



مجموعه سوالات چهارگزینه‌ای هندسه ۱ (دهم ریاضی)  
گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات  
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور  
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و  
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت  
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان  
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده  
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت  
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل  
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن  
وقت پیشنهادی حل شوند.

# فهرست مندرجات

۱	ترسیم‌های هندسی و استدلال	۱
۱	۱.۱ ترسیم‌های هندسی	۱
۵	۲.۱ استدلال	۵
۱۱	۲ قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن	۱۱
۱۱	۱.۲ نسبت و تناسب در هندسه	۱۱
۱۳	۲.۲ قضیه‌ی تالس	۱۳
۱۶	۳.۲ تشابه مثلث‌ها	۱۶
۱۹	۴.۲ کاربردهایی از قضیه‌ی تالس و تشابه مثلث‌ها	۱۹
۲۱	۳ چندضلعی‌ها	۲۱
۲۱	۱.۳ چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها	۲۱
۲۶	۲.۳ مساحت و کاربردهای آن	۲۶
۳۱	۴ تجسم فضایی	۳۱
۳۱	۱.۴ خط، نقطه و صفحه	۳۱
۳۸	۲.۴ تفکر تجسمی	۳۸
۴۰	۱.۲.۴ برش	۴۰
۴۱	۲.۲.۴ دوران حول محور	۴۱
۴۳	۵ خودآزمایی‌ها	۴۳
۴۴	۱.۵ خودآزمایی شماره ۱ (ترسیم‌های هندسی)	۴۴
۴۷	۲.۵ خودآزمایی شماره ۲ (ترسیم‌های هندسی)	۴۷
۵۰	۳.۵ خودآزمایی شماره ۳ (ترسیم‌های هندسی)	۵۰

۵۳	..... خودآزمایی شماره ۴ (استدلال)	۴.۵
۵۶	..... خودآزمایی شماره ۵ (استدلال)	۵.۵
۵۹	..... خودآزمایی شماره ۶ (استدلال)	۶.۵
۶۲	..... خودآزمایی شماره ۷ (نسبت و تناسب در هندسه)	۷.۵
۶۵	..... خودآزمایی شماره ۸ (قضیه‌ی تالس)	۸.۵
۶۸	..... خودآزمایی شماره ۹ (تشابه مثلث‌ها)	۹.۵
۷۱	..... خودآزمایی شماره ۱۰ (کاربردهایی از قضیه‌ی تالس و تشابه مثلث‌ها)	۱۰.۵
۷۴	..... خودآزمایی شماره ۱۱ (چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها)	۱۱.۵
۷۷	..... خودآزمایی شماره ۱۲ (چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها)	۱۲.۵
۸۰	..... خودآزمایی شماره ۱۳ (مساحت و کاربردهای آن)	۱۳.۵
۸۳	..... خودآزمایی شماره ۱۴ (مساحت و کاربردهای آن)	۱۴.۵
۸۶	..... خودآزمایی شماره ۱۵ (خط، نقطه و صفحه)	۱۵.۵
۸۹	..... خودآزمایی شماره ۱۶ (خط، نقطه و صفحه)	۱۶.۵
۹۲	..... خودآزمایی شماره ۱۷ (تفکر تجسمی)	۱۷.۵
۹۷	<b>۶ سؤالات کنکورهای اخیر</b>	
۹۷	..... سؤالات کنکور ۹۸	۱.۶
۹۷	..... سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۶
۹۸	..... سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۶
۹۸	..... سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۱.۶
۹۹	..... سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۱.۶
۱۰۰	..... سؤالات کنکور ۹۹	۲.۶
۱۰۰	..... سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۶
۱۰۰	..... سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۶
۱۰۱	..... سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۲.۶
۱۰۲	..... سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۲.۶
۱۰۳	..... سؤالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۶
۱۰۳	..... سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۶
۱۰۳	..... سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۶
۱۰۳	..... سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۳.۶
۱۰۳	..... سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۳.۶

۱۰۵	.....	سؤالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۶
۱۰۵	.....	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۶
۱۰۵	.....	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۶
۱۰۶	.....	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۴.۶
۱۰۶	.....	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۴.۶

