

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹۵/۲/۳۰	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

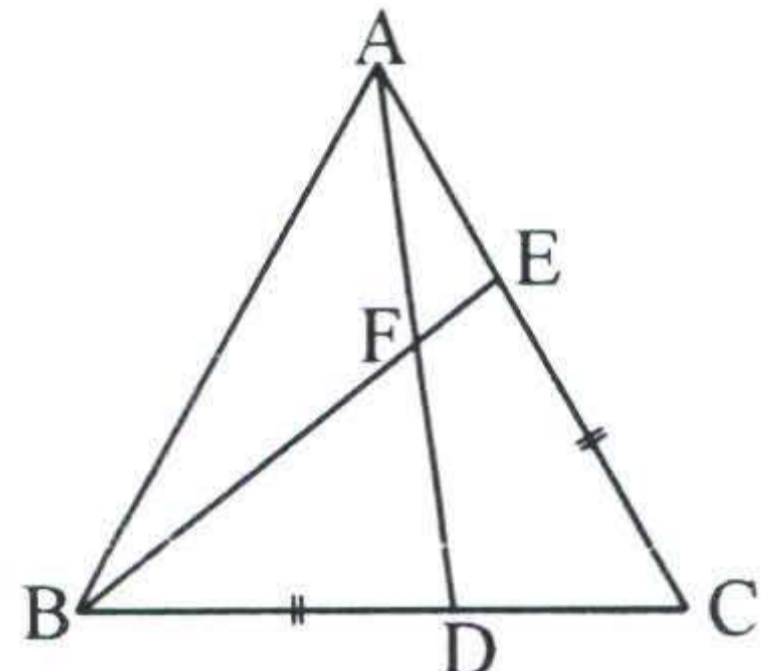
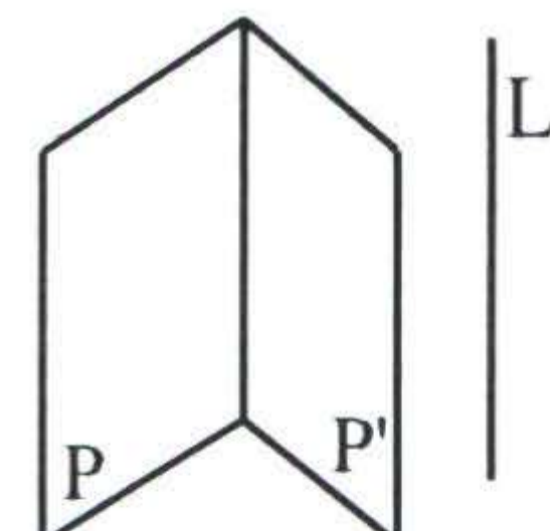
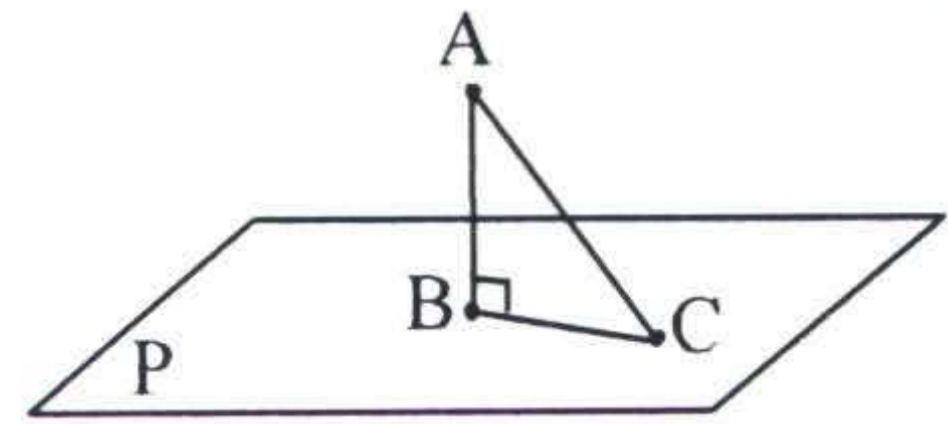
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	الف) یک مثلث متساوی الاضلاع را در نظر بگیرید . وسط ضلع ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید . ب) سه مثلثی را که در گوشه ها ایجاد می شوند ، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید . این فرآیند را روی سه مثلث دیگر تکرار کنید . ج) اگر مساحت مثلث در مرحله صفر برابر ۱ باشد ، مساحت باقی مانده را در مراحل بعد با استفاده از استدلال استقرایی به دست آورید و جدول مقابل را کامل کنید . (در مرحله ۲ شکل را رسم کنید.)													
	<table border="1"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>مساحت باقی مانده</td> <td>۱</td> <td>؟</td> <td>؟</td> <td>...</td> <td>؟</td> </tr> </table>	مرحله	۰	۱	۲	...	n	مساحت باقی مانده	۱	؟	؟	...	؟	
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
مساحت باقی مانده	۱	؟	؟	...	؟									
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.	۱												
۳	قضیه : ثابت کنید در هر مثلث ، مجموع طول های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر است.	۱/۲۵												
۴	در مثلث PAK ، نقطه M روی ضلع PK قرار دارد . ثابت کنید اگر $PM=AK$ آنگاه $AP > MK$.	۱												
۵	مکان هندسی نقطه ای از صفحه را پیدا کنید که از یک خط داده شده L به فاصله $\frac{1}{2}$ باشد .	۰/۷۵												
۶	در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید: الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث ، محل برخورد آن مثلث است . ۱) ارتفاع های اضلاع ۲) عمود منصف های اضلاع ۳) نیمسازهای زاویه های درونی ۴) میانه های اضلاع ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث ، محل برخورد آن مثلث است . ۱) ارتفاع های اضلاع ۲) عمود منصف های اضلاع ۳) نیمسازهای زاویه های درونی ۴) میانه های اضلاع	۰/۵												
۷	قضیه : ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی ، برابر با نصف کمان رو به روی آن است.	۱/۲۵												
۸	در دایره به مرکز O ، اگر $\widehat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ و $\widehat{ABC} = (\alpha + 16)^\circ$ باشد ، مقدار α و اندازه زاویه مرکزی AOC و محاطی ABC را محاسبه کنید .	۱												
۹	قضیه : از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند ، ثابت کنید : $MA \times MA' = MB \times MB'$	۱												
	«ادامه پرسش ها در صفحه دوم»													

