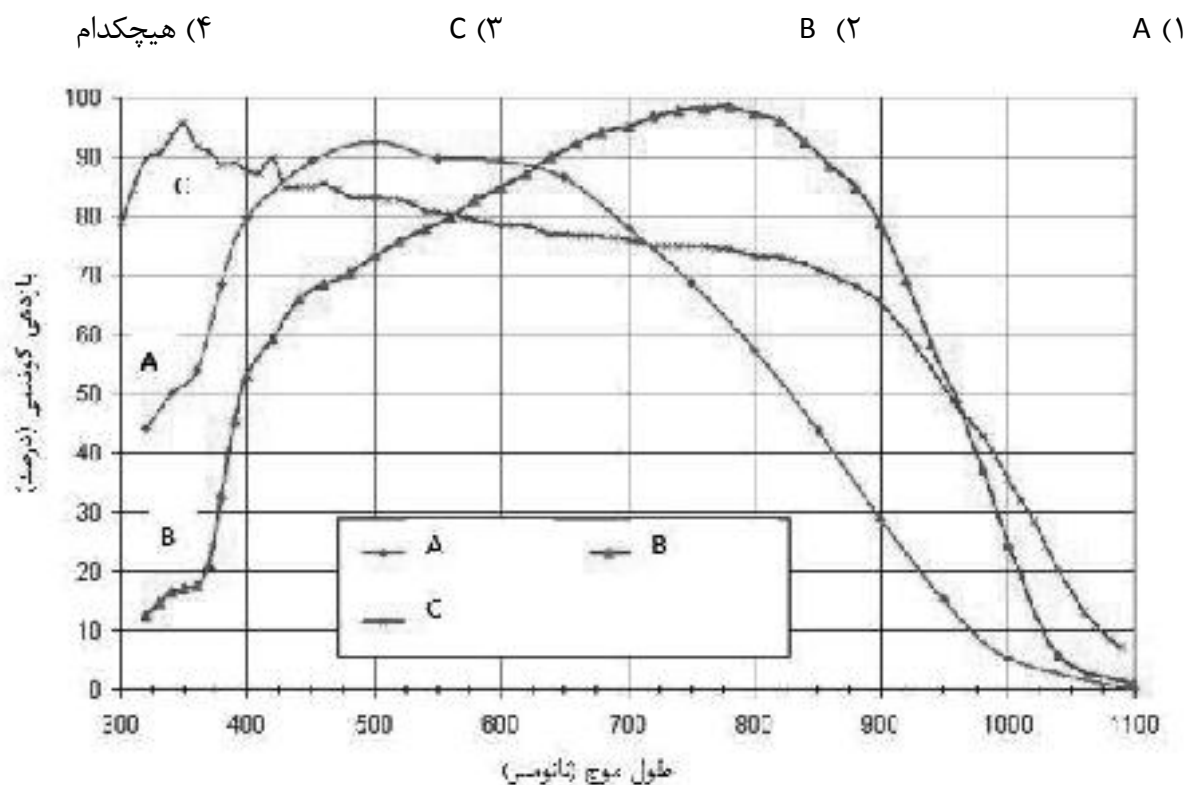


ثوابت نجومی و فیزیکی

$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	ثابت جهانی گرانش	G
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	ثابت استفان بولتزمن	σ
$1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$	ثابت بولتزمن	k_B
$6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$	ثابت پلانک	h
$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$	بار الکترون	e
$3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$	سرعت نور	c
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	پارسک	pc
$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$	واحد نجومی	AU
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	سال نوری	Ly
$6.96 \times 10^8 \text{ m}$	شعاع خورشید	R_{sun}
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	جرم خورشید	M_{sun}
$6.38 \times 10^6 \text{ m}$	شعاع زمین	R_{earth}
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	جرم زمین	M_{earth}
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	درخشندگی خورشید	L_{sun}
۴۷۲	قدر مطلق بولومتریک خورشید	
-۲۶.۷	قدر ظاهری خورشید	m_{sun}
$1.37 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$	ثابت خورشیدی	f_{sun}
$67.80 \text{ (km/s)/ Mpc}$	ثابت هابل	H_o

توجه: تعداد ۳۵ سوال در ۱۰ صفحه تنظیم شده که پیشنهاد می‌شود پیش از شروع، آن را دقیقاً واریسی نمایید.

۱- در طیف نگارهای امروزی از CCD برای ثبت طیف استفاده می‌شود. برای اندازه‌گیری پهنای خطوط جذبی کلسیم سه گانه (۸۶۶۲، ۸۵۴۲ و ۸۴۹۸ آنگسترم)، که منحنی بازدهی آنها داده شده است، کدام یک از CCD های زیر مناسب تر است؟



۲- فرض کنید تلسکوپ فضایی هابل با توان تفکیک $0.1''$ (یک دهم) ثانیه قوسی در مدار دایره‌ای حول زمین می‌گردد. در صورتی که این تلسکوپ به سمت زمین نشانه رود قدرت تفکیک آن برای اجسام روی سطح زمین، بدون در نظر گرفتن اثر جو، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ این تلسکوپ دارای دوره دوران ۹۷ دقیقه حول زمین است. برای سایر مقادیر مورد نیاز به جدول ثابت‌ها مراجعه کنید.

(۱) ۱۶ متر (۲) ۱/۶ متر (۳) ۳۰ سانتی متر (۴) ۱۳ سانتی متر

۳- کدام یک از اجرام زیر در کمترین فاصله از ما قرار دارند؟

(۱) کهکشان امرهء المسلسله (آندرومدا)

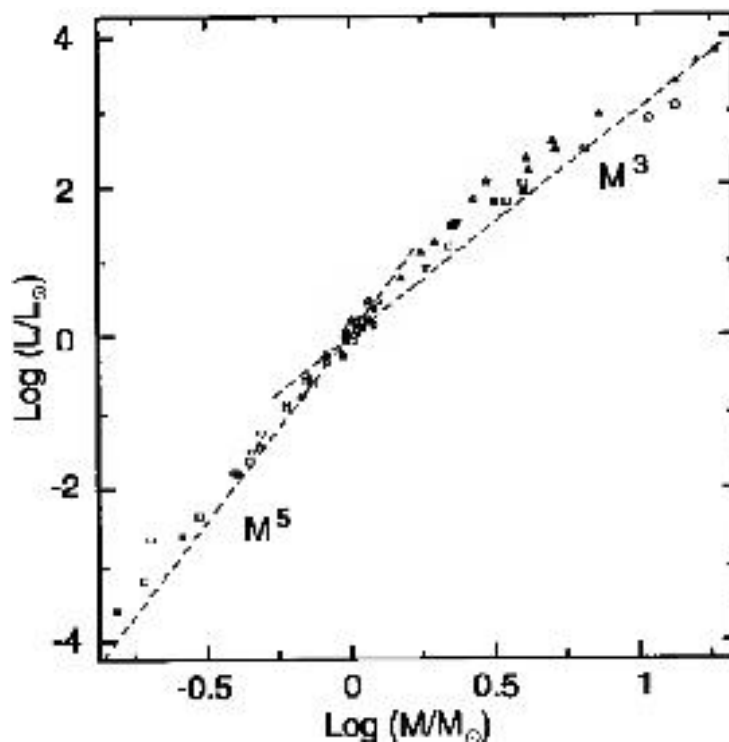
(۲) کهکشان ابر ماژلانی بزرگ (LMC)

(۳) خوشه ی کهکشانی گیسو

(۴) خوشه ی کهکشانی سنبله

۴- با استفاده از نمودار زیر مشخص کنید که عمر یک ستاره به جرم 0.3 جرم خورشید به کدام گزینه نزدیکتر است؟

(۱) عمر خورشید (۲) ۱۰ عمر خورشید (۳) ۱۰۰ عمر خورشید (۴) ۱۰۰۰ عمر خورشید



۵- فرض کنید به دلیل جذب میان ستاره‌ای، از هر 10^{12} فوتون ساطع شده از مرکز کهکشان راه شیری فقط ۱ فوتون قادر است به زمین برسد. حد قدری تلسکوپ فضایی هابل $m=29$ است. حداقل قطر این تلسکوپ چند متر باید باشد تا بتوانیم به کمک آن ستاره‌ای مانند خورشید را در مرکز کهکشان رصد کنیم؟

(۱) ۱ متر (۲) 10^2 متر (۳) 10^4 متر (۴) 10^6 متر

۶- فرض کنید در لحظه‌ی تولد شخصی در کره‌ی زمین یک انفجار ابرنواختری در نقطه‌ای از فضا رخ داده باشد. برآورد کنید که حداکثر فاصله‌ی این ابرنواختر از ما چقدر باید باشد تا این شخص قبل از مرگ خود موفق به دیدن این ابرنواختر شود؟

(۱) ۳۰ پارسک (۲) ۹۰ پارسک (۳) ۱۸۰ پارسک (۴) ۹۰۰ پارسک

۷- گنبد یک رصدخانه در عرض جغرافیایی ۳۵ درجه به شکلی است که فقط ستاره‌هایی که ارتفاع بیش از ۵۰ درجه دارند و سمتشان در بازه‌ی $[-25^\circ, 25^\circ]$ است را می‌تواند رصد کند. $P(\delta)$ احتمال رصد یک ستاره با میل δ در این رصدخانه است. بیش‌ترین مقدار $P(\delta)$ چند درصد است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۹ (۳) ۳۳ (۴) ۵۰

۸- یک تلسکوپ ۳/۵ متری دارای نسبت کانونی آینه اصلی ۱/۵ است. نسبت کانونی در خروجی کاسگرین این تلسکوپ ۱۱ است. مقیاس تصویر این تلسکوپ در خروجی کاسگرین چند ثانیه قوسی بر میلی‌متر است؟

(۱) ۵۹ (۲) ۳۹ (۳) ۷ (۴) ۵/۴

۹- شکل زیر برخورد دو کهکشان را نشان می‌دهد. انرژی پتانسیل گرانشی این زوج برخوردی تقریباً چند ژول است؟



(۱) 10^{37} (۲) 10^{44} (۳) 10^{52} (۴) 10^{61}

۱۰- نسبت جرم زمین به جرم کوه دماوند به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^{-1} (۲) 10^{-13} (۳) 10^{-16} (۴) 10^{-20}

۱۱- روشنایی سطحی یک شیء نورانی، مقدار نوری است که ناظر در هر ثانیه‌ی قوسی مربع و از آن شیء دریافت می‌کند. نسبت روشنایی سطحی خورشید در فاصله‌ی ۱۰ پارسک به روشنایی سطحی آن در فاصله‌ی ۱۰۰ پارسک چقدر است؟

- (۱) ۰٫۱ (۲) ۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱۰۰

۱۲- چگالی متوسط دو ستاره‌ی متغیر قیفاووسی ρ_1 و $\rho_2 = 4\rho_1$ است. نسبت دوره تناوب تغییرات شدت روشنایی آنها، $\frac{T_1}{T_2}$ کدام است؟