۱۰۹ ..... پاسخنامه ۷

# فصل ۱

## ترسیم‌های هندسی و استدلال

### ۱.۱ ترسیم‌های هندسی

(۱) پاره‌خط  $AB$  به طول  $L$  مفروض است. اگر با توجه به مقدار  $L$  فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از  $A$  به فاصله‌ی ۴ و از  $B$  به فاصله‌ی ۶ باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای  $L$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۰

(۲) اگر طول پاره‌خط  $MN$  برابر ۷ واحد باشد، آنگاه چند نقطه در صفحه یافت می‌شود که از  $M$  به فاصله‌ی ۵ واحد و از  $N$  به فاصله‌ی ۴ واحد باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

(۳) مربعی به ضلع ۴ مفروض است. اگر  $A$  ناحیه‌ای درون مربع باشد که هر نقطه‌ی درون آن ناحیه، فاصله‌اش از تمام رأس‌های مربع بیشتر از یک باشد، بیشترین مساحت ناحیه‌ی  $A$  کدام است؟

(۱)  $16 - \pi$  (۲)  $16 - 2\pi$  (۳)  $\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

(۴) محل برخورد قطرهای یک مربع، مرکز دایره‌ای به شعاع ۴ است. اگر طول قطر مربع ۸ واحد باشد، دایره و مربع در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

(۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۰

(۵) عدد مثبت  $a$  و دو خط متقاطع را در صفحه در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از هر کدام از این دو خط به فاصله‌ی  $a$  باشد؟

(۱) حداکثر ۴ (۲) ۲ (۳) حداکثر ۲ (۴) ۴

(۶) نقطه‌ی  $A$  به فاصله‌ی  $h \neq 0$  از خط  $d$  قرار دارد. تعداد نقاطی که فاصله‌ی آنها از  $A$  و  $d$  برابر  $a$  است کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۷) اعداد کدام گزینه می‌توانند طول اضلاع یک مثلث باشد؟

(۱) ۳ و ۵ و ۷ (۲) ۲ و ۳ و ۶ (۳) ۱ و ۲ و ۳ (۴) ۱ و ۳ و ۵

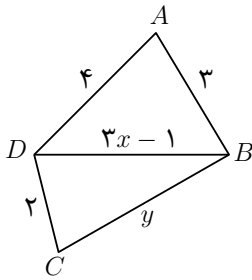
۸) در یک مثلث متساوی الساقین، طول هر یک از ساق‌ها و قاعده به ترتیب  $x - 2$  و  $3x - 9$  سانتی متر است. حدود  $x$  بر حسب سانتی متر کدام است؟

(۴)  $x > 5$

(۳)  $2 < x < 4$

(۲)  $3 < x < 5$

(۱)  $x > 3$



۹) در شکل روبه‌رو، حداکثر مقدار طبیعی  $y$  کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

۱۰) برای اینکه سه عدد  $x - 4$ ،  $x + 1$ ،  $x^2$  تشکیل مثلث دهند، حدود  $x$  کدام است؟

(۴)  $(1, \sqrt{5})$

(۳)  $(-1, 1)$

(۲)  $(-\sqrt{5}, -1)$

(۱)  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

۱۱) مثلث  $ABC$  با داشتن مقادیر  $b = 10$ ،  $c = 17$ ،  $h_a = 8$  رسم شده است. مساحت این مثلث کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

(۴) ۴۸

(۳) ۶۰

(۲) ۳۶

(۱) ۳۲

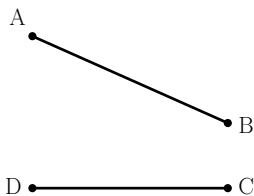
۱۲) اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویه سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمود منصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

(۴) روی بزرگترین ضلع

(۳) بیرون مثلث

(۲) روی رأس بزرگترین زاویه

(۱) درون مثلث



۱۳) دو پاره‌خط  $AB$  و  $CD$  را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. نقطه‌ای را که از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد و از دو نقطه‌ی  $C$  و  $D$  به یک فاصله باشد را  $O$  می‌نامیم. اگر نقطه‌ی  $O$  روی عمود منصف  $BC$  باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱)  $AC$  و  $BD$  بر هم عمودند.

