در آستان جانان از آسمان میندیش
کز اوج سربلندی افتی به خاک پستی
صوفی پیاله پیما حافظ قرابه پرهیز
ای گوشه آستینان تا کی دراز دستی

فصل چهارم: تحلیل انرژی سیستم بسته

Energy Analysis of Closed Systems

اکبر اقبالی

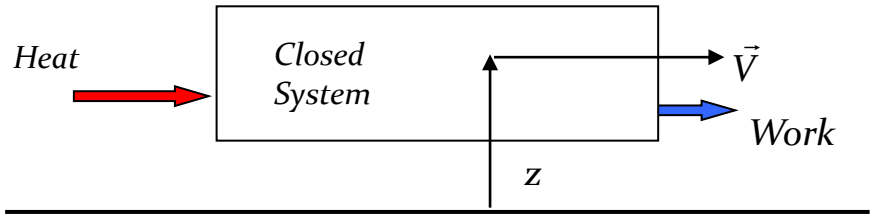
WWW.AEGHBALI.BLOG.IR
EGHBALI.D@GMAIL.COM

1393

قانون اول برای سیستم بسته

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{system}$$

$$Q_{net} - W_{net} = \Delta E_{system}$$



$$Q_{net} = Q_{in} - Q_{out}$$

$$W_{net} = (W_{out} - W_{in})_{other} + W_b$$

$$W_b = \int_1^2 P dV$$

$$E = \text{Internal energy} + \text{Kinetic energy} + \text{Potential energy}$$

$$E = U + KE + PE$$

$$KE = \int_{\vec{V}=0}^{\vec{V}} m\vec{V}\, d\vec{V} = \frac{m\vec{V}^2}{2}$$

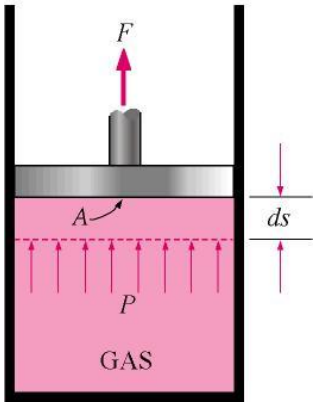
$$PE = \int_{z=0}^{z} mg\, dz = mgz$$

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

$$Q_{net} - W_{net} = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

$$Q_{net} - W_{net} = \Delta U$$

کار مرزی



- کار از ضرب نیرو در جابجایی محاسبه می شود.
- از ضرب فشار در سطح، نیرو حاصل می شود.