- (۱) ۰٫۲۵ (۲) ۰٫۵ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۳- تلسکوپ با تفکیک زاویه‌ای ۰٫۰۱ ثانیه‌ی قوسی را روی سطح مریخ نصب می‌کنیم. تعداد تقریبی ستاره‌هایی که به روش اختلاف منظر توسط این تلسکوپ فاصله‌یابی می‌شوند چند برابر حالتی است که این تلسکوپ روی زمین نصب شده باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۴- اخترفیزیک‌دانان با بررسی خطوط جذبی و گسیلی یک پوسته‌ی نازک گازی که از سطح یک ستاره جدا شده و پیرامون آن با تقارن کروی در حال انبساط است، به این نتیجه رسیدند که بیشینه‌ی آبی‌گرایی در خطوط جذبی تقریباً ۱٫۱ برابر بیشینه‌ی قرمزگرایی در خطوط گسیلی است. اگر فرض کنیم که این ستاره نسبت به زمین سرعت شعاعی ندارد، شعاع پوسته‌ی گازی چند برابر شعاع ستاره است؟

- (۱) ۱ (۲) ۰٫۶ (۳) ۲٫۱ (۴) ۲٫۴

۱۵- دو ستاره ی روشن α و β در دو گوشه مخالف از سحابی جبار قرار دارند. مختصات آنها عبارتند از :

میل	بعد		
۷ درجه ۲۴ دقیقه ۲۵٫۴ ثانیه	۵ ساعت ۵۵ دقیقه ۱۰٫۳ ثانیه		α
۸- درجه ۱۲ دقیقه ۵٫۹ ثانیه	۵ ساعت ۱۴ دقیقه ۳۲٫۲ ثانیه		β

با فرض اینکه این دو ستاره در فاصله‌ای حدود ۲۰۰ پارسک از ما قرار دارند جدایی زاویه‌ای و فاصله جدایی آنها از هم به ترتیب کدام گزینه‌اند؟

- (۱) ۱۸٫۵ درجه، ۶۵ پارسک
(۲) ۲۲٫۶ درجه، ۷۸ پارسک
(۳) ۱۲٫۸ درجه، ۴۴ پارسک
(۴) ۸٫۸ درجه، ۳۶ پارسک

۱۶- یک ابر ملکولی عظیم کروی با ابعاد حدود ۲۰ سال نوری را در نظر بگیرید. دمای این ابر ۵۰ کلوین و چگالی عددی آن یکنواخت و برابر با ۱۰۰۰۰ ذره بر سانتی متر مکعب است. وزن ملکولی میانگین این ابر ۰٫۷۷ است. نسبت انرژی جنبشی کل این ابر به انرژی پتانسیل به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

- (۱) ۰٫۵
(۲) ۰٫۱
(۳) ۰٫۰۲
(۴) ۰٫۰۰۲

۱۷- در نورسنجی با CCD عموماً ۴ دسته تصویر ثبت می شود. تصویر زمینه (Bias)، تصویر میدان تخت (flat field)، تصویر تاریک (Dark) و تصویر هدف یا علمی (Science). کدام گزینه صحیح نیست؟

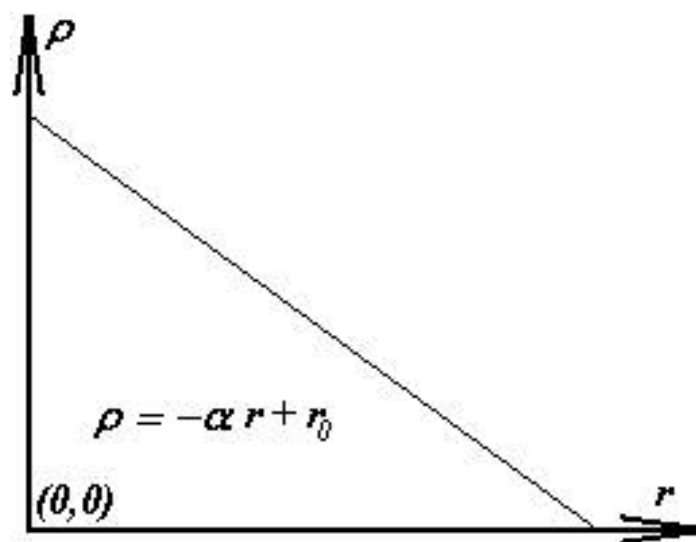
- (۱) تصویر زمینه تصویری است با زمان نوردهی صفر ثانیه.
(۲) پرتو کیهانی می تواند بر روی تصاویر تخت تاثیر بگذارد.
(۳) تصویر تاریک دارای زمان نور دهی صفر است.
(۴) تصویر تخت برای از بین بردن حساسیت متفاوت پیکسل های CCD به نور ثبت می شود.

۱۸- در مورد کوتوله‌های سفید کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) عامل نگه دارنده‌ی کوتوله‌ی سفید در برابر گرانش، فشار کوانتومی (تبهگنی الکترون‌ها) است.
(۲) کوتوله‌های سفید با جرم بیشتر، شعاع کوچکتری دارند.
(۳) انتقال انرژی در کوتوله‌ی سفید غالباً از طریق همرفت صورت می‌گیرد.
(۴) درخشندگی کوتوله‌ی سفید به مرور زمان کاهش می‌یابد.

۱۹- اگر تابع توزیع چگالی بر حسب شعاع به صورت نشان داده شده در شکل زیر باشد؛ در مورد انرژی خود گرانش (U)، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $U > 3GM^2/5R$ (۲) $3GM^2/5R$ (۳) $U < 3GM^2/5R$ (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.



۲۰- تقریباً چند درصد از سطح زمین نمی‌تواند از ماهواره‌های مخابراتی ثابت (نسبت به ناظر زمینی) GEO اطلاعات دریافت کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵۱ (۴) ۸۷

۲۱- امروزه تعداد زیادی از سیارات فراخورشیدی، از روی تلوتلو خوردن ستارگان میزبان‌شان (حرکت ستاره میزبان و سیاره حول مرکز جرم مشترکشان) قابل آشکارسازی هستند. دوره تناوب تلوتلو خوردن خورشید از دید یک ناظر فرا زمینی چقدر است؟

- (۱) ۲۷ روز (۲) ۱ سال (۳) ۵۲ سال (۴) ۱۲ سال

۲۲- ستاره‌ای به جرم ۵ برابر جرم خورشید را در نظر بگیرید. اگر کاهش جرم ستاره‌ای صرفاً ناشی از درخشندگی آن باشد؛ این ستاره در پایان عمر خود تقریباً چند درصد از جرم خود را از دست داده است؟

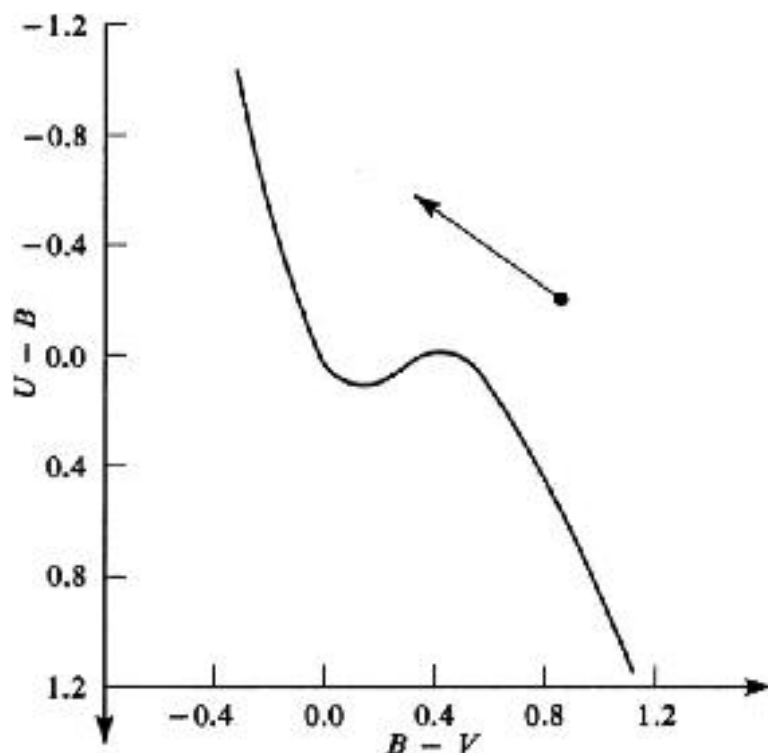
- (۱) ۰.۰۱ (۲) ۰.۱ (۳) ۱ (۴) ۱۰

۲۳- دو ماهواره A و B با دوری تناوب ۲۴ ساعت حول زمین در یک جهت دوران می‌کنند. صفحه‌ی مداری ماهواره‌ی A منطبق بر صفحه‌ی استوای زمین است و صفحه‌ی ماهواره‌ی B به اندازه‌ی زاویه‌ی $i = 60^\circ$ نسبت به صفحه‌ی استوای زمین تمایل دارد. در $t = 0$ این دو ماهواره در گره صعودی ماهواره‌ی B قرار دارند. زمانی را که برای اولین بار اختلاف طول جغرافیایی این دو ماهواره $(|l_A - l_B|)$ بیشینه می‌شود را با t_l و زمانی را که برای اولین بار اختلاف عرض جغرافیایی این دو ماهواره $(|\varphi_A - \varphi_B|)$ بیشینه می‌شود را با t_φ نشان می‌دهیم. مقدار $|t_\varphi - t_l|$ چند ساعت است؟

- ۱) ۱٫۲۰ (۲) ۲٫۳۵ (۳) ۳٫۶۵ (۴) ۴٫۸۰

۲۴- ستاره‌ای دارای رنگ $B-V = 0.2$ و $U-B = -0.1$ است. فزونی رنگ E_{B-V} آن چقدر است؟

- ۱) ۰٫۱۰ (۲) ۰٫۲۰ (۳) ۰٫۳۵ (۴) ۰٫۵۰



۲۵- ابیراهی رنگی در کدام یک از تلسکوپ‌های زیر جدی‌تر است؟

- ۱) نیوتونی (۲) کاسگرین (۳) شکستی (۴) اشمیت-کاسگرین

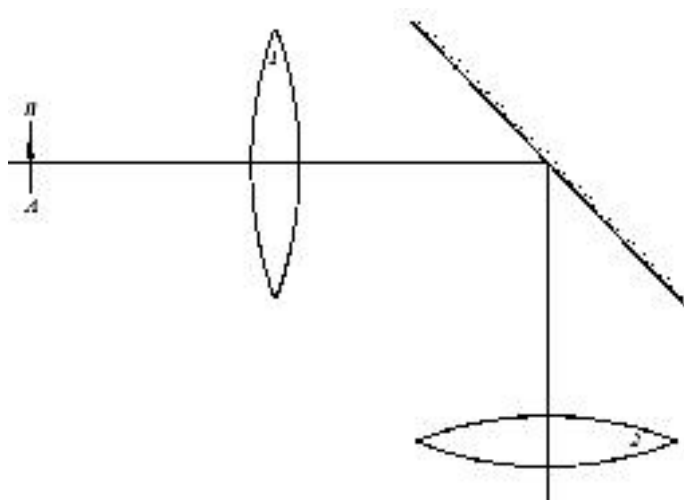
۲۶- رصد آسمان در کدام بخش از طیف الکترومغناطیس از روی سطح زمین امکان پذیر نیست؟

- (۱) مادون قرمز (۲) فرابنفش نزدیک (۳) رادیویی (۴) پرتو X

۲۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) همسانگردی لزوماً باعث ایجاد همگنی در کیهان قابل مشاهده نمی شود.
 (۲) رصدهای دو دهه ی گذشته نشان داد که کیهان در حال انبساط تند شونده است.
 (۳) عامل انبساط کیهان وجود انرژی تاریک است.
 (۴) ثابت هابل در زمان های گذشته تغییر کرده است.