(۲) نقطه‌ی  $O$  از دو پاره‌خط  $AB$  و  $CD$  به یک فاصله است.

(۳) نقاط  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ،  $D$  روی یک دایره واقع‌اند.

(۴) نقطه‌ی  $O$  از دو پاره‌خط  $AD$  و  $BC$  به یک فاصله است.

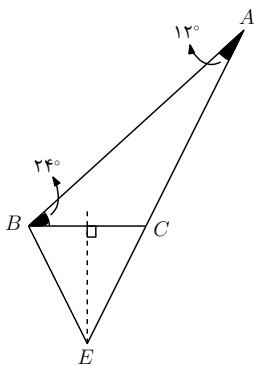
۱۴) در شکل روبه‌رو عمود منصف  $BC$ ، امتداد  $AC$  را در  $E$  قطع کرده است. زاویه‌ی  $BEC$  چند درجه است؟

(۲) ۱۰۶

(۱) ۱۰۸

(۴) ۱۰۲

(۳) ۱۰۴



۱۵) همواره چند نقطه در صفحه می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که فاصله‌ی آنها از نقاط متمایز  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  در همان صفحه به یک اندازه باشد؟

(۴) صفر یا یک

(۳) بی‌شمار

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۶) اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه‌ی ثابت در صفحه باشند، مجموعه‌ی همه‌ی نقاطی مانند  $M$  در این صفحه که در تساوی  $\frac{MA - 4MB}{2MA + 3MB} = -\frac{3}{5}$  صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) دو نقطه (۲) یک پاره‌خط (۳) یک دایره (۴) یک خط

۱۷) نقاط  $A$  و  $B$  و خط  $d$  روی صفحه‌ای قرار دارند. تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقینی که قاعده‌ی آنها  $AB$  بوده و رأس آنها روی خط  $d$  باشد، کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۱۸) دو نقطه‌ی ثابت  $A$  و  $B$  روی صفحه‌ی  $P$  قرار دارند. مرکز تمام دایره‌های واقع در  $P$  که از  $A$  و  $B$  می‌گذرند، کدام شکل را پدید می‌آورند؟

- (۱) دایره‌ای به قطر  $AB$  (۲) عمود منصف  $AB$  (۳) دو خط موازی با  $AB$  (۴) دو خط عمود بر  $AB$

۱۹) دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  به فاصله‌ی ۴ از هم هستند. عمود منصف پاره خط  $AB$  را رسم کرده و نقطه‌ی برخورد عمود منصف با پاره‌خط  $AB$  را،  $M$  می‌نامیم. سپس به مرکز  $M$  و به شعاع  $AM$  دایره‌ای رسم کرده تا عمود منصف را در نقاط  $C$  و  $D$  قطع کند. مساحت چهارضلعی  $ACBD$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲۰) دو تا از زاویه‌های مثلثی  $x + 20^\circ$  و  $3x - 15^\circ$  هستند. حدود  $x$  کدام باشد تا ارتفاع‌های این مثلث، در نقطه‌ای درون آن هم‌رس باشند؟

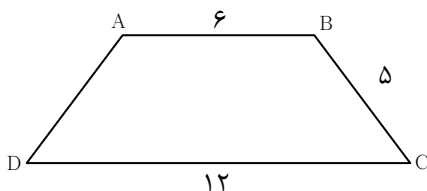
- (۱)  $5^\circ < x < 35^\circ$  (۲)  $21/255^\circ < x < 35^\circ$  (۳)  $35^\circ < x < 43/75^\circ$  (۴)  $21/25^\circ < x < 43/75^\circ$

۲۱) مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که به فاصله‌ی یکسان از دو خط موازی  $d$  و  $d'$  قرار دارند، کدام است؟

- (۱) یک خط (۲) دو خط موازی (۳) دو خط عمود بر هم (۴) دایره

۲۲) اگر فاصله‌ی دو خط موازی  $d$  و  $d'$  برابر ۶ باشد، در این صورت کدام گزینه نشانگر همه‌ی نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