$$W_b = \int_1^2 \delta W_b = \int_1^2 F\,ds = \int_1^2 \frac{F}{A} A\,ds$$

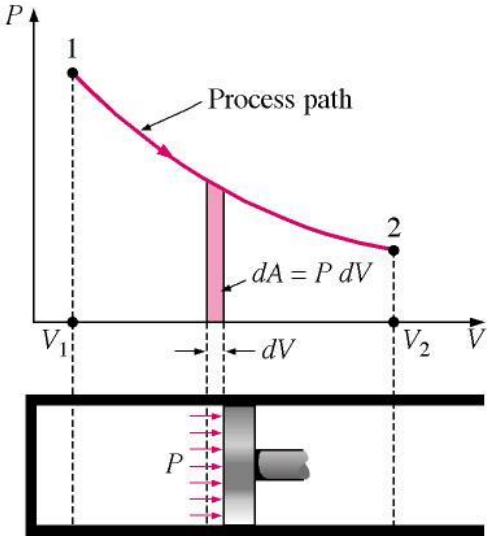
$$= \int_1^2 P\,dV$$

$$\delta W_b = P\,dV$$

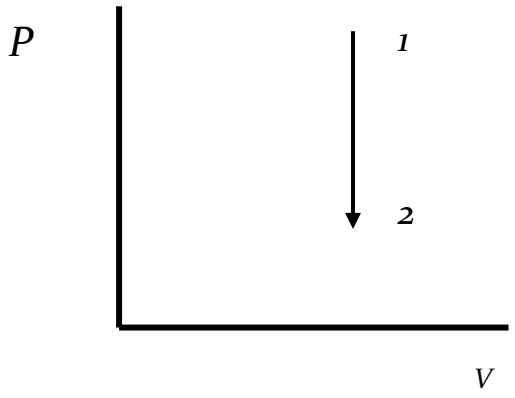
$$W_b = W_{\text{friction}} + W_{\text{atm}} + W_{\text{crank}}$$

$$= \int_1^2 (F_{\text{friction}} + P_{\text{atm}} A + F_{\text{crank}})\,ds$$

$$P = f(V)$$

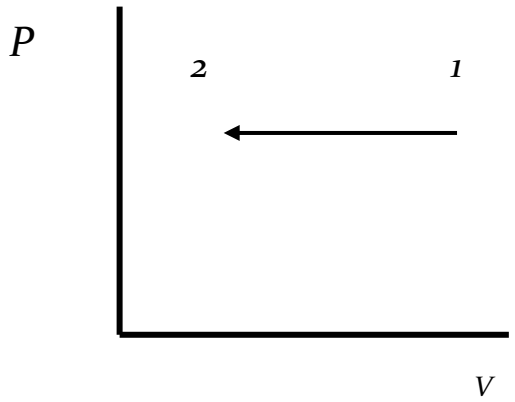


انواع فرآیند ها



P-V diagram for V = constant

$$W_b = \int_1^2 P dV = 0$$



P-V diagram for P = constant

$$W_b = \int_1^2 P dV = P\int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

P-V diagram for T = constant

$$\boxed{P = \frac{mRT}{V}}$$

$$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \frac{mRT}{V} dV$$

$$= mRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

سیستم بسته
سیکل
کار مرزی
فرآیندها
گرمای ویژه
Cp و Cv
روش حل
انرژی و آنتالپی

انواع فرآیند ها

The polytrophic process

$$PV^n = \text{constant}$$

Process	Exponent n
Constant pressure	0
Constant volume	∞
Isothermal & ideal gas	1
Adiabatic & ideal gas	$k = C_P/C_V$

$$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \frac{Const}{V^n} dV$$

$$= \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}, \quad n \neq 1$$

$$= PV \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \quad n = 1$$

An ideal gas - polytrophic process

$$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \frac{Const}{V^n} dV$$

$$= \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n}, \quad n \neq 1$$

$$= mRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \quad n = 1$$

گرمای ویژه

Cv : *The specific heat at constant volume for a constant-volume process.*
Cp : *The specific heat at constant pressure for a constant-pressure process.*

$$C_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \quad \text{and} \quad C_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P$$

Simple Substance

$$u = u(T, v) \quad \text{and} \quad h = h(T, P)$$

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

$$or$$

$$du = C_v\, dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP$$

$$or$$

$$dh = C_P\, dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP$$

گرمای ویژه برای گاز ایده آل

u, h, Cv, and Cp are functions of temperature alone.

$$du = C_v\,dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

$$du = C_v\,dT + \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P\right]dv$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P$$

$$C_V = C_V(T) \quad \text{and} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T \equiv 0$$

$$C_P = C_P(T) \quad \text{and} \quad \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T \equiv 0$$