۲۸- در شکل زیر تصویر A'B' در کجا و در چه جهتی تشکیل خواهد شد؟ (جسم AB و تقاطع محور اپتیکی با آینه، روی کانون عدسی ها قرار گرفته اند)



- (۱) بینهایت، چپ به راست
 (۲) بینهایت، راست به چپ
 (۳) کانون عدسی ۲، چپ به راست
 (۴) کانون عدسی ۲، راست به چپ

۲۹- بهترین توان تفکیک تلسکوپ های زمینی ۰٫۰۰۱ ثانیه قوسی است. در این صورت تا چه فاصله ای را می توان (بر حسب پارسک) با استفاده از روش اختلاف منظر با خطای کمتر از ۱۰٪ فاصله یابی کرد؟

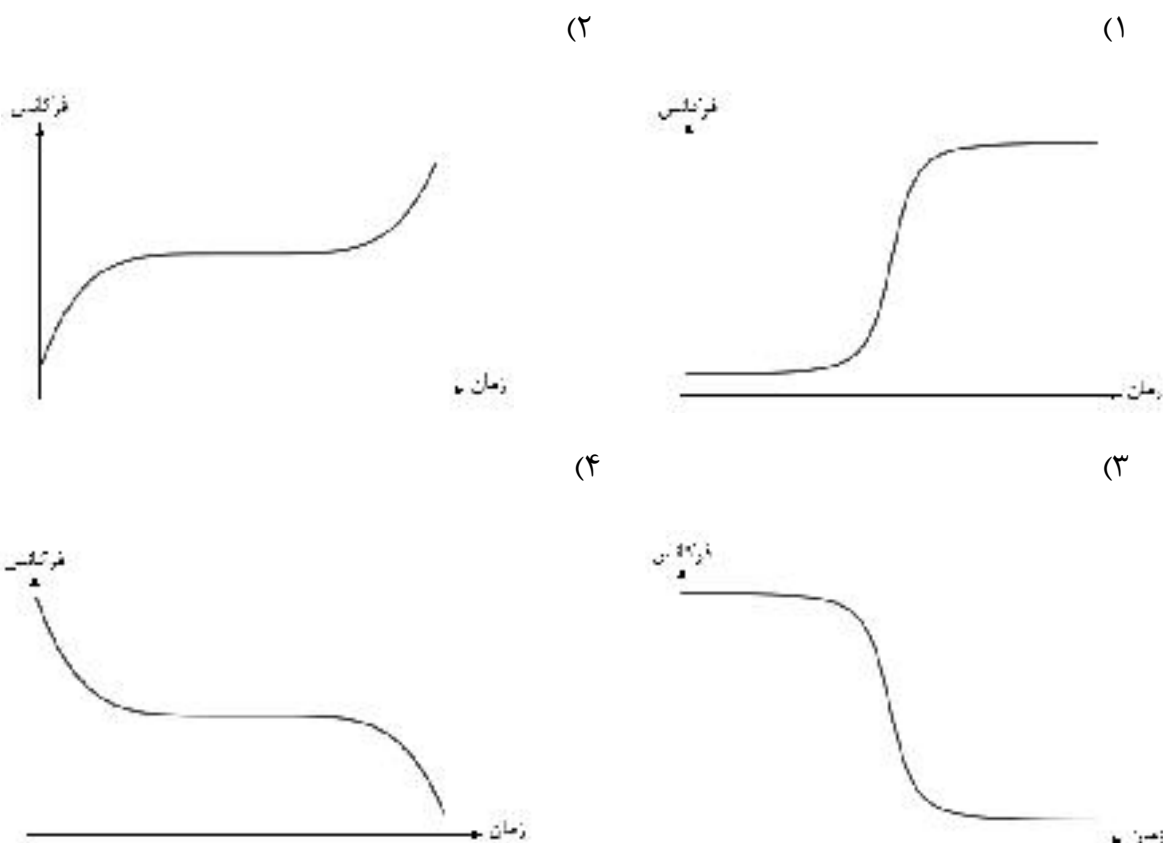
- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۱۰۰ (۳) ۹۹۰ (۴) ۱۰۰

۳۰- قله‌های دماوند و کرکس به ترتیب با اطلاعات زیر داده می‌شوند. کوهنوردی که روی قله‌ی کرکس می‌ایستد، قله‌ی دماوند را تحت چه شرایطی مشاهده می‌کند؟

	ارتفاع	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی
دماوند	۵۶۷۱	۵۲ درجه ۶ دقیقه ۳۳ ثانیه	۳۵ درجه ۵۷ دقیقه ۱۹ ثانیه
کرکس	۳۸۹۵	۵۱ درجه ۴۸ دقیقه	۳۳ درجه ۲۷ دقیقه ۲۱ ثانیه

- (۱) مشاهده نمی‌کند (زیر افق ناظر است) (۲) مماس بر افق ناظر است
(۳) ۱ درجه بالای افق ناظر است (۴) بیش از ۲ درجه بالای افق ناظر است

۳۱- ماهواره‌ای با دوره‌ی تناوبی بسیار کوچکتر از دوره‌ی تناوب چرخشی زمین، در مداری دایروی و در صفحه‌ی استوا در حال گردش است. این ماهواره برای ارتباط با ایستگاه زمینی از موج رادیویی تک‌فرکانسی استفاده می‌کند. کدام یک از نمودارهای زیر، فرکانس موج دریافتی از ماهواره در ایستگاهی روی استوا را بر حسب زمان نشان می‌دهد؟ محور افقی، زمان را از هنگام طلوع تا غروب ماهواره نمایش می‌دهد.



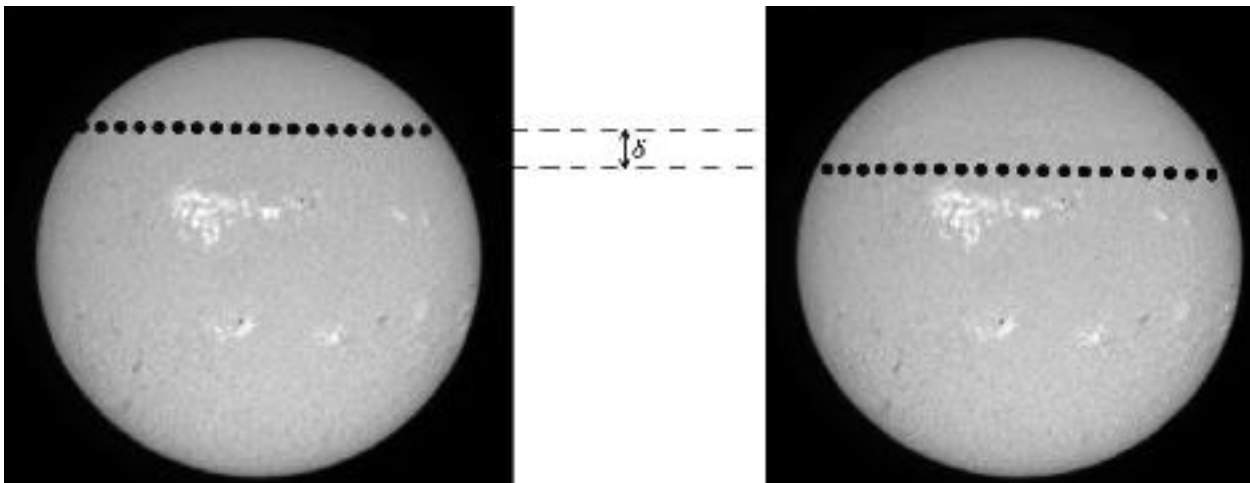
۳۲- اگر زمان نوردهی دو برابر شود، ستاره‌ای با چند قدر بیشتر توسط یک CCD قابل آشکارسازی است؟

- (۱) ۰٫۲۵ (۲) ۰٫۷۵ (۳) ۱٫۵ (۴) ۲

۳۳- دو فضاپیما در یک مدار سهموی حول خورشید در یک جهت حرکت می‌کنند. هنگامی که این دو در وضعیت مقابله قرار گرفتند، یکی از فضاپیماها از وجود یک سیارک، در جهت حرکتش خبر می‌دهد. فضاپیمای دیگر نیز در همان لحظه، وجود این سیارک را تأیید کرده و جهت رؤیت آن را خلاف جهت حرکت خود اعلام می‌کند. اگر در آن لحظه، θ جدایی زاویه‌ای این دو فضاپیما از دید سیارک باشد؛ کدام گزینه درباره‌ی این زاویه همواره صحیح است؟

- (۱) $\theta = 90^\circ$ (۲) $\theta < 90^\circ$ (۳) $\theta > 90^\circ$ (۴) θ هر مقداری می‌تواند داشته باشد.

۳۴- دو منجم آماتور به هنگام گذر زهره‌ی سال ۹۱ از آن عکس‌هایی تهیه کرده‌اند. حداکثر اختلاف زاویه‌ای مسیر حرکت زهره بر روی قرص خورشید از دید این دو ناظر (δ) حدود چند دقیقه‌ی قوس می‌تواند باشد؟



- (۱) ۰٫۴ (۲) ۰٫۸ (۳) ۱٫۲ (۴) ۱٫۶

نیم قطر اطول مدار زهره $a_{\text{venus}} = 0.723 \text{ AU}$

۳۵- فاصله‌ی سه شهر A، B و C از یکدیگر ۲۵۰۰ کیلومتر است. چه کسری از نقاط سطح کره‌ی زمین به شهر A نزدیک‌تر است تا به شهر B و نیز به شهر B نزدیک‌تر است تا به شهر C؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{12}$

به نام خدا



پاسخنامه تشریحی دهمین آزمون مرحله اول المپیاد نجوم و اخترفیزیک

تهیه و تنظیم توسط اعضای تیم جهانی ۲۰۱۴
با مدیریت دکتر حقی

۱. گزینه ۲

باتوجه به این که سوال سی سی دی مناسب تر را در طول موج های ۸۴۹.۸ و ۸۵۴.۲ و ۸۶۶.۲ می خواهد، پس منحنی (سی سی دی) ای بهتر است که در آن طول موج ها بازدهی بیشتری داشته باشد، یعنی منحنی (سی سی دی) B.