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹۵/۲/۳۰	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۰	مقدار x را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع های ۲ و ۳ و خط مرکزین $d = ۱۳$ ، برابر $۵x - ۸$ باشد .	۰/۷۵
۱۱	واژه های زیر را تعریف کنید : الف) چند ضلعی محاطی ب) ایزومتری ج) دو خط متنافر	۱/۵
۱۲	تحت یک انتقال نقطه $(۳, -۱)$ روی نقطه $(۱, -۲)$ تصویر شده است ، ضابطه نگاشت انتقال را بنویسید .	۰/۷۵
۱۳	نقاط $A(۱, ۲)$ ، $B(۰, ۱)$ ، $C(۱, ۰)$ و $D(۲, ۱)$ رأس های یک مربع هستند . الف) مربع $ABCD$ و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $O(۰, ۰)$ به عنوان مرکز تجانس و عدد ۲ به عنوان مقیاس تجانس ، رسم کنید . ب) نسبت مساحت تصویر مربع $ABCD$ را به مساحت مربع $ABCD$ بنویسید . ج) این تجانس انقباض است یا انبساط ؟	۱/۵
۱۴	تحت یک بازتاب ، تصویر خط $x + y - ۳ = ۰$ ، خط $x + y + ۳ = ۰$ است ، معادله محور تقارن را بنویسید .	۱
۱۵	مثلث ABC متساوی الاضلاع است و $BD = CE$. با استفاده از ویژگیهای تبدیل دوران ، ثابت کنید : $AD = BE$.	۱/۲۵
		
۱۶	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید : الف) اگر دو نقطه متمایز از خطی ، در یک صفحه باشند ، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می گیرد . ب) اگر سه خط L_1 ، L_2 ، L_3 دو به دو متقاطع باشند ، این سه خط لزوماً در یک صفحه قرار دارند . ج) قضیه تالس در فضا یک قضیه دو شرطی است . د) در فضا ، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند ، لزوماً دیگری را هم قطع می کند . ه) اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد ، بر هر خط از آن صفحه نیز ، عمود است .	۱/۲۵
۱۷	قضیه : ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه متقاطع ، موازی باشد ، آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است .	۱/۲۵
		
۱۸	از نقطه A روی خط L ، صفحه ای بر خط L عمود کنید. (رسم شکل و توضیح روش رسم ، الزامی است.)	۱/۲۵
۱۹	ثابت کنید که ، فاصله یک نقطه از یک صفحه ، کوتاهترین فاصله بین آن نقطه تا نقاط آن صفحه است .	۰/۷۵
		