- (۱) یک خط موازی با  $d$  و  $d'$  و بین این دو  
(۲) دو خط موازی با  $d$  و  $d'$  و بین این دو  
(۳) دو خط موازی با  $d$  و  $d'$  و خارج این دو  
(۴) چهار خط موازی با  $d$  و  $d'$



۲۳) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین روبه‌رو، نیمسازهای داخلی دو زاویه‌ی  $B$  و  $C$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $O$  قطع می‌کنند، فاصله‌ی  $O$  از ضلع  $BC$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۳/۵ (۴) ۲/۵

۲۴) داخل مثلث  $ABC$  دایره‌ای رسم می‌کنیم که بر هر سه ضلع آن مماس باشد. اگر  $O$  مرکز این دایره باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) قطر دایره برابر ضلع کوچکتر مثلث است.  
(۲) نقطه‌ی  $O$  محل برخورد سه نیمساز داخلی مثلث است.  
(۳) قطر دایره برابر ضلع بزرگتر مثلث است.  
(۴) نقطه‌ی  $O$  محل برخورد سه عمود منصف اضلاع مثلث است.



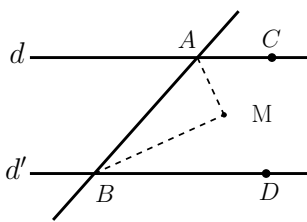
(۲۵) چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع  $d_1$  و  $d_2$  به یک فاصله باشد؟

- (۱) حداکثر ۲ (۲) حداقل ۲ (۳) حداکثر ۴ (۴) حداقل ۴

(۲۶) به مرکز  $O$  کمان دلخواهی رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه‌ی  $xOy$  را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند. حال به مراکز  $A$  و  $B$  کمان‌هایی به طول شعاع  $\frac{3}{4}AB$  رسم می‌کنیم تا این دو کمان یکدیگر را در نقطه‌ی  $C$  درون زاویه قطع کنند. در این صورت کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

- (۱)  $OC$  از وسط  $AB$  می‌گذرد.  
 (۲) مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع است.  
 (۳)  $OC$  نیمساز زاویه‌ی  $xOy$  است.  
 (۴)  $OC$  عمود بر پاره‌خط  $AB$  است.

(۲۷) در شکل روبه‌رو  $d \parallel d'$  و نیمسازهای دو زاویه‌ی  $BAC$  و  $ABD$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $M$  قطع کرده‌اند. نسبت فاصله‌ی  $M$  از خط  $d$  به فاصله‌ی آن تا خط  $d'$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{MA}{MB}$  (۳) ۱ (۴) بستگی به زوایای  $A$  و  $B$  دارد.

(۲۸) در صفحه‌ی مثلث  $ABC$  چند نقطه وجود دارد که از دو سر پاره‌خط  $AB$  به یک فاصله بوده و همچنین به یک فاصله از دو ضلع  $AB$  و  $BC$  و یا امتداد آنها باشد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

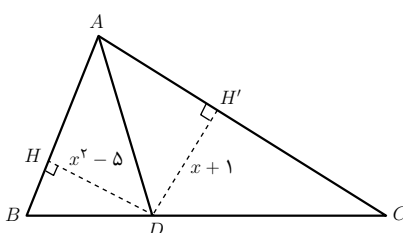
(۲۹) دایره‌ای بر اضلاع زاویه‌ی  $xOy$  مماس است. چند نقطه روی دایره وجود دارد که از ضلع‌های زاویه به یک فاصله باشد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) بی‌شمار

(۳۰) در مثلث  $ABC$ ، عمود منصف ضلع  $BC$  و نیمسازهای داخلی زاویه‌های  $B$  و  $C$ ، هر سه از نقطه‌ی  $O$  می‌گذرند. کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱)  $\triangle ABC$  متساوی‌الاضلاع است.  
 (۲)  $\triangle ABC$  قائم‌الزاویه است.  
 (۳)  $\triangle ABC$  متساوی‌الساقین است.  
 (۴)  $\triangle ABC$  می‌تواند مختلف‌الاضلاع باشد.