۲. گزینه ۳

ابتدا شعاع مدار هابل را حساب می کنیم. با استفاده از قانون سوم کپلر و داشتن دوره تناوب دوران هابل دور زمین:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_{\oplus}} \Rightarrow r = \left(\frac{GM_{\oplus} T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 6.99 \times 10^6$$

طول زاویه ای اجسام در تلسکوپ هابل با استفاده از تقریب زاویه کوچک به صورت زیر است که در آن تتا بر حسب رادیان نوشته می شود:

$$\theta = \frac{L}{d}$$

هرچقدر d کوچک تر باشد، به ازای تتای ثابت، مقدار L نیز کوچک تر خواهد بود. یعنی با تلسکوپ می توان اجسام کوچک تری را دید. کمترین مقدار d همان ارتفاع هابل از سطح زمین است:

$$d = 6.99 \times 10^6 - 6.38 \times 10^6 = 610 km$$

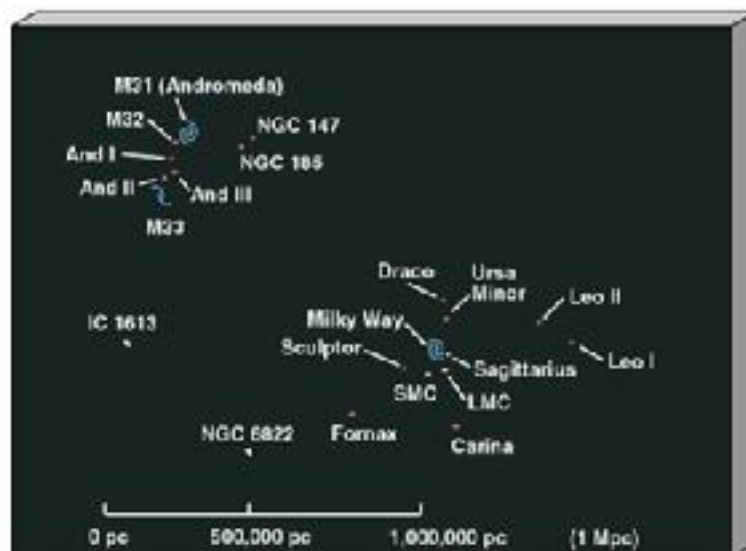
بنابراین مقدار L برابر خواهد بود با:

$$L = \theta d \xrightarrow{\theta = \frac{1}{206265}} L = 4.85 \times 10^{-7} \times 670 \times 10^3 = 0.32 m$$

که به گزینه ۳۰ سانتی متر نزدیک است.

۳. گزینه ۲

همان طور که از شکل های زیر پیداست، کهکشان LMC را می توان قمر کهکشان راه شیری دانست و نسبت به کهکشان آندرومدا خیلی نزدیک تر است. دیگر گزینه ها (خوشه ی کهکشانی سنبله و گیسو) خیلی دورتر هستند به طوری که انبساط هابلی آن ها قابل تشخیص است. در شکل های زیر شاهد گروه کهکشانی خودمان و شکل شبیه سازی شده ی کهکشان راه شیری همراه با دو قمر خود هستید:





۴. گزینه ۳

با توجه به نمودار می‌توان متوجه شد که برای ستاره‌های کم جرم‌تر از خورشید رابطه‌ی $L \propto M^5$ برقرار است. برای محاسبه‌ی سن ستاره، باید انرژی کلی که در طول عمرش تولید می‌کند (که درصد خیلی زیادی از آن را فعل و انفعالات هسته‌ای سبب می‌شوند) را تقسیم بر آهنگ از دست دادن آن (درخشندگی‌اش) کنیم: (β یک ثابت بین صفر و یک است).

$$t = \frac{E_{tot}}{L} = \frac{\beta M c^2}{L} \Rightarrow t \propto \frac{M}{L}$$

$$L \propto M^5$$

از این دو عبارت می‌توان نتیجه گرفت که:

$$t \propto \frac{M}{M^5} \Rightarrow t \propto M^{-4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t}{t_{\odot}}\right) = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-4} = (0.3)^{-4} \simeq 123 \Rightarrow t \sim 100 t_{\odot}$$

۵. گزینه ۳

نکته این سوال این است که باید جذب فوتون‌ها را در مقدار روشنایی که به زمین می‌رسد اعمال کنیم. یعنی اگر مثلاً روشنایی دریافتی b باشد، در اثر جذب این مقدار با ضریب 10^{-12} کاهش می‌یابد. روشنایی ستاره را حساب می‌کنیم. درخشندگی ستاره برابر درخشندگی خورشید و فاصله آن حدوداً ۸ کیلوپارسک (فاصله ما تا مرکز کهکشان) است.

$$b = \frac{L}{4\pi d^2} = \frac{3.85 \times 10^{26}}{4\pi \times (8 \times 10^3 \times 3.09 \times 10^{16})^2} = 5 \times 10^{-16}$$

$$b' = b \times 10^{-12}$$

حال باید حساب کنیم تلسکوپ هابل حداقل چه روشنایی را می‌تواند رصد کند. پس باید ببینیم قدر ظاهری ۲۹ معادل چه روشنایی است:

$$m_{limit} - m_{\odot} = -2.5 \log\left(\frac{b_{limit}}{b_{\odot}}\right) \Rightarrow b_{limit} = 7.19 \times 10^{-20}$$

می‌دانیم نسبت قدرت جمع‌آوری نور تلسکوپ برابر نسبت مساحت دهانه‌هاست.

$$\frac{b_{limit}}{b} = \frac{A_{limit}}{A} = \left(\frac{D_{limit}}{D}\right)^2$$

که در آن D_{limit} برابر قطر دهانه فعلی تلسکوپ هابل (۲.۴ متر) است. روشنایی b در رابطه بالا را برابر b' قرار داده و محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{D}{D_{limit}} = \left(\frac{b'}{b_{limit}}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow D = 2 \times 10^4$$

۶. گزینه ۱

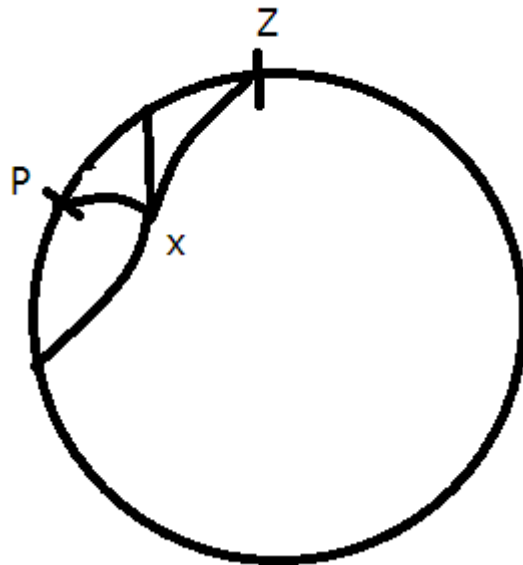
در این سوال اول باید طول عمر شخص را بدانیم. می‌توانیم این مقدار را بین ۷۰ تا ۱۰۰ سال در نظر بگیریم. در این راه‌حل، طول عمر ۱۰۰ سال در نظر گرفته شده. برای اینکه شخص قبل از مرگ خود آن را ببیند، بدیهی است که رابطه‌ی زیر بین زمان مشاهده ابرنواختر t و فاصله ابرنواختر از فرد d برقرار است:

$$d = ct$$

با قرار دادن اعداد، حداکثر فاصله ابرنواختر، مقدار ۳۰ پارسک به دست می‌آید.

۷. گزینه ۱

فرض کنید ستاره‌ای با میل δ انتخاب کرده‌ایم به طوری که این ستاره امکان عبور از ناحیه مشخص شده را دارد. احتمال آنکه ستاره در ناحیه مشخص شده باشد، به طول مسیر یا زاویه ساعتی‌ای بستگی دارد که داخل ناحیه موردنظر می‌پیماید. این زاویه ساعتی هنگامی بیشینه می‌شود که ستاره بتواند از نقطه x در شکل زیر عبور کند.



در این صورت،

$$H_{max} = \widehat{zpx}$$

$$zx = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\widehat{pzx} = 25^\circ$$

$$pz = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

اکنون از روابط کروی بهره می‌بریم:

$$\cos(px) = \cos(90^\circ - \delta) = \cos(pz) \cos(px) + \sin(pz) \sin(px) \cos(pzx)$$

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(55^\circ) \cos(40^\circ) + \sin(55^\circ) \sin(40^\circ) \cos(25^\circ) \Rightarrow \delta = 66.4^\circ$$

$$\frac{\sin(H_{max})}{\sin(4^\circ)} = \frac{\sin(25)}{\sin(90 - 66.4)} \Rightarrow H_{max} = 42.7^\circ$$

$$P(\delta) = \frac{2H_{max}}{36^\circ} = \frac{2 \times 42.7}{36^\circ} = 0.24 = 24\%$$

۸. گزینه ۴

این سوال نکته انحرافی دارد. همیشه در تلسکوپ‌ها نسبت کانونی آخرین خروجی، نسبت کانونی کل تلسکوپ است که در محاسبات به کار برده می‌شود. بنابراین نسبت کانونی آینه اصلی را کنار می‌گذاریم. ابتدا فاصله کانونی تلسکوپ را با داشتن قطر دهانه حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{F}{D} = 11 \times 3.5 = 38.5$$

حالا باید محاسبه کنیم که یک میلی‌متر روی تصویر این تلسکوپ برابر چند ثانیه قوس روی آسمان است. از آن جایی که فاصله کانونی تلسکوپ بسیار بزرگ‌تر از یک میلی‌متر است، می‌توانیم از تقریب زاویه کوچک استفاده کنیم:

$$plate\ scale = \frac{1mm}{F} \simeq 2.59 \times 10^{-5} rad = 5.35''$$

که به گزینه ۵.۴ نزدیک است.

۹. گزینه ۳

در این سوال با توجه به اینکه شعاع کهکشان‌ها را نداده، باید خودمان با استفاده از اطلاعات دم‌دست تقریب بزنیم. می‌توانیم کهکشان سمت چپ عکس را مشابه راه شیری در نظر بگیریم. شعاع دیسک روشن کهکشان راه شیری حدود ۱۵ کیلوپارسک است. مرکز کهکشان سمت چپ حدوداً در همان فاصله ۱۵ کیلوپارسکی از مرکز کهکشان سمت راست قرار دارد. می‌توانیم با تقریب جرم کل هر کدام از این کهکشان‌ها را برابر با جرم راه شیری و متمرکز در مرکزشان در نظر بگیریم. در آن صورت، پتانسیل گرانشی کل تقریباً از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$|U| = \frac{GM^2}{r}$$

جرم راه شیری حدوداً 10^{12} برابر جرم خورشید است. بنابراین اندازه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی حدود 5×10^{51} ژول می‌باشد که در گزینه‌ها به 10^{52} ژول نزدیک‌تر است.