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

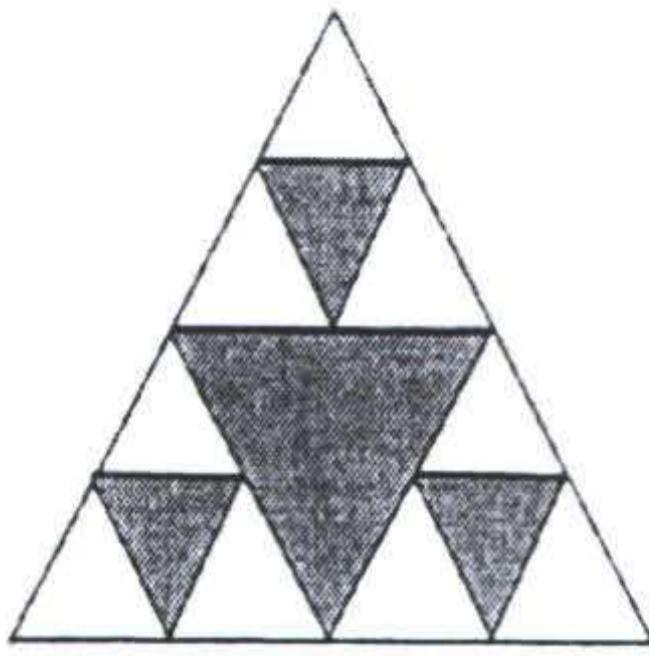
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۲/۳۰
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

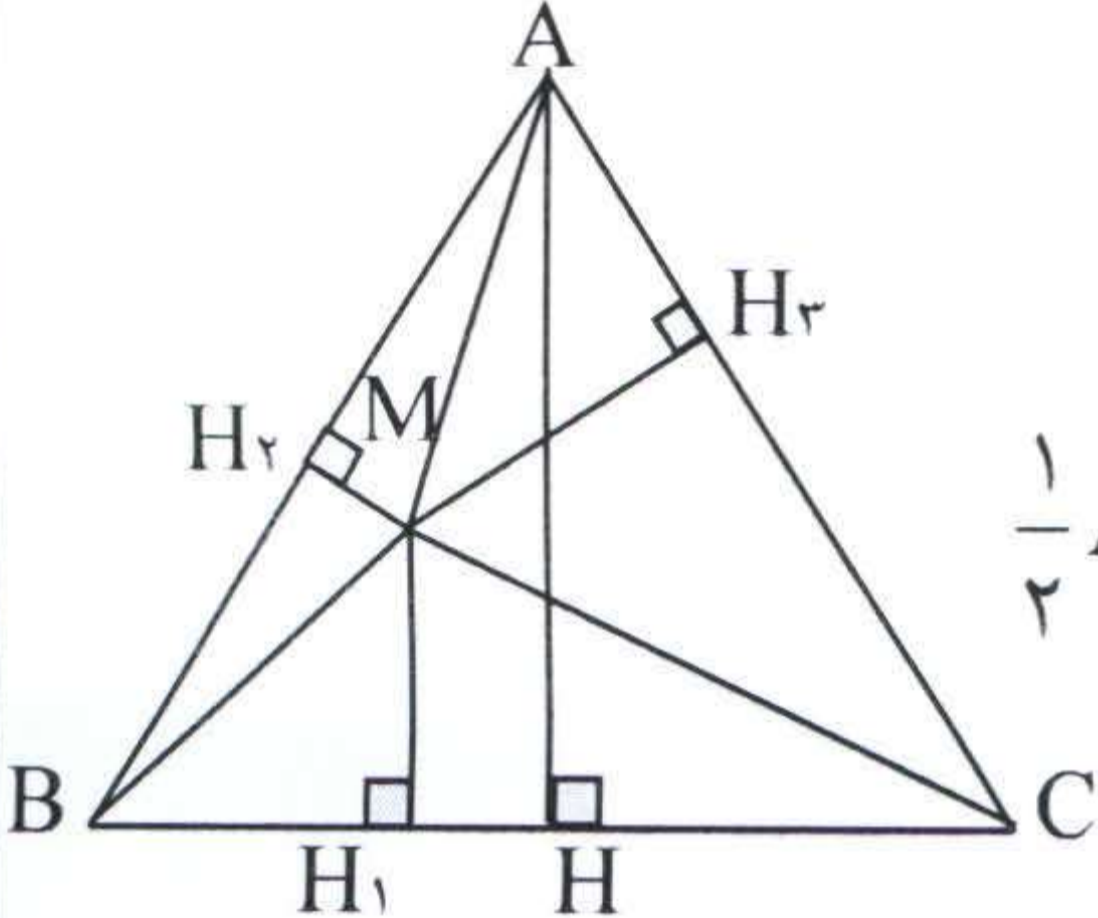
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