$$P = \frac{RT}{v}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}$$

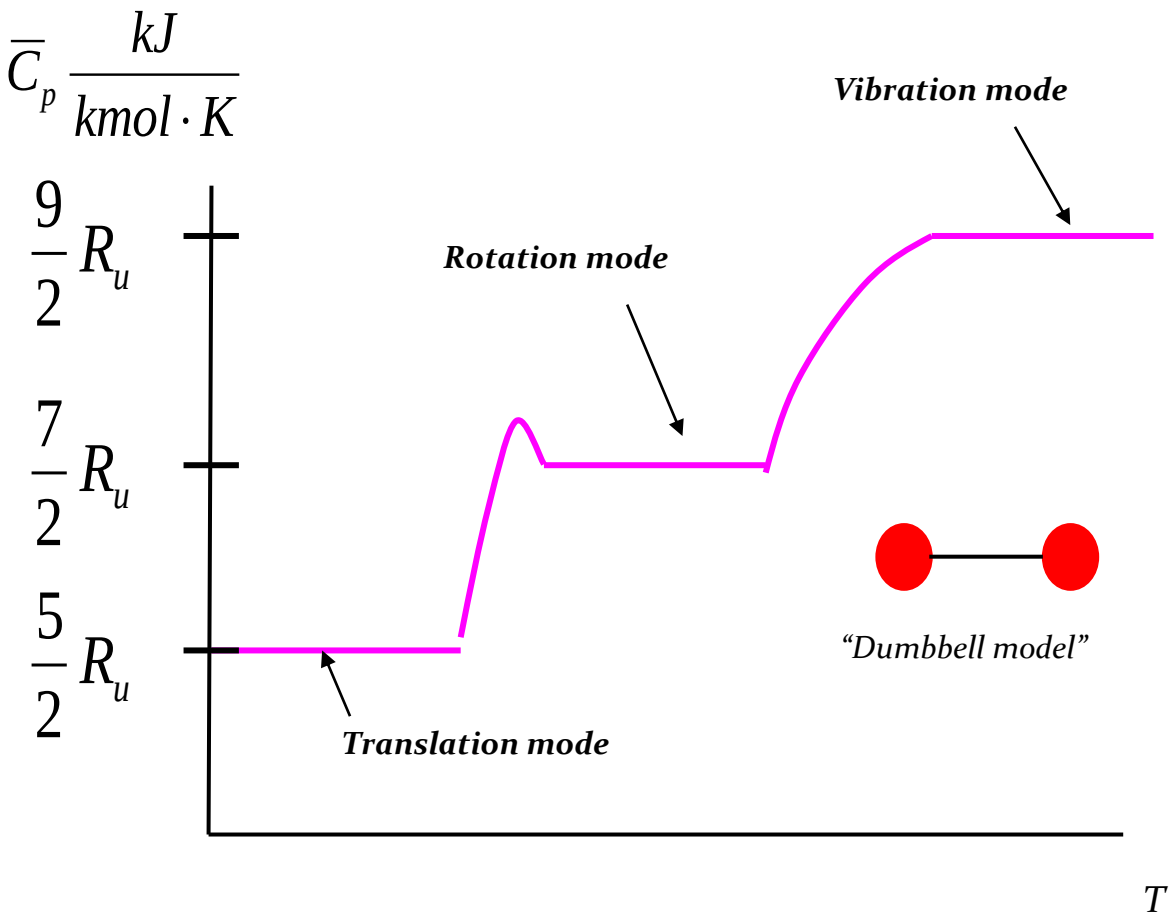
$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\frac{R}{v} - P = P - P = 0$$

