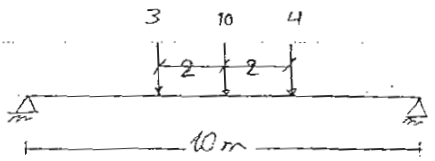
www.civileng.ir

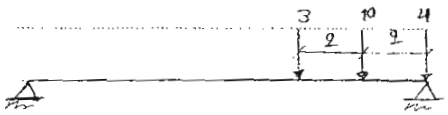
Subject :
Year Month Date

مثال: در تیر دو سر مفصل مطابق شکل تحت قطار بارگذاری است مطلوب است برش و خمش حداکثر.

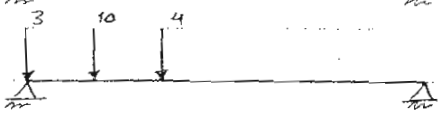


براساس نمودار خمش مطابق شکل به وضوح مشخص است که حداکثر برش برحسب یکی از تکیه گاهها خواهد بود و حداکثر لنگر آن تکیه گاه مفصلی است.

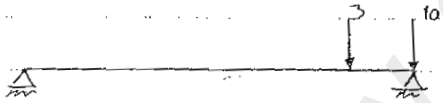


I) 

$4 + 10 \times 8/10 + 3 \times 6/10 = 13.8$ بیشترین برش تکیه گاه

II) 

×

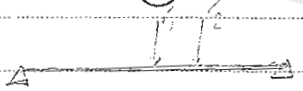
III) 

×

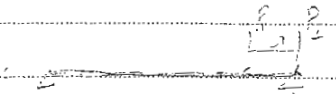
IV)

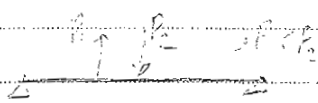
$10 + 4 \times 8/10 = 13.2$

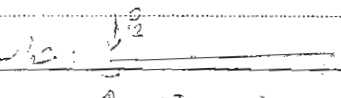
در I و II چون فواصل یک هستند 10 بر میزان یک توزیع می‌شود در (I $\frac{4}{5}$ توزیع می‌شود و II) $\frac{3}{5}$ توزیع می‌شود



توزیع می‌شود







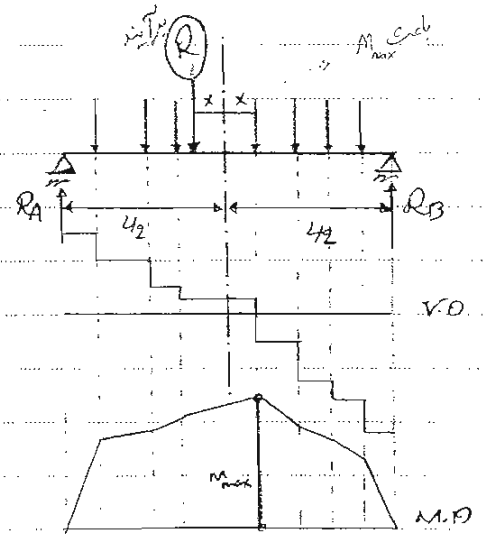
www.civil-eng.ir

PqPCO

Subject:
Year Month Date ( )

در خط تاثیر تیر ... علامت منفی بیشتر که نقطه M_{max} در تیر یکی از نیروهای متمرکز قرار خواهد گرفت که فاصله‌ی آن نیمه

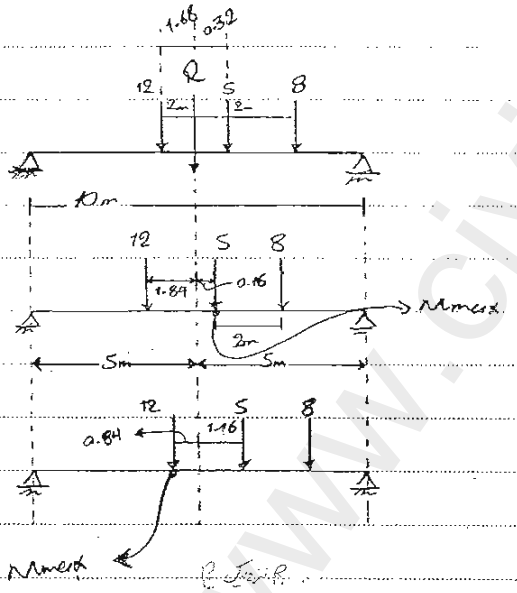
و برآیند نیروها توسط محور میانی تیر نصف خواهد شد.



در حالت خاصی که نزدیکترین نیرو به برآیند خود بزرگترین شود

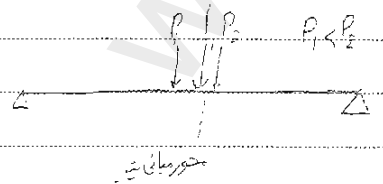
بین آن نیروهای متمرکز با فاصله قائم نقطه زیر آن نیرو خواهد بود که

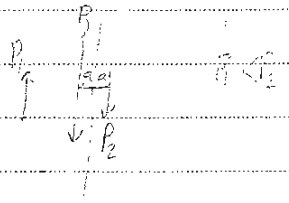
خواهد شد.



- وقتی به بزرگترین نیرو و سیستم دیگر نیرا نخ نقطه نمی رویم.
- از نزدیکترین نیرو به برآیند شروع می کنیم تا به بزرگترین برسیم.

وقتی به عامل سیستم نیرو و بنابراین نقطه نمی رویم





www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

تغییر شکل تیرها :

تیرها فقط حرکت انتقالی قائم دارند و دورانی تعریف نمی‌شود بنابراین به وضعیت خصوصیت خمشی تیرها بی‌توجه به وضعیت عدم حضور آن از تغییر شکل‌های خمشی صرف نظر می‌شود. هم‌چنین به خاطر کوچک بودن تیرهای برشی از تغییر شکل‌های برشی نیز صرف نظر می‌شود بنابراین فقط تغییر شکل‌های خمشی مد نظر می‌باشد.

1) $V = \int q \cdot dx$

2) $M = \int (V - m) dx$

3) $y'' = \frac{M}{EI}$ تقریبا ثابت

4) $y' = \int y'' \cdot dx = \theta$ دوران یا شیب

5) $y = \int y' \cdot dx = \Delta$ خیز (افت)

ملاحظه می‌شود برای حل کامل یک تیر نیاز به ۴ بار انتگرال گیری می‌باشد.

بنابراین هر قطعه تیر نیاز به ۴ شرط مرزی دارد و هر تیر دو انتها دارد و ۴ شرط در هر انتها وجود دارد.

شرط‌های مرزی مربوط به تیرهای داخلی را طبیعی گفته و شرط‌های مرزی مربوط به تغییر شکل را هندسی گوییم.

در یک قطعه تیر معین همواره دو شرط مرزی طبیعی و دو شرط مرزی هندسی لازم و تیرهای نامعین شرط‌های هندسی بیشتر بوده و تیرهای ناپایدار شرط‌های طبیعی بیشتر است. یعنی از این عبارت است

معین	نامعین	ناپایدار
$y=0$ هندسی، $V=0$ طبیعی	$y=0$ هندسی، $y=0$ هندسی	$M=0$ طبیعی، $M=0$ طبیعی
$y'=0$ هندسی، $M=0$ طبیعی	$y'=0$ هندسی، $M=0$ طبیعی	$V=0$ طبیعی، $y=0$ هندسی
	شرط‌های طبیعی بیشتر	شرط‌های هندسی بیشتر

هر قطعه تیر حداکثر دو درجه نامعین می‌تواند باشد (۴ هندسی - ۲ طبیعی).

تیر حداکثر ۲ درجه نامعین می‌باشد

PqPCO

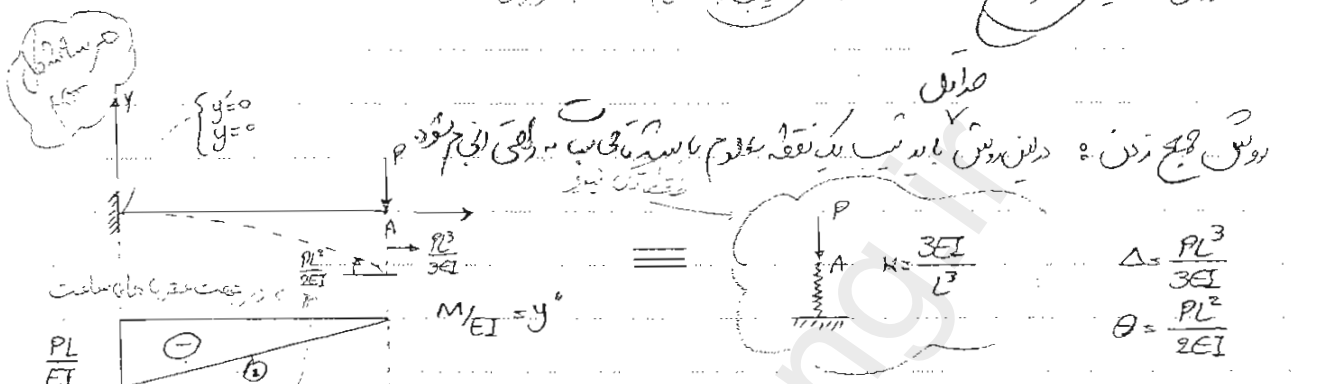
www.civil-eng.ir

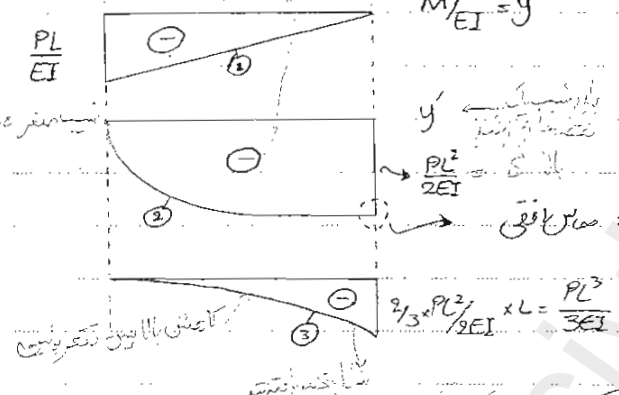
روشهای تعیین تغییر شکل تیرها:

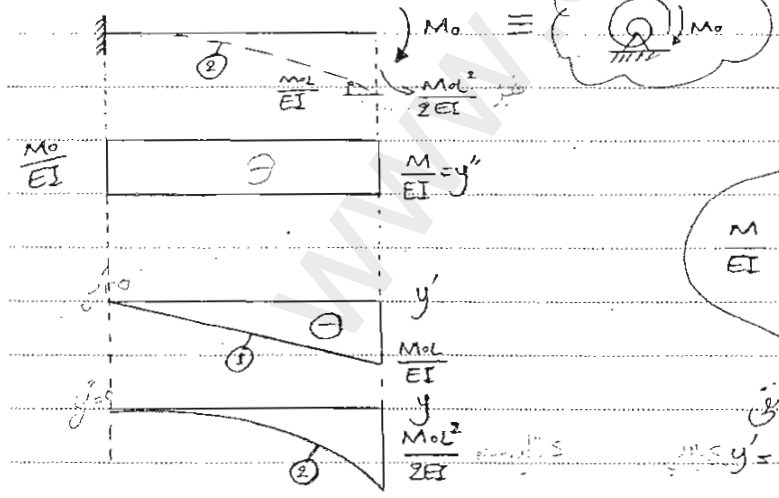
۱. روش جبری (یکپارچه گیری) ۲. روش جمع زدن ۳. روش تیر مزدوج و دیاگرام گشتاور

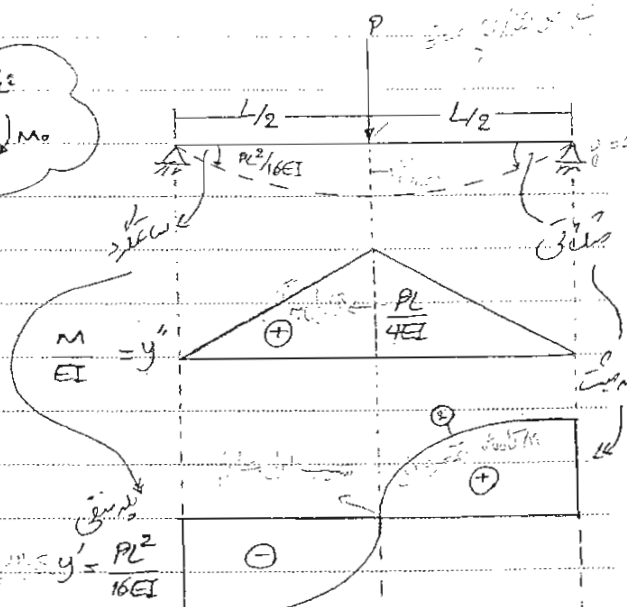
۴. روش قضایای انرژی سطح ۵. روش تری کبی (یکپارچه) ← بهترین است

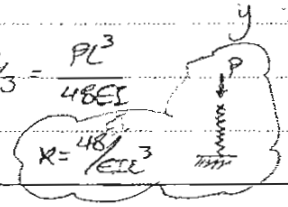
روش جمع زدن: در این روش باید تیر یک نقطه سفت یا تکیه گاهی داشته باشد و حرکتی انجام نشود











$y_{max}=\frac{PL^2}{16EI}\times L/2\times 2/3=\frac{PL^3}{48EI}$

$y_{max}=\frac{PL^3}{48EI}$

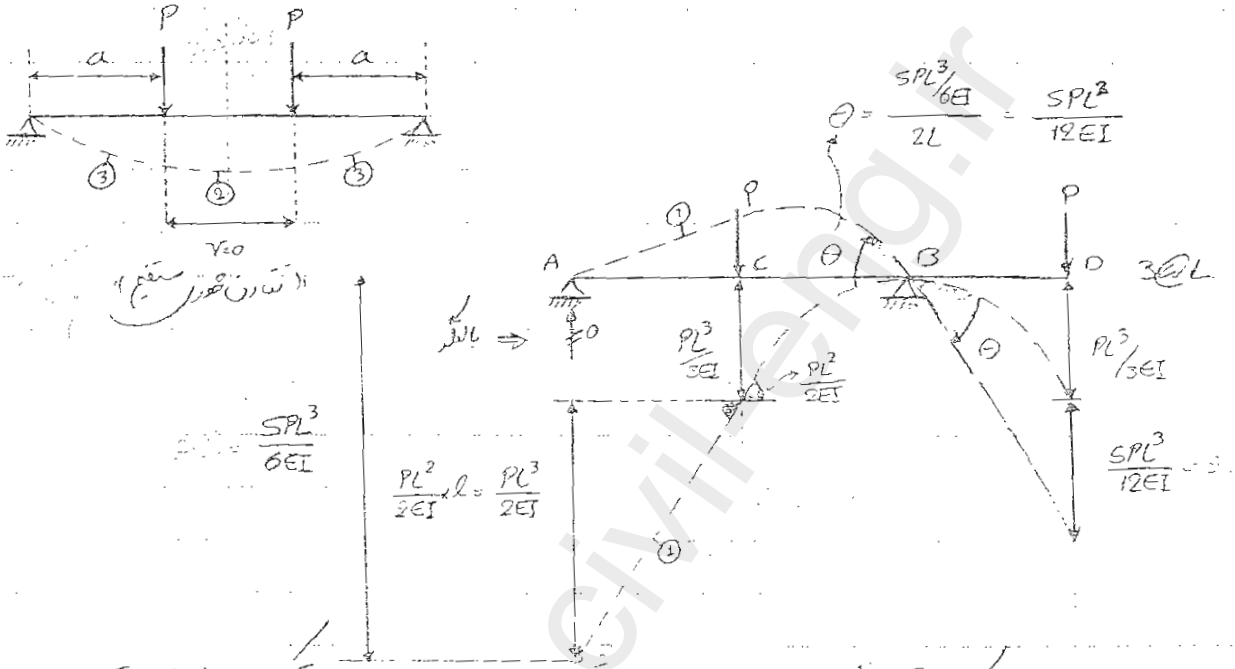
www.civileng.ir

Subject :
Year . Month . Date . ( )

نقطه‌ی عطف تحت بارهای متمرکز خیز حداکثر درجه $\frac{3}{2}$ و شیب حداکثر درجه $\frac{2}{2}$ می‌باشد البته در طول تیله منفصله لی ازتیر،

M ثابت باشد یا $V=0$ $\left(V=\frac{dM}{dx}\right)$ خیز درجه $\frac{2}{2}$ و شیب درجه $\frac{1}{2}$ است.

هم چنین در حالت خاصی که در منفصله لی ازتیر $M=0$ باشد، تیر دچار انحنا نشده و خیز درجه $\frac{1}{2}$ و شیب درجه $\frac{0}{2}$ است

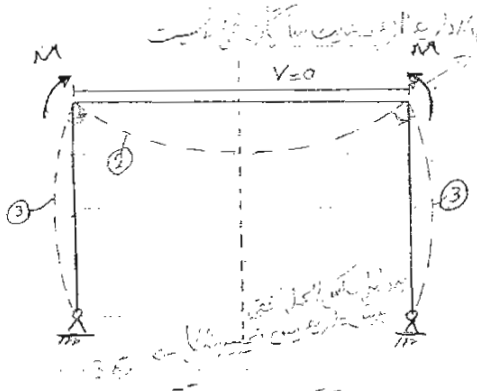


در محدوده AC، خیز درجه یک است و انحنا نداریم و در محدوده‌ی CB و BD خیز به علت وجود بار متمرکز درجه $\frac{3}{2}$ است.

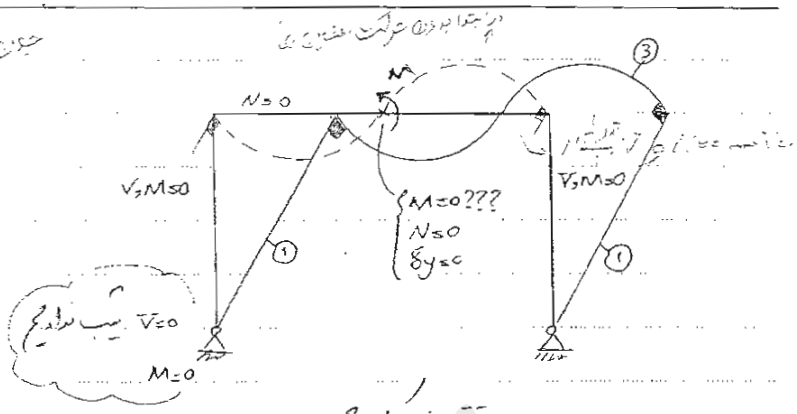
با حذف قیدهای بالایی صفر تکه‌ران به هم می‌خورد، بنابراین نیروهای داخلی، تغییر شکل و انحناها هیچ تغییری نمی‌کنند

فقط ممکن است یک حرکت انتقالی یا دورانی صلب در سیستم ایجاد شود.

www.civileng.ir



«تقارن هندسی صفتیم»

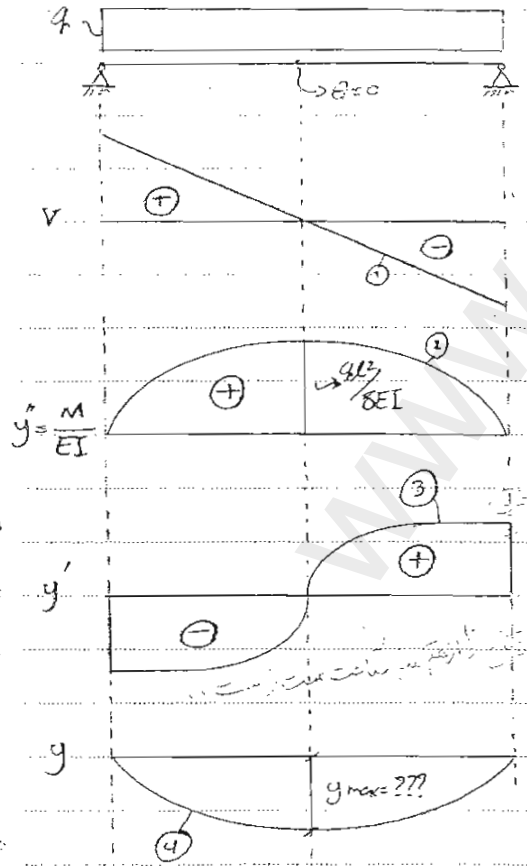


«تقارن هندسی خوبی»

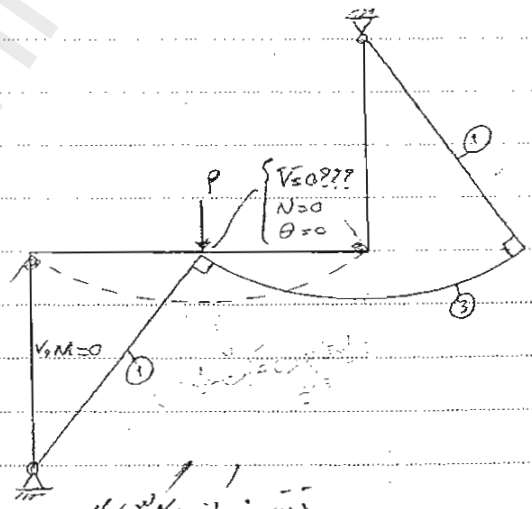
در تقارن وسط تیر (X) $N=0$ است پس در طول تیر $N=0$ است

N تیر، ۲ ستون است، پس در ستون ها $V=0$ است در نتیجه خاصیت

$M=0$ است و در طول ستون M صفر است به همین دلیل ستون ها طی هستند.



با این روش حل می شود چون متقارن هندسی



«تقارن بار هندسی»

نیز بار متمرکز ۲ تعریف شده است اما چپ و راست آن

۲ تا بلیغ در طول AB و BC است، استدلال ۲ و M

مانند مثال بالا است.

تبدیل به قرینگی می شود

قسمت مربوط به بار متمرکز است.

www.civil-eng.ir
PARCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش تیر مزدوج و بار مجازی:

$$q \longrightarrow V = \int q\,dx \longrightarrow M = \int V\,dx$$

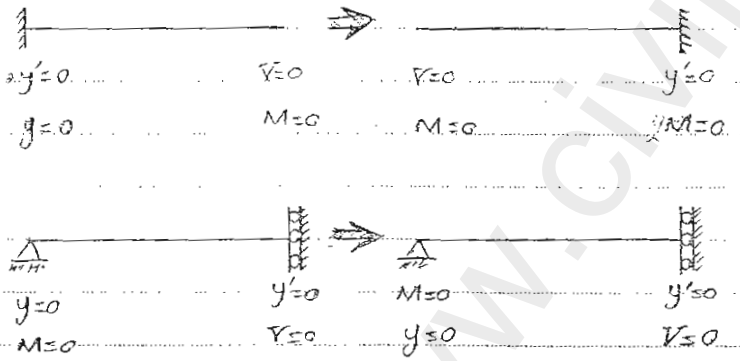
$$\frac{M}{EI} = y'' \longrightarrow y' = \int y''\,dx \longrightarrow y = \int y'\,dx$$

q $\quad$ V $\quad$ M

در این روش M/EI یعنی تصور بوجود آمده در تیر را مانند یک بارگذاری مجازی فرض کرده و سعی می نیم برش مربوط به آن بار یعنی برش مجازی و نیز مربوط به آن یعنی نیمش مجازی را به دست آوریم که همان شیب و خیز تیر اصلی است.

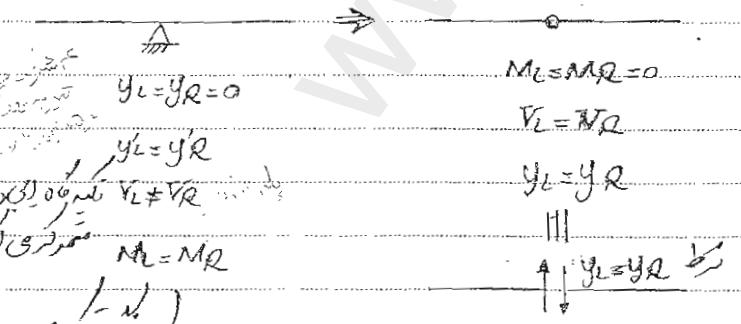
فقط باید توجه کرد که بار مجازی را باید بر روی تیری بگذاریم که در آن جای شرط‌های مرزی (هندسی و طبیعی) با هم عوض شده است. چنین تیری، تیر مزدوج است.

تیر اصلی $\quad$ تیر مزدوج



$(y, \theta) \longleftrightarrow V$

$(y, \theta) \longrightarrow M$

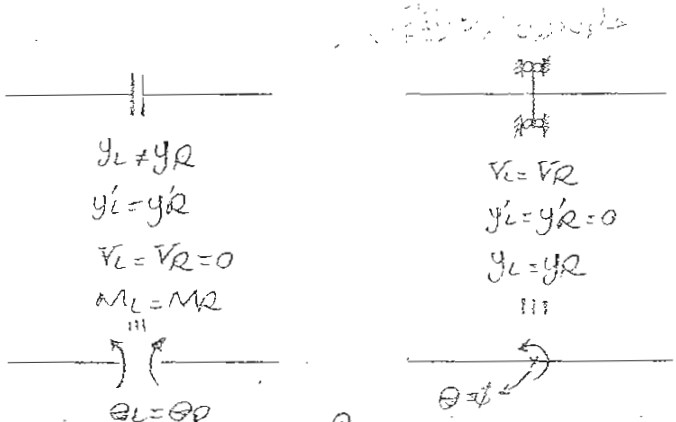


مزدوج تیر معین ← تیر معین

مزدوج تیر نامعین ← ناپایدار

www.civil-eng.ir

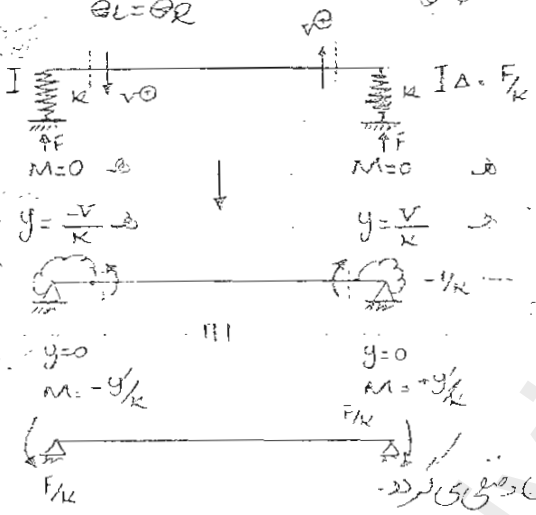
Subject:
Year: Month: Date:



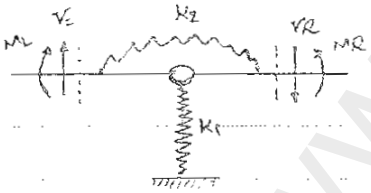
تیر مضاعف برای فنرها:

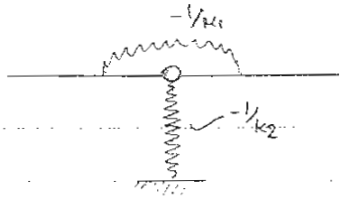
تیر اصلی: در فنر سمت چپ علامت منفی به این علت است که برش مثبت باعث فنر منفی می‌شود.