۱۰. گزینه ۱

برای حل این سوال فرض می‌کنیم که کوه دماوند مخروطی قائم با زاویه نیم‌رأس 6° درجه (که مقدار دقیق آن 6.4° درجه است) و ارتفاع آن همان مقداری باشد که در سوال 3° آمده است (5671 متر) و چگالی آن را برابر چگالی متوسط زمین می‌گیریم، پس:

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 5488 \simeq 5500 \frac{kg}{m^3}$$

$$M_D = V_D \bar{\rho} = \frac{1}{3} A_{base} \times h \times \bar{\rho} = \frac{1}{3} [\pi \times (h \times \tan(\theta))^2 \times h] \times \bar{\rho} = 4.41 \times 10^{15} kg$$

$$\frac{M_{\oplus}}{M_D} = 1.35 \times 10^{-9} \simeq 10^{-10}$$

۱۱. باید دقت کنید که روشی سطحی به علت نوع تعریفش مستقل از فاصله است پس گزینه‌ی ۲ درست است.

۱۲. گزینه ۳

برای تپش ستارگان متغیر مدل‌های زیادی وجود دارد که همه‌ی آن‌ها به رابطه‌ای مشابه رابطه‌ی زیر تنها با ضریب ثابت γ متفاوت می‌رسند.

$$T = \gamma \sqrt{\frac{1}{G\rho}}$$

برای رسیدن به رابطه‌ی بالا می‌توان صرفاً از تحلیل ابعادی استفاده کرد. (C یک ثابت بی بعد است.)

$$T = CG^\alpha \rho^\beta$$

$$[T] = s$$

$$[G] = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = \frac{(kg \cdot \frac{m}{s^2}) \cdot m^2}{kg^2} = \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

$$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow 3\alpha - 3\beta = 0 \quad (I)$$

$$-\alpha + \beta = 0 \quad (II)$$

$$-2\alpha = 1 \quad (III)$$

از I و II و III داریم:

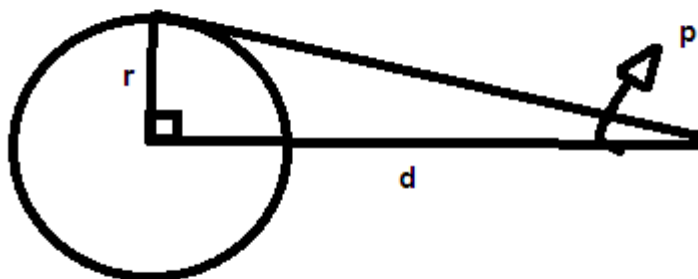
$$\alpha = \beta = -\frac{1}{5}$$

پس:

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \sqrt{4} = 2$$

۱۳. گزینه ۳

با توجه به شکل زیر،



می‌توان نوشت:

$$\tan(p) = \frac{r}{d}, \tan(p) = \text{const.}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{d} = \text{const.} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

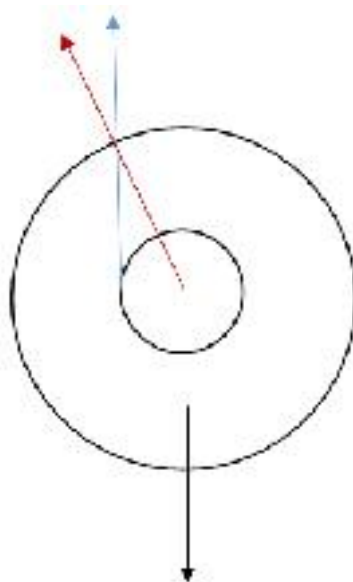
همچنین می‌دانیم اگر N را تعداد ستارگان قابل مشاهده بگیریم،

$$N \propto d^3 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{1/52}{1}\right)^3 = 3/5$$

که نزدیک‌ترین گزینه به جواب، گزینه ۳ است.

۱۴. گزینه ۴

با توجه به اینکه پوسته مورد نظر ما به صورت کروی انبساط پیدا می‌کند، آبی‌گرایی در واقع حاصل از تمام سرعت این ابر است، در حالی که برای قرمزگرایی این طور نیست. این مسئله به این خاطر است که ستاره ما اندازه‌ای دارد و باعث می‌شود که پشت ستاره را نبینیم. پس بیشترین مقدار قرمزگرایی برابر بیشترین مقدار آبی‌گرایی نیست. شکل زیر این وضعیت را نشان می‌دهد:



فلش سیاه نشان‌دهنده‌ی جهت دید ناظر است. فلش آبی نشان‌دهنده‌ی جهتی است که ما بیشترین مقدار قرمزگرایی را مشاهده می‌کنیم. فلش قرمز هم جهت انبساط ابر در نقطه‌ی بیشترین قرمزگرایی است.

برای بدست آوردن نسبت شعاع ابر به شعاع ستاره داریم:

زاویه‌ی بین فلش قرمز و فلش آبی را θ تعریف می‌کنیم: (سرعت انبساط v و حداکثر سرعت از قرمزگرایی v_{rmax} است)

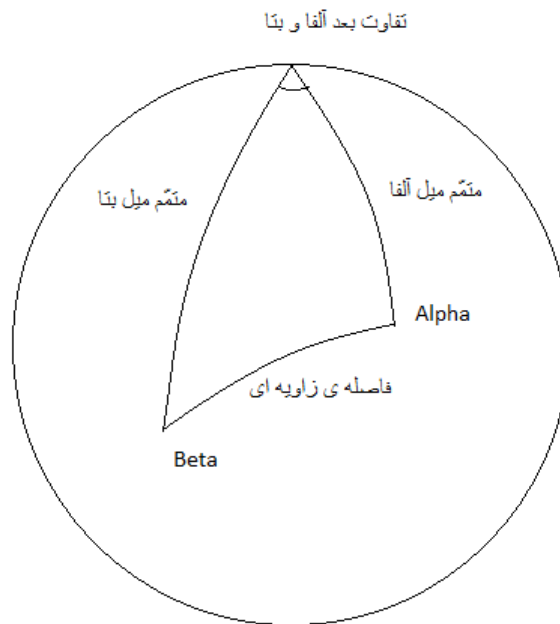
$$\cos(\theta) = \frac{v_{rmax}}{v} = \frac{z_{redshift}}{z_{blueshift}} \Rightarrow \theta = 24/61^\circ$$

$$\frac{v}{c} = z$$

$$\csc(\theta) = \frac{R_{cloud}}{R_{star}} = 2/4$$

۱۵. گزینه ۱

با استفاده از شکل زیر و همچنین قاعده‌ی کسینوس‌های کروی و مسطحه، می‌توانیم فاصله‌ی زاویه‌ای و همچنین فاصله‌ی حقیقی را محاسبه نماییم.



$$\begin{aligned}\cos(\theta) &= \cos(90^\circ - \delta_\alpha) \cos(90^\circ - \delta_\beta) + \sin(90^\circ - \delta_\alpha) \sin(90^\circ - \delta_\beta) \cos(\Delta\alpha) \\ \Rightarrow \theta &= 18.6 \simeq 18.5 \\ \Rightarrow d &= \sqrt{d_\gamma^2 + d_\gamma^2 - 2d_\gamma d_\gamma \cos(\theta)} = 64.5 \simeq 65 pc\end{aligned}$$

۱۶. گزینه ۳

$$\begin{aligned}R &= 20 \times 365/25 \times 24 \times 3600 \times 3 \times 10^8 = 1.8 \times 10^{17} \\ \frac{\frac{3GM^2}{5R}}{\frac{3NKT}{2}} &= \frac{2GM^2}{5RNKT} \approx 0.02\end{aligned}$$

دقت کنید که در این سوال اردر جواب مهم‌تر از مقدار جواب است. زیرا مقدار ۰.۶ که ضریب خودپتانسیل قرار دادیم می‌تواند تغییر کند زیرا ثابت بودن چگالی عددی هیچ قیدی روی چگالی جرمی نخواهد گذاشت. ولی اگر ضریب خودپتانسیل را عوض کنیم اردر ثابت باقی خواهد ماند ولی مقدار جواب متفاوت خواهد شد.

۱۷. گزینه ۳

در کار با CCD چهار نوع تصویر وجود دارد:

۱: تصویر زمینه (bias)

تصویری است که با زمان نوردهی صفر و با شاتر بسته گرفته می‌شود تا نقطه‌ی صفر (حالت اولیه دستگاه قبل از هر کاربردی را) محاسبه نماید و علاوه بر آن مشخص کند که چه سلول‌هایی مرده و چه سلول‌هایی غیرقابل کاربرداند. همچنین برای بالابردن دقت معمولاً حدود ۵ تصویر زمینه تهیه می‌شود و با ترکیب آن‌ها یک تصویر masterbias به دست می‌آید که کاربردی‌تر است. به دلیل زمان نوردهی صفر، این تصویر تنها تصویری است که پرتوهای کیهانی بر آن تأثیری ندارند.

۲: تصویر میدان تخت (flat)

این نوع تصویر برای از بین بردن اثر حساسیت متفاوت سلول‌های CCD و همچنین از بین بردن اثر غبارهای احتمالی موجود بر روی صفحه‌ی CCD و یا آینه و عدسی تلسکوپ به کار می‌رود. برای تهیه‌ی این نوع تصویر از نوری یکنواخت و با درخشندگی بالا مانند گرگ‌ومیش و یا گنبد رصدخانه عکس‌برداری می‌شود. و همچنین معمول است که زمان نوردهی این تصاویر نصف مدت زمان مورد نیاز برای اشباع شدن سلول‌های CCD باشد. مانند تصویر زمینه از ترکیب چند تصویر میدان تخت برای بالا بردن دقت تصویر masterflat به دست می‌آید.

۳: تصویر تاریک (dark)

در CCD هایی که سیستم خنک‌کننده‌ی قدرتمندی ندارند، اشکالی که به وجود می‌آید، تابش جسم سیاه از خود سلول‌های دستگاه است که در دقت ما اثر دارند. به همین دلیل قبل از شروع تهیه‌ی تصویر اصلی چند تصویر با شاتر بسته و با زمان نوردهی برابر با زمان نوردهی تصویر اصلی تهیه می‌شود. از ترکیب آن‌ها نیز یک تصویر masterdark به وجود می‌آید.

۴: تصویر هدف یا علمی (science)

که همان تصویر اصلی مورد نظر از آسمان است که دو نوع خام (raw) و همچنین کاهیده شده (reduced) دارد. نوع اول همان تصویر اولیه و بدون تأثیر دادن هیچ کدام از اثرات بالاست. و نوع دوم تصویری است که پس از تأثیر اثرات بالا به دست می‌آید. معمولاً برای بالا بردن دقت تصاویر خام، چند تصویر علمی خام تهیه می‌شود که ترکیب آن‌ها تصویر masterscience را می‌سازد.

۱۸. گزینه ۳

می‌دانیم در کوتوله‌های سفید فشار تبهگنی الکترون‌ها غالب است و مانع فروریزی کوتوله‌ها تحت جاذبه خود است. از طرفی طبق یک رابطه در کوتوله‌های سفید حاصل ضرب جرم کوتوله در حجم آن مقدار ثابتی است. بنابراین با افزایش جرم حجم کاهش می‌یابد. و کوتوله‌های سفید به علت نداشتن منبع تولید انرژی، و تابش سطحی خود به مرور زمان سرد می‌شوند و درخشندگی‌شان کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه غلط گزینه ۳ است چون کوتوله‌های سفید همرفت ندارند.