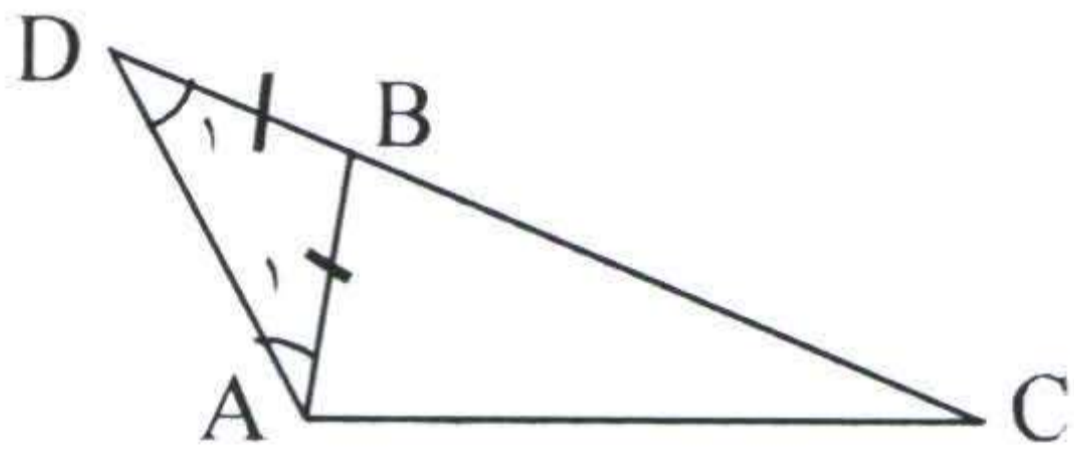
۱	<table border="1"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>مساحت</td> <td>۱</td> <td>$\frac{3}{4}$</td> <td>$(\frac{3}{4})^2$</td> <td>...</td> <td>$(\frac{3}{4})^n$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	مرحله	۰	۱	۲	...	n	مساحت	۱	$\frac{3}{4}$	$(\frac{3}{4})^2$...	$(\frac{3}{4})^n$	۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
مساحت	۱	$\frac{3}{4}$	$(\frac{3}{4})^2$...	$(\frac{3}{4})^n$									

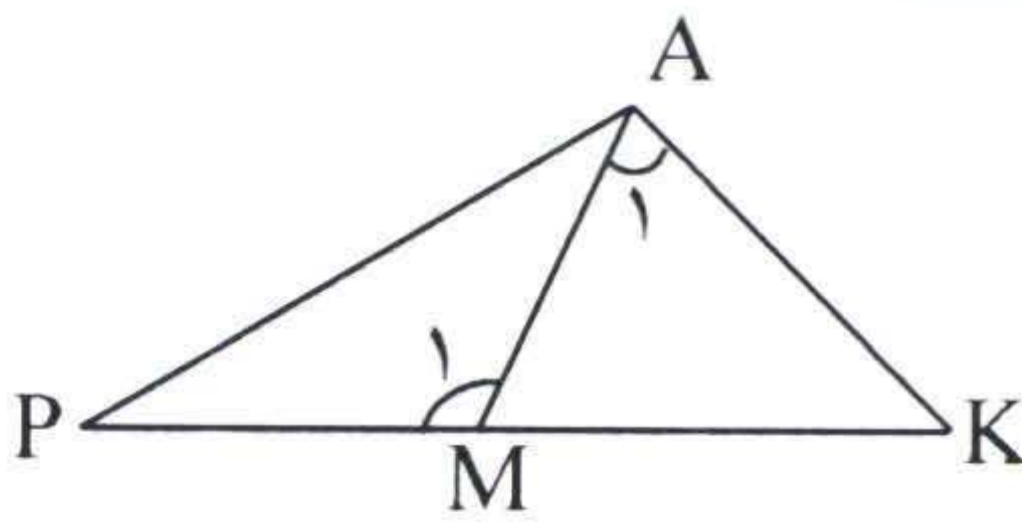
رسم شکل (۰/۲۵)