تیر مضاعف: در فنر سمت راست M باعث θ مثبت می‌گردد و منفی می‌شود که $-1/K$ مثبت می‌شود.



نکته: مضاعف یک فنر همواره نوعش عکس می‌شود و همچنین آن مختص منفی می‌گردد.





$$y_L = y_R = -\frac{V_R - V_L}{K_1} = \frac{V_L - V_R}{K_1}$$

$$M_L = M_R = \frac{-(y'_R - y'_L)}{K_1}$$

$$M_L = M_R = K_2 (y'_R - y'_L)$$

$$y_L = y_R = K_2 (V_R - V_L)$$

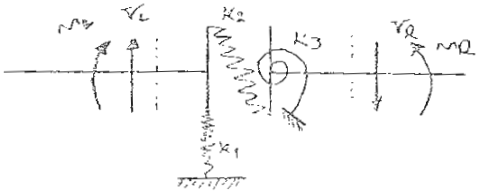
دوران نسبی

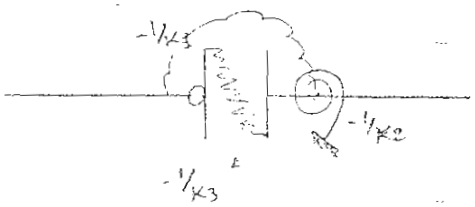
فنر انتقالی متقابل به ازای اختلاف V واحد V ایجاد می‌کند و فنر انتقالی بین دو نقطه اختلاف y واحد y ایجاد می‌کند.

فنر دورانی متقابل به ازای اختلاف M واحد M ایجاد می‌کند و فنر دورانی بین دو نقطه اختلاف θ واحد θ ایجاد می‌کند.

www.civil-eng.ir

Subject :
Year : Month : Date :





$$y_R - y_L = -\frac{V_R}{K_2}$$

$$y'_L = y'_R = \frac{M_R - M_L}{K_3}$$

$$y_L = -\frac{V_R - V_L}{K_1}$$

K_1 : عدم برابری برش چپ و راست.

K_2 : عدم برابری تغییر مکان چپ و راست.

K_3 : عدم برابری دوران چپ و راست.

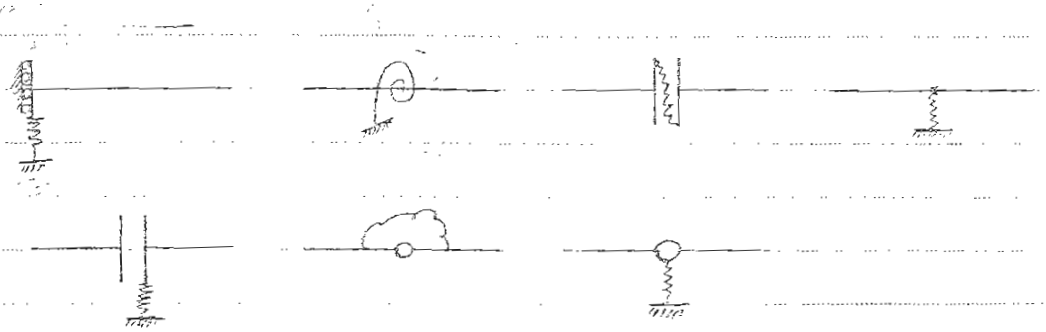
$$M_R - M_L = -\frac{y'_R}{K_2}$$

$$V_L = V_R = \frac{y_R - y_L}{K_3}$$

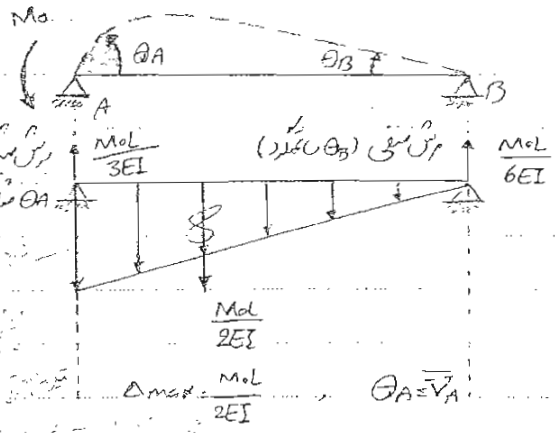
$$M_L = -\frac{y'_R - y'_L}{K_1}$$

www.civil-eng.ir

تعادل :

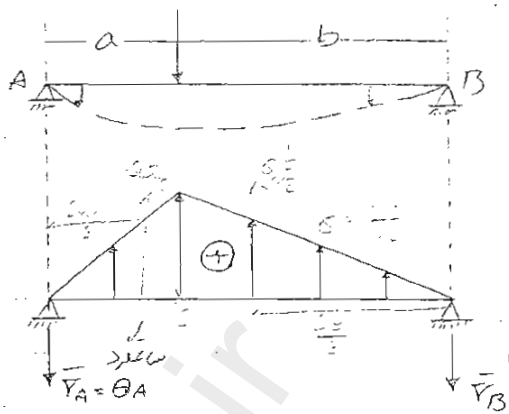


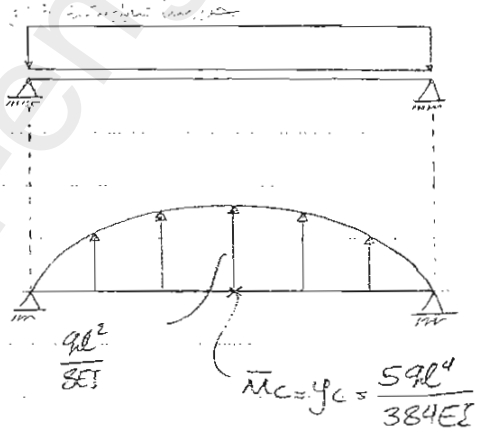
Subject :
Year . Month . Date . ( )



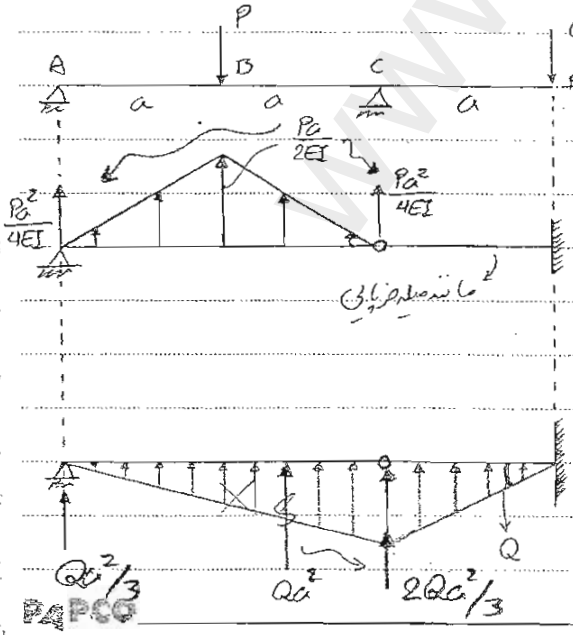
$\Delta_{max} = \frac{M_o L}{2EI}$ ، $\theta_A = \overline{V}_A$

این حالت زمانی موثر است با جمع زدن حل شیب حل شود.





« تغییر با علامت مثبت = بارگذاری در بحث بالا »



مثل حالت قبل بین P و Q برقرار باشد تا تغییر مکان نقطه D صفر باشد.

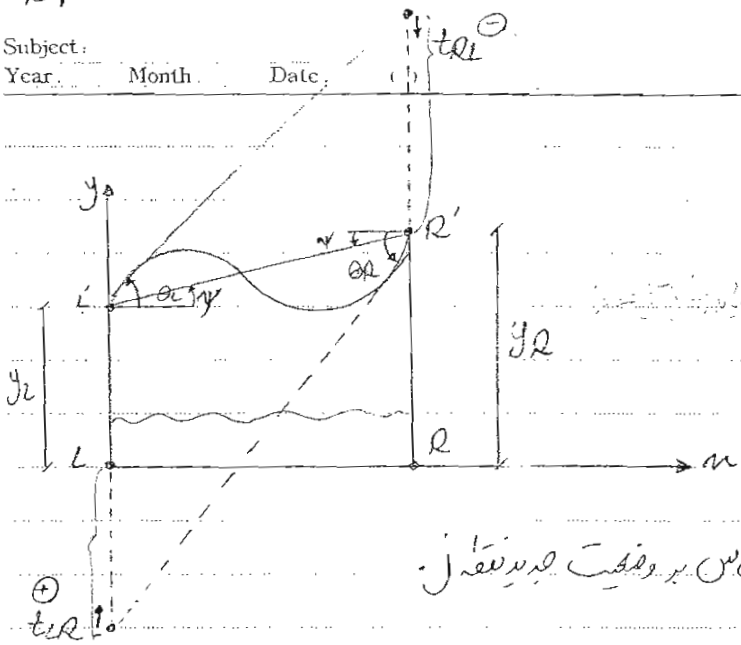
(I) = (II) $P = 4Q$

$(2Qa^2/3 \times a) + (Qa^2/2 \times 2a/3) = Qa^3$ (II)

($\overline{M}_D = 0$ ، $y_D = 0$ تغییر مکان نقطه D صفر می‌شود)

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date



روش شکل سطح : (به دو شرط بستگی دارد)

$$\psi = \frac{y_R - y_L}{L}$$

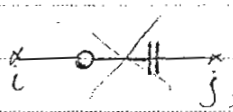
طول اولیه

t_{ij} : انحراف وضعیت جدید نقطه i از مماس بر وضعیت جدید نقطه j

(علامت طبق با محور y ها ⊕ ، ⊖)

I) $\theta_R - \theta_L = \int_L^R \frac{M}{EI} dx$ (سطح زیر نمودار M/EI از نقطه L تا R)

II) t_{ij} ⇒ "گشتاور استاتیک سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ از نقطه i تا j نسبت به محور عمود گذرنده از نقطه i"



بین i و j هیچ دو نقطه دیگری نباشد

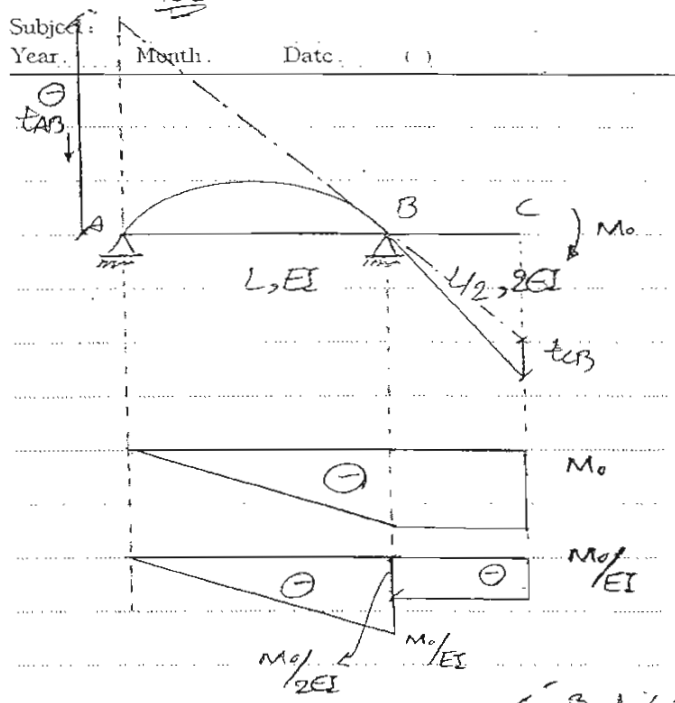
$$\begin{cases} y_R = y_L + \theta_L \cdot L + t_{RL} \\ y_L = y_R - \theta_R \cdot L + t_{LR} \end{cases}$$

www.civileng.ir

108

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: مطلوب است شیب و خیز نقطه C.



$$y_A = y_B^{\nearrow 0} - \theta_B \cdot L + t_{AB}$$

کل تغییر است بر نقطه اول

$$\theta_B = \frac{1}{L} t_{AB} = \frac{1}{L}\left(\underbrace{\frac{-M_o}{EI} \times L/2 \times 2L/3}_{t_{AB}}\right)$$

$$\theta_B = \frac{-M_o L}{3EI}$$

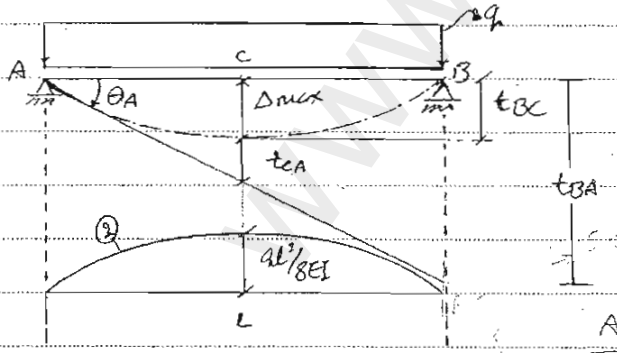
$$\text{زاویه } CB = \theta_C - \theta_B = \frac{-M}{2EI} \times L/2$$

$$\theta_C = -\frac{7M_o L}{12EI}$$

$$y_C = y_B^{\nearrow 0} + \theta_B \cdot L/2 + t_{CB}$$

$$y_C = \left(\frac{-M_o L}{3EI} \cdot L/2\right) + \left(\frac{-M_o}{2EI} \times L/2 \times L/4\right)$$

$$y_C = \frac{-11 M_o L^2}{48EI}$$



$$\Delta_{max} = t_{BC} = \frac{ql^2}{8EI}\left[\frac{l}{2} \times \frac{l}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{l}{2}\right] = \frac{5ql^4}{384EI}$$

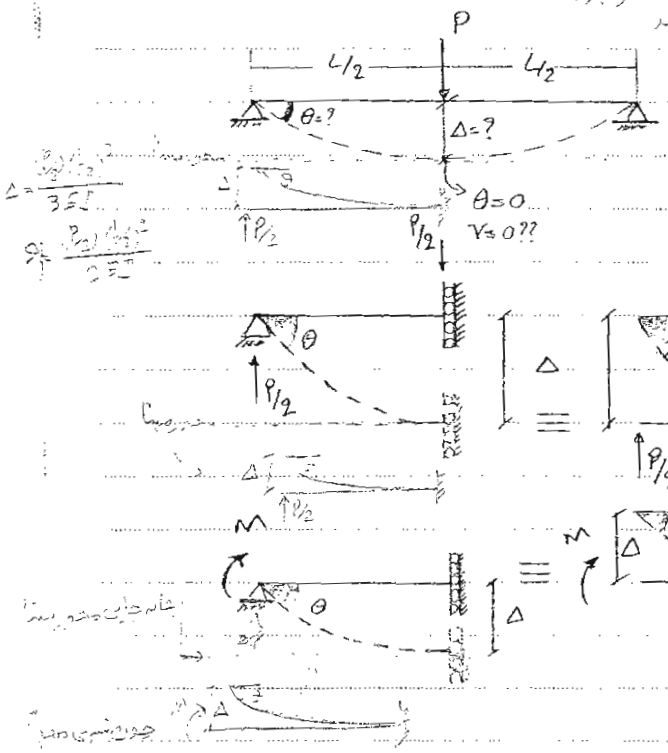
$$t_{BA} = \theta_A \cdot L \Rightarrow \theta_A = \frac{1}{L}\left[\underbrace{\frac{ql^2}{8EI} \times 2l/3}_{A} \times \underbrace{l/2}_{d}\right] = \frac{ql^3}{24EI}$$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

روشهای تحلیلی: (حجم برای تست) (شکلهای صفحه آخر جزوه حفظ شوند)

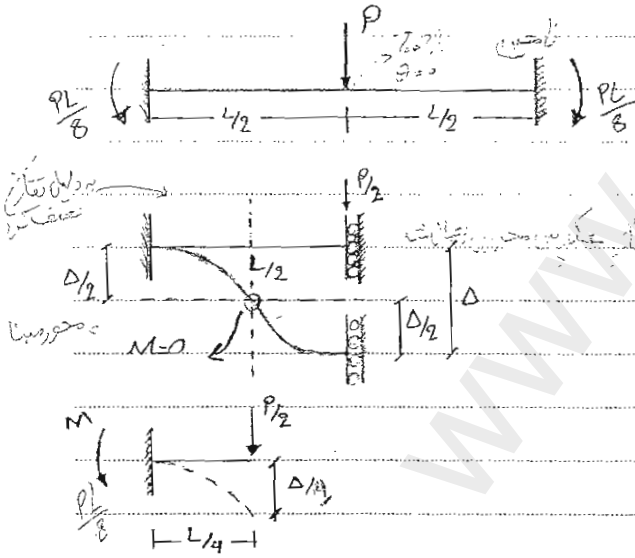
حرکت بی‌آنش مهم است نه مطلق آن.

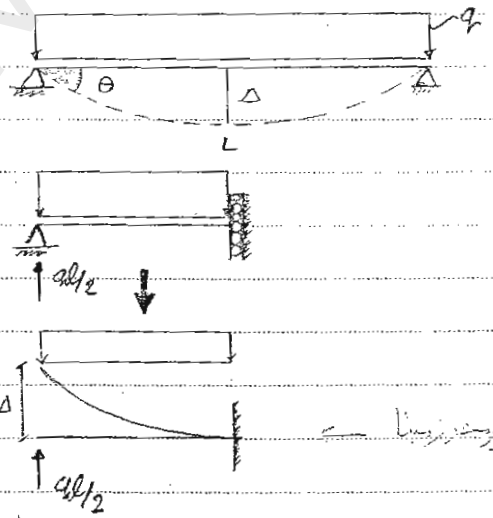


$$\theta = \frac{(P/2)(L/2)^2}{2EI} = \frac{PL^2}{16EI}$$

$$\Delta = \frac{(P/2)(L/2)^3}{3EI} = \frac{PL^3}{48EI}$$

$$\theta = \frac{ML}{EI} \quad ; \quad \Delta = \frac{ML^2}{2EI}$$





$$\Delta/2 = \frac{(P/2)(L/4)^3}{3EI}, \quad \Delta = \frac{PL^3}{192EI}$$

$$\theta = \frac{(P/2)(L/4)^2}{2EI} = \frac{PL^2}{64EI}$$

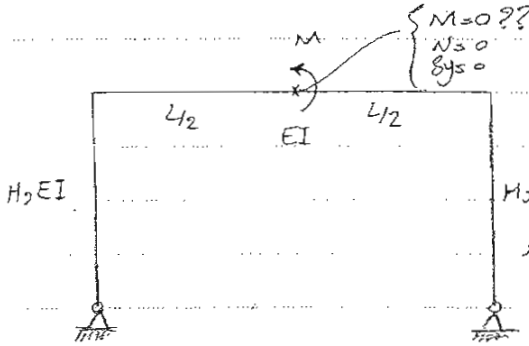
$$M = \frac{PL}{8}$$

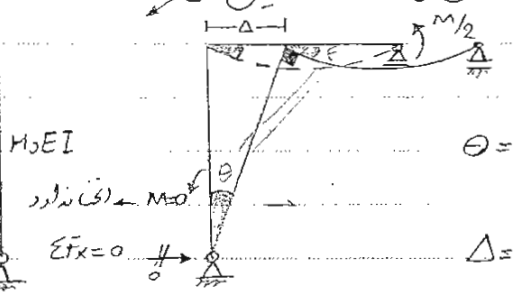
$$\Delta = \frac{(qL/2)(L/2)^3}{3EI} - \frac{q(L/2)^4}{8EI} = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$\theta = \frac{(qL/2)(L/2)^2}{2EI} - \frac{q(L/2)^3}{6EI} = \frac{qL^3}{24EI}$$

www.civil-eng.ir

مثال: مطلوب است حرکت افقی تیر.

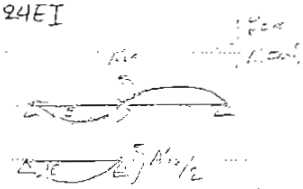




$$\theta = \frac{M/2 \times L/2}{6EI} = \frac{ML}{24EI}$$

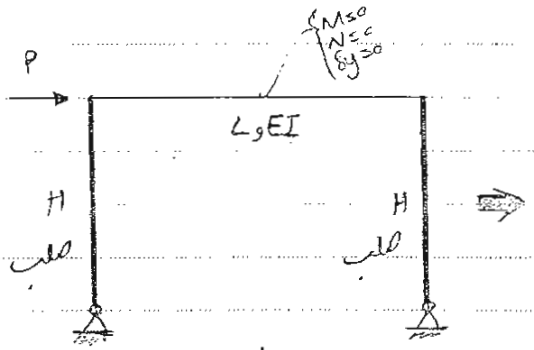
$$\Delta = \frac{MLH}{24EI}$$

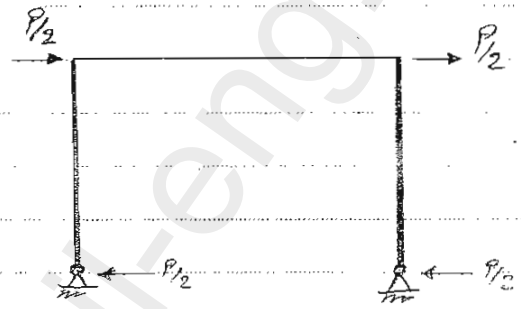
تیر را نیمه تیر لنگر نیم نازاویه تیر و ستون ۹۰° شود و ستون قطعی باشد.



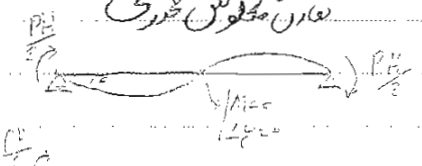
$$\theta = \frac{(M/2)\,L/2}{6EI}$$

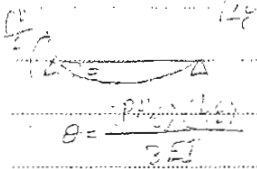
$$L = E.I$$



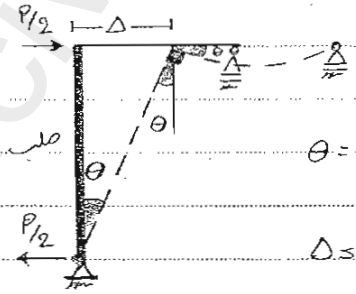


تعادل مفاصل خارجی



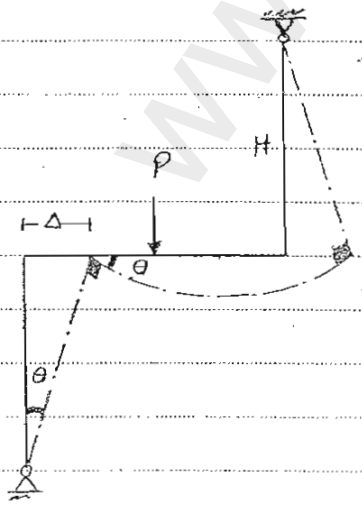


$$\theta = \frac{\text{(لنگر)}\,L}{3EI}$$



$$\theta = \frac{(P/2\,H)\,L/2}{3EI} = \frac{PLH}{12EI}$$

$$\Delta = \theta \cdot H = \frac{PLH^2}{12EI}$$



EI = مثبت

$$\theta = \frac{PL^2}{16EI}$$

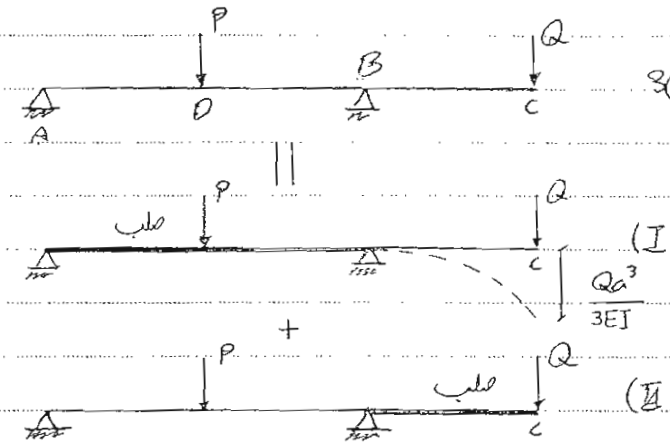
$$\Delta = \frac{PL^2}{16EI} \cdot H$$

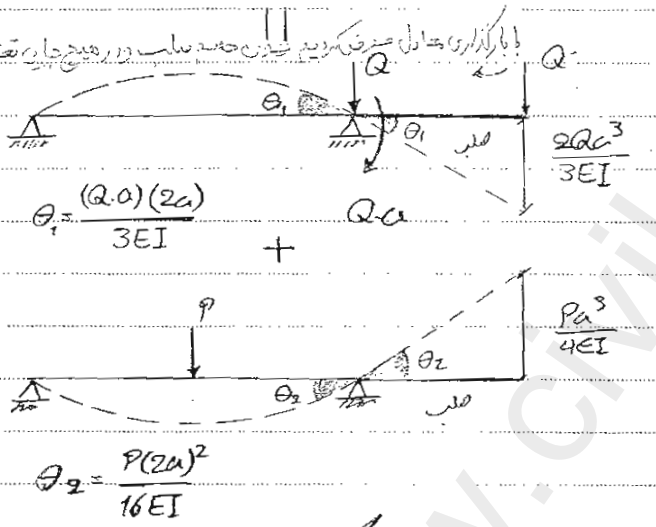
۱۱ وقتی در مورد یک سیستم فقط EI را می دهند یعنی به سایر تغییر شکل ها توجه نداشته باشید یعنی $EA \Rightarrow \infty$ تغییر طول محوری نداریم.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: تغییر مکان نقطه C خرک نشان داده شده را بیابید.





$$\Theta\downarrow\Delta_C=\frac{Qa^3}{3EI}+\frac{2Qa^3}{3EI}-\frac{Pa^3}{4EI}=\phi$$

$$P=4Q$$

از مقاومت مصالح می دانیم که سیستم های خطی که از جنس تحت انحراف پذیر تشکیل شده اند، انحراف پذیری قسمتهای مختلف آن توسط جداگانه بدست آورده و نتایج را با هم ترکیب نمود. برای این منظور کافی است در هر مرحله فقط یک قسمت را انحراف پذیر فرض کرده و بقیه قسمتها را صلب فرض کنیم (اصل جمع آثار)

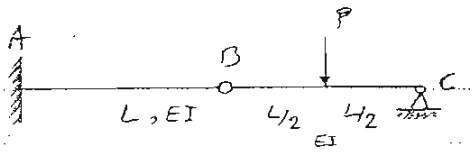
توجه شود که اصل جمع آثار «Super Position» متفاوت است. در اصل Super Position پیش از جمع ترکیب شکل I و II بدست می آید.