۱۹. گزینه ۱

ابتدا باید دریافت که منظور از $\rho = -\alpha r + r_0$ این عبارت بوده است:

$$\rho = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

سپس با دانستن این دو عبارت زیر شروع به حل کردن می‌کنیم:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$dU_r = -\frac{GM_r dM_r}{r}$$

$$M_r = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho_c \left(1 - \frac{r'}{R}\right) dr' = 4\pi r'^2 \rho_c \left(\frac{r'^3}{3} - \frac{r'^4}{4R}\right)$$

$$M_T = \frac{\pi}{3} \rho_c R^3$$

$$U_T = \int_0^R -16\pi^2 G \rho_c^2 \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right) \left(1 - \frac{r}{R}\right) r dr = -16\pi^2 G \rho_c^2 \int_0^R \left(\frac{r^6}{3} - \frac{7r^5}{12R} + \frac{r^6}{4R^2}\right) dr$$

$$U_T = -\frac{26}{315} \pi^2 G \rho_c^2 R^5 = -\frac{26}{35} \frac{GM_T^2}{R} \simeq -0.74 \frac{GM_T^2}{R}$$

پس:

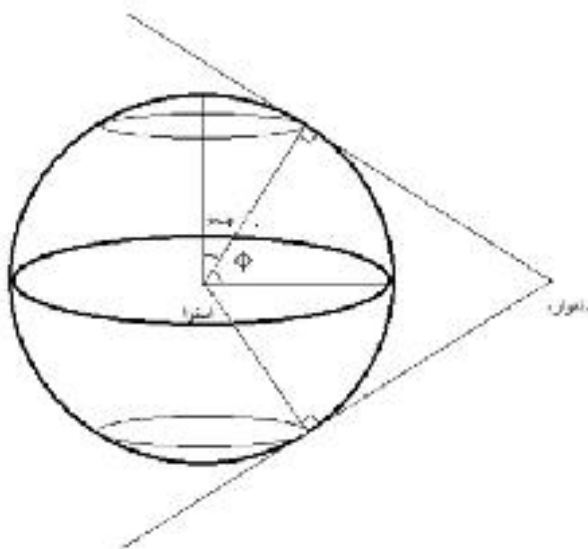
$$|U_T| > \frac{3}{5} \frac{GM_T^2}{R}$$

۲۰. گزینه ۲

با توجه به اینکه دوره تناوب این ماهواره برابر است با ۲۴ ساعت پس با توجه به قانون سوم کپلر برای شعاع مداری آن داریم:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_\oplus} \Rightarrow r = 42227 km$$

اگر بیشترین عرض جغرافیایی قابل رویت ماهواره را ϕ بنامیم با توجه به شکل زیر معلوم است که دو عرقچین با شعاع زاویه‌ای $\phi - 90^\circ$ غیرقابل رویت‌اند.



پس درصدی از زمین که غیرقابل رویت است (η) برابر است با نسبت مساحت غیرقابل رویت تقسیم بر مساحت کل ضرب در 100° پس:

$$\cos(\phi) = \frac{R_\oplus}{r} \Rightarrow \phi = 81.31^\circ$$

$$\eta = 2 \times \frac{2\pi R_\oplus^2 (1 - \cos(90^\circ - \phi))}{4\pi R_\oplus^2} \times 100 = 1.15$$

پس جواب صحیح گزینه دو یعنی ۱ درصد می‌باشد.

۲۱. گزینه ۴

به دلیل آن که بعد از خورشید، سنگین‌ترین جرم منظومه‌ی شمسی سیاره‌ی مشتری است (که به تنهایی دو برابر مجموع جرم تمامی سیارات دیگر، جرم دارد!) اثر آن بر تلو تلور خوردن خورشید، از هر سیاره‌ای بیشتر و قابل رویت‌تر است. حتی اگر شعاع مداری مشتری را حفظ نباشید، می‌توانید از قانون تقریبی (و البته غیرعلمی) تیتیوس- بده استفاده نموده و سپس با استفاده از قانون کپلر دوره‌ی تناوب مشتری را محاسبه کنید:

$$a = 0.4 + 0.3 \times 2^n \Rightarrow a_j = 5.2 AU \Rightarrow p_j = a^{\frac{3}{2}} = 11.85 \simeq 12 yr$$

۲۲. گزینه ۲

می‌دانیم عمر یک ستاره با جرم آن، رابطه‌ای به صورت زیر دارد:

$$\left(\frac{t}{t_{\odot}}\right) = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-2.5}$$

عمر خورشید را 10^9 میلیارد سال در نظر می‌گیریم. روابط زیر را برای کل انرژی تابش شده می‌نویسیم:

$$E = Lt = \beta Mc^2$$

$$Lt \propto M^{2.5} M^{-2.5} \propto M$$

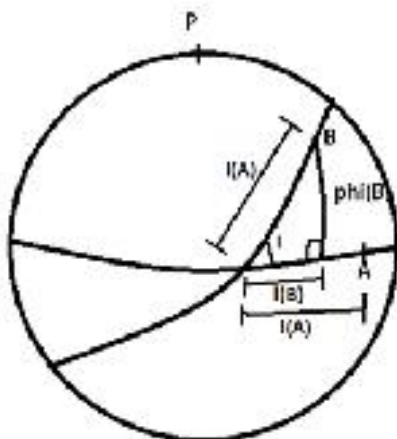
$$Lt = 5L_{\odot}t_{\odot} = \beta Mc^2$$

$$\beta = \frac{5L_{\odot}t_{\odot}}{Mc^2} = \frac{5 \times 3.85 \times 10^{26} \times 10^9 \times 365 \times 86400}{5 \times 1.99 \times 10^{30} \times (3 \times 10^8)^2} = 0.068$$

که نزدیکترین گزینه به جواب، گزینه ۲ است.

۲۳. گزینه ۲

چون دو ماهواره دارای یک دوره تناوب هستند، پس همان زاویه‌ای که ماهواره‌ی A بر روی استوا طی می‌کند، ماهواره‌ی B بر روی دایره عظیمه‌ای طی می‌کند که با استوا به اندازه‌ی $i = 60^\circ$ انحراف دارد. طبق شکل زیر:



همچنین می‌دانیم که $\phi_A = 0$ و $l_A = \omega t$. با نوشتن رابطه‌ی سینوس‌ها در مثلث بالا داریم:

$$\sin(\phi_B) = \sin(i) \sin(\omega t)$$

پس برای بیشینه‌کردن ϕ_B باید سمت راست بیشینه شود، یعنی:

$$\omega t_{\phi} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_{\phi} = \frac{\pi}{\omega}$$

برای این که $l_B - l_A$ بیشینه شود، باید:

$$\frac{dl_B}{dt} - \frac{dl_A}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dl_B}{dl_A} = 1$$

با چهارجزئی نوشتن در مثلث کروی شکل بالا نیز خواهیم داشت:

$$\tan(l_B) = \cos(i) \tan(l_A)$$

$$\Rightarrow (1 + \tan^2(l_B))dl_B = \cos(i)(1 + \tan^2(l_A))dl_A$$

$$\frac{dl_B}{dl_A} = \frac{\cos(i)(1 + \tan^2(l_A))}{1 + \tan^2(l_B)} = \frac{\cos(i)(1 + \tan^2(l_A))}{1 + (\cos(i) \tan(l_A))^2} = 1$$

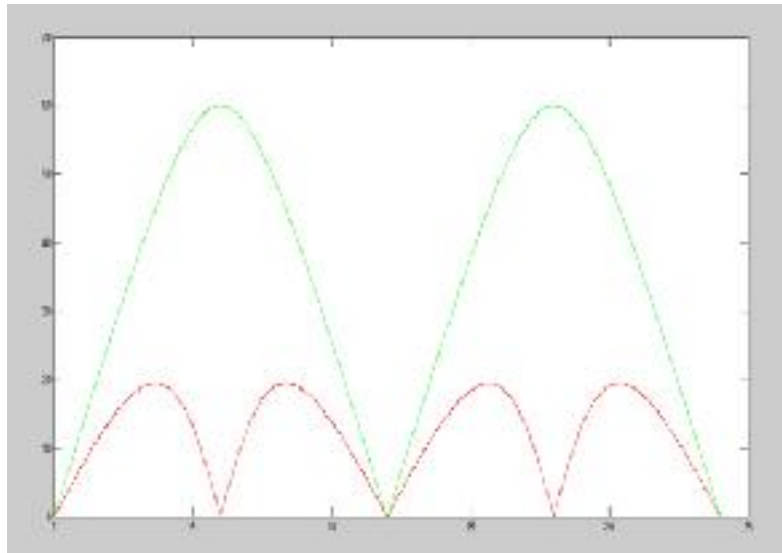
$$\Rightarrow \tan^2(l_A)(\cos(i) - \cos^2(i)) = 1 - \cos(i)$$

$$\Rightarrow \tan^2(l_A) = \frac{1}{\cos(i)} \Rightarrow \omega t_l = l_A = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{\cos(i)}}$$

$$\Rightarrow t_l = 3.65^h$$

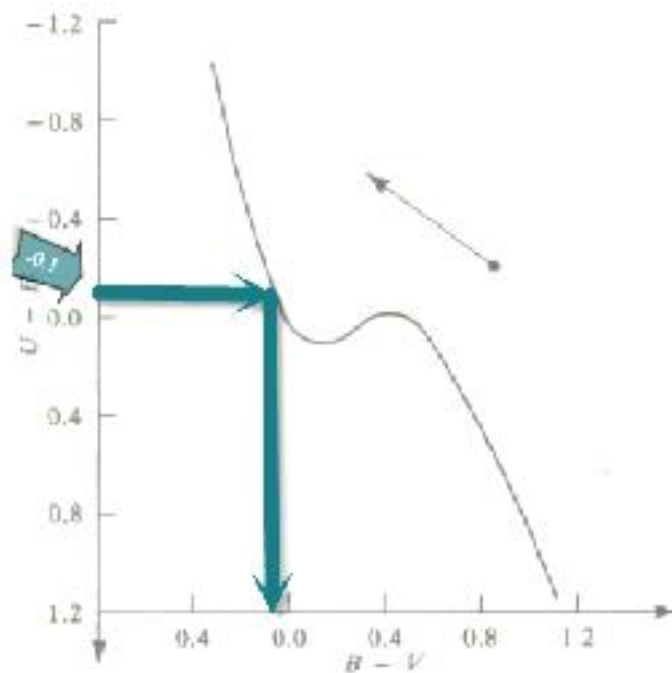
$$|t_\phi - t_l| = 6^h - 3.65^h = 2.35^h$$

برای شهود بیشتر نیز می‌توانید به نمودار زیر نگاهی بیندازید که در آن محور افقی زمان بر حسب ساعت و محور عمودی بر حسب درجه است؛ نمودار سبز پارامتر $|\phi_A - \phi_B|$ و نمودار قرمز پارامتر $|l_A - l_B|$ را در هر زمانی نشان داده است.