ص ۷

۲	<p>فرض کنیم M نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع ABC باشد. از M به رأس های A، B، C وصل می کنیم. اگر ارتفاع مثلث ABC و MH_1، MH_2 و MH_3 فاصله های نقطه M از سه ضلع مثلث باشد. (۰/۲۵)</p> <p>آنگاه:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BMC} + S_{\Delta AMB} + S_{\Delta AMC} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} MH_1 \times BC + \frac{1}{2} MH_2 \times AB + \frac{1}{2} MH_3 \times AC \quad (۰/۲۵)$ <p>چون که $AB = AC = BC$ پس $AH = MH_1 + MH_2 + MH_3$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین مجموع فواصل نقطه M از اضلاع مثلث، مقدار ثابت AH می باشد. ص ۲۱</p> </div> </div>	۱
---	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

۳	<p>برهان: ضلع BC را از راس B امتداد می دهیم و به اندازه AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه D به دست آید. سپس D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا براین در مثلث ABD داریم:</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 \quad (۰/۲۵)$ $DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC \quad (۰/۲۵)$ </div>  </div> <p>همچنین در مثلث ADC داریم:</p> <p>با توجه به شکل $\hat{D}_1 = \hat{A}_1$ (۰/۲۵) در نتیجه بنابر قضیه: $DC > AC$ (۰/۲۵) بنابراین $AB + BC > AC$ ص ۲۵</p>	۱/۲۵
---	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

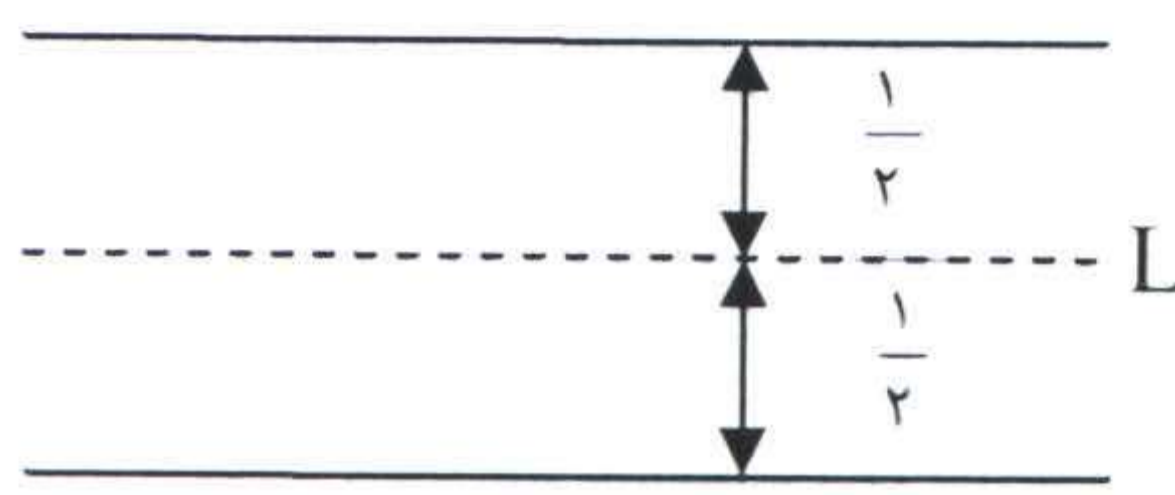
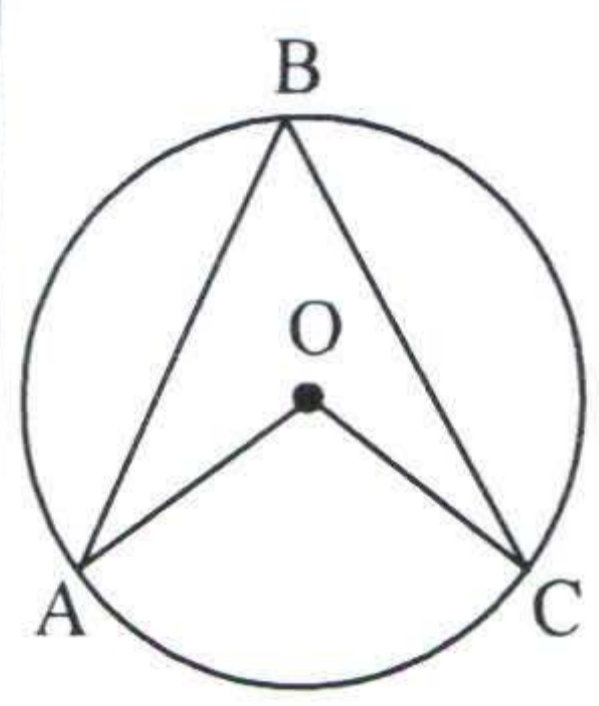
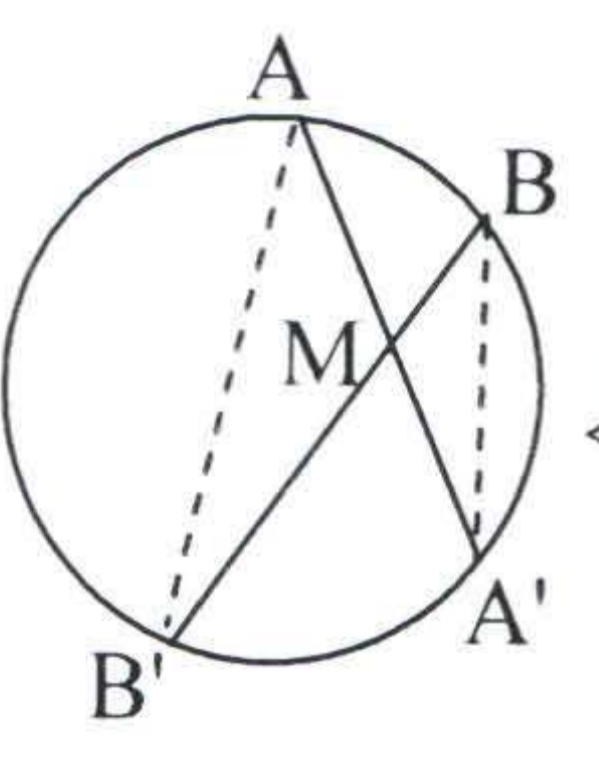
۴	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $\left. \begin{array}{l} \Delta AMP, \Delta MK : \\ PM = AK \\ AM = AM \\ \hat{M}_1 > \hat{A}_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{(۰/۲۵)} AP > MK \quad (۰/۲۵)$ </div>  </div> <p>با توجه به قضیه لولا (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۲۹</p>	۱
---	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