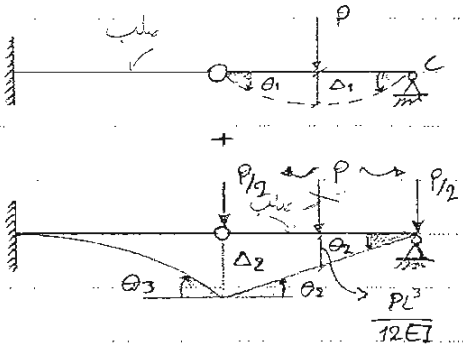
www.civil-eng.ir

Subject :
Year . Month . Date . ( )

119

مثال: تغییر شکل B، دوران B_L و B_R، دوران B، دوران نسبی B را محاسبه کنید.





$$\Delta_1 = \frac{PL^3}{48EI} \quad ; \quad \theta_1 = \frac{PL^2}{16EI}$$

$$\Delta_2 = \frac{(P/2)L^3}{3EI} \quad ; \quad \theta_2 = \frac{PL^2}{6EI} \quad ; \quad \theta_3 = \frac{(P/2)L^2}{2EI}$$

$$\theta_2 = \frac{\Delta_2}{L}$$

$$\theta_{BR/L} = \theta_{BR} - \theta_{BL}$$

$$= \left[-\frac{PL^2}{16EI} + \frac{PL^2}{6EI}\right] - \left[0 - \frac{PL^2}{4EI}\right] = \frac{+17PL^2}{48EI}$$

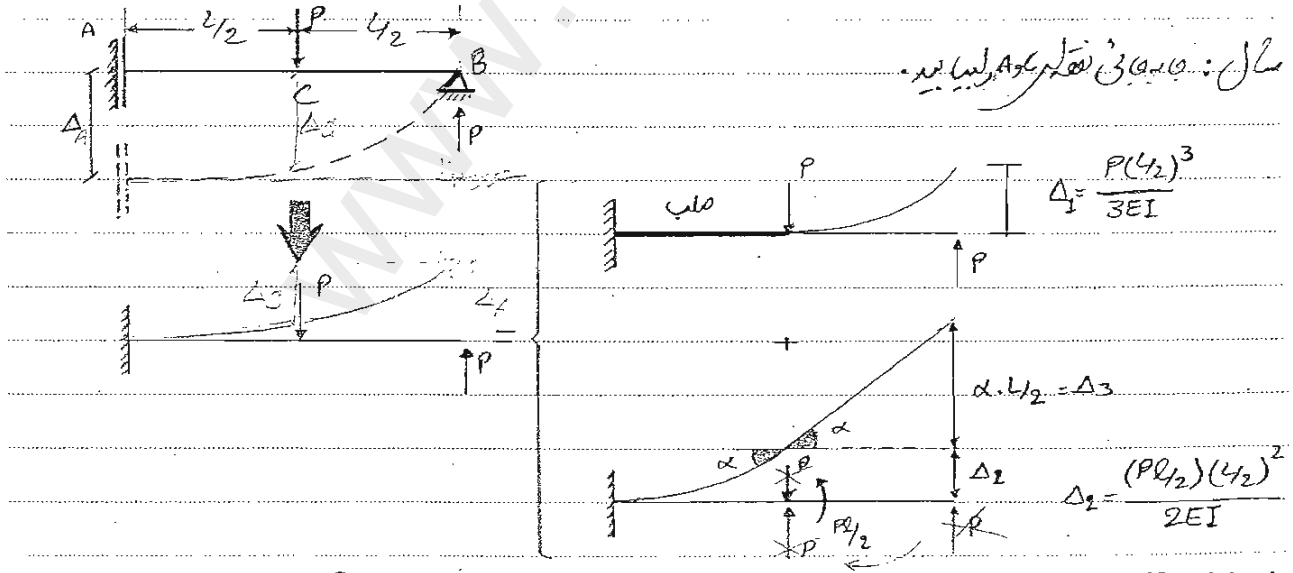
(جهت تقریبی ساعت)

قطعه BC دو سر مفصل است، قطعه جزء بار نیست خم نمی شود، قطعه نیرو می گیرد.

⊕ نشان دهنده این است که جهت مماس بر دوران مزبور است.

نکته: قطعه ای که صلب است با روی آن را می توان با بار معادل بر آن قطعه جایگزین کرد.

مثال: جابجایی نقطه C را بیابید.



$$\Delta_1 = \frac{P(L/2)^3}{3EI}$$

$$\Delta_2 = \frac{(PL/2)(L/2)^2}{2EI}$$

$$\alpha = \frac{(PL/2)(L/2)}{EI}$$

$$\Delta_C = \Delta_2 + \Delta_3 = \frac{9PL^3}{48EI}$$

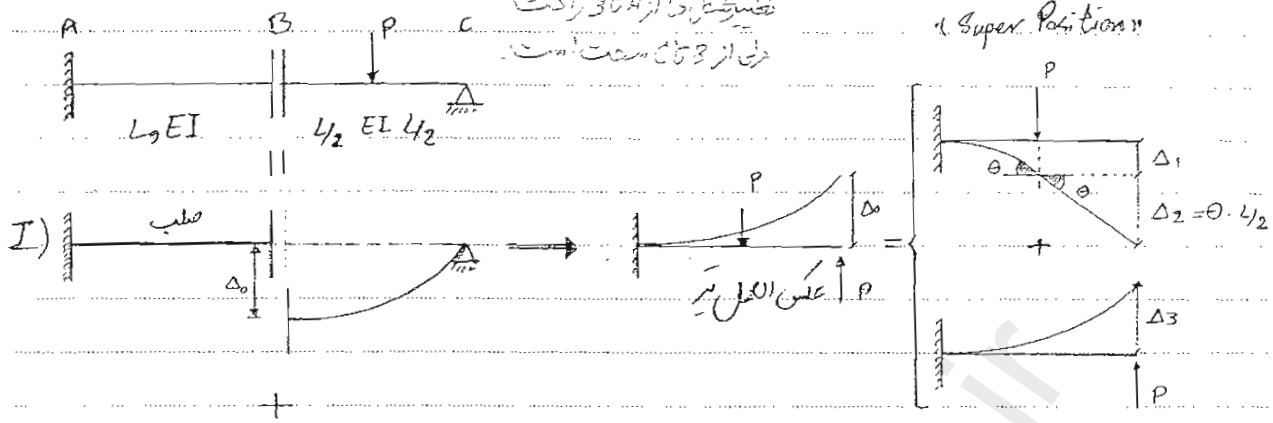
$$\Delta_A = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = \frac{PL^3}{24EI} + \frac{PL^3}{16EI} + \frac{PL^3}{8EI} = \frac{11PL^3}{48EI}$$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

تغییر شکل دلخواه از A تا B راست
ولی از B تا C سمت است.

«Super Position»

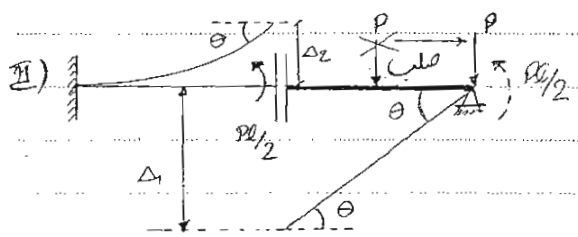


I_B

$$\theta = \frac{P(L_2)^2}{2EI} = \frac{PL^2}{8EI} \quad ; \quad \Delta_1 = \frac{P(L_2)^3}{3EI} = \frac{PL^3}{24EI}$$

$$\Delta_2 = \frac{PL^2}{8EI} \cdot L_2 = \frac{PL^3}{16EI} \quad ; \quad \Delta_3 = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\Delta_0 = \Delta_3 - (\Delta_1 + \Delta_2) = \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{48}\right)\frac{PL^3}{EI} = \frac{11PL^3}{48EI}$$



II:

$$\theta = \frac{(PL/2)(L)}{EI} \quad ; \quad \Delta_2 = \frac{(PL/2)L^2}{2EI} = \frac{PL^3}{4EI}$$

$$\Delta_1 = \theta \cdot L = \frac{PL^3}{2EI}$$

B نرمش نسبی $\quad \Delta_{BR/L} = \Delta_{BR} - \Delta_{BL}$

در سیستم شکل II بار P را به نقطه‌ی انتقال داده‌ایم بعلاوه‌ی لنگر حاصل از انتقال $(PL/2)$، از آنجا که جهت BC صلب است لنگر $PL/2$ برای تولید همین آن باید این‌گونه در جهت چپ مقطع B انتقال دهیم.
توجه شود که لنگر فقط از روی مقطع کی تولید نمی‌کند ⊸ اما از روی ⊣⊢ مقطع B می‌تولید می‌کند.
چون مقطع B می‌تواند دوران کند، بنابراین سمت چپ و راست B برابر است.
این مسئله با روش قاعده‌ی راحت‌تر حل می‌شود اما حل به این روش درک فیزیکی را بالا می‌برد.

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

تغییر شکل قاب ها:

روش های انرژی:
۱. روش کار حقیقی (کاربردی) ۲. روش قضایای کاستیانو (پیچیده‌تر) ۳. قضیه ماکسول-بتی (محدودی) ۴. روش کار مجازی (کاربردی)

- روش کار حقیقی:

انرژی کار
$W = U$

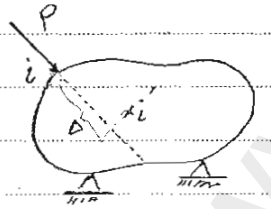
روش کار حقیقی بر مبنای اصل بقای انرژی است. طبق این روش می‌توان نوشت:
در واقع کار انجام شده توسط نیروهای خارجی برابر است با انرژی کرنشی ذخیره‌شده در سیستم.

برای استفاده از این اصل سازه باید از محیط ایزوله باشد = تبادل انرژی انجام نگیرد.

یعنی از این روش فقط انرژی بارگذاری مستقیم می‌توان محاسبه کرد (تغییرمکان، شیب، کج‌شدگی و ... هم محاسبه می‌شود)

چون در این روش فقط یک معادله وجود دارد بنابراین فقط یک مجهول قابل محاسبه است، یعنی یک نیرو و یک لنگر برسازه لنگر کند و تغییرمکان آن نیرو در راستای خود یا دوران آن لنگر حل شده می‌شود.

در حل تغییرمکان‌ها، انرژی با این روش قابل بررسی نیست چون باید سیستم انرژی‌زا باشد یا کار کند.



$$\text{کار} = \frac{\text{نیرو} \times \text{تغییرشکل}}{2} \qquad W = \frac{P\Delta}{2} \quad \text{یا} \quad W = \frac{M\theta}{2}$$

(دلایل جمله دوم: ۱) انتگرال‌پذیری با گذار ۲) ...)

$$U = \varepsilon \int \frac{N \cdot N}{2EA} dx + \varepsilon \int \frac{M \cdot M}{2EI} dx + \varepsilon \int \frac{V \cdot V}{2GA_s} + \varepsilon \int \frac{T \cdot T}{2GJ_e}$$

(نیرو، تغییرشکل، $U = W = \frac{1}{2}$)

محاسبه انرژی قطعی مقطر — برش — محاسبه انرژی

$$+ \varepsilon \frac{P \cdot P_i}{2k} + \varepsilon \frac{M \cdot M}{2k}$$

(غیرخطی، خطی)

در خریها $U = \varepsilon \frac{N^2 L}{2AE} + \varepsilon \frac{P^2}{2k}$

$W = R\Delta \cos\theta$ ← (رابطه خطی ع-ت)

PAPCO

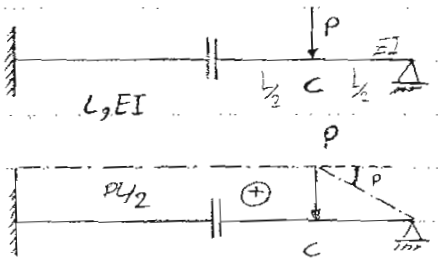
www.civileng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

مثال: مطلوب است δ_{cy}.

تغییرمکان یک نیرو در راستای خودش = کار انجام شده

در روشهای انرژی باید بتوانیم بتوانیم بتوانیم بتوانیم بتوانیم بتوانیم



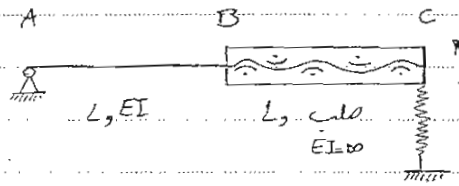
$$\frac{P.\delta_{cy}}{2} = \varepsilon \int \frac{M^2}{2EI}\,dx$$

$$= \frac{1}{2EI}\left[1\times\left(\frac{PL}{2}\right)^2 \times 3L/2 + \frac{1}{3}\left(\frac{PL}{2}\right)^2 L/2\right] \Rightarrow \frac{5PL^3}{12EI} = \delta_{cy}$$

مستطیل در مستطیل — مثلث در مثلث

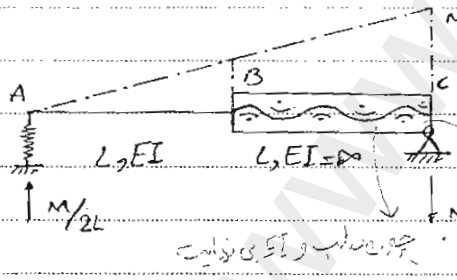
مثال: مطلوب است δ_{By}.

فقط θ_B را می‌خواهیم بیابیم



روش کار دقیق برای این مثال مناسب نیست

چون با دانستن دوران C به فنر B می‌رسیم و دوران C هم دوران صلب است.



روش کار دقیق در این مثال مناسب است زیرا با θ_C

می‌توانیم به δ_{By} برسیم.

$$\frac{M.\theta_C}{2} = \varepsilon \int \frac{M^2}{2EI}\,dx + \varepsilon \frac{P^2}{2K}$$

$$= \left[\frac{1}{2EI} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{M}{2}\right)^2 \times L\right] + \frac{\left(\frac{M}{2L}\right)^2}{2EI/3} \Rightarrow \frac{2ML}{3EI} = \theta_C \qquad \delta_{By} = \theta_C . L = \frac{2ML^2}{3EI}$$

مثلث در دیواره — فنر

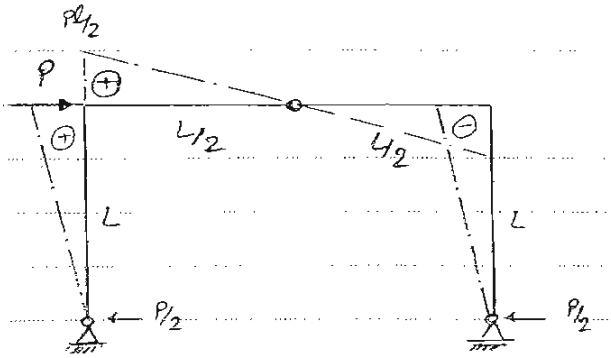
در روش کار دقیق، ضرب نمودار سهمی‌های صلب صفری می‌شود چون $\theta = \frac{\sim}{EI=\infty} = 0$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

116

مثال: مطلوب است تغییر مکان افقی تیر. EI ثابت است



روش کار حقیقی بهترین روش است چون تغییر مکان

حل لنگر دوم احوالسه است.

چون EI ثابت شد فقط لنگر M را رسم می کنیم

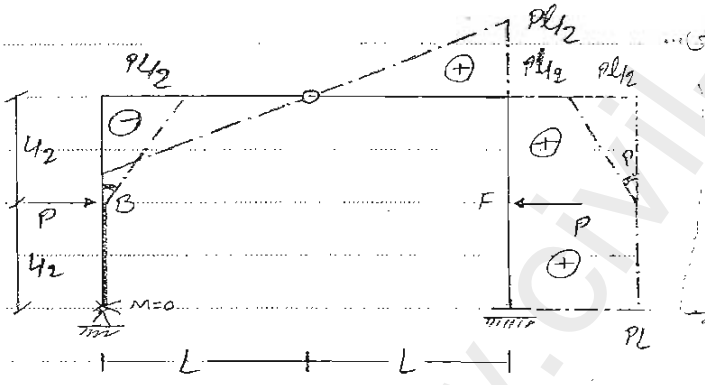
$$\frac{P.\delta_x}{2} = \varepsilon\int\frac{M^2}{2EI}dx = \frac{1}{2EI}\left[\frac{1}{3}\times\left(\frac{PL}{2}\right)^2\cdot L\times 2 + \frac{1}{3}\left(\frac{PL}{2}\right)^2\cdot L/2\times 2\right] \Rightarrow \frac{PL^3}{4EI} = \delta_x$$

سطح مثلث است ضرب در خودش ضرب شده همین (مثلثی) است مثبت

در روش کار حقیقی به لنگر تکی نیاز جمع نیست

مثال: مطلوب است میزان نزدیک شدن محل لنگر دو تیر به هم.

2 مثال مربوط به روش کار حقیقی در حالت کلی شده ای نیست ولی...



کار حقیقی = کار مجازی

$$\frac{P.\delta_{FB}}{2} + \frac{P.\delta_F}{2} = P/2\,(\delta_{FB} + \delta_F)$$

آنچه که از دفترچه ها بعد مثلث روش حل می شود.

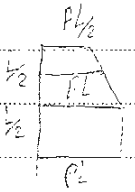
$$\frac{P_x\delta_{B/F}}{2} = \varepsilon\int\frac{M^2}{2EI}dx$$

$$= \frac{1}{2EI}\left[\left(\frac{1}{3}\left(\frac{PL}{2}\right)^2\times L/2\right) + \left(\frac{1}{3}\left(\frac{PL}{2}\right)^2\times L\times 2\right) + \left[\frac{L}{12}\left[\left(\frac{PL}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{3PL}{4}\right)^2 + (PL)^2\right]\right] +$$

ثابت — مثلث است — مثلث است ضرب خودش

قسمت پایین تیر مکانیزم است

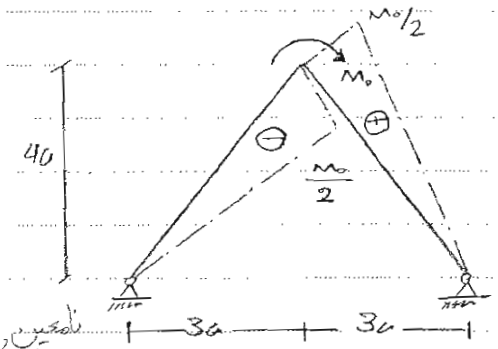
$$1\times(PL)^2\times L/2$$



www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

مثال: مطلوب است دوران مفصل لنگه. EI = ثابت



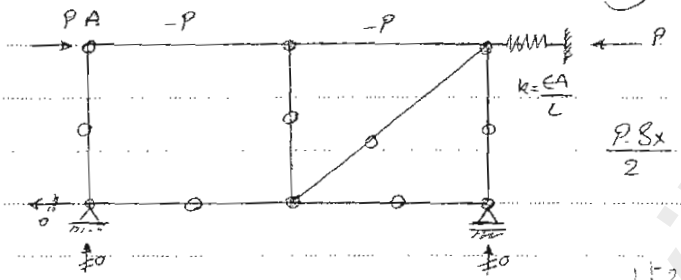
تقارن سطوح محدی

$$\frac{M\cdot\theta}{2} = \varepsilon \int \frac{M^2}{2EI}\,dx$$

$$= \frac{1}{2EI} \times \frac{1}{3}\left(\frac{M_0}{2}\right)^2 \times 3a \times 2 \Rightarrow \theta = \frac{5M_0}{6EI}$$

ثابت — مثلث درشت — ۲ تا داریم

مثال: مطلوب است δ_x محل نیروی P (نقطه A) EA ثابت



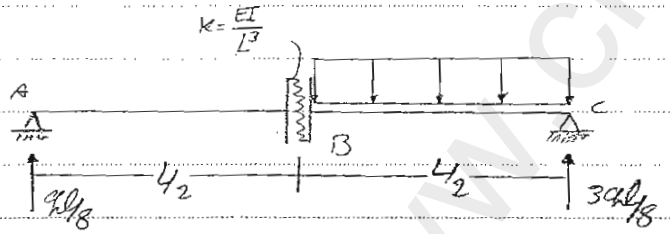
ابتدا حل خرپا

$$\frac{P\delta_x}{2} = \varepsilon\frac{N^2L}{2EA} + \varepsilon\frac{P^2}{2k}$$

$$= 2\times\frac{P^2\cdot L}{2EA} + \frac{P^2}{2EA/L} \qquad \delta_x = \frac{3PL}{AE}$$

۲ تا داریم

مثال: مطلوب است تغییر شکل نسبی در نقطه B.

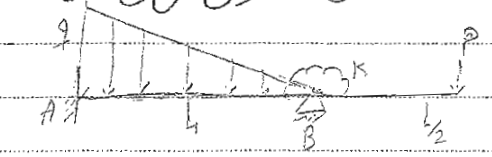


طول تغییر شکل نسبی سخت

تغییر شکل نسبی آنها چیزی تغییر شکل نسبی فنرهاست

$$\delta_{B\,نسبی} = \frac{F_S}{k} = \frac{9qL/8}{EI/L^3} = \frac{9qL^4}{8EI}$$

وقتی تغییرشکلی را خواهند که نزدیکی قرارداد همین δ نسبی است، از روش کار مجازی حل می‌شود.



دوران نسبی در B؟

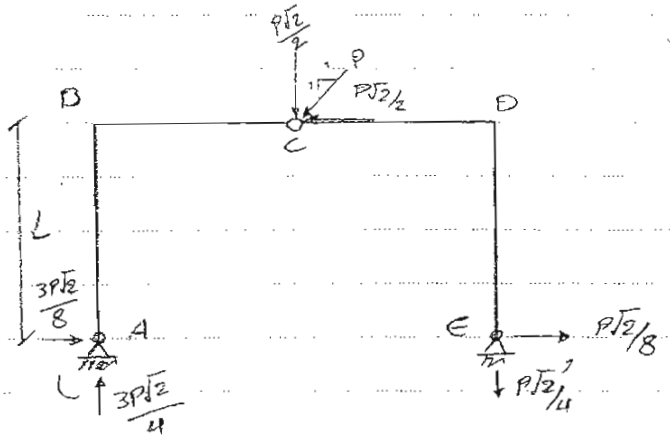
$$\theta_{B\,نسبی} = \frac{M_B}{k} = \frac{PL/2}{k} = \frac{PL}{2k}$$

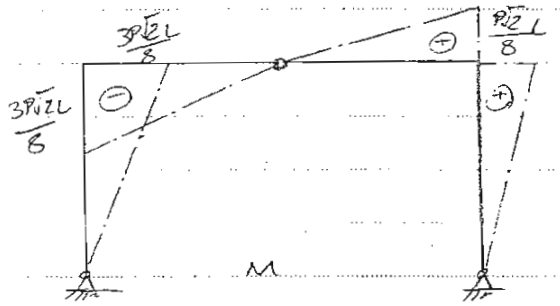
www.civil-eng.ir

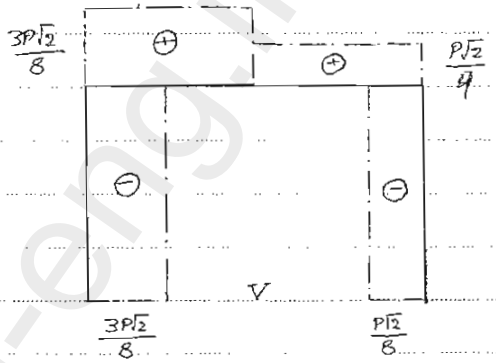
مثال: مطلوب است محاسبه تغییر مکان نقطه C در راستای خود.

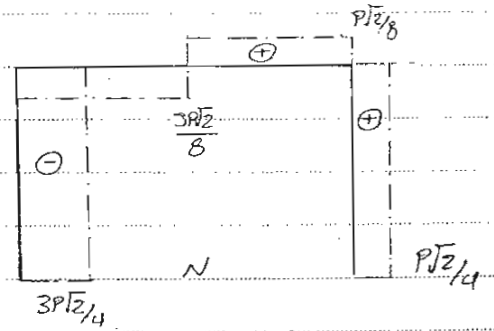
هزینه محاسبه N و M و V باید در نظر گرفته شود.

EI و EA و GA_s ثابت هستند.









$$\frac{P_x \delta_c}{2} = \left(\frac{P\sqrt{2}}{8}\right)^2 \left\{ \frac{1}{2EI}\left[\left(\frac{1}{3}(3L)^2 \cdot L\right)+\left(\frac{1}{3}(3L)^2 \cdot L/2\right)+\left(\frac{1}{3}(\ell)^2 \cdot \ell/2\right)+\left(\frac{1}{3}(\ell)^2 \cdot \ell + \right.\right.$$

$$\frac{1}{2EA}\left[6^2 \cdot \ell + 3^2 \cdot \ell/2 + 1^2 \cdot \ell/2 + 2^2 \cdot \ell\right] + \quad \leftarrow \sum \frac{N^2 \ell}{2EA}$$

$$\left.\left.\frac{1}{2GA_s}\left[3^2 \cdot \ell + 3^2 \cdot L/2 + 2^2 \cdot L/2 + 1^2 \cdot L\right]\right\} \quad \leftarrow \sum \frac{V^2 \ell}{2GA_s}$$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش کاستلیانو:

این روش بررسی روش کار حقیقی بوده و همان محدودیت لینیر بودن تحلیل یعنی محدود بودن به بارگذاری‌های صنعتی را هم دارا باشد. فقط در این روش می‌توان در صورت وجود بیش از یک تغییر مکان یا لنگر مجهولات را تغییر مکان محاسبه کرد.

$$W = U = \varepsilon \int P_i \cdot d\Delta_i \Rightarrow \partial U / \partial \Delta_i = P_i \quad (\text{I} \text{ قضیه})$$

$$W^* = U^* = \varepsilon \int \Delta_i \cdot dP_i \Rightarrow \partial U^* / \partial P_i = \Delta_i \quad (\text{II} \text{ قضیه})$$

انرژی مکمل

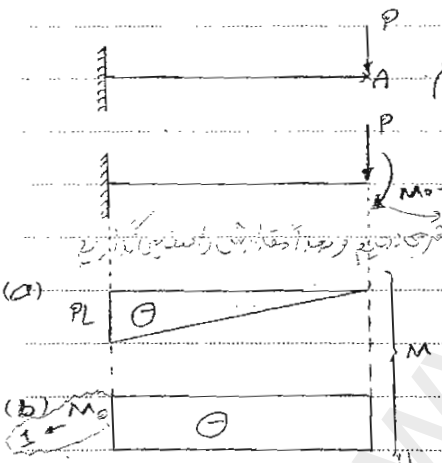
همچنین لطفاً نیز در سیستم‌های خطی و هم در سیستم‌های غیر خطی کاربرد دارد و در صورت خطی فرض کردن سیستم

رابطه‌ی II تبدیل خواهد شد به $U = U^*$ $\partial U / \partial P_i = \Delta_i$ سیستم‌های خطی

روش بالا در بعضی از این حالت نیست

مثال: مطلوب است θ_A.