(۳۱) در شکل روبه‌رو،  $AC = x + 3$ ،  $AB = x + 2$  و  $AD$  نیمساز زاویه‌ی  $A$  است. نسبت  $\frac{AC}{AB}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{6}{5}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{7}{6}$

(۳۲) می‌خواهیم متوازی‌الاضلاعی به طول قطره‌های ۴ و ۷ رسم کنیم. چه تعدادی از این متوازی‌الاضلاع‌ها، مستطیل یا لوزی هستند؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

## ۲.۱ استدلال

۳۳) کدام تعریف برای استدلال استقرایی مناسب است؟

- ۱) به روشی که نشان دهد نتیجه‌گیری کلی غلط است، استدلال استقرایی گویند.
- ۲) استدلال استقرایی، یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال است.
- ۳) استدلال استقرایی، روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه‌ی محدودی از مشاهدات است.
- ۴) استدلال استقرایی، روش نتیجه‌گیری با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.

۳۴) از مفروضات زیر، کدام نتیجه حاصل می‌شود؟

- فرض ۱: باقی‌مانده‌ی تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر ۱ است.  
فرض ۲: همه‌ی اعداد اول بزرگتر از ۲، فرد هستند.

- ۱) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۲ مضرب ۸ است.
- ۲) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۲ در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.
- ۳) مربع هر عدد اول در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.
- ۴) مربع هر عدد بزرگتر از ۲ مضرب ۸ است.

۳۵) مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی محدب بدون یکی از آنها  $2570^\circ$  درجه است، اندازه‌ی زاویه‌ی کنار گذاشته شده کدام است؟

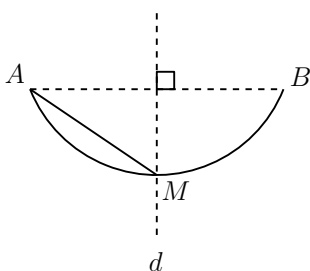
- ۹۰ (۱)      ۱۰۵ (۲)      ۱۳۰ (۳)      ۱۲۰ (۴)

۳۶) نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع مثلثی به اندازه‌های ۳، ۴، ۶ در کجا قرار دارد؟

- ۱) داخل مثلث      ۲) خارج مثلث      ۳) روی رأس مثلث      ۴) وسط ضلع مثلث

۳۷) در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 6$  و  $AC = 7$  و عمودمنصف‌های این دو ضلع بر هم عمود می‌باشند. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف‌ها از وسط بزرگترین ضلع مثلث چقدر است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۳)      صفر (۴)



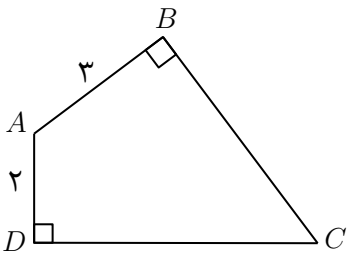
۳۸) مطابق شکل، کمان  $AB$  قسمتی از یک دایره به شعاع ۳ و خط  $d$  عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  است. اگر  $AM = 2$  باشد، فاصله‌ی مرکز دایره تا وسط  $AM$  کدام است؟

- ۱ (۱)       $\sqrt{2}$  (۲)       $2\sqrt{2}$  (۳)       $\sqrt{5}$  (۴)

۳۹) در مثلثی با طول اضلاع ۹، ۱۲ و ۱۵، فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌ها از نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌ها چقدر است؟

- ۵ (۱)       $7/5$  (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۵ (۴)

(۴۰) در چهارضلعی  $ABCD$  زوایای  $B$  و  $D$  قائمه‌اند. امتداد دو ضلع  $BC$  و  $AD$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $M$  و امتداد دو ضلع  $AB$  و  $CD$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $N$  قطع می‌کنند. کدام گزینه همواره صحیح است؟



- (۱)  $AC$  از وسط  $MN$  می‌گذرد.  
 (۲)  $MN$  بر  $AC$  عمود است.  
 (۳)  $AC$  پاره‌خط  $MN$  را به نسبت ۲ به ۳ قطع می‌کند.  
 (۴) اگر  $E$  محل برخورد  $AC$  و  $MN$  باشد،  $BDE$  متساوی‌الاضلاع است.