۲۴. گزینه ۳

ابتدا با استفاده از مقدار U-B و نمودار، مقدار B-V را بدست می‌آوریم که برابر ۰/۱۵- می‌شود و اختلافش را با مقدار اولیه (۰.۲) بدست می‌آوریم که می‌شود ۰.۳۵.



۲۵. گزینه ۳

فاصله‌ی کانونی عدسی‌ها نسبت به طول موج حساس هستند و علت اصلی به وجود آمدن ابیراهی رنگی همین مسئله است. در حالی که آینه‌ها این مشکل را ندارند.

۲۶. گزینه ۴

۲۷. گزینه ۳

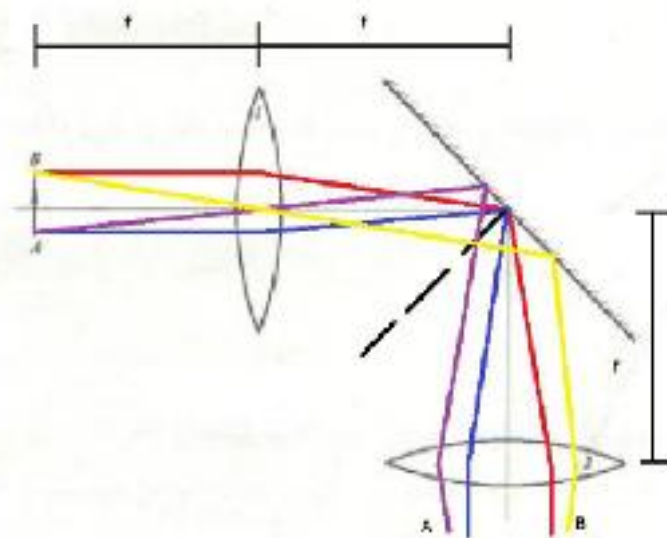
همگنی مستقل از همسانگردی است و هیچ کدام لزوماً باعث ایجاد دیگری نمی‌شود (برای کسب اطلاعات بیشتر به کلاس‌های درس دکتر راهوار در مکتب خونه مراجعه کنید!) همچنین می‌دانیم که مقدار پارامتر کندشوندگی منفی می‌باشد بنابراین کیهان در حال انبساط تندشونده است و ثابت هابل هم در گذشته تغییر کرده است ولی عامل انبساط کیهان، انرژی تاریک نمی‌باشد بلکه بیگ‌بنگ هست، در حقیقت انرژی تاریک عامل شتاب مثبت می‌باشد!

۲۸. گزینه ۳

مکان فلش:

چون جسم در کانون عدسی ۱ است، پس تصویر آن در بی‌نهایت تشکیل می‌شود.
تصویر تشکیل شده از عدسی ۱ همانند جسم برای عدسی ۲ عمل می‌کند؛ پس از آن جایی که جسم عدسی ۲ در بی‌نهایت قرار دارد، پس تصویر عدسی ۲ در کانون آن تشکیل می‌شود.
جهت‌گیری فلش:
استدلال اول:
از دو قانون زیر استفاده می‌کنیم:

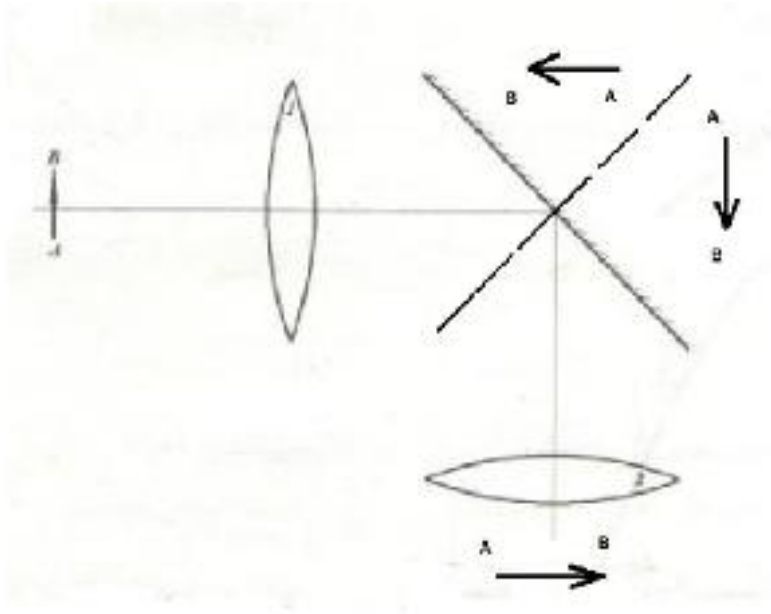
- ۱ - اگر پرتویی از بی‌نهایت موازی محور اپتیکی از عدسی عبور کند، در طرف دیگر آن از کانون عدسی می‌گذرد.
 - ۲ - اگر پرتویی از مرکز عدسی عبور کند، بدون شکست به مسیرش ادامه می‌دهد.
- حال با توجه به این که در سوال گفته شده فلش AB و محل تقاطع محور اپتیکی دو عدسی با آینه، کانون دو عدسی است و با استفاده از دو قانون بالا، شکل زیر نتیجه می‌شود:



شکل حاصل شده در کانون عدسی ۲ خواهد بود؛ محل برخورد پرتوهای آبی و بنفش تصویر نقطه‌ی A خواهد بود و محل برخورد پرتوهای زرد و قرمز محل تشکیل نقطه‌ی B خواهند بود. پس فلش تشکیل شده "چپ به راست" خواهد بود.
استدلال دوم:

"اگر جسمی در کانون عدسی باشد، تصویر آن در بی‌نهایت و وارونه تشکیل می‌شود و بالعکس."

تصویر عدسی ۱ ابتدا در آینه، حول خط عمود بر آینه قرینه می‌شود و سپس مانند جسم عدسی ۲ عمل می‌کند. پس جسم عدسی ۲، فلش AB است که در بی‌نهایت و به صورت "راست به چپ" قرار دارد. و دوباره نتیجه می‌گیریم که تصویر عدسی ۲، فلش AB است که در کانون آن و به صورت "چپ به راست" تشکیل می‌شود.



۲۹. گزینه ۴

ابتدا با استفاده از فرمول حاکم برای محاسبه‌ی فاصله بر حسب اختلاف منظر خطای نسبی زاویه به دست می‌آید:

$$d(pc) = \frac{1}{\pi''} \Rightarrow \Delta d(pc) = -\frac{\Delta \pi''}{\pi''^2} \Rightarrow \left| \frac{\Delta d}{d} \right| = \left| \frac{\Delta \pi}{\pi} \right|$$

منظور از خطای فاصله همان خطای نسبی فاصله است. وقتی بهترین توان تفکیک ۰.۰۰۱ ثانیه ی قوس است، یعنی دقت وسیله‌ی اندازه گیری ما، ۰.۰۰۱ است، در نتیجه در معادله قرار می‌دهیم:

$$\left| \frac{\Delta d}{d} \right| = 0.1, \Delta \pi = 0.001'' \Rightarrow \pi'' = \frac{0.001}{0.1} = 0.01'' \Rightarrow d(pc) = \frac{1}{0.01} = 100 pc$$

۳۰. گزینه ۳

با توجه به شکل زیر مرکز زمین را با c، کوه کرکس را با K و کوه دماوند را با D نشان می‌دهیم. زاویه $\widehat{KcD}$ را با α نشان می‌دهیم و زاویه $\widehat{cKD}$ را با β نشان می‌دهیم.

با توجه به مختصات‌های داده‌شده برای کوه دماوند و کرکس، زاویه بین آنها برابر است با:

$$\cos(\alpha) = \sin(\phi_D) \sin(\phi_K) + \cos(\phi_D) \cos(\phi_K) \cos(l_D - l_K)$$

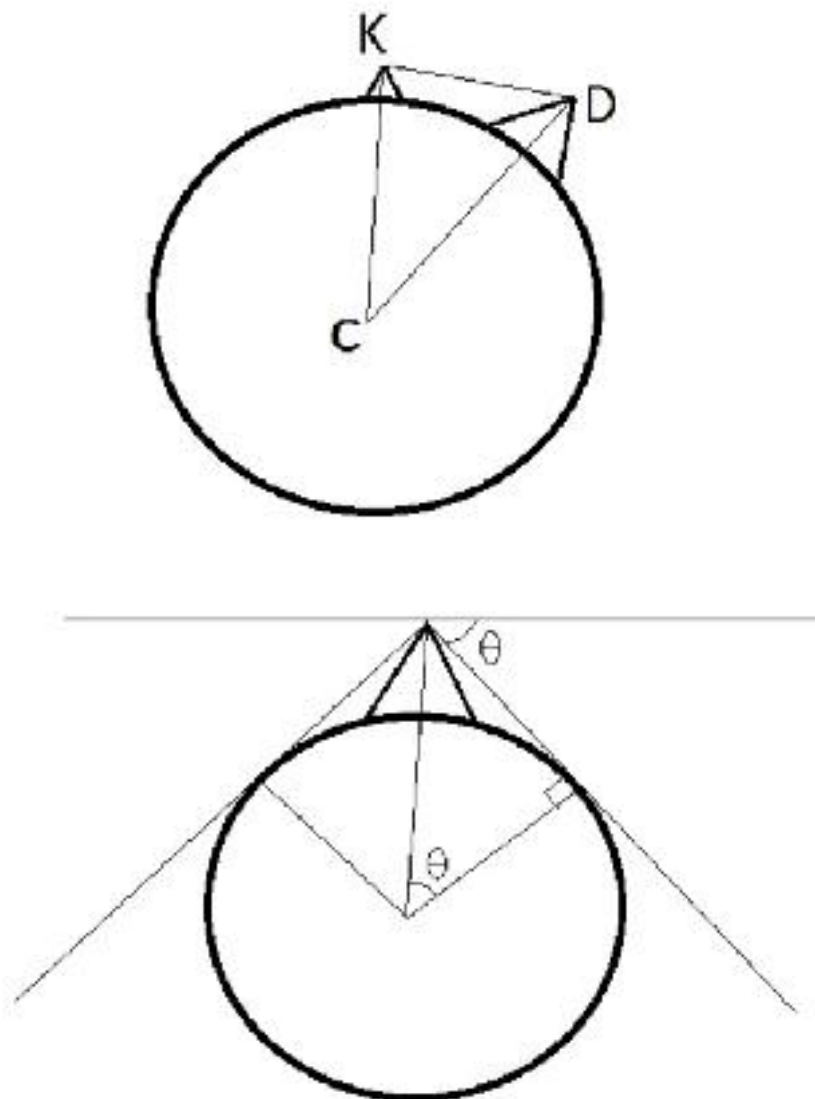
با حل مثلث cKD زاویه $\beta = 89.11^\circ$ بدست می‌آید. افق ناظر نیز بدلیل ارتفاع کوه کرکس (h) افت کرده است. با توجه به شکل دوم میزان افت افق (θ) برابر است با:

$$\cos(\theta) = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h} \Rightarrow \theta = 2.00^\circ$$

پس ارتفاع کوه دماوند از افق ناظر برابر است با:

$$\alpha = \beta - 90^\circ + \theta = 1.11^\circ$$

پس جواب صحیح گزینه ۳ یعنی یک درجه بالای افق می‌باشد.