در نقطه‌ی A لنگر نیست و در آن لنگری گذاریم



$$\theta_A = \begin{cases} \partial U / \partial M_0 \\ M_0 \to \phi \end{cases} \qquad U = \int \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$\theta_A = \frac{2}{2EI} \times \frac{1}{2} \times 1 \times PL \times L = \frac{PL^2}{2EI}$$

ضریب مثلث در مستطیل

علامت مثبت است

$(a+b)^2 = (a^2 + b^2 + 2ab)$

سطح ذوزنقه

سطح مثلث

سطح مستطیل

PL^2 ← سطح ▽ است بنابراین برسی شود سطح ▽ مستقل آن در $M\phi$

$a^2 \Rightarrow$ سطح مربع شود.

$b^2 \Rightarrow$ سطح □ است بنابراین برسی‌های مانند مستقل آن ضرب است

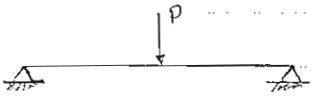
پس فقط $2ab$ موجود است.

در روش‌های لنگر سیت بودن یعنی هم جهت بودن (لنگر و دوران) و (نیرو و انتقال).

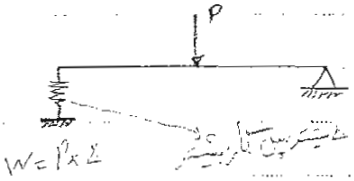
www.civil-eng.ir

Subject: هیپرستاتیک تنش برابر است با مرکز ثقل سطح زیر دیاگرام تغییر شکل
Year. Month. Date.

هرچه یک سیستم فنر، انعطاف پذیرتر باشد سیستم سخت‌تر خواهد بود. کارانجام شده یا انرژی کرنشی کشش خواهد یافت.

1: 

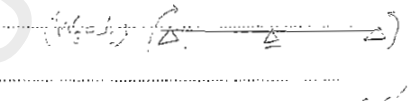
$(W_2 = U_2) > (W_1 = U_1)$

2: 

I)

II)

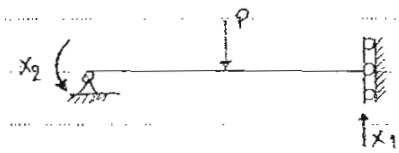
$(W_2 = U_2) = 4(W_1 = U_1)$



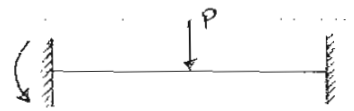
اگر یک فنر را جایگزین نماییم در هر سه حالت $(W = U)$ برابر می‌شود چون هیچ تاثیری بر آن نداشته و در نتیجه K برابر می‌شود.

مثال: مطلوب است M_A و M_B در حالتی که M_{in} شود.

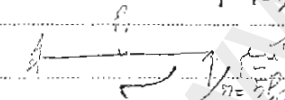
سیستم معادل را به سخت‌ترین حالت ممکن تبدیل می‌نیم تا



کمترین U یا W در سیستم بوجود آید.



$x_2 = \frac{PL}{8}$ $x_1 = P/2$

مثال: 

چون متقارن است نصف تیر را در نظر می‌گیریم

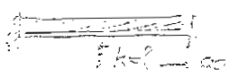
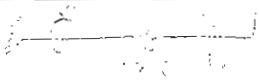
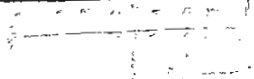
روش دوم: چون انرژی کرنشی است همواره مثبت است مهم کردن آن یعنی M_{in} بودن آن.

$U = f(P, M_1, M_2)$

$$\begin{cases} \partial U/\partial M_1 = 0 \longrightarrow \theta_1 = 0 \\ \partial U/\partial M_2 = 0 \longrightarrow \theta_2 = 0 \end{cases}$$

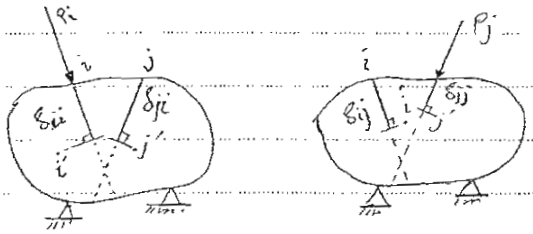
$u_2 = \frac{PL}{8}$ $x_1 = P/2$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

قضیه ماکسول - بتی :



δ_{ij} تغییر مکان نقطه i بار گذاری در نقطه j

کار حاصل از نیروهای دستگاه i طی تغییر مکانهای دستگاه j مساوی است با کار نیروهای دستگاه j طی تغییر مکانهای i .

$$\sum P_i \cdot \frac{\delta_{ii}}{2} + \sum P_j \cdot \frac{\delta_{jj}}{2} + \sum P_i \cdot \delta_{ij} = \sum P_j \cdot \frac{\delta_{jj}}{2} + \sum P_i \times \frac{\delta_{ii}}{2} + \sum P_j \cdot \delta_{ji} \quad (I$$

$$\Rightarrow \sum P_i \cdot \delta_{ij} = \sum P_j \cdot \delta_{ji}$$

توجه بشود که ضریب $\frac{1}{2}$ برای دستگاهی که به صورت تدریجی است اما در عبارت باقی مانده در چپ و راست تساوی ضریب $\frac{1}{2}$ را ندارند چون نیروی دستگاه و تغییر مکان آن از دستگاه دیگر است پس به صورت تدریجی نیست، در واقع هر دو مقدار ثابت و تغییر مکان به اندازه نهایت خود رسیده اند.

- این قضیه محدود به سیستم های خطی است و با استفاده از اصل جمع آثار نتیجه می دهد.
- این قضیه فقط برای یک سازه است و در استفاده برای دو سازه، سازه ها باید مشخصات یکسانی داشته باشند.

اگر فقط یک نیرو داشته باشیم : $P_i \cdot \delta_{ij} = P_j \cdot \delta_{ji} \Rightarrow \frac{P_i}{\delta_{ji}} = \frac{P_j}{\delta_{ij}}$

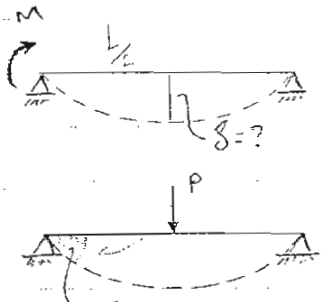
$k_{ij} = k_{ji}$	تقارن ماتریس سختی
$F_{ij} = F_{ji}$	تقارن ماتریس نرمی

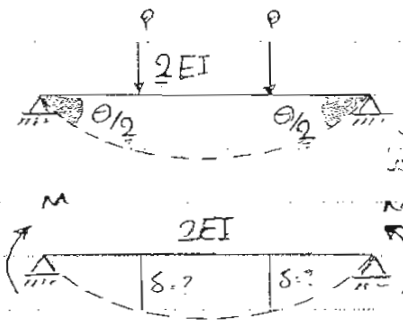
δ_{ij} ← نقطه مورد نظر ، ← بارگذاری

k_{ij} : نیروی لازم در i برای ایجاد تغییر مکان واحد در j .

F_{ij} : تغییر مکان یک دستگاه در i تحت اثر نیروی واحد در j .

www.civil-eng.ir



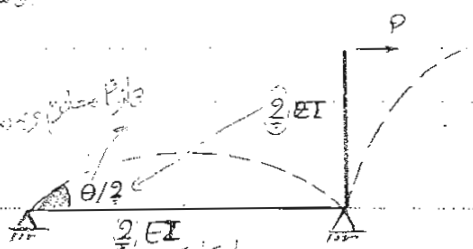


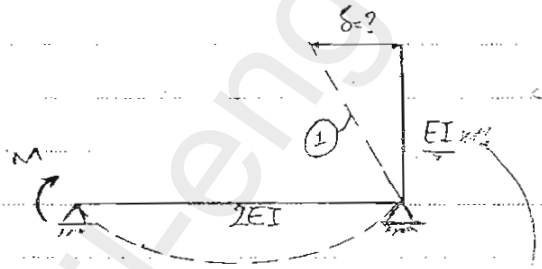
EI هر دو را یکسان کرده
سقف را طوری تعیین کنید
که δ در EI و δ در EI
برابر شود

از استدلال زیر داریم $\frac{PL^2}{16EI}$

$M \times \frac{PL^2}{16EI} = P \times \delta \quad \delta = \frac{ML^2}{16EI}$

$2 \times P \times \delta = M \times \theta/2 \times 2 \quad \delta = \frac{M\theta}{2P}$

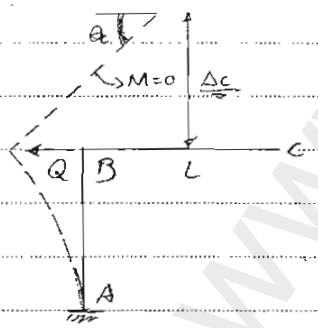


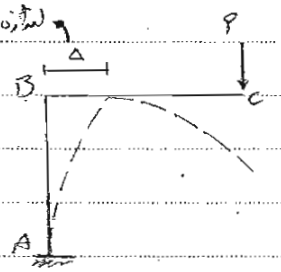


چون بعضو چرخش نشده است یعنی تأثیر در معادله ی ندارد. و واقع آن تحت عمل است
وی تولیدش آن را 2EI یا هر مقدار دلخواهی فرض کنیم
وی شکل سیت چپ می شود

$P(-\delta) = M(-\theta/2)$

$\delta = \frac{M\theta}{2P}$





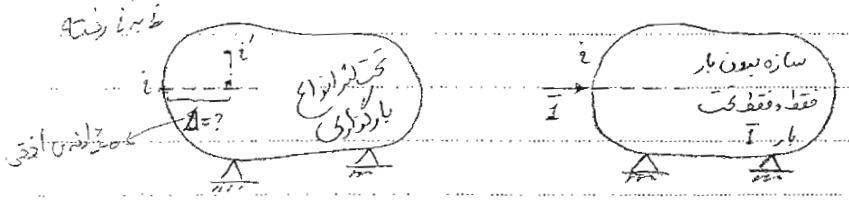
$\theta_c = \frac{\Delta c}{L} \qquad Q(-\Delta) = P(-\Delta c) \Rightarrow \Delta c = \frac{Q\Delta}{P} \; ; \; \theta_c = \frac{Q\Delta}{PL}$

www.civil-eng.ir

Subject:
Year Month Date ( )

روش کارمجازی: عمومی ترین روش

عمومی ترین روش برای محاسبه تغییر شکل‌ها تحت اثر بارهای متمرکز و غیرمتمرکز روش کارمجازی است که محدود به سیستم‌های خطی رفتار می‌باشد.



(سیستم واقعی) (سیستم مجازی)

کلیات تئوری مورد استفاده ← ابتدا سیستم را حاوی اثر مجازی در نظر می‌گیریم

کار حاصل از نیروهای مجازی وارده = انرژی حاصل از نیروهای داخلی مجازی در تغییر مکان‌های واقعی / تغییر شکل‌های واقعی

$$\underbrace{\bar{1}\cdot\Delta + \sum \bar{R}\cdot\delta}_{\text{کار}} = \underbrace{\sum\int \frac{\bar{N}\cdot N}{EA}dx + \sum\int \frac{\bar{M}M}{EI}dx + \sum\int \frac{\bar{V}V}{GA_s}dx + \sum\int \frac{\bar{T}T}{GJ_e}dx}_{\text{انرژی (تغییر شکل واقعی)}} + \underbrace{\sum\frac{P\bar{P}}{K} + \sum\frac{M\bar{M}}{K} + \sum\bar{N}\cdot e + \sum\int \bar{N}\cdot\alpha\cdot\Delta T\cdot dx + \sum\int \bar{M}\frac{\alpha\Delta T^*}{h}dx}_{\text{دوران}}$$

عکس‌العمل‌های مجازی ↓ — نت‌های واقعی

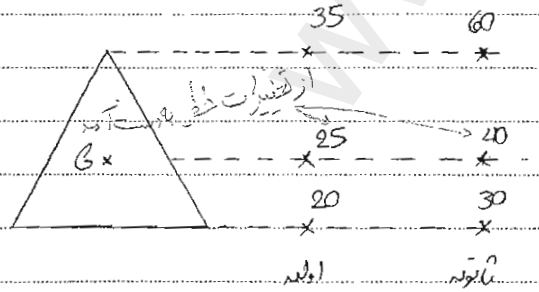
تغییر شکل‌های میانبار

ΔT^* & افزایش‌های پائین نسبت به بالای جمع = نسبت (-)

ΔT: ⊕ افزایش، ⊖ کاهش

ΔT^*: ⊕ افزایش پائین نسبت به بالا، ⊖ کاهش پائین نسبت به بالا

دوران = $\frac{\alpha \times \text{تغییر حرارت پائین نسبت به بالا} \times \bar{M}}{h}$ ← اختلاف تغییر طول پائین نسبت به بالا ← تغییر طول



برای میانبار

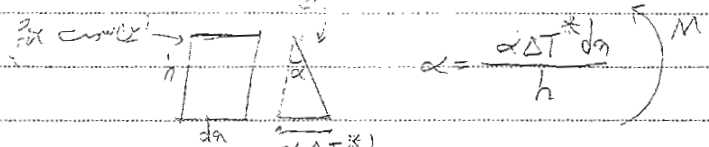
$\Delta T = 40 - 25 = 15$

$\Delta T^* = (30-60) - (20-35) = -15$

اختلاف پائین و بالا

ΔT بابت تغییر طول

ΔT^* بابت دوران

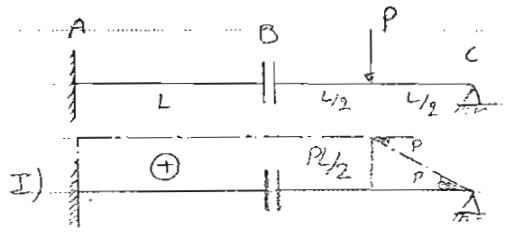


PqPCO

www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: مطلوب است: تغییرمکان تحت بار نقطه B در EI=cte
۲ تغییرمکان نسبی نقاط B و C (راستای CB)

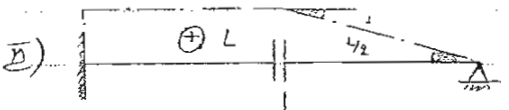


روش سطح ها کاربرد ندارد نیست

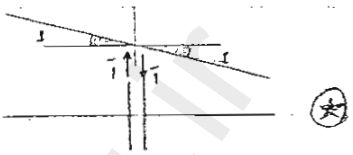
I)

نیروی لا خودسیستم

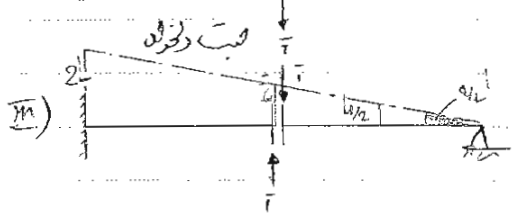
II)



برای سؤال I



III)



برای سؤال II

- تغییرمکان تحت بار نقطه B: (شکل های II و I)

$$1 \cdot \Delta_{BR_y} = \varepsilon \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx = \frac{1}{EI}\left(1 \times \frac{PL}{2} \times L \times L + \frac{PL}{2} \times \frac{L+L/2}{2} \times L/2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{PL}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2}\right)$$

(مساحت ذوزنقه) (مساحت مثلث از A تا P) (مساحت مثلث از P تا C)

- تغییرمکان نسبی نقاط B و C: (شکل های III و I)

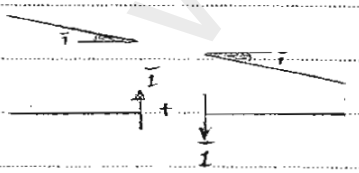
$$1 \cdot \delta_{BR/L} = \varepsilon \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{PL}{2} \times L/2 + \frac{PL}{2} * \frac{2+1/2}{2} \times 3L/2\right)$$

(مساحت مثلث از A تا C) (مساحت ذوزنقه)

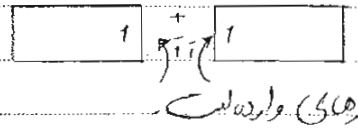
نکته: قبلی تغییرمکان مطلق یک بار ولتی کنیم ولی برای تغییرمکان نسبی ۲ بار وارد کنیم.

وقتی در حتی از سازه دو بار به صورت شکل ⊛ وارد کنیم تیپ دوان تقطه بلندازه ی بار وارده است. با توجه به

جهت بسم نحوه ی تحلیل سازه ی تقسیم شکل بالا را به دو شکل زیر تجزیه کنیم.



در واقع تحت دو بار پایین، تغیر پایین و تحت چپ بار بالا تغیر بالا است.



در مورد تیر هم همین طور است جایی که دو تیر به صورت مثال نجه

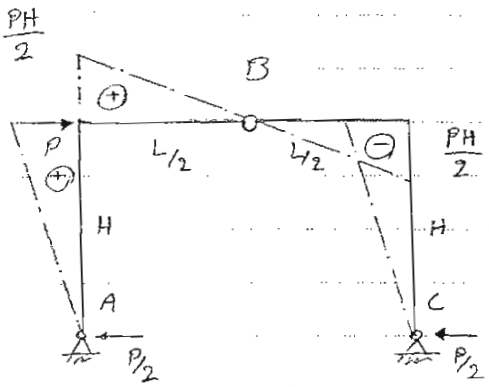
داشته باشیم برای بدست دوران نسبی میزان اندازه سختی تقطه به اندازه ی تیرهای وارد است.

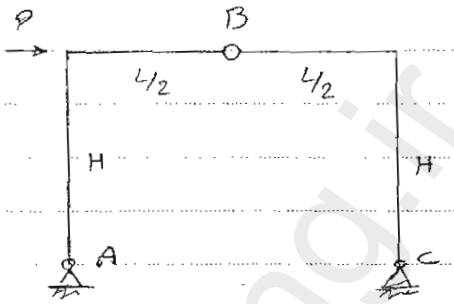
www.civil-eng.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: مطلوب است

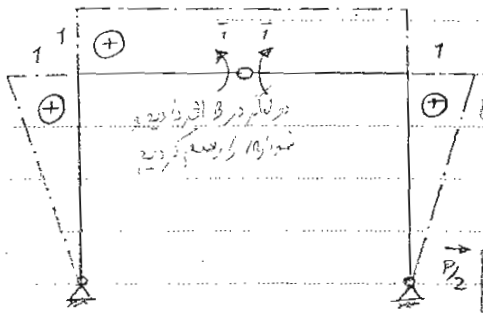
۱) دوران نسبی در مفصل B ۲) میزان نزدیک شدن A و B





EI = ثابت

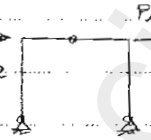
۱) دوران نسبی در مفصل B:



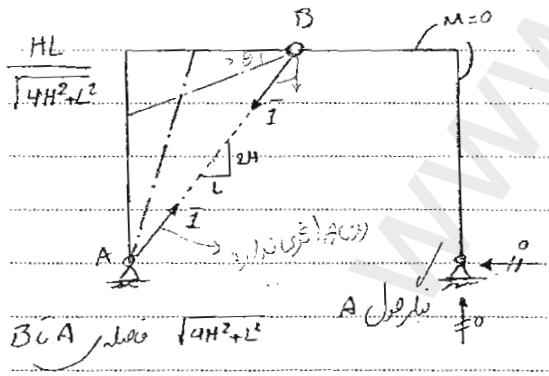
مرتکب در B افزایش یعنی تغییر زاویه

دو مثلث با حالت مختلف هم

$$\bar{1} \cdot \theta_{BR/L} = \varepsilon \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx \Rightarrow \theta_{BR/L} = 0$$



سیستم دارای تقارن هندسی محدودیت پس $\theta_{BL} = \theta_{BR}$



$\bar{1}$ مولفه قائم $= \frac{2H}{\sqrt{4H^2+L^2}}$ برابر با

کوپل حاصل از $\bar{1}$ قائم $= \frac{2H \times L/2}{\sqrt{4H^2+L^2}}$

۲) میزان نزدیک شدن A و B

Fix A
بین نقاط
حرکت B نسبت
است ثابت
طبیعی

$$\bar{1} \cdot \delta_{B/A} = \varepsilon \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx$$

ضرب حاصل از سطح در مقدار

$$= \frac{1}{EI} \times \frac{1}{3} \left[\frac{LH}{\sqrt{4H^2+L^2}} \times \frac{PH}{2} \left[-H - L/2 \right] \right]$$

واحد در مقدار

حاصل منفی شده یعنی دو نقطه از هم دور می‌شوند.

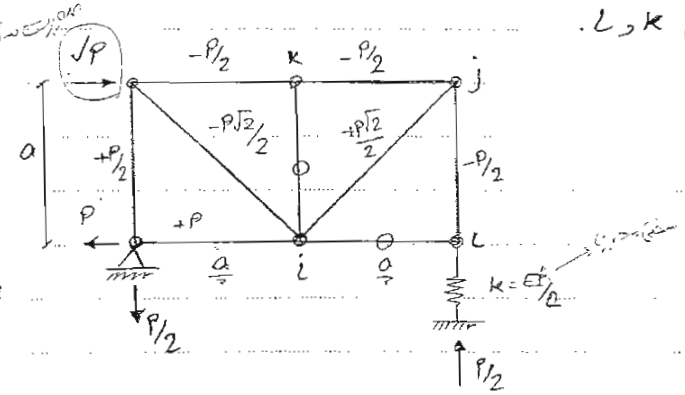
www.civileng.ir

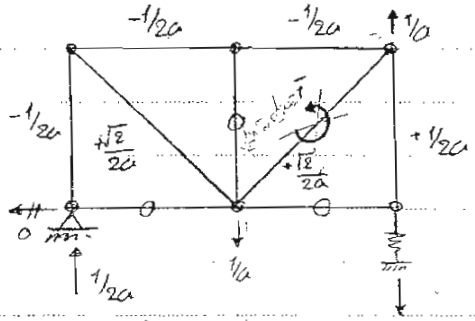
Subject:
Year. Month. Date. ( )

126

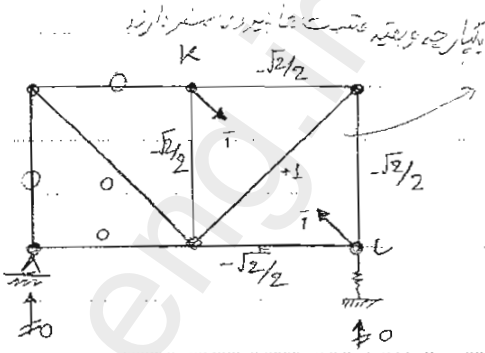
مثال: مطلوب است دوران مقطع i و نزدیک شدن k و l.

ابتدا فنر را از خط جدا می‌کنیم.





برای دوران i



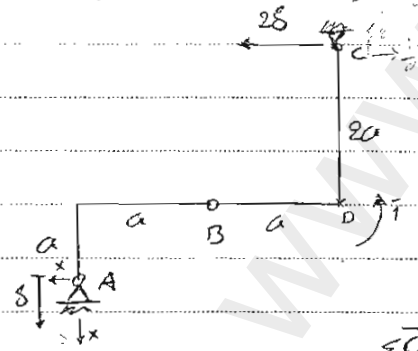
یک سیستم با یکبار حرکت و یقید حرکت ها بیرون صفر دارند

توجه: ابتدا سیستم خارجی را از عناصر جدا کرده و سپس با اعمال حرکت صلب

آنگاه اعضا نیز دچار تغییر شکل می‌شوند.

شکل جهت شکل یافته

$$\theta_i = \sum \frac{N\bar{N}}{EA}\,l + \sum \frac{P\bar{P}}{K} = \frac{P}{EA/2} = \frac{P}{4EA}$$ ← جهت ساعتگرد



مثال: اگر تکیه‌گاه A به اندازه Δ به پایین و تکیه‌گاه D به اندازه 2Δ به پایین نشست کند، مطلوب است دوران نقطه D.

با نشاندن یک غیر مستقیم در سیستم یعنی ایجاد تغییر شکل

$$\bar{R}\cdot\delta + \bar{1}\cdot\theta_D = \phi$$

$$\sum M_C = 0 \quad 1 + X\cdot 2a - X\cdot 3a = 0 \quad \Rightarrow X = +1/a$$

$$\bar{1}\cdot\theta_D = -\left[1/a \times \delta - 2\delta \times 1/a\right] = +\delta/a$$

غیر هم جهت هم جهت

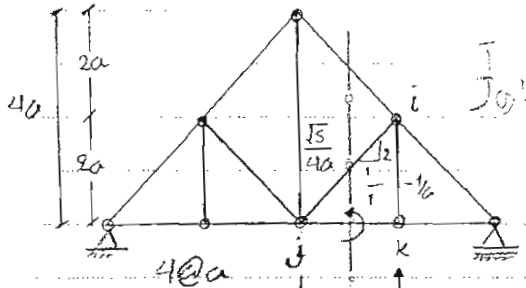
دوران‌های غیر مستقیم به شکل دقیق هم نیستند

PAPCO

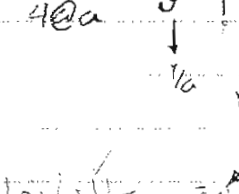
$$\theta_{i/L} = \sum \frac{N\bar{N}}{EA}\,l = \frac{1}{EA}\left(-\sqrt{2}P\right)\left(-\sqrt{2}\right)(\sqrt{2}a) + (-P)(+P\sqrt{2})(\sqrt{2}a) = \frac{P}{EA}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

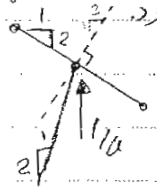
مثال: اگر عضو ij به اندازه e کوتاه‌تر ساخته شود



مطلوب است دوران عضو jk.



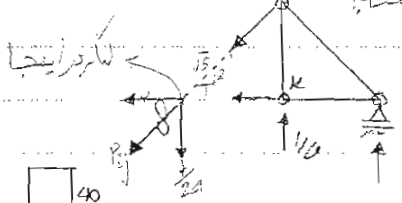
دو تا تصویر کردن یادت نره که حلش سخت‌تر!



$\bar{1} \times \theta_{kj} = \Sigma \bar{N} \cdot e = -e \cdot \frac{\sqrt{5}}{4a} = \frac{-e\sqrt{5}}{4a}$ جهت برعکس

توجه شود که تعادل نیست به خود محور نوشته شود.

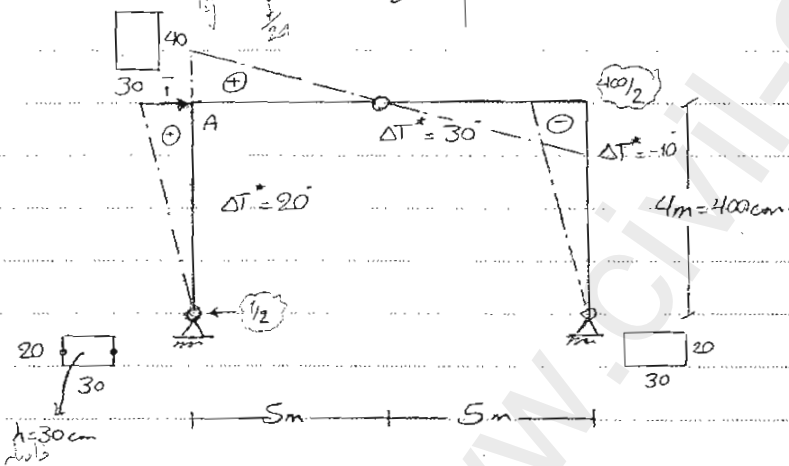
در بقیه مسائل به تقری وسط الحصر رفع نمودیم اما این طوری نیست. باید به این توجه شود.