$$C_V = \left(\frac{du}{dT}\right)_{ideal\ gas}$$

$$C_P = \left(\frac{dh}{dT}\right)_{ideal\ gas}$$

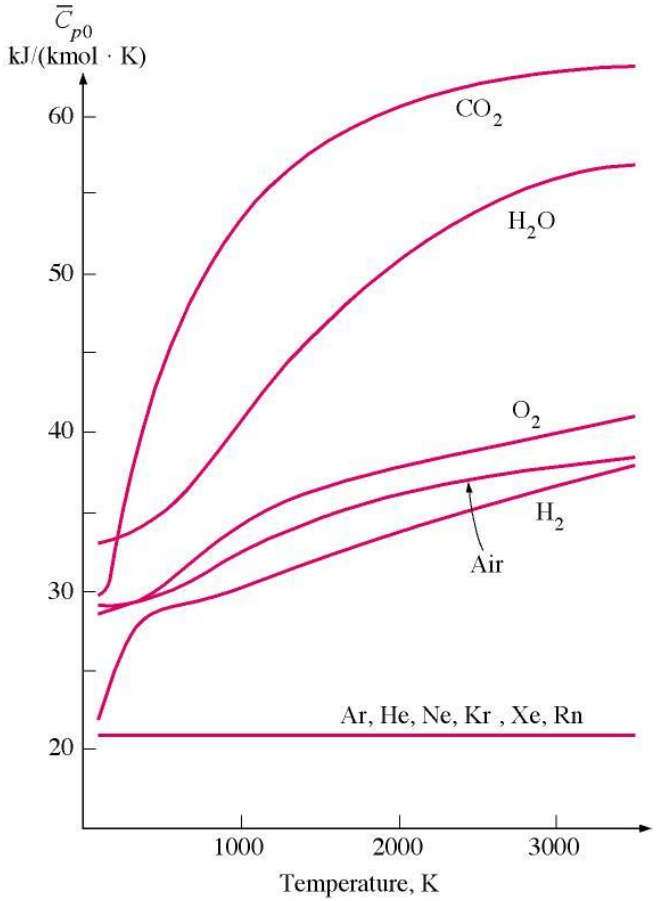
سیستم بسته
سیکل
کار مرزی
فرآیندها
گرمای ویژه
Cp و Cv
روش حل
انرژی و آنتالپی

گرمای ویژه برای گاز ایده آل



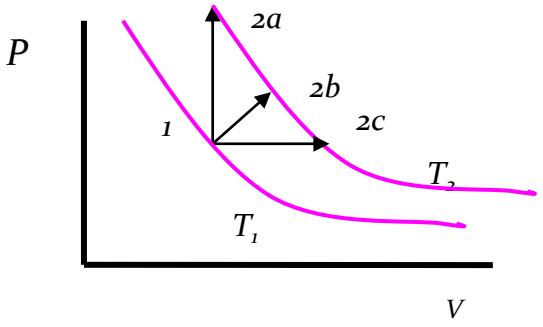
سیستم بسته
سیکل
کار مرزی
فرآیندها
گرمای ویژه
Cp و Cv
روش حل
انرژی و آنتالپی

گرمای ویژه برای گاز ایده آل



$$du = C_V\,dT$$

$$dh = C_P\,dT$$



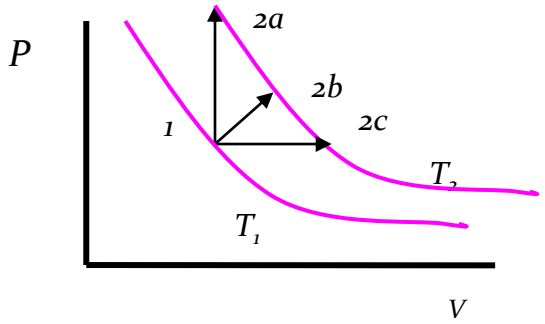
P-V diagram for several processes for an ideal gas.

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 C_V(T)dT = C_{V,ave}(T_2 - T_1)$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 C_P(T)dT = C_{P,ave}(T_2 - T_1)$$

سیستم بسته
سیکل
کار مرزی
فرآیندها
گرمای ویژه
Cp و Cv
روش حل
انرژی و آنتالپی

گرمای ویژه برای گاز ایده آل



Process 1-2a: Constant volume
Process 1-2b: P = a + bV, a linear relationship
Process 1-2c: Constant pressure

P-V diagram for several processes for an ideal gas.

1.The best average value (the one that gives the exact results)
See Table A-2(c) for variable specific data.