۳۱. گزینه ۳

می‌دانیم که ماهواره ابتدا به ما نزدیک می‌شود پس طول موج دریافتی نسبت به طول موج حالت ساکن (روی نصف‌النهار) کمتر است بنابراین فرکانس $(f = \frac{c}{\lambda})$ دریافتی نسبت به فرکانس حالت سکون (روی نصف‌النهار) بیشتر است و سپس ماهواره از ما دور می‌شود بنابراین فرکانس دریافتی نسبت به فرکانس حالت سکون (روی نصف‌النهار) کمتر است، پس در یک دوره مشاهده، فرکانس کاهش می‌یابد. از طرف دیگر می‌دانیم که $f = f_0 (1 + \frac{V_r}{c})^{-1}$ می‌باشد و اگر از این تابع مشتق بگیریم، مشاهده می‌کنیم که مشتق فرکانس (f') هیچ‌گاه صفر نمی‌شود، بنابراین گزینه ۳ درست می‌باشد.

۳۲. گزینه ۲

اگر فرض کنیم حداقل مقدار انرژی رسیده به هر CCD برای آشکارسازی آن E باشد و این مقدار انرژی از منبعی با شار f در مدت زمان t دریافت شود داریم:

$$E = f \times t$$

حال اگر زمان نوردهی اولیه از ستاره ای با شار f_1 برابر با t_1 باشد و زمان نوردهی از ستاره دوم با شار f_2 برابر با t_2 باشد داریم:

$$t_2 = 2t_1$$

$$E = f_1 \times t_1 = f_2 \times t_2$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{f_1}{2}$$

پس اختلاف قدر بین این دو ستاره برابر است با:

$$\Delta m = -2.5 \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right) = 0.75$$

۳۳. گزینه ۱

در مدار سهمی می‌دانیم که سرعت شعاعی و سرعت مماسی رابطه‌ای به صورت زیر دارند: (a نیم محور اطول، e خروج از مرکز، l تکانه‌ی زاویه‌ای بر واحد جرم، v_r سرعت شعاعی، v_t سرعت مماسی و θ هم زاویه‌ی آنومالی است)

$$v_r = \frac{l}{a(1-e^2)} \times \sin(\theta)$$

$$v_t = \frac{l}{a(1-e^2)} \times (1 + \cos(\theta))$$

$$\frac{v_r}{v_t} = \tan(\nu) = \frac{\sin(\theta)}{1 + \cos(\theta)} = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

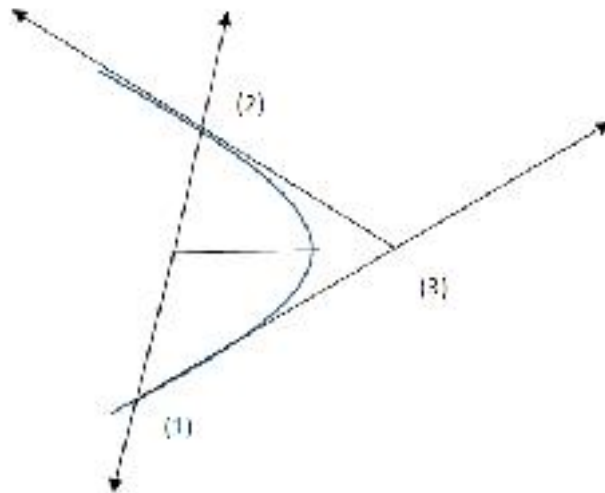
حال سهمی زیر را در نظر بگیرید:

رابطه‌ی زیر بین زاویه‌های مثلث ۱۲۳ برقرار است: (θ' زاویه‌ی آنومالی جسم دوم است)

$$180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right) - \left(90^\circ - \frac{\theta'}{2}\right) = (3) \Rightarrow (3) = \frac{\theta + \theta'}{2}$$

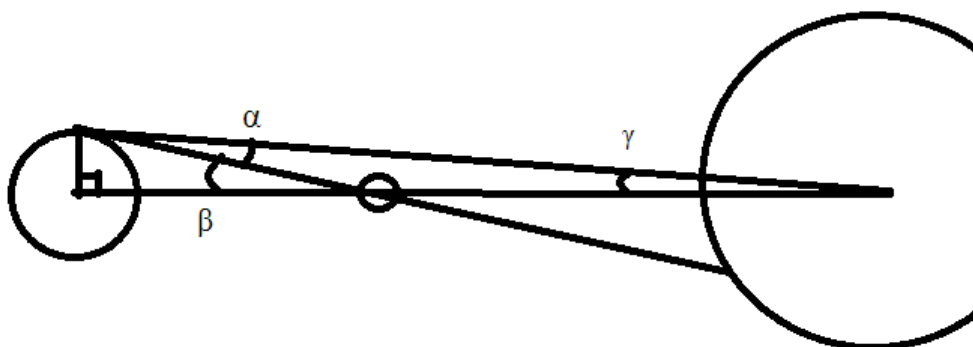
$$\theta' - 180^\circ = \theta$$

$$\Rightarrow (3) = 90^\circ$$



۳۴. گزینه ۲

اشتباهی که بسیاری افراد در مورد سوال مرتکب شدند این بود که توجه نکرده بودند که پرسش جابجایی زهره را نسبت به قرص خورشید خواسته بود نه نسبت به پس‌زمینه آسمان!



تغییرات محل ناظر روی زمین باعث می شود مکان خورشید نیز در آسمان جابجا شود که نکته اصلی پرسش نیز این بوده است. آنگاه طبق شکل بالا، اگر دایره ها را از چپ به راست، زمین، زهره و خورشید فرض کنیم، تغییرات مکان زهره بر قرص خورشید از دید دو ناظر بر استوا و قطب برابر زاویه α می باشد که برابر تفاوت مکان زهره و خورشید است که تفاوت نهایی بر روی قرص را به ما می دهد. به زبان ریاضی،

$$\alpha = \beta - \gamma$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{R_{\oplus}}{a_{\oplus} - a_{\text{venus}}} \right)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{R_{\oplus}}{a_{\oplus}} \right)$$

با عددگذاری در روابط بالا،

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{638 \times 10^6}{0.277 \times 1.5 \times 10^{11}} \right) = 0.0088^{\circ} = 0.53'$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{638 \times 10^6}{1.5 \times 10^{11}} \right) = 0.0024^{\circ} = 0.15'$$

$$\alpha = 0.53' - 0.15' = 0.38'$$

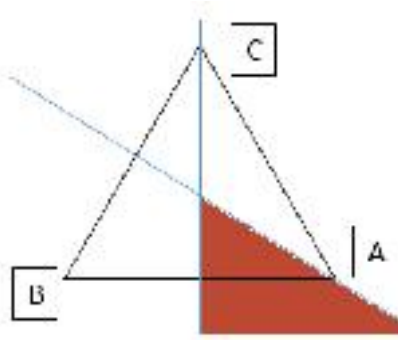
اما حداکثر تفاوت در مکان زهره بر قرص خورشید زمانی رخ می دهد که دو ناظر در قطب های زمین قرار داشته باشند که در این صورت اختلاف در مکان زهره یا همان زاویه δ برابر با دو برابر زاویه α می باشد. یعنی

$$\delta = 2 \times \alpha = 0.76'$$

که نزدیک ترین گزینه به آن گزینه ۲ است.

۳۵. گزینه ۳

راه اول: ابتدا فقط شرط اول را در نظر بگیرید، برای اینکه به شهر A نزدیکتر باشد پس باید در یک طرف عمودمنصف پاره خط AB قرار بگیرد، حال فقط شرط دوم را در نظر بگیرید، برای اینکه به شهر B نزدیکتر باشد پس باید در یک طرف عمودمنصف پاره خط BC قرار بگیرد، حال هر دو شرط را در نظر بگیرید، ناحیه مورد نظر (قرمز رنگ)، اشتراک دو شرط بالا می باشد که برابر $\frac{1}{2}$ می شود.



راه دوم: کل حالت‌ها می‌شود:

حالت اول: نقاطی که به شهر A نزدیک‌تر است تا به شهر B و نیز به شهر B نزدیک‌تر است تا به شهر C
 حالت دوم: نقاطی که به شهر A نزدیک‌تر است تا به شهر C و نیز به شهر C نزدیک‌تر است تا به شهر B
 حالت سوم: نقاطی که به شهر B نزدیک‌تر است تا به شهر A و نیز به شهر A نزدیک‌تر است تا به شهر C
 حالت چهارم: نقاطی که به شهر B نزدیک‌تر است تا به شهر C و نیز به شهر C نزدیک‌تر است تا به شهر A
 حالت پنجم: نقاطی که به شهر C نزدیک‌تر است تا به شهر A و نیز به شهر A نزدیک‌تر است تا به شهر B
 حالت ششم: نقاطی که به شهر C نزدیک‌تر است تا به شهر B و نیز به شهر B نزدیک‌تر است تا به شهر A
 بنابراین نسبت تعداد حالات مطلوب (۱ حالت) به تعداد حالات کل (۶ حالت) می‌شود $\frac{1}{6}$.

باسمه تعالی

توجه: نام خانوادگی و نام پدر را درج کنید

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی ارزشیابی استعدادی در دانش
و دانش پژوهان جوان



باشگاه دانش پرور و دانش جوان

باسم نامزد محترم - مرحله اول
کد ۱
حسن حق

۹۲، ۱۳، ۸

پرونده:

شهرستان:

حوزه انتخابی:

نام:

نام خانوادگی:

کد ملی:

شماره صندلی:

استان:

منطقه:

مطابق توضیحات
دفتر به انجمن خود

کد دفترچه

•

نام:

نام خانوادگی:

کد ملی:

شماره صندلی:

تمام سؤالات مورد نظر مطابق نمونه صحیح پر شود

صحيح کيفي

۱	۲۱	۵۱	۸۱
۲	۲۲	۵۲	۸۲
۳	۲۳	۵۳	۸۳
۴	۲۴	۵۴	۸۴
۵	۲۵	۵۵	۸۵
۶	۲۶	۵۶	۸۶
۷	۲۷	۵۷	۸۷
۸	۲۸	۵۸	۸۸
۹	۲۹	۵۹	۸۹
۱۰	۳۰	۶۰	۹۰
۱۱	۳۱	۶۱	۹۱
۱۲	۳۲	۶۲	۹۲
۱۳	۳۳	۶۳	۹۳
۱۴	۳۴	۶۴	۹۴
۱۵	۳۵	۶۵	۹۵
۱۶	۳۶	۶۶	۹۶
۱۷	۳۷	۶۷	۹۷
۱۸	۳۸	۶۸	۹۸
۱۹	۳۹	۶۹	۹۹
۲۰	۴۰	۷۰	۱۰۰
۲۱	۴۱	۷۱	۱۰۱
۲۲	۴۲	۷۲	۱۰۲
۲۳	۴۳	۷۳	۱۰۳
۲۴	۴۴	۷۴	۱۰۴
۲۵	۴۵	۷۵	۱۰۵