نگاه در اینجا

$\frac{2}{\sqrt{5}} P_{ij} = \frac{1}{2a} \quad P_{ij} = \frac{\sqrt{5}}{4a}$

مثال: مطلوب است دوران افقی تیر.



ابعاد به cm است. $\alpha = 1 \times 10^{-5}$

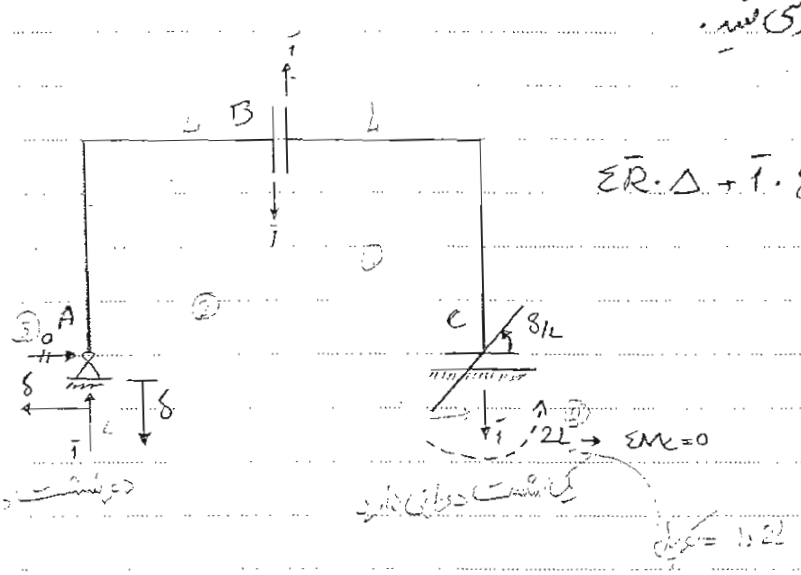
$\bar{1} \cdot \delta_{Ax} = \Sigma \int \frac{\alpha \Delta T^* M}{h} dx$

$= \frac{1\times10^{-5}\times20}{\text{ثابت }30} \times \underbrace{\frac{400}{2}}_{\text{مساحت زیر نمودار}} \times \underbrace{400/2}_{\text{فاصله مرکز سطح تا دورانگاه}} = \frac{1\times10^{-5}(-10)}{30} \times \frac{400}{2} \times \frac{400}{2} = +4/30 \text{ cm}$

جون سطح زیر نمودار منفی

www.civil-eng.ir

مثال: تغییر شکل B تحت لنگر واحد را بدست آورید.



$$\sum \bar{R}\cdot\Delta + \bar{1}\cdot\delta_{BR/L} = 0 \quad \delta_{BR/L} = -\sum \bar{R}\cdot\Delta$$

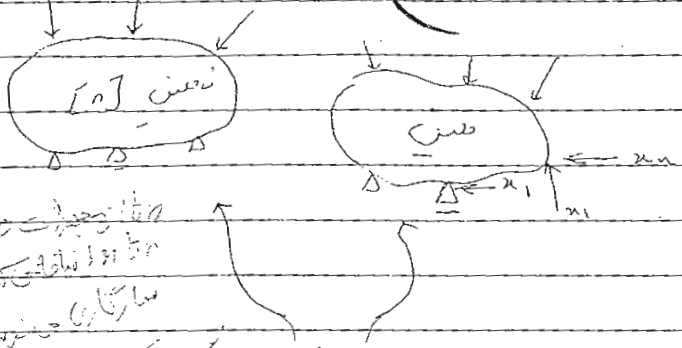
$$\delta_{BR/L} = -\left[-1\times\delta + \frac{\delta}{L}\times 2L\right]$$

$$\delta_{BR/L} = -\delta$$

www.civil-eng.ir

روش کلی نیرو برای حل سازه‌های نامعین :

همیشه حفظیات جواب گویست.



سازه معین و سازه نامعین هر دو با بارگذاری یکسان و در حالت تعادل هستند.

$\Delta_i = \delta_i \quad i = 1, 2, \dots, n$

صفر ← اگر جزء تکیه‌گاه

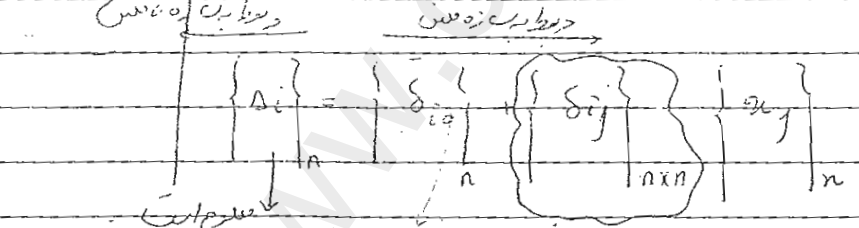
شیب یا تغییر مکان ← اگر جزء تکیه‌گاه نباشد

برای نامعینی که فقط n حالت دارد

$-x_i/k$ ← اگر جزء فنر

اصل جمع آثار برای معین

$\Delta_i = \delta_{i0} + \sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} x_j$



Δ_i : تغییر مکان مقید نام در سازه نامعین

δ_{i0} : تغییر مکان مقید نام در سازه معین تحت بارگذاری خارجی

δ_{ij} : تغییر مکان مقید نام در سازه معین تحت واحد نیروی $x_j = 1$ فقط

* δ_{ij} و δ_{i0} را می‌توان به روش‌های کلاسیک از جمله روش کار مجازی به راحتی محاسبه کرد.

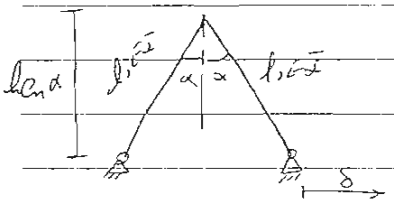
www.civil-eng.ir

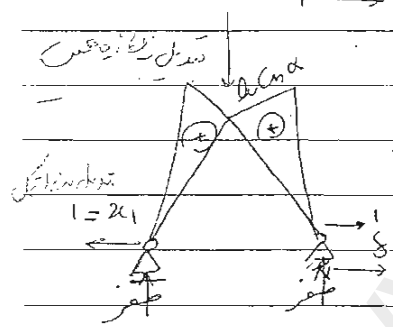
Date

Note book

$$1 \times \delta_{i0} + \sum R_i \delta_0 = \sum \int \frac{N_i N_0}{EA} dx + \sum \frac{P_i P_0}{k} + \sum \frac{m_i M_0}{k} + \sum N_i \varepsilon_0 + \sum \int N_i (\alpha T)_0 dx + \sum m_i \left(\frac{\alpha T_0^*}{h}\right) dx$$

$$1 \times \delta_{ij} = \sum \int \frac{N_i N_j}{EA} dx + \frac{P_i P_j}{k} + \frac{m_i M_j}{k}$$





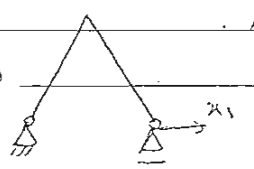
$$\Delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} x_1$$

$$\Delta_1 = 0$$

$$\delta_{10} = \delta$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{m_1 m_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \times \frac{1}{3} (l\cos\alpha)^2 \times l \times 2$$

$$\Delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} x_1 \Rightarrow 0 = -\delta + \frac{2 l^3 \cos^2\alpha}{3EI} x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{3EI\delta}{2 l^3 \cos^2\alpha}$$



$$\Delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} x_1$$

$$\Delta_1 = +\delta$$

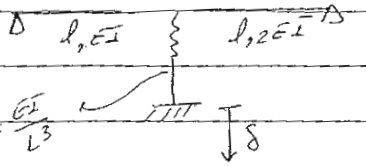
$$\delta_{10} = 0 \quad , \quad \delta_{11} = \text{ماندگی}$$

$$\Rightarrow \delta = 0 + \frac{2 l^3 \cos^2\alpha}{3EI} x_1$$

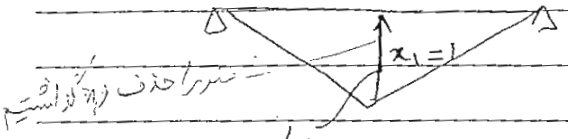
$$\Rightarrow x_1 = \text{ماندگی}$$

www.civil-eng.ir

مثال: عکس العمل فنر را بدست آورید.



سازه فوق یک بار مجهول دارد که عکس العمل فنر می باشد.



در سازه اصلی حذف زائد را با چه چیزی جایگزین کرده ایم؟ ← تغییر مکان فنر را داشتیم.

$$\Delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} x_1 \quad (1)$$

Δ_1: تغییر مکان فنر در سازه اصلی

$\Delta_1 = \frac{x_1}{K} = \frac{x_1}{EI/L^3} = \frac{x_1 L^3}{EI} = \delta$

δ_{10}: تغییر مکان فنر در اثر بار خارجی $= 0$

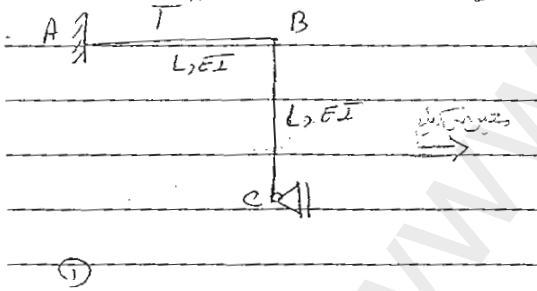
δ_{11}: تغییر مکان فنر در اثر $x_1 = 1$

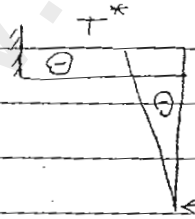
$$\delta_{11} = \sum \int \frac{m_1 M_1}{EI} dx = \frac{1}{3}\left(\frac{L}{2}\right)^2 \frac{L}{2}\left(\frac{1}{EI} + \frac{1}{2EI}\right) = \frac{L^3}{8EI}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{-x_1}{EI/L^3} \delta = 0 + \frac{x_1 L^3}{8EI} \Rightarrow x = \frac{8EI\delta}{9L^3}$$

جهت x_1 را فرض مثبت در نظر گرفتیم که با جهت فرض شده در شکل یکی است.

مثال: تغییرات عکس العمل تکیه گاه در اثر تغییر T^* چند است؟





$$\Delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} x_1$$

$\Delta_1 = 0$ نقطه تکیه گاه

δ_{10}: تغییر مکان فنر در اثر عضو تحت T^*

$$\delta_{10} = \sum \int m_1 \left(\frac{\alpha T^*}{h}\right) dx = \frac{\alpha T^*}{h}(L \times L) = \frac{\alpha T^* L^2}{h}$$

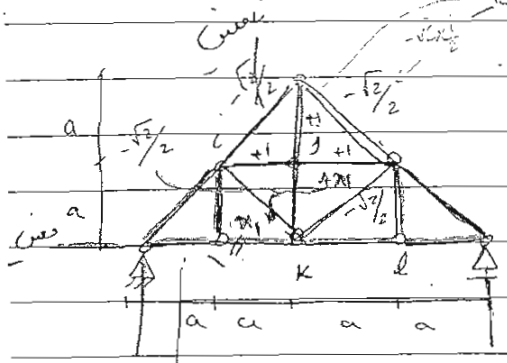
$$\delta_{11} = \frac{L^3}{3EI} + \frac{L \cdot L}{EI} L - \frac{4}{3}\frac{L^3}{EI}$$

$$\text{روش سطح}: \frac{L}{EI}\left[L^2 \times L + \frac{1}{3} L^2 \times L\right] = \frac{4}{3}\frac{L^3}{EI}$$

$$(1) \Rightarrow 0 = \frac{\alpha T^* L^2}{h} + \frac{4L^3}{3EI} x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{3EI\alpha T^* L}{4h}$$

www.civil-eng.ir

مثال: اگر عضو kl به اندازه αT گرم شود تغییر عضو kl را بدست آورید. EA ثابت است.



با روش نیروی مستقیم میله‌ها را از میله‌های اضافی برش می‌دهیم.

میله kl را برش می‌دهیم $\Rightarrow P_{kl} = 0$

$\Delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} x_1$

$\Delta_1 = 0$ قطع عضو kl

$\delta_{10} = \sum N_1 (\alpha T)_0 L = 1 \times \alpha \times T \times a = \alpha T a$

$\delta_{11} = \sum \frac{N_1 N_1 L}{EA} = \frac{1}{EA}\left[1\times1\times a\times1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}a\times1\right]$

$= \frac{a}{EA}(1+2\sqrt{2})$

$x_1 = \frac{EA\alpha T}{1+2\sqrt{2}}$

روش سختی برای حل سازه‌های نامعین:

نرمی: مجهولات: نیرو ← تعداد مجهولات: درجه نامعینی ← معادلات سازگاری

سختی: مجهولات: جابجایی ← تعداد مجهولات: درجه آزادی ← معادلات تعادل

درجه نامعینی

تعریف درجه آزادی گره‌ها: (در صفحه)

درجه آزادی یک سازه عبارت است از مجموع درجات آزادی گره‌ها که تعیین کننده آن سازه است.

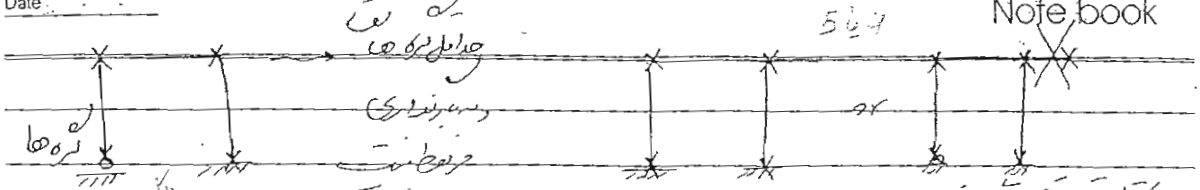
گره‌ها تعیین یک شاخص عبارت است از حداقل مختصاتی که برای تعریف هندسه سازه نیاز است.

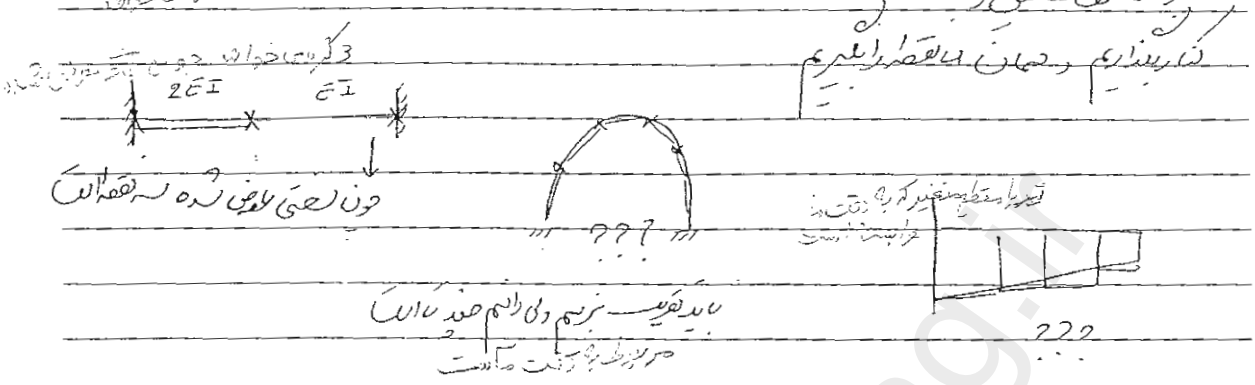
مورد نظر: استفاده از اعضای مستقیم و قطع آنها ضروری است.

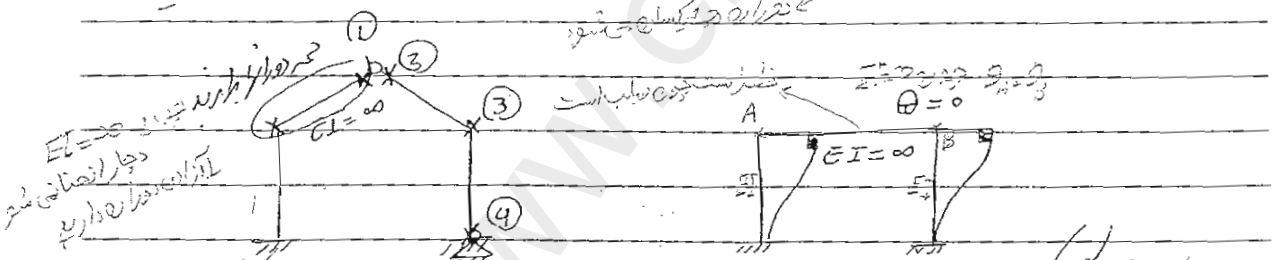
www.civil-eng.ir

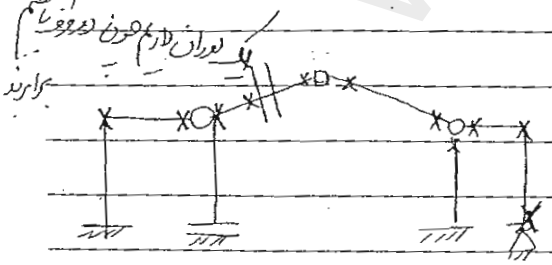
Date

Note book







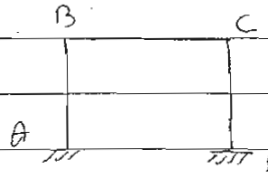


www.civil-eng.ir

ILIA

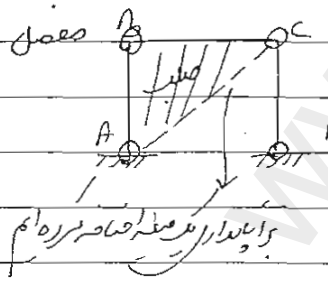
Date

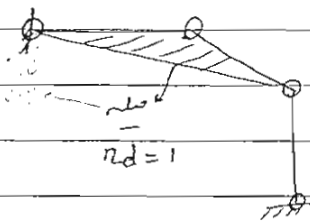
Note book

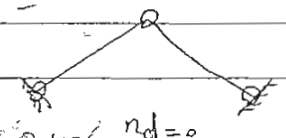


$n_r = 2$

$n_d = 4 \left(\delta_{Bx}, \delta_{By}, \delta_{Cx}, \delta_{Cy} \right)$ ← Fix B → A



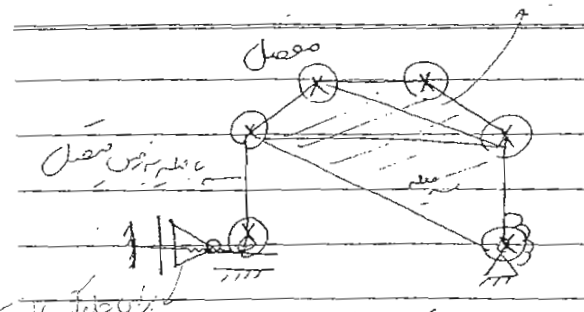




www.civileng.ir

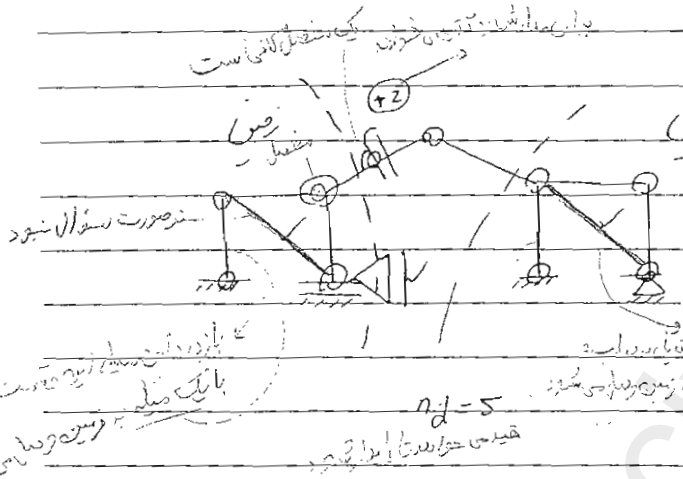
Date

Note book



$n_r = 6$

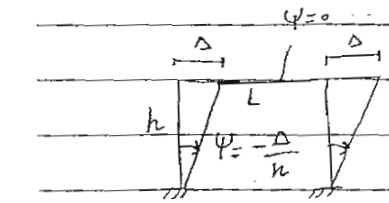
$n_j = 4$ = مفصل + ۲ میله



$n_d = 5$

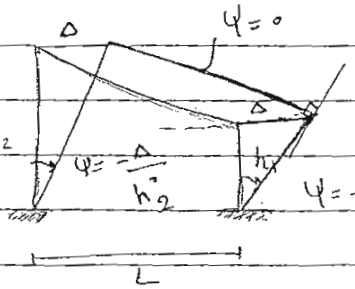
حل هندسی دهانه‌ها:

حول محورهای عمود بر صفحه دوران صفحه‌ای اعضا (θ‌ها) و دوران اعضا (ψ‌ها) می‌باشد. حل هندسی دهانه‌ها در حالت کلی از تبدیل نرم‌ها به دوران‌های اعضا (ψ‌ها) می‌باشد.



$n_d = 1$

تبدیل Δ به ψ



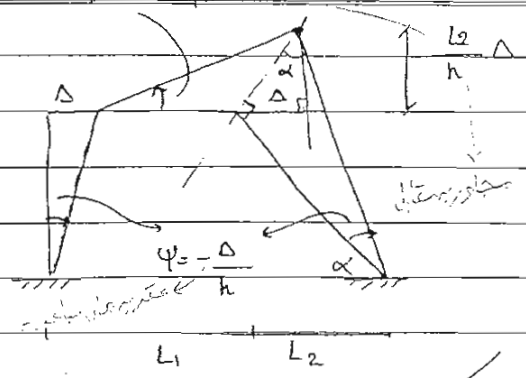
$n_d = 1$

www.civil-eng.ir

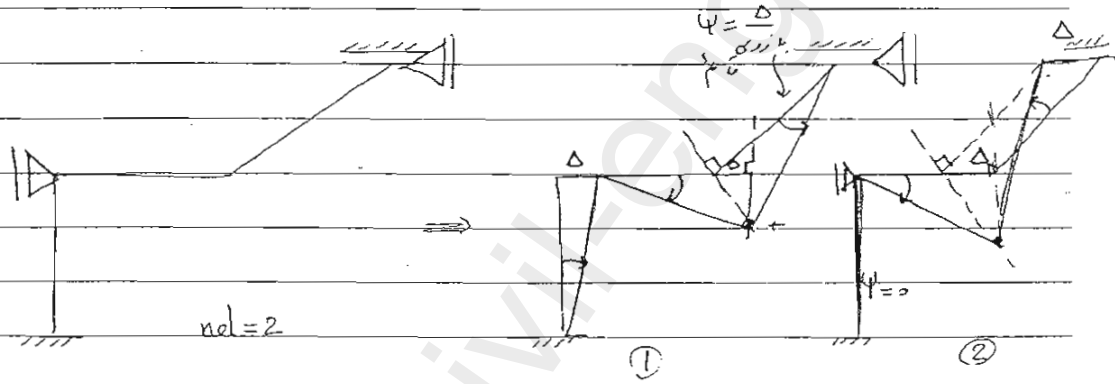
Date

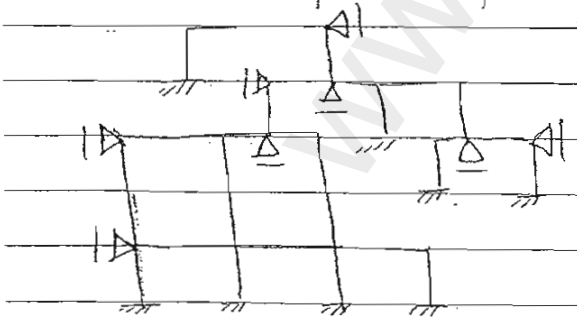
Note book

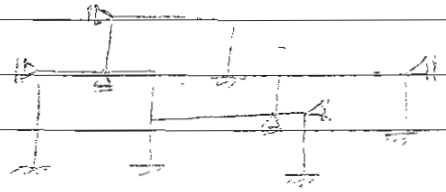
$\psi = + \frac{L_2 \Delta}{L_1 h}$



نکته: سیستم‌هایی که درجه آزادی دینامیکی آن‌ها فقط تابع Δ است $n_d = 1$







$nd = 8$

$nd = 6$

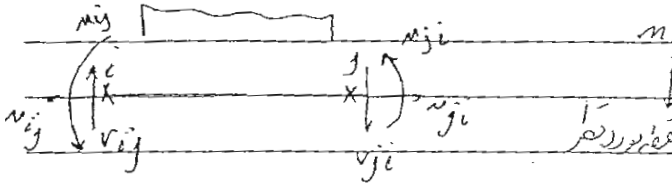
www.civileng.ir

Date

Note book

روابط شیب افت :

M^+ : ممان وسط دهانه تیر ساده دارای بار گسترده یکنواخت



قضایای انرژی سطح را برای حل کنیم به روش شیب افت در زیر

روابط اصلی شیب افت (دقیق) $\rightarrow$ $m_{ij} = m^F_{ij} + \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\psi)$ حفظ شود

روابط کلی شیب افت (دقیق) $\rightarrow$ $V_{ij} = \frac{m_{ij} + m_{ji}}{L} + V_{ij(0)}$ با کمک گیری از به دست آید

m^F_{ij} : لنگر گیرداری انتهای i عضو ij تحت بارهای خارجی وارد بر دهانه عضو

$V_{ij(0)}$: برش انتهای i عضو ij تحت بارهای خارجی وارد بر دهانه عضو

اگر یک سر مفصل باشد

حفظ شود

$m_{ij} = \overline{m}^F_{ij} + \frac{1.5EI}{L}(2\theta_i - 3\psi)$

رابطه اصلاح شده شیب افت (دقیق)

$\hookrightarrow m_{ji} = 0$ چون

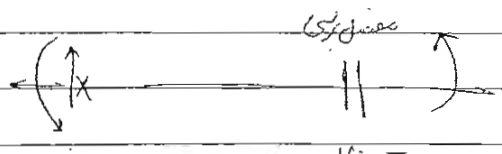
بنابراین تعداد روابط اصلاح شده برای انتهای مفصلی عضو ij که خود دارای آزادی دوران است برابر

به عنوان آزادی مورد مجهول در نظر گرفته می‌شود. پس هم تعداد مجهولات کاهش می‌یابد.