«ادامه در صفحه دوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۲/۳۰
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط L و به فاصله $\frac{1}{2}$ از آن می باشد. (۰/۲۵)</p> <p>(رسم شکل (۰/۵))</p>  <p>ص ۳۴</p>	۰/۷۵
۶	الف) گزینه ۳ (۰/۲۵) ص ۵۳ ب) گزینه ۲ (۰/۲۵) ص ۵۹	۰/۵
۷	<p>زاویه ظلی \widehat{BAT} را در دایره به مرکز O در نظر می گیریم. قطر AD از این دایره را رسم می کنیم و از D به نقطه B وصل می نمایم. زاویه \widehat{ABD} محاطی روبه رو به قطر مساوی 90° است.</p> <p>پس: (۱) (۰/۲۵) $\widehat{ADB} + \widehat{DAB} = 90^\circ$، از طرفی: (۲) (۰/۲۵) $\widehat{DAB} + \widehat{BAT} = 90^\circ$</p> <p>از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می شود: (۰/۲۵) $\widehat{BAT} = \widehat{ADB}$ اما می دانیم (۰/۲۵) $\widehat{ADB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ پس: (۰/۲۵) $\widehat{BAT} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ ص ۶۰</p>	۱/۲۵
۸	<p>۱</p>  <p> $\begin{cases} \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \widehat{AOC} = \widehat{AC} \end{cases}$ </p> <p>(۰/۵) $\Rightarrow \alpha + 16 = \frac{3\alpha + 12}{2} \Rightarrow \alpha = 20$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \widehat{ABC} = 36^\circ$ $\widehat{AOC} = 72^\circ$</p> <p>ص ۶۷</p>	۱
۹	<p>برهان: از A به B' و از B به A' وصل می کنیم، دو مثلث AMB' و BMA' متشابه اند. (۰/۲۵) زیرا:</p>  <p> $\begin{cases} \widehat{AMB'} = \widehat{A'MB} \\ \widehat{A} = \widehat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \end{cases}$ </p> <p>(۰/۵) $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$</p> <p>ص ۷۴</p>	۱
۱۰	<p>$R = 2$ $R' = 3$ $d = 13$</p> <p>$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$5x - 8 = \sqrt{13^2 - (2 + 3)^2}$</p> <p>$5x - 8 = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 4$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۸۲</p>	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه سوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۳۰/۲/۱۳۹۵
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