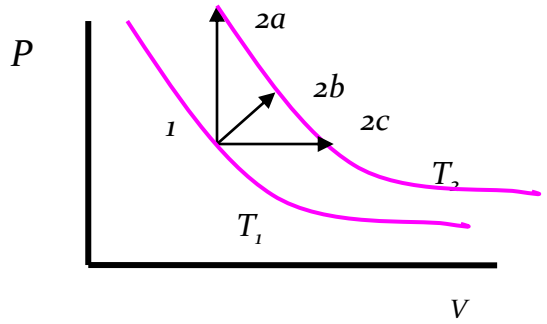
$$C_{v,ave} = \frac{\int_1^2 C_V(T)dT}{T_2 - T_1} \quad \text{and} \quad C_{P,ave} = \frac{\int_1^2 C_P(T)dT}{T_2 - T_1}$$

2.Good average values are

$$C_{v,ave} = \frac{C_V(T_2) + C_V(T_1)}{2} \qquad C_{P,ave} = \frac{C_P(T_2) + C_P(T_1)}{2}$$

$$C_{v,ave} = C_V(T_{ave}) \qquad C_{P,ave} = C_P(T_{ave}) \qquad T_{ave} = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

گرمای ویژه برای گاز ایده آل



Process 1-2a: Constant volume
Process 1-2b: P = a + bV, a linear relationship
Process 1-2c: Constant pressure

P-V diagram for several processes for an ideal gas.

3. values are the ones evaluated at 300 K and are given in Table A-2(a).

$$C_{v,ave} = C_V(300K) \quad \text{and} \quad C_{P,ave} = C_P(300K) \qquad \Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 C_P(T)dT$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_{ref}} C_P(T')dT' + \int_{T_{ref}}^{T_2} C_P(T')dT'$$

or

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_{ref}}^{T_2} C_P(T')dT' - \int_{T_{ref}}^{T_1} C_P(T')dT'$$

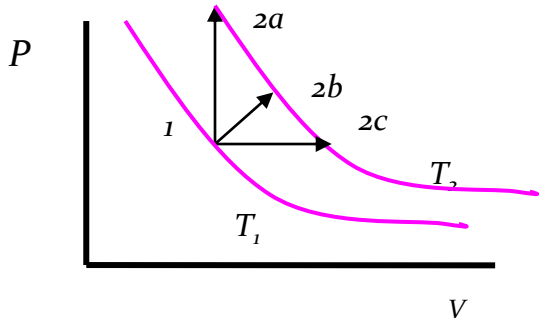
$$= (h_2 - h_{ref}) - (h_1 - h_{ref})$$

$$h - h_{ref} = \int_{T_{ref}}^{T} C_P(T')dT'$$

or

$$h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^{T} C_P(T')dT'$$

گرمای ویژه برای گاز ایده آل

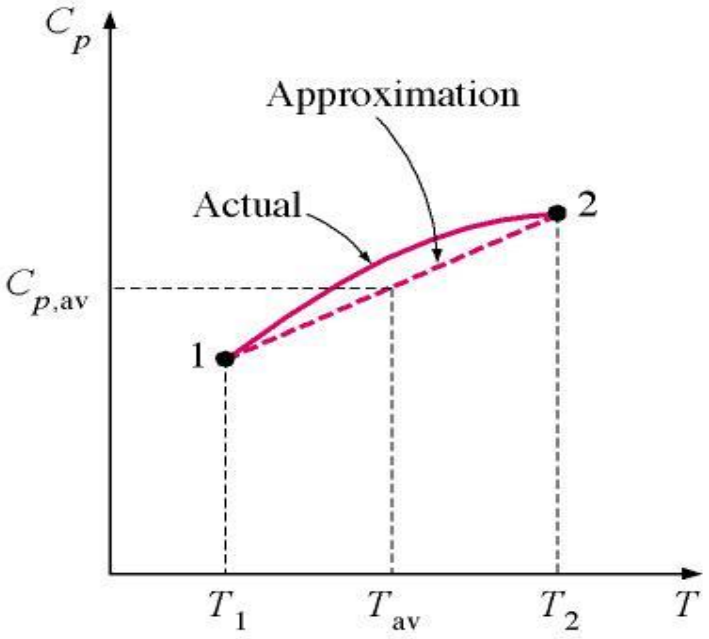


Process 1-2a: Constant volume
Process 1-2b: P = a + bV, a linear relationship
Process 1-2c: Constant pressure

P-V diagram for several processes for an ideal gas.