$\overline{m}^F_{ij}$: لنگر گیرداری انتهای i عضو ij تحت بارهای خارجی وارد بر عضو دارای

مفصل در انتهای i

www.civil-eng.ir



$V_{ji} = 0$ حفظ شود

$$m_{ij} = \overline{\overline{MF}_{ij}} + \frac{EI}{L}(\theta_i - \theta_j)$$ (معادله اصلاح شده شیب)

[illegible]

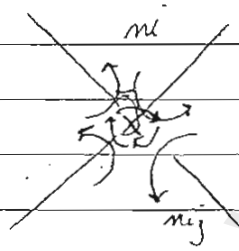
$\overline{\overline{MF}}_{ij}$ لنگر دوسر اتنهای تیر عضو ij تحت بارهای خارجی با فرض دوسر ساده و مفصل بودن عضو ij

معادلات تعادل دورش می‌باشد:

به تعداد درجه آزادی دوران تعادل دورانی (معادله تعادل نوشته می‌شود به تعداد آزادی‌های انتقالی

معادله تعادل انتقالی (معادله برش) نوشته می‌شود.

الف) معادلات لنگر



لنگر شیب‌افت: لنگری در انتهای عضو که جهت عقربه‌ای دارد

لنگری که جهت عقربه‌های ساعت دارد

$$\sum_j m_{ij} = m_i$$

طبق این معادله مجموع لنگرهای انتهایی که عضو متصل به گره i با گره خارجی منتقل می‌کند

www.civileng.ir

ILIA

Date ....

Note book

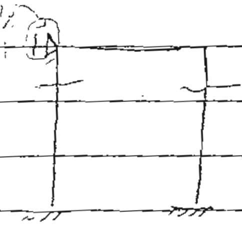
معادلات برش

برای معادلات برش هم نیروی محوری ... نوشته می‌شود به جهت معادله‌ی برش ... [illegible]

اولاً: نیروی محوری اعضا در معادلات ظاهر می‌شود. (چون V و M را بر حسب θ و ψ ... [illegible])

ثانیاً: درجات آزادی انتقال در معادلات تعادل برش ... ظاهر می‌شوند.

مثال

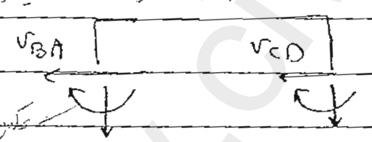


برای نوشتن معادلات تعادل برش به درجه آزادی ... [illegible]

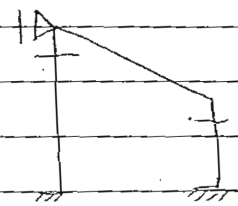
می‌گیریم ... اعضا را ... تا بتوانیم ... [illegible]

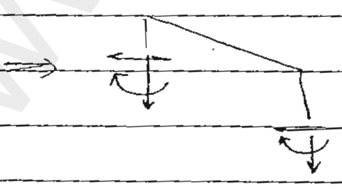
$\Delta_1 = 1$

جهت نیروی عضو ... [illegible]

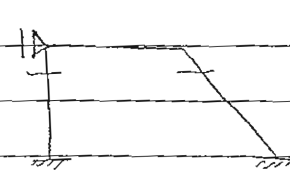


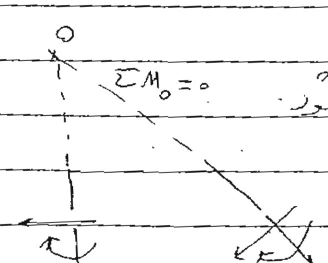
$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{BA} + V_{CD} =$





$\sum F_x = 0 \Rightarrow$





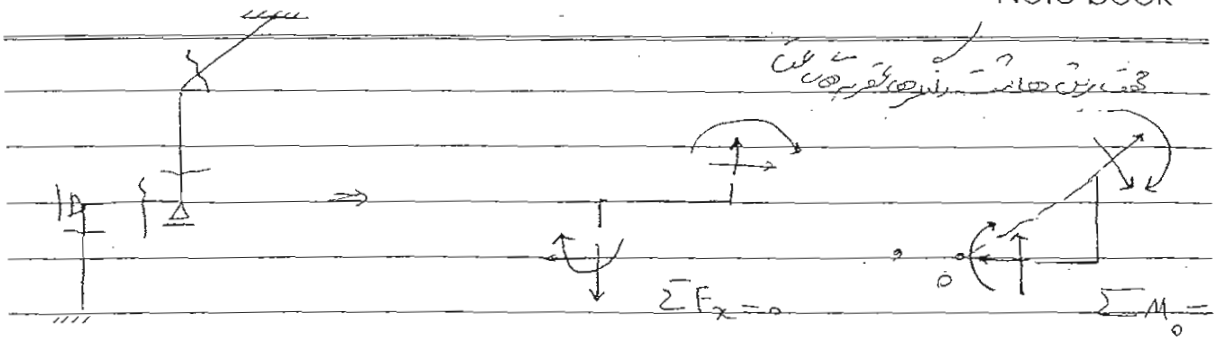
$\sum M_o = 0$

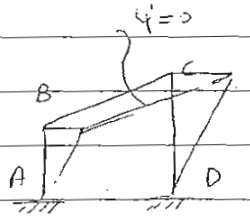
چون $\sum M_o = 0$ ← نیروی محوری ظاهر می‌شود

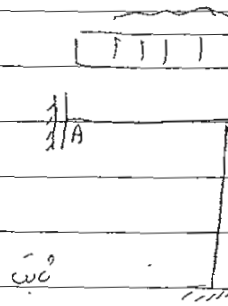
جهت نیروها اینجا بسیار مهم است

Date

Note book







www.civil-eng.ir

$\overline{MF}_{BA} = \frac{9L^2}{3}$ — B را ببندد و A لازم نباشد باشد

$\overline{MF}_{BA}$

$\frac{9(2L)^2}{12} - \frac{9L^2}{3}$

$\frac{9L^2}{12}$ $\frac{9L^2}{12}$ + $\frac{9L^2}{4}$ $\frac{9L^2}{4}$

$\frac{9L}{2}$ ↑

$\overline{MF}_{BC}$

$\overline{MF}_{BC} = \frac{9L^2}{8}$

$\frac{9L^2}{8}$

$$\left(\frac{9L^2}{3} + \frac{EI}{L}(\theta_B)\right) + \left(\frac{9L^2}{8} + \frac{1.5EI}{L}(2\theta_B)\right) + \left(\frac{2EI}{L}(2\theta_B)\right) = 0$$

m_{BA} m_{BC} m_{BD}

$$\Rightarrow \theta_B = +\frac{59L^3}{192EI}$$

H_A H_C m_{BA} m_{BC} m_{BD}

$\frac{379L}{192}$ $\frac{47L}{192}$ $\frac{9L}{2}$ $\frac{30L}{192}$ $\frac{109L^2}{192} = \frac{1}{2} m_{BD}$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2 - \frac{47L}{192} = \frac{337L}{192}$$

$$m_{BA} = \frac{-59L^2}{192}$$

$$m_{BC} = \frac{+39L^2}{192}$$

$$m_{BD} = \frac{+20L^2}{192}$$

$$m_{AB} = \overline{MF}_{AB} + \frac{EI}{L}(\theta_A - \theta_B) = \frac{-9L^2}{12} + 6\frac{EI}{L}\left(\frac{-59L^3}{192EI}\right) = -\frac{37L^2}{192}$$

$\frac{9L^2}{12} - \frac{9L^2}{4}$

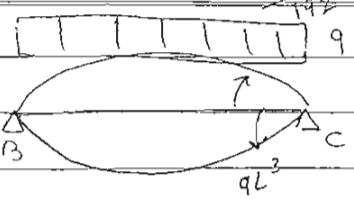
$$H_A + H_C = \frac{30L}{192}$$

$$H_A = H_C = \frac{15L}{192}$$

www.civil-eng.ir
ILIA

Date

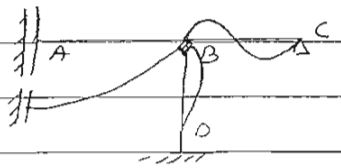
Note book

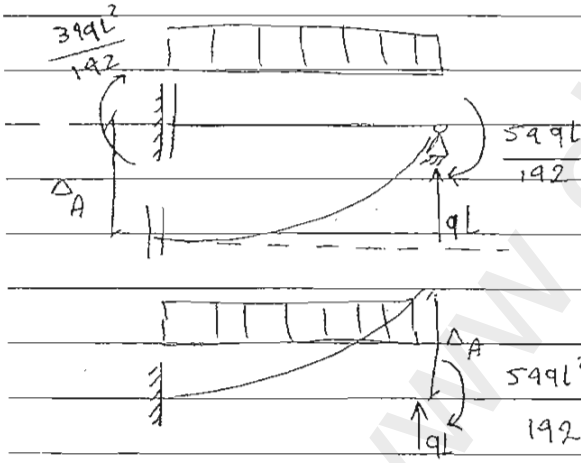


θ_C : روش سطح گشتاور

$$M_{CB} = MF_{CB} + \frac{2EI}{L}(2\theta_C + \theta_B - 3\psi)$$

$$0 = \frac{+9L^2}{12} + \frac{2EI}{L}\left(2\theta_C + \frac{59L^3}{192EI}\right) \Rightarrow \theta_C = +\frac{3}{384}\frac{9L^3}{EI}$$





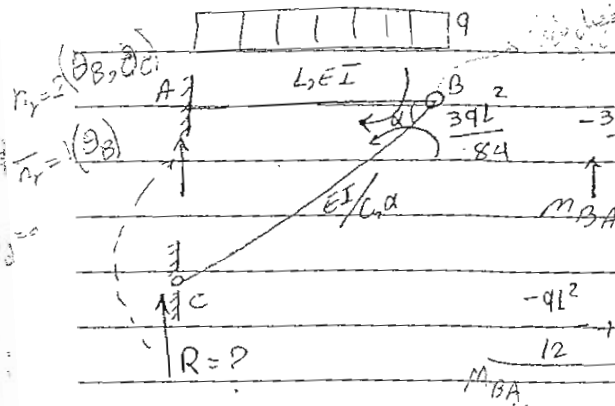
Δ_A : روش سطح گشتاور

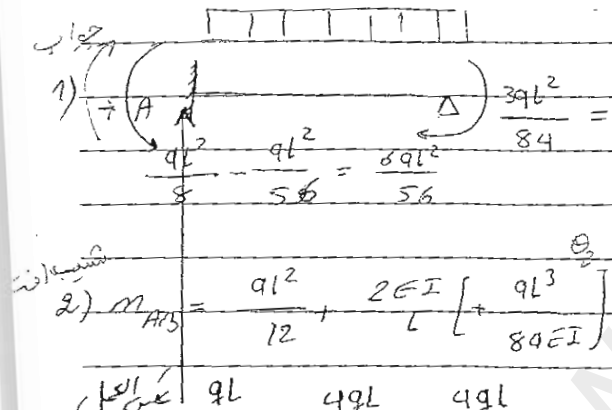
$$M_{AB} = MF_{AB} + \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi)$$

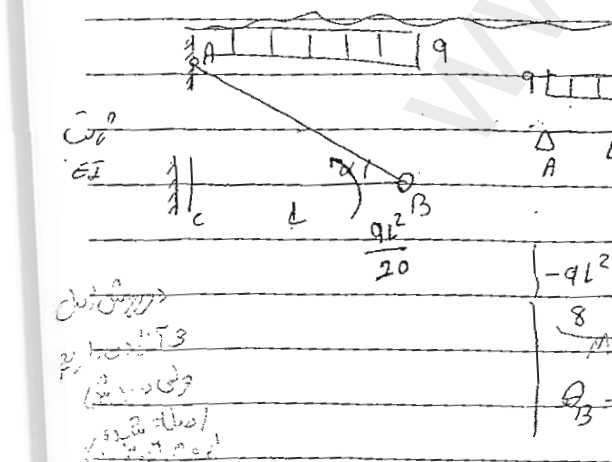
$$\frac{-37qL^2}{192} = \frac{+qL^2}{12} + \frac{2EI}{L}\left[\frac{5 \cdot qL^3}{192EI} - 3\psi\right] \Rightarrow \psi = \checkmark \Rightarrow \Delta_A = \psi \cdot L$$

www.civil-eng.ir

مثال: $R=?$







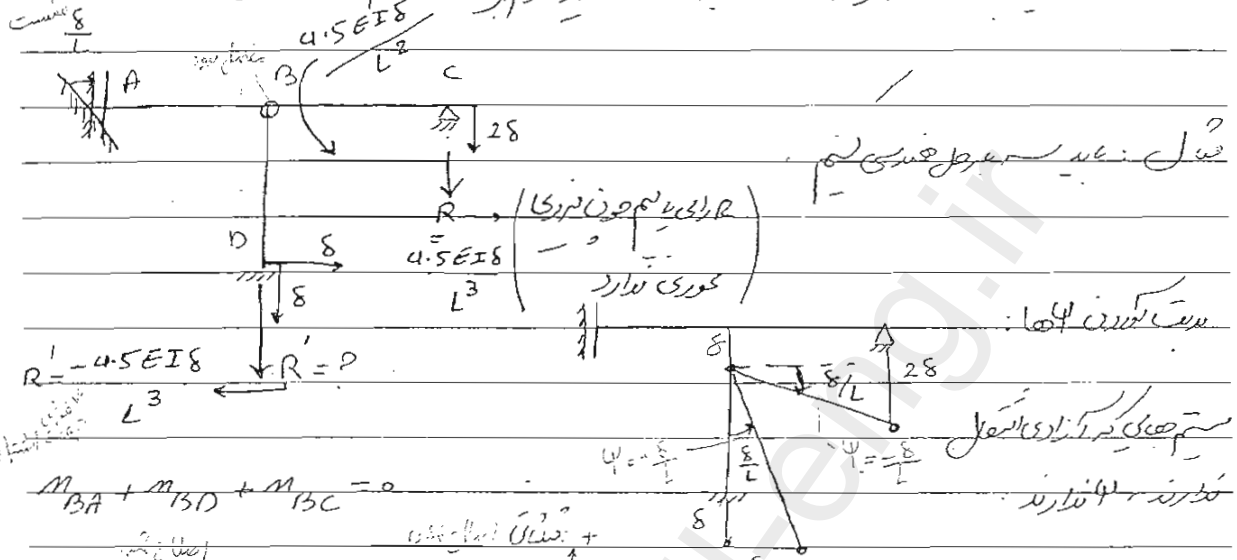
www.civil-eng.ir

Date

Note book

اثر نشست در روش شیب افت

در روش شیب افت، نشست‌ها به عنوان مقادیر معلوم در کنار θها و ψها لحاظ می‌شود.



مثال: مانند سه مرحله هندسی لنگر.

سازه‌ی هم‌ارز (R برای لنگر جزئی لازم است، ولی برای برش لازم نیست)

سازه‌ی اصلی

سازه‌ی اصلی + جابجایی‌های اعمال‌شده

سازه‌ی اصلی + دوران‌های اعمال‌شده

دقت کنید ψها:

سیستم‌هایی که آزادی انتقال ندارند ← ψ ندارند.

$$M_{BA} + M_{BD} + M_{BC} = 0$$

$$\frac{EI}{L}\left[\theta_B - \frac{\delta}{L}\right] + \frac{2EI}{L}\left[2\theta_B - 3\left(\frac{\delta}{L}\right)\right] + 1.5\,\frac{EI}{L}\left[2\theta_B - 2\left(-\frac{\delta}{L}\right)\right] = 0$$

$$\theta_B = \frac{1}{2}\,\frac{\delta}{L}$$

$$M_{BC} = \frac{4.5EI\delta}{L^2}$$

M_{BC} = ✓ ⟶ R = ✓ ⟶ R' = ✓

روش پخش لنگر:

روش پخش لنگر شبیه حل سازه‌ی نامعین به روش تغییر مکان‌ها است با این تفاوت که در آن از شرط هماهنگی استفاده می‌شود. در روش پخش لنگر نیز مانند روش شیب افت، ابتدا مقادیر گیردارها محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از شرط هماهنگی این روش در گره‌ها، لنگرهای گیردار در گره‌ها پخش می‌شوند تا گره‌ها متعادل شوند. این عمل آن‌قدر تکرار می‌شود تا لنگرهای نامتعادل گره‌ها به صفر برسند.

ILIA

روش مناسب است هنگامی که سیستم درجه آزادی دورانی کم داشته باشد.

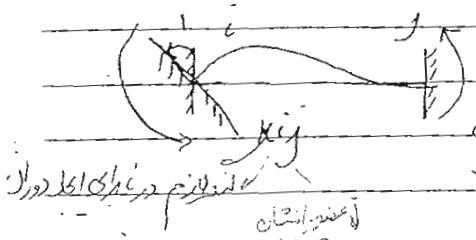
www.civileng.ir

Date

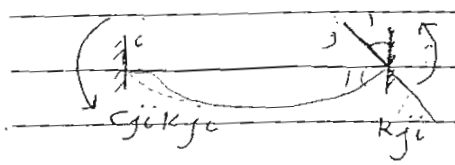
Note book

روش کشش کنترل در واقع همان تکمیلی بین دو روش قبلی بوده و برای حل سازه‌ها از این روش از تعادل

نمودار لنگرهای ثانویه

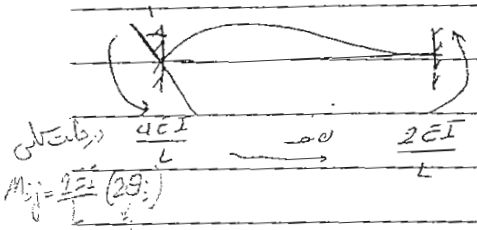


هم قرینه کنید

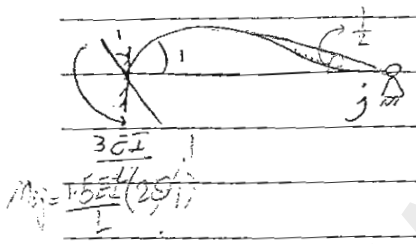


$\{C_{ij} K_{ij} = C_{ji} K_{ji}$: قضیه‌ی ماکسول$\}$

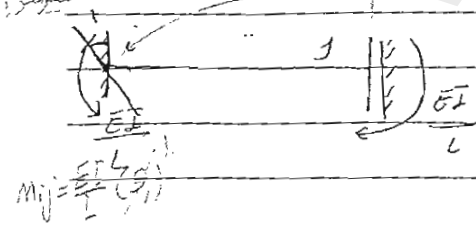
اعضای منشوری:



$$\begin{cases} K_{ij} = \frac{4EI}{L} = K_{ji} \\ C_{ij} = \frac{1}{2} = C_{ji} \end{cases}$$



$$\begin{cases} K_{ij} = \frac{3EI}{L} \\ C_{ij} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} K_{ji} = 0 \\ C_{ji} = \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} K_{ij} = \frac{EI}{L} = K_{ji} \\ C_{ij} = -1 = C_{ji} \end{cases}$$

* روش کشش کنترل برای سیستم‌های نامعین درجه آزادی دارد.

www.civil-eng.ir

Date

Note book

سیستم سه‌گیر یک درجه آزادی دوران دارد و درجه آزادی انتقالی ندارد.

$$\sum m_{ij} = m_i$$

$$\sum m F_{ij} + \theta_i \sum k_{ij} = m_i$$

$$\theta_i = \frac{m_i - \sum m F_{ij}}{\sum k_{ij}} = \frac{m_i^*}{\sum k_{ij}}$$

$$m_{ij} = m F_{ij} + \frac{k_{ij}}{\sum k_{ij}} m_i^* \qquad M^*$$

$$\theta_i = \frac{M_i^*}{\sum k_{ij}}$$

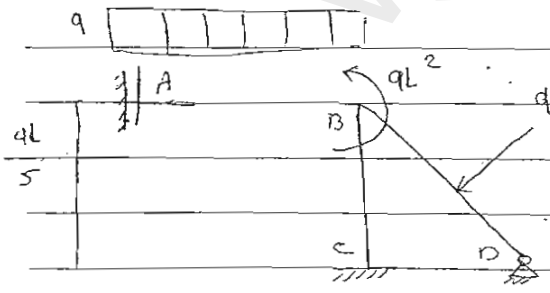
ستون — بازگردان

$$m_{ij} = m F_{ij} + m_{ij}^*$$

$$m_{ji} = m F_{ji} + c_{ji} m_i^* \qquad m_{ji}^*$$

ستون — بازگردان

$$m_{ji} = m F_{ji} + m_{ji}^*$$



مثال

m_F	$AB = \frac{ql^2}{3}$	
	$BA = -\frac{ql^2}{6}$	
	$BC = 0$	
	$CB = 0$	
	$BD = +\frac{3ql^2}{16}$	

ILIA GRAPHIC

www.civileng.ir

Date

Note book

$$M_B^* = +ql^2\left(\frac{-ql^2}{6} + 0 + \frac{3ql^2}{16}\right) = \frac{-47ql^2}{48}$$

BA	$\frac{4EI}{L}$	اصلاح شده
BC	$\frac{4(4EI)}{4L/5} = \frac{5EI}{L}$	$\Sigma K: \frac{9EI}{L}$
BD	$\frac{3EI}{L}$	

$$\Rightarrow \theta_B = +47ql^2/48$$

AB	$-1 \times \frac{1}{4} \times 47ql^2$	ضریب انتقال
BA	$\frac{1}{9} \times \frac{47ql^2}{48}$	
BC	$\frac{5}{9} \times \frac{47ql^2}{48}$	
CB	$\frac{1}{2} \times \frac{5}{9} \times 47ql^2$	
BD	$\frac{3}{9} \times \frac{47ql^2}{48}$	
DB	0	

M^* — ΣK — عکس علامت جمع ضرایب انتقال

مثال: $M_C = ?$

سختی اعضا نسبتی

$4EI$: ثابت

$3EI$: اصلاح شده

دیاگرام M_F را رسم کرده و آنرا در نقطه B آزاد کرده و بعد از توزیع لنگر واحد در نقطه B دیاگرام را رسم می‌کنیم.

M_F: 0, $-\frac{ql^2}{8}$, 0, $+\frac{ql^2}{8}$, $\frac{1}{4}\left(\frac{ql^2}{8}\right) \rightarrow -\frac{1}{8}ql^2/8$

$$\Rightarrow M_C = 0 - \frac{1}{4}ql^2/8 = \frac{-ql^2}{32}$$

مثال: $H_C = ?$

هدف: اول لنگرها تعیین شوند $\Rightarrow H_C$

$1+4e_{ik}\alpha$ (M)

M: $1+4e_{ik}\alpha$

$4e_{ik}\alpha$ (M)

$H_C = ?$

www.civil-eng.ir

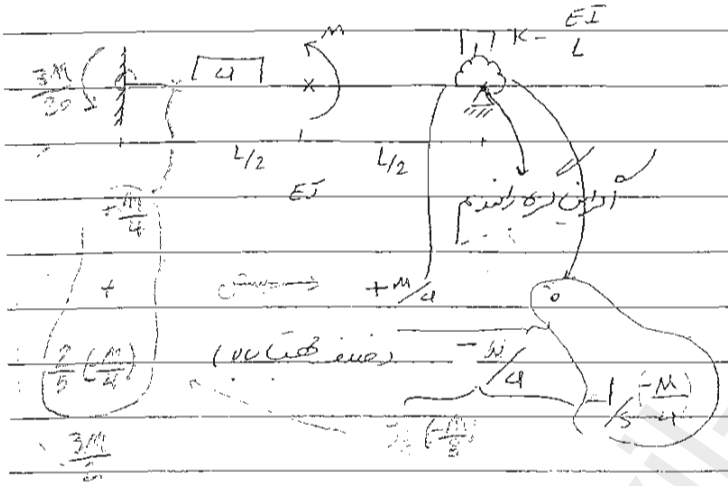
Date

Note book

$$H_c \times \frac{L\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\cos\alpha - 1}{1+4\cos\alpha} M + M$$

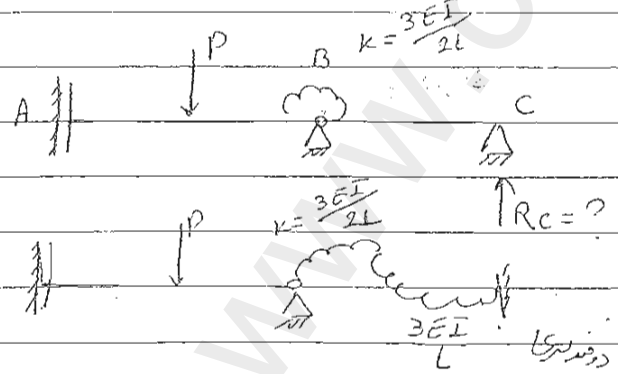
$$H_c = \frac{6\cos\alpha\, M}{L\sin\alpha\,(1+4\cos\alpha)}$$

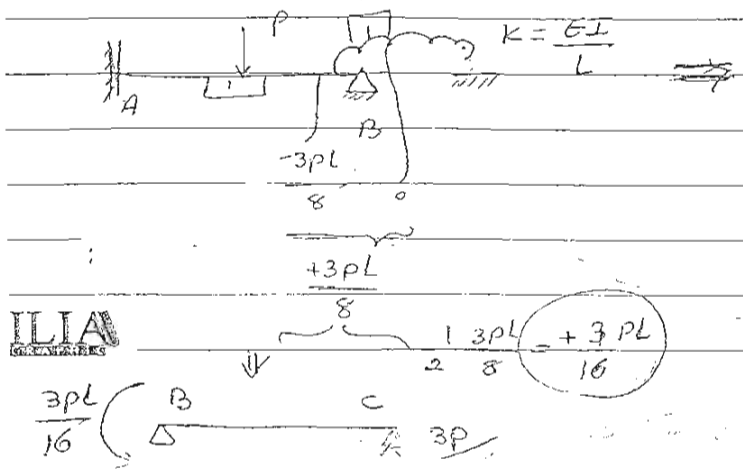
مثال: لنگر دهانه و عکس‌العکس تکیه‌گاه وسط را بدست آورید.