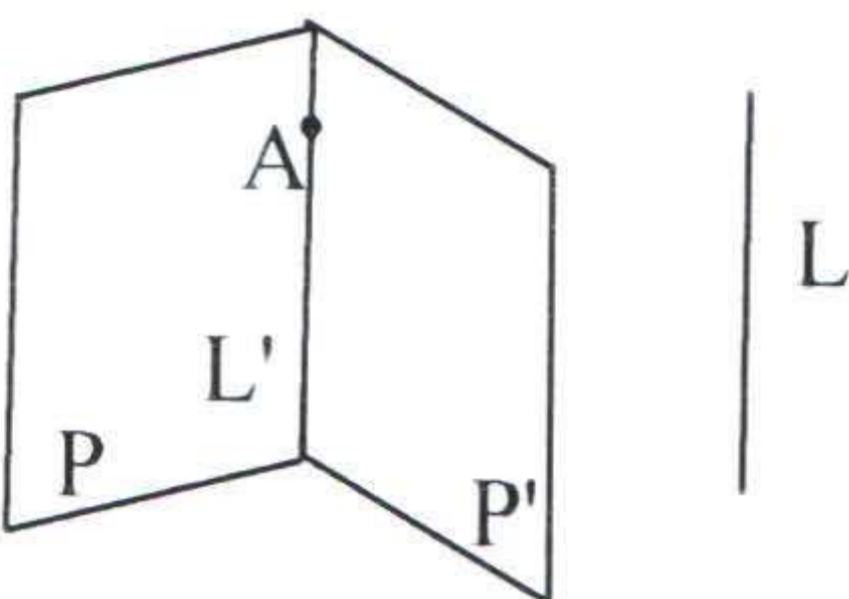
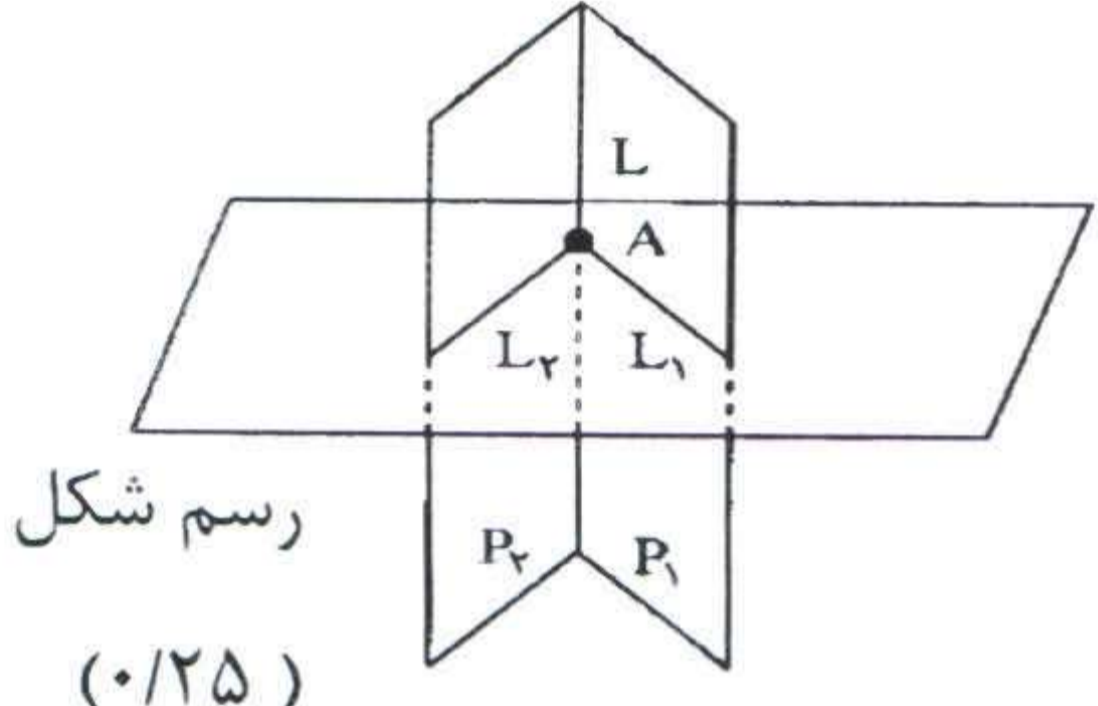
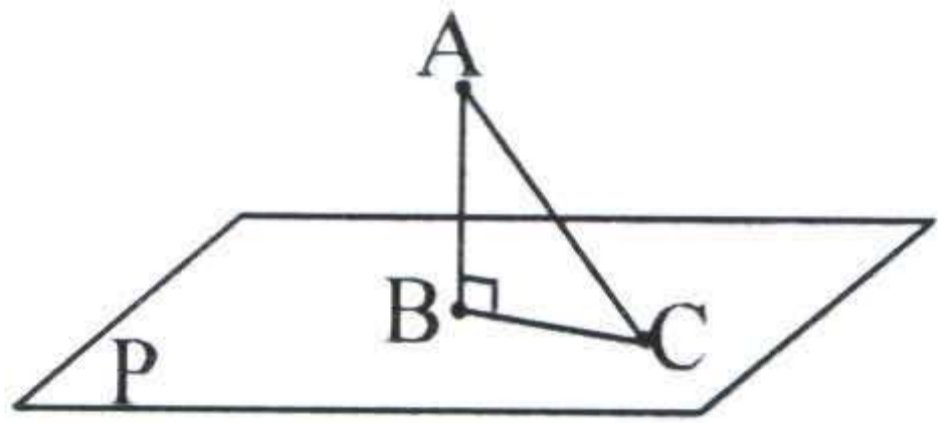
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	الف) اگر همه رأسهای یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن چند ضلعی محاطی نامیده می‌شود. (۰/۵) ص ۵۸ ب) تبدیلی که فاصله بین نقطه‌ها را حفظ کند، ایزومتري نامیده می‌شود. (۰/۵) ص ۸۹ ج) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی‌گیرند، دو خط متنافر، می‌نامیم. (۰/۵) ص ۱۳۴	۱/۵
۱۲	$T(x, y) = (x + h, y + k)$ $T(3, -1) = (3 + h, -1 + k) = (-2, 1)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow h = -5$ (۰/۲۵), $k = 2$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	الف) $D(x, y) = (2x, 2y)$ $\begin{cases} A(1, 2) \rightarrow A'(2, 4) \\ B(0, 1) \rightarrow B'(0, 2) \\ C(1, 0) \rightarrow C'(2, 0) \\ D(2, 1) \rightarrow C'(4, 2) \end{cases}$ (۰/۵) ب) $\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = k^2 = 4$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۵) ج) این تجانس، انبساط است. (۰/۲۵) ص ۱۱۷	۱/۵
۱۴	$L: x + y - 3 = 0 \Rightarrow m_1 = -1$ $L': x + y + 3 = 0 \Rightarrow m_2 = -1$ $\Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow$ محور تقارن موازی با دو خط می‌باشد $\Rightarrow m = -1$ (۰/۲۵) $A(0, 3) \in L$ $B(0, -3) \in L'$ $\Rightarrow M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{cases}$ (۰/۵) $\Rightarrow y - y_M = m(x - x_M) \Rightarrow y = -x$ (۰/۲۵)	۱
۱۵	می‌دانیم در مثلث متساوی الاضلاع محل برخورد نیمسازهای زوایای داخلی، مرکز ثقل مثلث می‌باشد. بنابراین: مرکز ثقل مثلث را مرکز دوران (۰/۲۵) و زاویه 120° را به عنوان زاویه دوران در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵) تحت این تبدیل خواهیم داشت: $A \rightarrow B$ $(BD = DE) \Rightarrow D \rightarrow E$ $\Rightarrow AD \rightarrow BE$ (۰/۲۵) چون دوران یک ایزومتري است، پس: $AD = BE$ (۰/۲۵) ص ۱۲۶	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه چهارم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۳۰/۲/۱۳۹۵