AIR

T, K	u, kJ/kg	h, kJ/kg
0	0	0
.	.	.
.	.	.
300	214.17	300.19
310	221.25	310.24
.	.	.
.	.	.



رابطه بین Cv و Cp

Using the definition of enthalpy (h = u + Pv) and writing the differential of enthalpy, the relationship between the specific heats for ideal gases is

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + d(RT)$$

$$C_P dT = C_V dT + RdT$$

$$C_P = C_V + R$$

where R is the particular gas constant. The specific heat ratio k (fluids texts often use γ instead of k) is defined as

$$k = \frac{C_P}{C_V}$$

Extra Problem
Show that

$$C_P = \frac{kR}{k-1} \quad \text{and} \quad C_V = \frac{R}{k-1}$$

سیستم بسته
سیکل
کار مرزی
فرآیندها
گرمای ویژه
Cp و Cv
روش حل
انرژی و آنتالپی

روش حل مسائل ترمودینامیک

- برای حل مسائل ترمودینامیک به روش ریاضیات، از مراحل زیر استفاده خواهیم کرد:

۱) انتخاب سیستم مورد نظر.

۲) رسم دیاگرام آزاد سیستم و تبادل انرژی از مرزهای آن.

۳) تعیین وضعیت خواص ماده (گازایده آل یا واقعی - جدول).

۴) تعیین نوع فرآیند و رسم دیاگرام آن. تکمیل جدول خواص.

۵) اعمال قوانین بقای ماده و انرژی.

۶) اعمال سایر اطلاعات برای مسئله. محاسبه خواص دیگر.

۷) ادامه معادلات و حل مسئله برای محاسبه مجهولات.

تغییرات انرژی داخلی وآنتالپی در مایع و جامد

- اگر مایع و جامد تراکم پذیر باشند:

$$C_P = C_V = C \qquad \left(\frac{kJ}{kg \cdot K}\right)$$

- برای جامد تراکم ناپذیر خواهیم داشت:

$$du = C_V\, dT = C dT$$

$$dv = 0$$

$$dh = du + P\cancel{dv}^{\,0} + v dP = du + v dP$$

- و بطور مشابه برای انرژی داخلی خواهیم داشت:

$$\Delta h = \Delta u + v\Delta P = C\Delta T + v\Delta P$$

- برای جامد حجم مخصوص تقریبا صفر است و خواهیم داشت:

$$\Delta h_{solid} = \Delta u_{solid} + \cancel{v}^{\,0}\Delta P$$

$$\Delta h_{solid} = \Delta u_{solid} \cong C\Delta T$$

تغییرات انرژی داخلی وآنتالپی در مایع و جامد

- برای مایع دو وضعیت می تواند رخ دهد:
  - فرآیند فشار ثابت:

$$\Delta h_{liquid} = \Delta u_{liquid} \cong C\Delta T$$

  - فرآیند دما ثابت:

$$\Delta h_{liquid} = \Delta u_{liquid} + v\Delta P \cong C\cancel{\Delta^0 T} + v\Delta P$$

$$\Delta h_{liquid} = v\Delta P$$

هیچ ثروتی چون عقل نیست،

هیچ فقری چون نادانی نیست،

هیچ ارثی چون ادب نیست،

هیچ پشتیبانی چون مشورت نیست.

امیر مؤمنان، امام علی علیه السلام