لنگر دهانه = $\frac{-M}{20}$

مثال: R_c = ؟



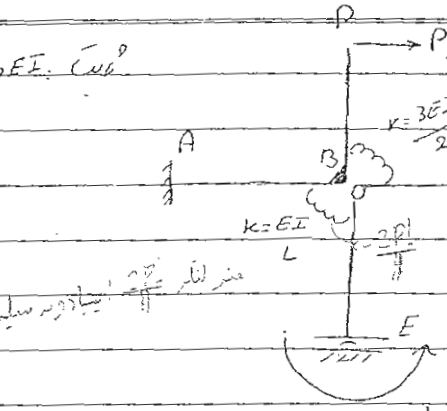


www.civil-eng.ir

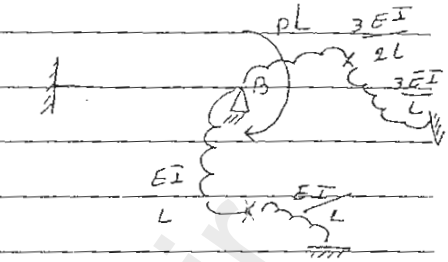
Date

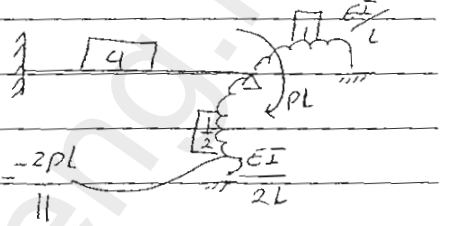
Note book

مثال: $M_E = ?$ L, EI ثابت



$$M_E = +\frac{2PL}{11}$$

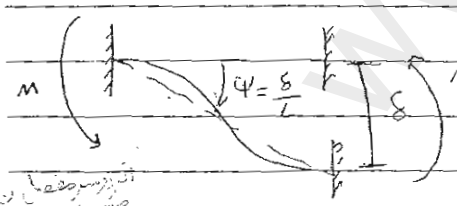




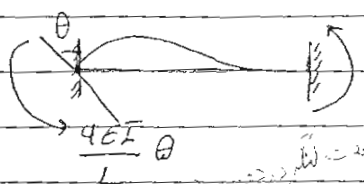
$$\frac{1/2}{1/2+1+4}(-PL) = \frac{-2PL}{11}$$

روش شیب انحراف:

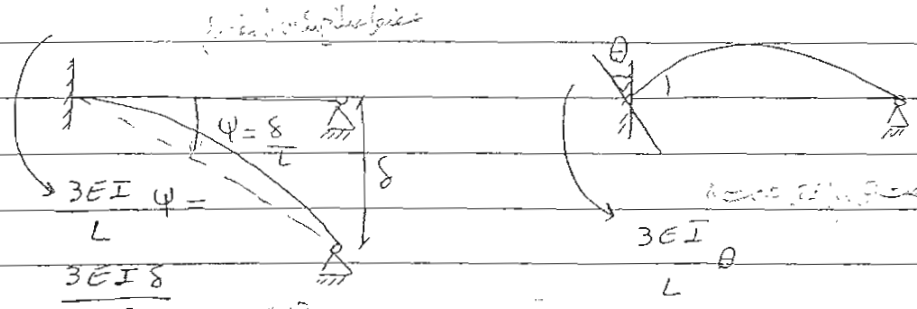
در روش شیب انحراف برای اینکه لنگر دورن یک انتهای اعضا بدست آید باید دوران مقدار مشخص ایجاد شود. برای این منظور از روابط MF که برای تیر دو سر گیردار بدست آمده استفاده می‌کنیم.

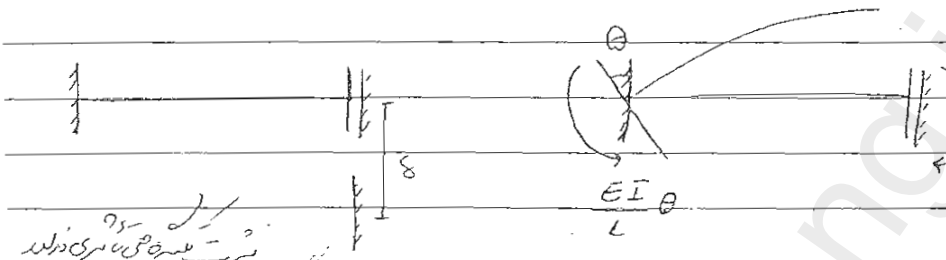


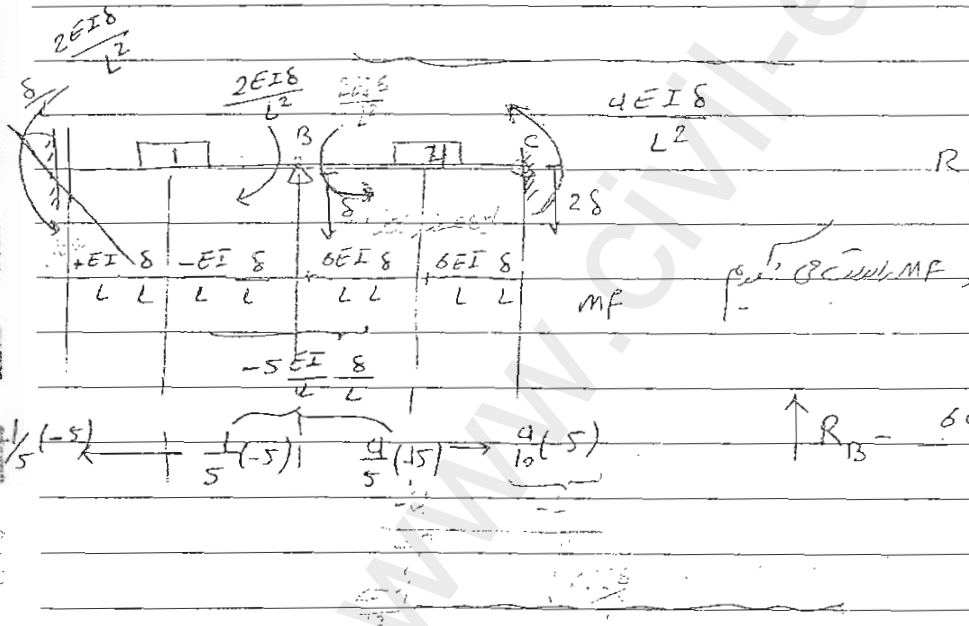
$$\frac{6EI}{L}\psi - \frac{6EI\delta}{L^2} = M$$



www.civil-eng.ir

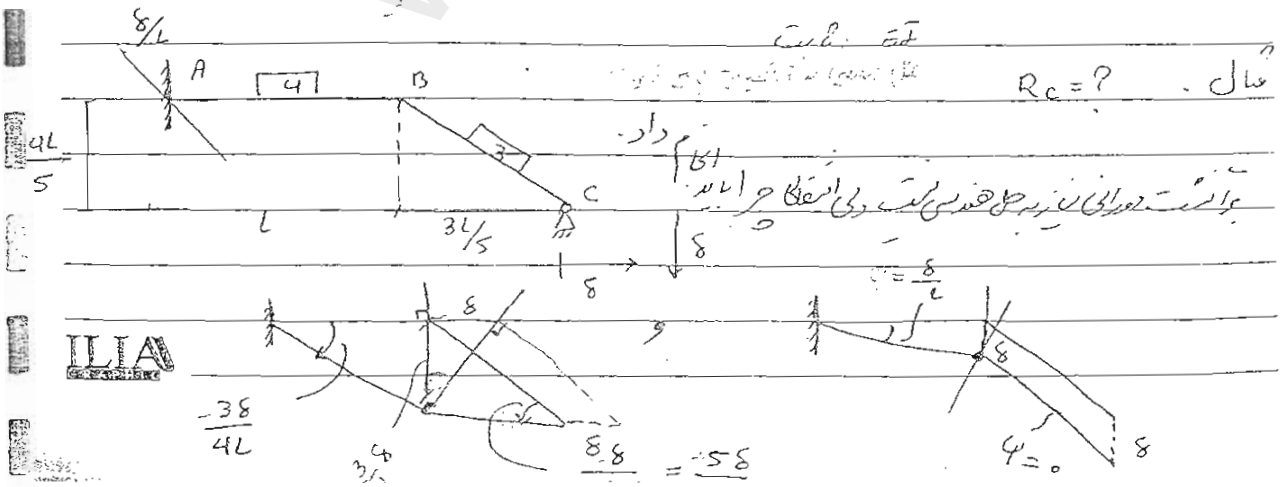






مثال: $R_B = ?$

تیر B را گیردار کنید و MF را رسم کنید.



مثال: $R_C = ?$

تیر را گیردار کنید و اثر تغییر مکان‌های ایجاد شده در اثر حذف تکیه‌گاه C را رسم کنید.

www.civil-eng.ir

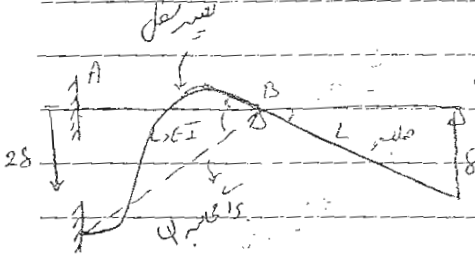
	AB	BA	BC
M_F	$+\frac{4EI}{L}\delta + \frac{6EI}{L}\frac{7\delta}{4L}$	$\frac{2EI}{L}\delta + \frac{6EI}{L}\frac{7\delta}{4L}$	$\frac{3EI}{L}\frac{5\delta}{4L}$
		$-8.25\frac{EI\delta}{L^2}$	

$$\frac{2}{7}(-8.25) \qquad \frac{4}{7}\left(-8.25\frac{EI\delta}{L^2}\right) \qquad \frac{3}{7}\left(-8.25\frac{EI\delta}{L^2}\right)$$

M_{AB} M_{BA} M_{BC}

(86,67)

مثال: $M_A = ?$



کلیه دوران‌ها و جابجایی‌ها نسبت به خط اولیه سنجیده می‌شوند.

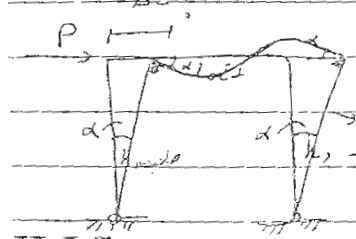
محدودیت‌ها: دوران گیردار صفر، دوران مفصل آزاد نامعلوم، جابجایی نسبی دو سر عضو برابر

$$AB\begin{cases}\theta_A = 0\\ \theta_B = -\frac{\delta}{L} \quad (\text{ساعتگرد})\\ \psi = +\frac{2\delta}{L}\end{cases}$$

ایجاد دوران ساعتگرد در جهت عقربه‌های ساعت

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left[2(0) + \left(\frac{-\delta}{L}\right) - 3\left(\frac{2\delta}{L}\right)\right] = \frac{-14EI\delta}{L^2}$$

مثال:



$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left[2\theta_A + \theta_B - 3\psi\right]$$

$$\frac{-Ph}{2} = \frac{2EI}{L}\left[2(\alpha) + (-\alpha)\right] \Rightarrow \alpha = \frac{PhL}{12EI}$$

$$\Delta = \alpha h = \frac{Ph^2L}{12EI}$$

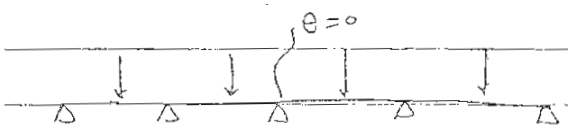
ILIA
www.civil-eng.ir

Date

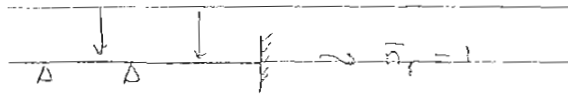
Note book

تأثیر تقارن در روش های کلاسیکی:

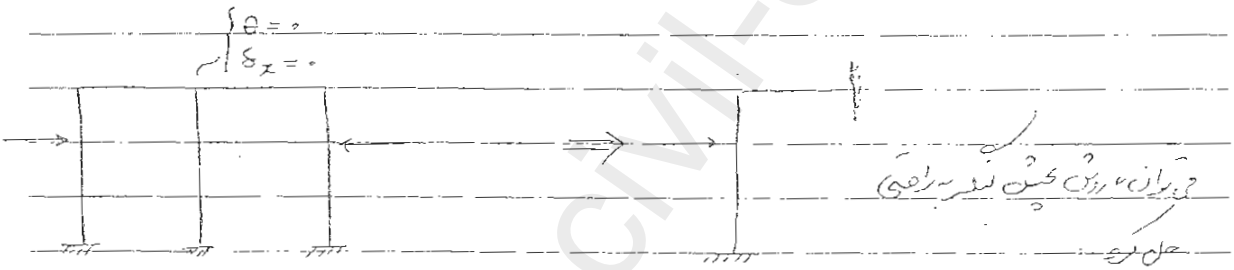
با استفاده از خواص تقارن در سیستم کوری یا کلاسیک معادلات



$n_r = 5 \; ; \; \bar{n}_r = 3$



$\sim \; \bar{n}_r = 1$



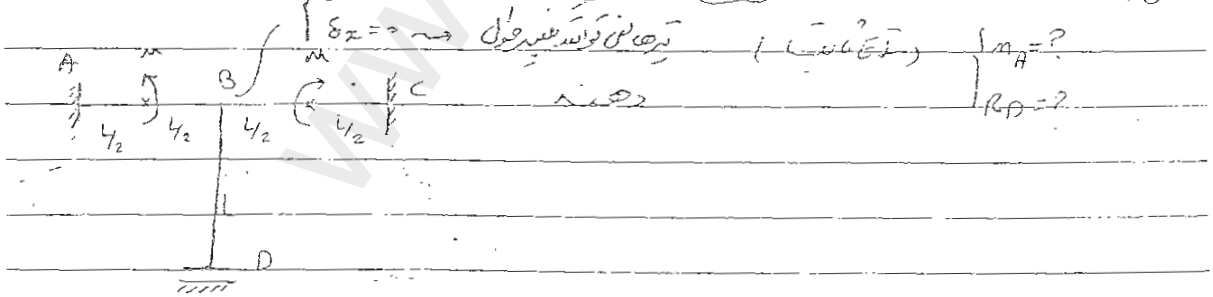
$n_r = 3 \; , \; n_d = 1$

$n_r = 1$

می‌توان روش تغییر شکل سازگاری را حل کرد

مثال:

تقارن



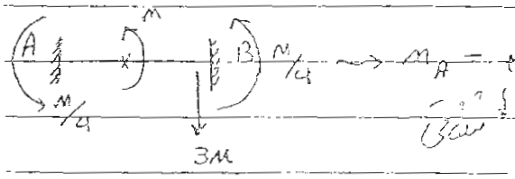
تیر اصلی توانایی تحمل بار اول را دارد

دهانه

وتغییر مکان

$n_A = ?$

$R_D = ?$



$\rightarrow \; M_A = + \frac{M}{4}$

ساعتگرد

$$R_D = \downarrow \frac{3M}{2L} \times 2 = \frac{3M}{L}$$

از دو عضو آزمی‌شد

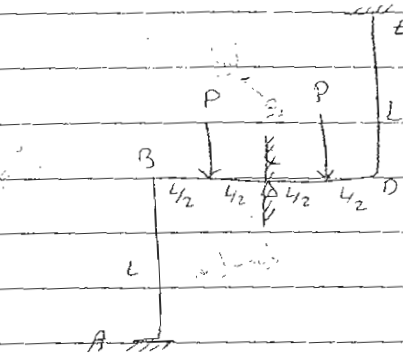
www.civil-eng.ir

Date / /

Note book

(روش تیر مزدوج)

مثال: $R_A = ?$ ، $M_C = ?$ (EI ثابت)



گام اول: تعیین لنگر خمشی

MF: CB : $-PL$

BC : $\frac{PL}{8}$

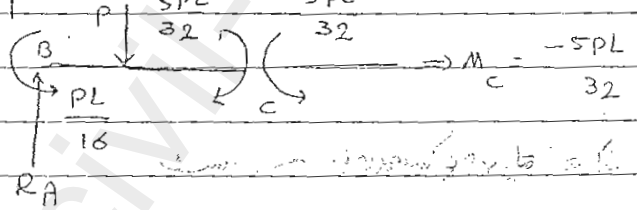
BA = 0 $\Rightarrow M^*_B = (0 + \frac{PL}{8}) = \frac{-PL}{8}$

M^*: CB : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (-PL/8)$ ← نصف

BC : $\frac{1}{2} (-PL/8)$

BA :

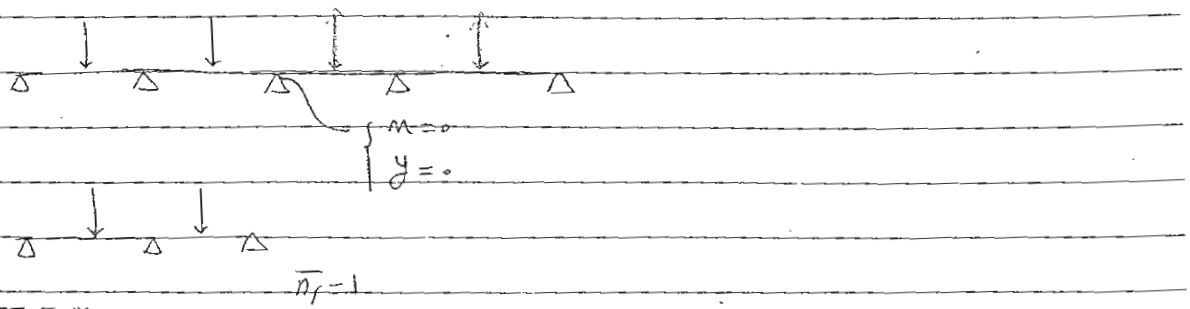
$M_{CB} = \frac{-PL}{8}$ ، $\frac{PL}{32} = \frac{-5PL}{32}$



$\Rightarrow M_C = \frac{-5PL}{32}$

$R_A = \frac{P}{2} - \frac{3P}{32} = \frac{13P}{32}$

2) روش تیر مزدوج با استفاده از روش کوری یا ضریب توزیع

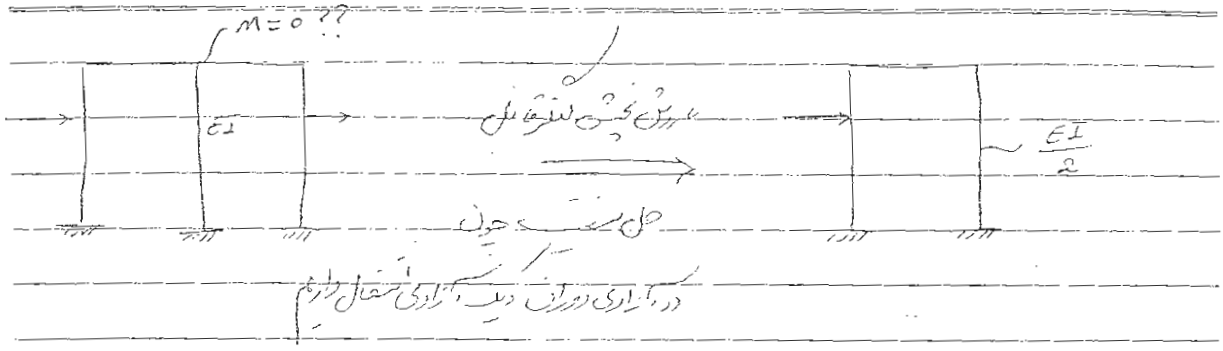


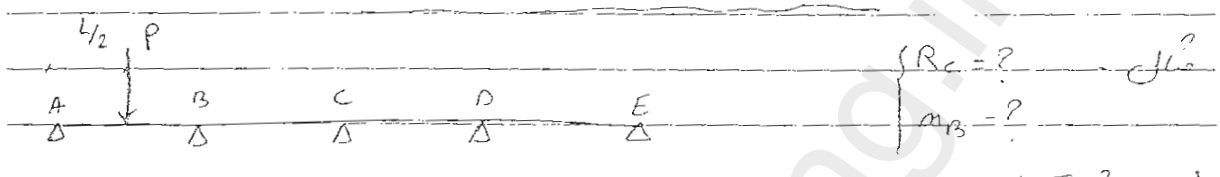
www.civil-eng.ir

ILIA GRAPHIC

Date

Note book



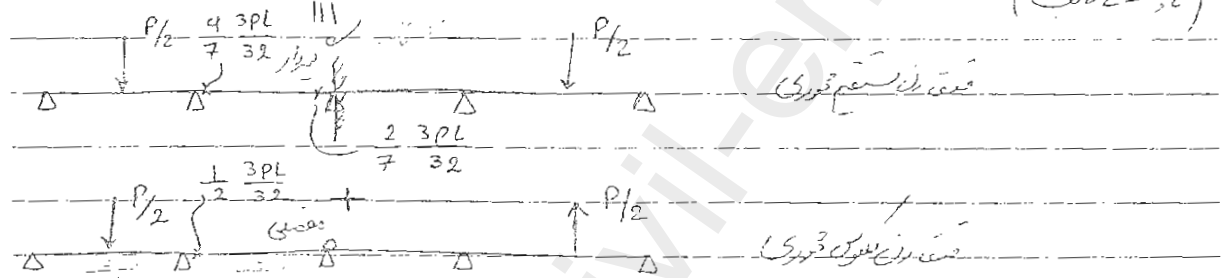


مثال

$R_C = ?$

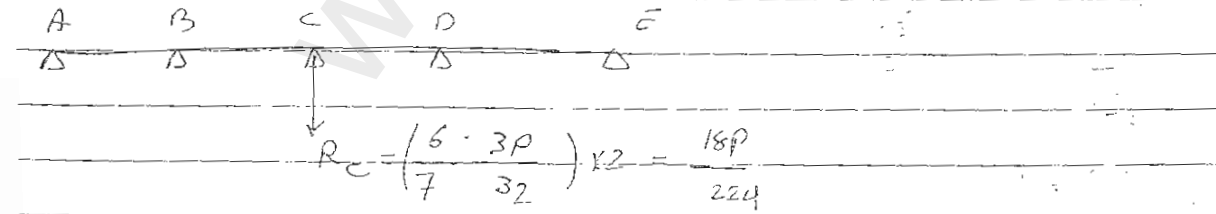
$M_B = ?$

(I, E ثابت)



$$M_{BC} = \left(\frac{4}{7} + \frac{1}{2}\right)\frac{3PL}{32}$$

$$M_{BC} = +\frac{45PL}{448}$$



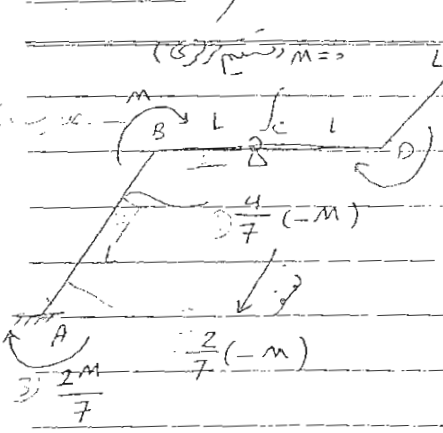
$$R_C = \left(\frac{6}{7}\cdot\frac{3P}{32}\right)\times 2 = \frac{18P}{224}$$

www.civil-eng.ir

Date

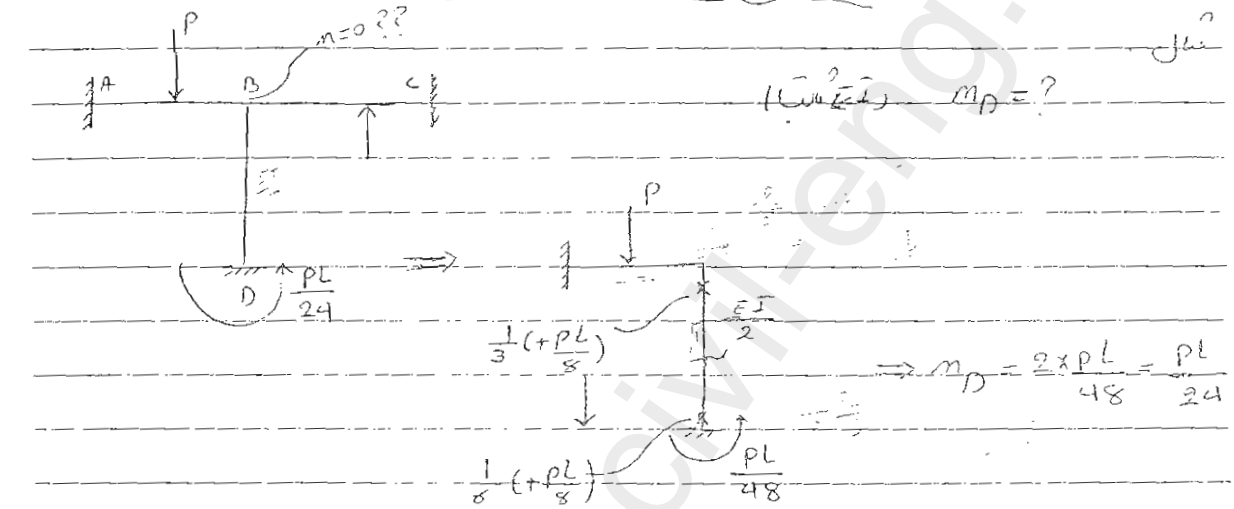
Note book

مثال: $m_A = ?$ (سختی EI)



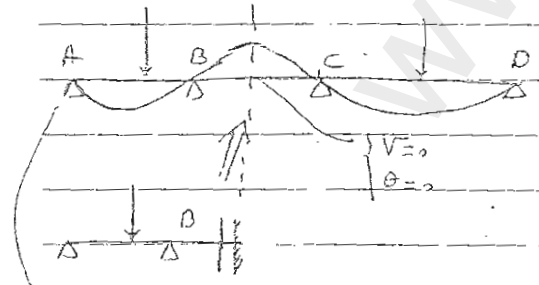
$$\Rightarrow m_A = \frac{-2m}{7}$$

مثال: $m_D = ?$ (سختی EI)



$$\Rightarrow m_D = \frac{2 \times \frac{PL}{48}}{2} = \frac{PL}{24}$$

13) روش شیب-خیز برای تیرهای پیوسته



شرایط: $\theta_B = \theta_C$ ← علت تقارن

$$m_{BC} = mf_{BC} + \frac{2EI}{L}\left[2\theta_B + (\theta_C = \theta_B) - 3\psi\right]$$

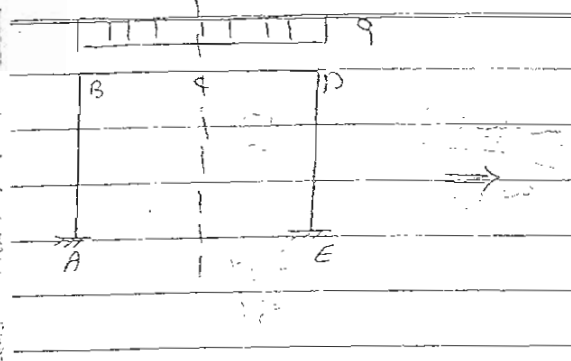
$$m_{BC} = mf_{BC} + \frac{2EI}{L}\theta_B$$

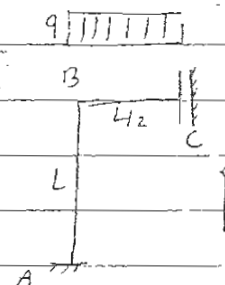
www.civil-eng.ir

Note book

Date

مثال: $m_A = ?$ (سختی $2EI$)





$\begin{cases} n_r = 1 \\ n_d = 1 \ (\delta_{cy}) \end{cases}$

تقارن $\begin{cases} (\delta_{Bx} = \delta_{Dx})\, n_d = 1 \\ n_r = 2 \Rightarrow 1 \end{cases}$

$m_{BA} + m_{BD} = 0$

$$\frac{2EI}{L}\left[2\theta_B\right] + \frac{qL^2}{12} + \frac{2EI}{L}\left[2\theta_B + (\theta_D = -\theta_B)\right] \Rightarrow \theta_B = \frac{-qL^3}{72EI}$$

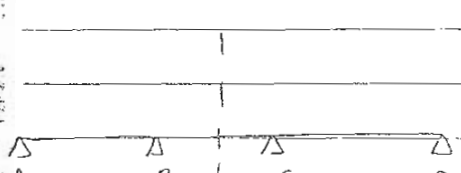
$$m_{AB} = \frac{2EI}{L}(\theta_B) = \frac{-qL^2}{36}$$

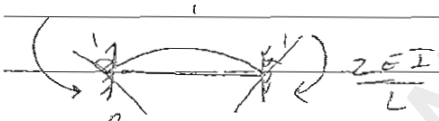
مثال: صفحات زیر درجات چین تیر چند دهانه‌ای را برای

اکثر سازه‌ها می‌توان پس از انجام تیر هم‌ارز

همانطور که گفتیم عضو جانبی را نصف کرده و در محل

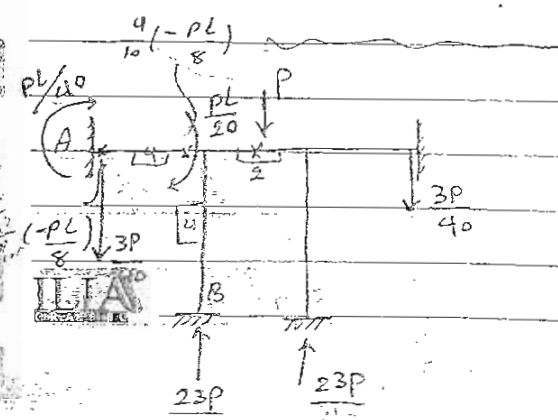
انتقال تیر به دیوار یک طرف گذارده...