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۶	الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۳۱ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳۸ ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۵ د) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۷ ه) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۰	۱/۲۵	
۱۷	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه متقاطع P و P' باشد. از یک نقطه فصل مشترک مانند A خط L' را موازی L رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است، خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۵) با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵) پس L' همان فصل مشترک دو صفحه متقاطع P و P' است که با خط L نیز موازی است. (۰/۲۵) ص ۱۴۱		۱/۲۵
۱۸	می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه متمایز از این صفحه ها را P_1 و P_2 می نامیم. از نقطه A در صفحه P_1 ، خط L_1 را عمود بر L رسم می کنیم (۰/۲۵). به طور مشابه، از نقطه A در صفحه P_2 ، خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های L_1 و L_2 متقاطع اند و خط L بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامد، خط L بر صفحه گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص ۱۵۲		۱/۲۵
۱۹	چون AB عمود بر صفحه P است و C نقطه دلخواهی روی صفحه P می باشد، پس: در صفحه گذرنده از سه نقطه غیر واقع بر خط راست A و B و C داریم: (۰/۲۵) $\triangle ABC: \hat{C} < \hat{B} \Rightarrow AB < AC$ (۰/۲۵) ص ۱۵۶		۰/۲۵
۲۰	جمع نمره		

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.