(تیر هم‌ارز)

مثال: $m_A = ?$, $R_B = ?$ (سختی EI, L)



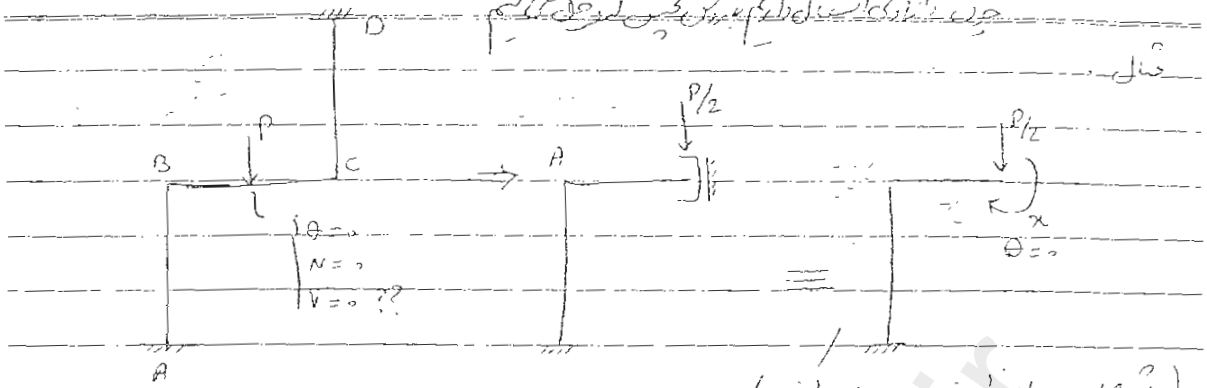
$$m_A = \frac{-PL}{40}$$

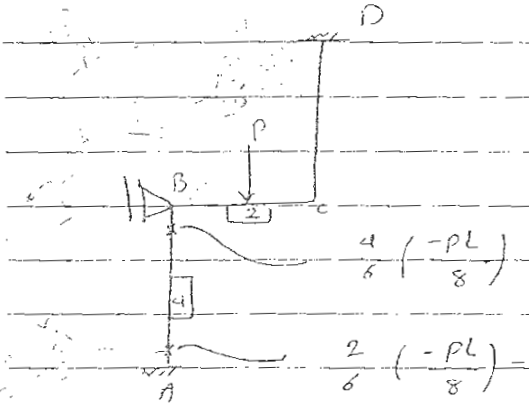
$$R_B = \frac{23P}{40}$$

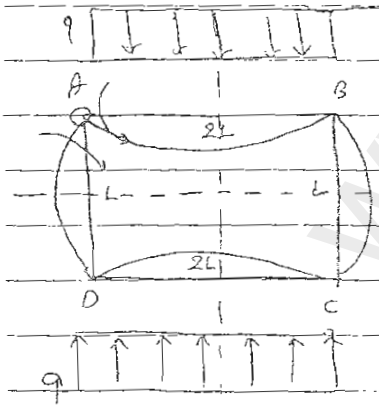
www.civil-eng.ir

Date

Note book







$$K:\begin{cases} AB: \frac{4EI}{2L}\times 0.5 = \frac{EI}{L} \\ AD: \frac{4EI}{L}\times 0.5 = \frac{2EI}{L} \end{cases} \qquad M^*:\begin{cases} AB: \frac{1}{3}\left(\frac{-ql^2}{3}\right) \\ AD: \frac{2}{3}\left(\frac{-ql^2}{3}\right) \end{cases}$$

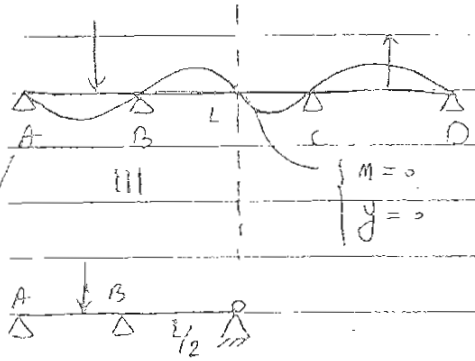
$$MF:\begin{cases} AB: \frac{q(2l)^2}{12} - \frac{ql^2}{3} \\ AD = 0 \end{cases} \qquad M_A^* = \frac{-ql^2}{3}$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{-ql^2}{9}$$

$$\theta_A = \frac{-ql^2/3}{2} = \frac{-ql^3}{6} \quad \text{(جواب مطلوب سوال)}$$

www.civil-eng.ir

4) حل تیر زیر به روش شیب انحنا و تعیین خیز وسط دهانه و شیب در تکیه‌گاه A



$\theta_B = \theta_C \Rightarrow$ با استفاده از تقارن می‌توان نصف سازه را حل کرد

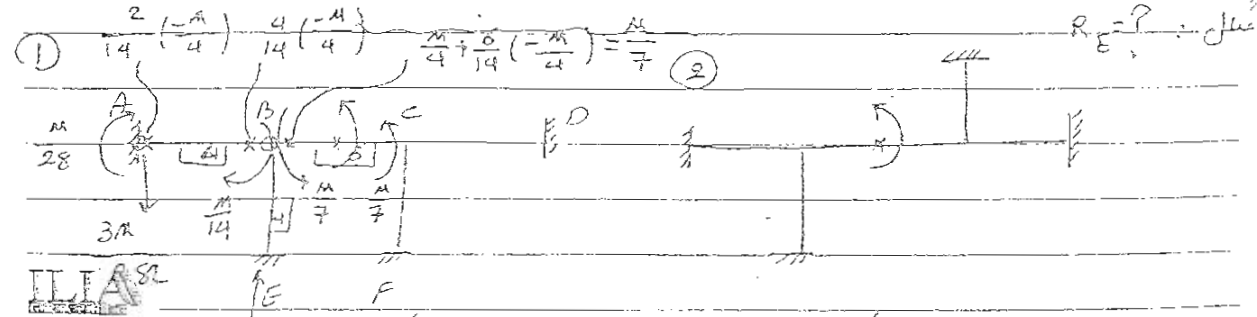
نیمه‌ی سازه: $M_{BC} = MF_{BC} + \frac{2EI}{L}\left[2\theta_B + (\theta_C - \theta_{BC}) - \frac{3\psi}{L}\right]$

$M_{BC} = MF_{BC} + \frac{6EI}{L}\theta$

ریگ گشتاور لنگر

علت: در ریگ گشتاور لنگر در تکیه‌گاه‌های میانی عضو مدل دارای فنر فرضی می‌باشد که سختی آن برابر با سختی خمشی تیر به طول دهانه‌ی مجاور تکیه‌گاه می‌باشد که در مقابل لنگر یک واحد زاویه‌ی آن عضو را تأمین می‌کند.

حل: $R_E = ?$



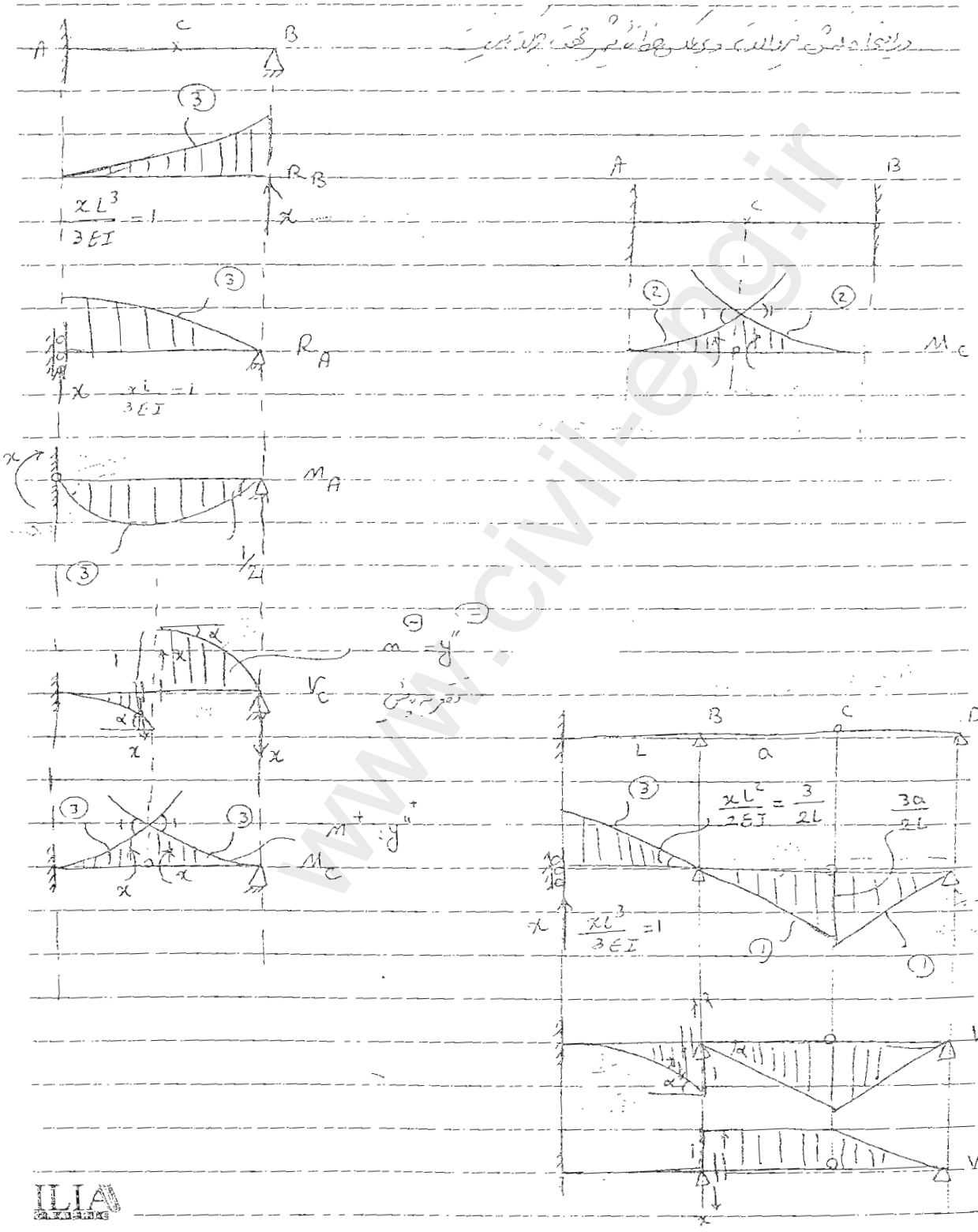
$\frac{39M}{28L} = \frac{9M}{7L} + \frac{3M}{28L}$ تقارن گذری — تقارن خمشی

www.civil-eng.ir

Date

Note book

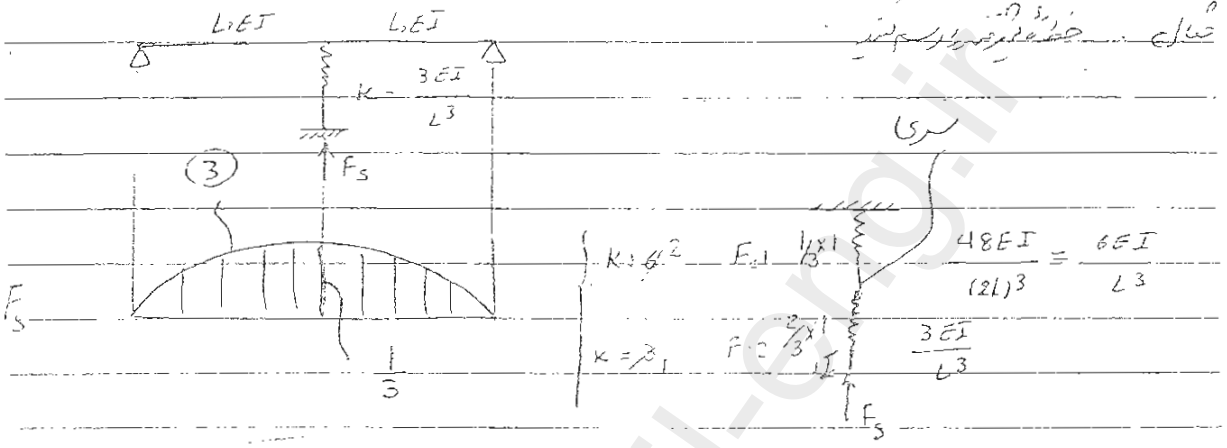
معنی تاثیر:

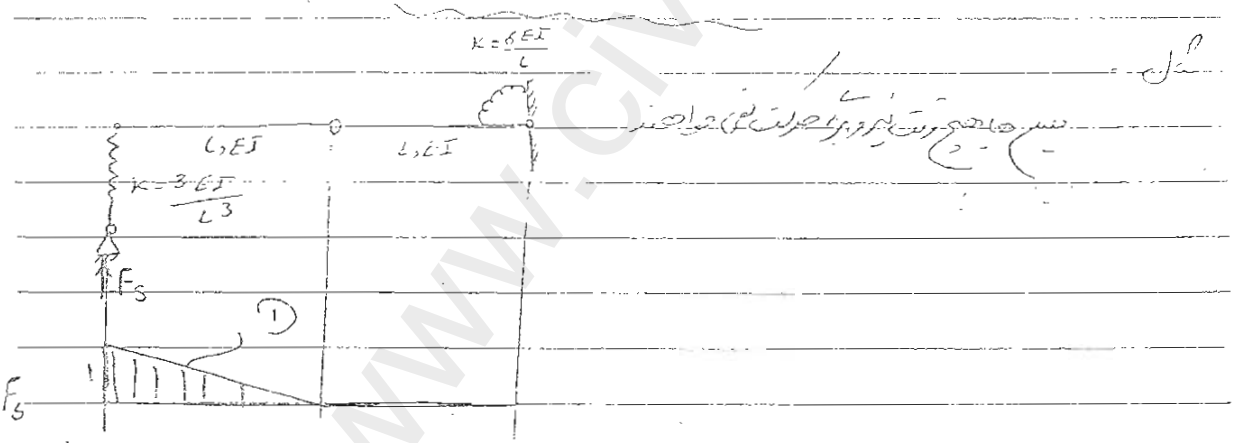


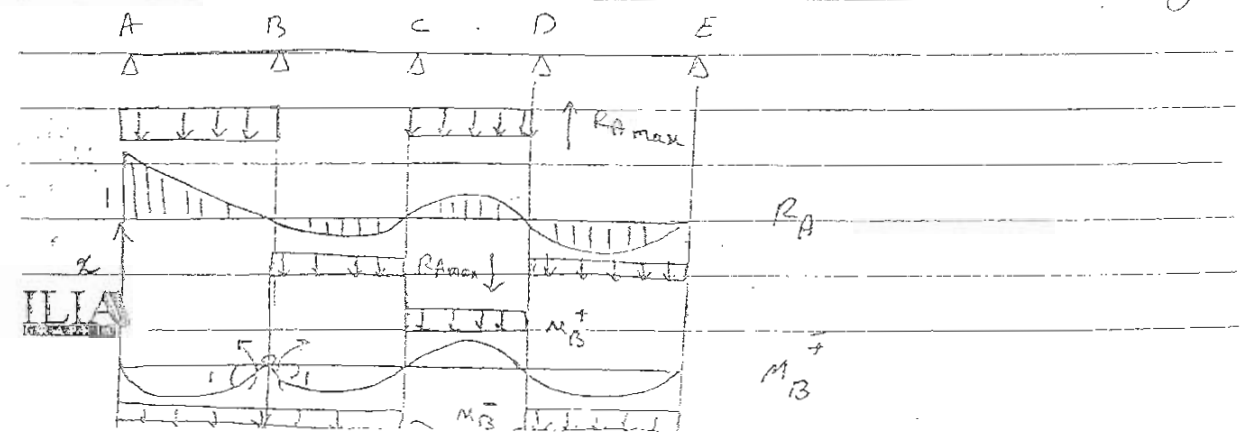
www.civil-eng.ir

Date

Note book

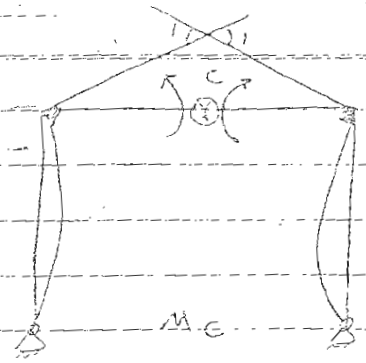






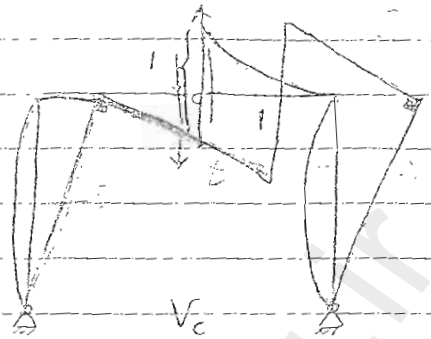
www.civil-eng.ir
ILIA

Note book



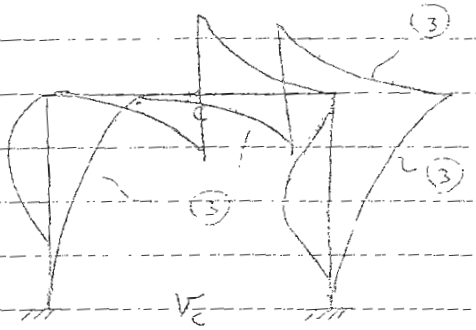
مثال

مکانیزم M_C را تشکیل دهید

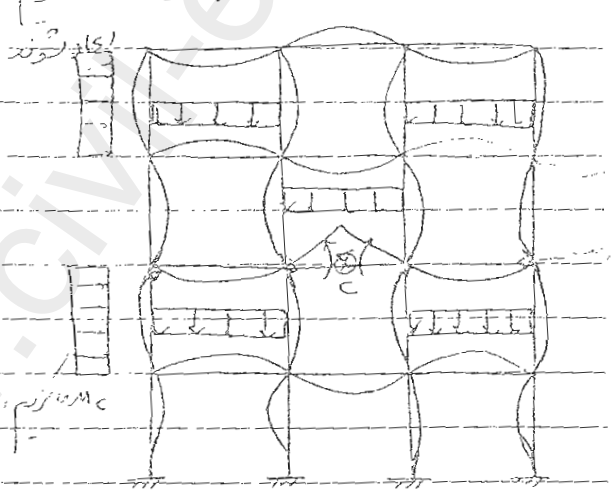


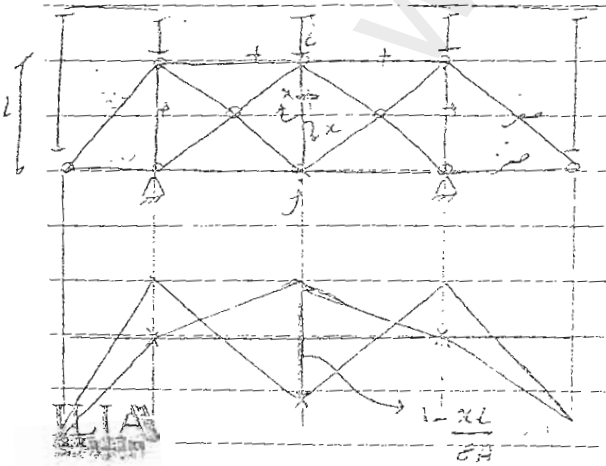
غلط ـــ صحیح

این صورت خطا است که ما انتظار داریم جزئی از کار مجازی صفر باشد و صفر اتفاق نیفتد



غلط ـــ صحیح

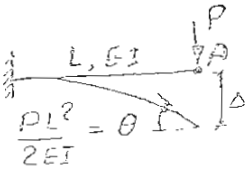




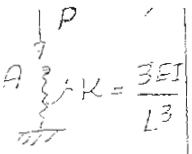
نکته: در جدت که نمی‌دانیم عضو خط دارد

Bottom =

top =

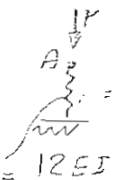


$\frac{PL^2}{2EI} = \theta$ $\quad \Delta = \frac{PL^3}{3EI}$

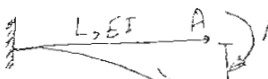


$K = \frac{3EI}{L^3}$

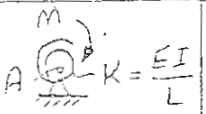
$\Delta = \frac{PL^3}{12EI}$ $\quad M = PL/2$



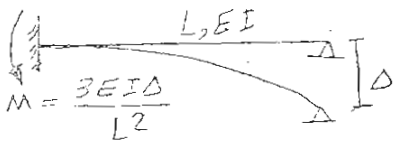
$K = \frac{12EI}{L^3}$



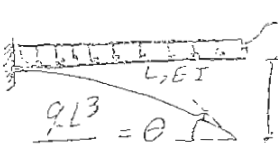
$\frac{ML}{EI} = \theta$ $\quad \Delta = \frac{ML^2}{2EI}$



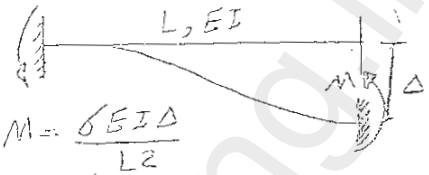
$K = \frac{EI}{L}$



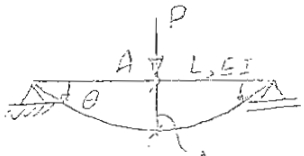
$M = \frac{3EI\Delta}{L^2}$



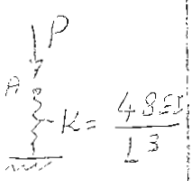
$\frac{qL^3}{6EI} = \theta$ $\quad \Delta = \frac{qL^4}{8EI}$



$M = \frac{6EI\Delta}{L^2}$

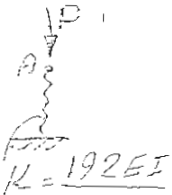


$\Delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI}$ $\quad \theta = \frac{PL^2}{16EI}$

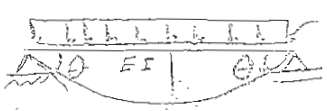


$K = \frac{48EI}{L^3}$

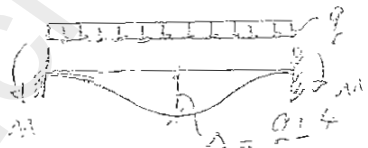
$\Delta = \frac{PL^3}{192EI}$ $\quad M = \frac{PL}{8}$



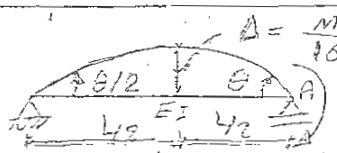
$K = \frac{192EI}{L^3}$



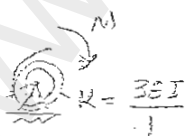
$\Delta_{max} = \frac{5qL^4}{384EI}$ $\quad \theta = \frac{qL^3}{24EI}$



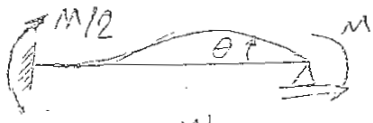
$\Delta = \frac{qL^4}{384EI}$ $\quad M = \frac{qL^2}{12}$



$\Delta = \frac{ML^2}{16EI}$ $\quad \theta = \frac{ML}{3EI}$

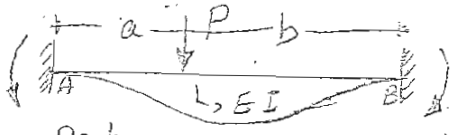


$K = \frac{3EI}{L}$

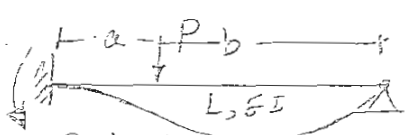


$\theta = \frac{ML}{4EI}$

$K = \frac{4EI}{L}$

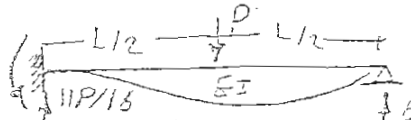


$M_A = \frac{Pab}{L} \times \frac{b}{L}$ $\quad M_B = \frac{Pab}{L} \times \frac{a}{L}$



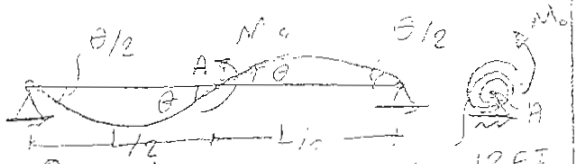
$M = \frac{Pab}{L}\left(\frac{b}{L} + \frac{a}{2L}\right)$

$M = 1.5 \times \frac{qL^2}{12} = \frac{qL^2}{8}$

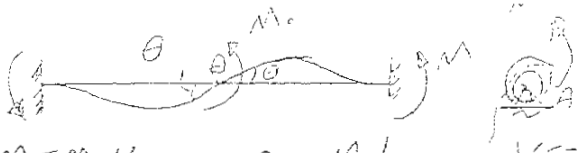


$M = 1.5\,\frac{PL}{8} = \frac{3PL}{16}$

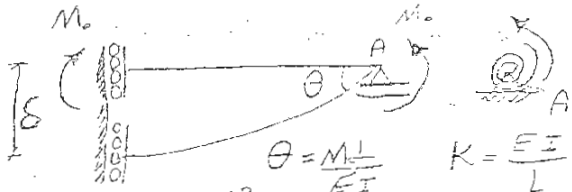
www.civil-eng.ir



$\theta = M_0 L / 12EI$ $\quad K = \frac{12EI}{L}$



$M = M_0/4$ $\quad \theta = \frac{M_0 L}{16EI}$ $\quad K = \frac{16EI}{L}$



$\theta = \frac{M_0 L}{EI}$ $\quad K = \frac{EI}{L}$

$\delta = \frac{M_0 L^2}{2EI}$

www.civil-eng.ir