(۴۱) از هر رأس مثلث  $ABC$ ، خطی به موازات ضلع مقابل رسم می‌کنیم تا از برخورد آنها، مثلث  $A'B'C'$  به وجود آید. ارتفاع‌های مثلث  $ABC$ ، منطبق بر کدام یک از اجزاء مثلث  $A'B'C'$  هستند؟

(۱) ارتفاع‌های مثلث (۲) نیمسازهای زوایای مثلث

(۳) عمود منصف‌های اضلاع مثلث (۴) میانه‌های وارد بر اضلاع مثلث

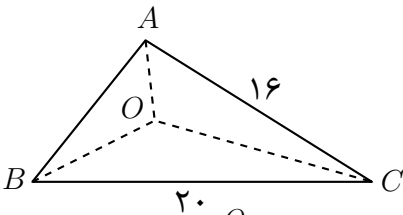
سراسری ۸۰

(۴۲) در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع آن مثلث یا امتداد آنها به یک فاصله باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۴۳) در مثلث  $ABC$  محل تلاقی نیمسازهای درونی را  $M$  می‌نامیم، با فرض  $\hat{A} = 80^\circ$  زاویه‌ی  $\hat{BMC}$  کدام است؟

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۴۰



آزاد ۶۸

(۴۴) در شکل روبه‌رو،  $O$  نقطه‌ی هم‌رسی نیمسازهای زوایای مثلث  $ABC$  است. اگر  $S_{AOC} = 80 \text{ cm}^2$  باشد، مساحت مثلث  $BOC$  چند سانتی‌متر مربع است؟

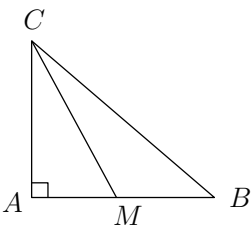
- (۱) ۹۶ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۱۶

(۴۵) در شکل روبه‌رو  $M'H = OH = 5$  و  $MH = 4$ ، کدام رابطه درست است؟

- (۱)  $\hat{M} = 75^\circ$  (۲)  $\hat{M} > 45^\circ$   
 (۳)  $\hat{M} = 60^\circ$  (۴)  $\hat{M} = 45^\circ$

(۴۶) اضلاع مثلثی متناسب با اعداد ۱ و ۲ و  $\sqrt{3}$  است، بزرگترین زاویه‌ی آن چند درجه است؟

- (۱)  $75^\circ$  (۲)  $105^\circ$  (۳)  $90^\circ$  (۴)  $120^\circ$



(۴۷) در مثلث  $ABC$ ،  $CM$  نیمساز  $\hat{C}$  است، در این صورت کدام درست است؟

- (۱)  $MA > MB$  (۲)  $MB > MA$   
 (۳)  $MA = MB$  (۴)  $MC = MB$

سراسری ۸۰

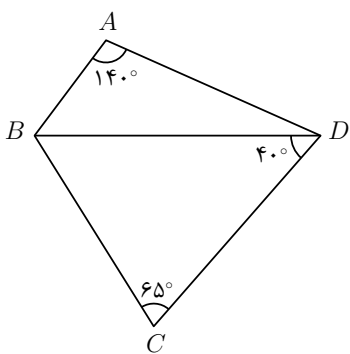
(۴۸) در مثلث  $ABC$  نیمساز داخلی زاویه‌ی  $A$  ضلع  $BC$  را در نقطه‌ی  $D$  قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱)  $BA > BD$  (۲)  $DA > DB$  (۳)  $AB > AD$  (۴)  $DB > DA$

(۴۹) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، در کدام یک از حالت‌های زیر، طول نیمساز  $AD$  از یکی از اضلاع قائمه بزرگتر است؟

- (۱)  $\hat{B} = 15^\circ$  (۲)  $\hat{B} = 22/5^\circ$  (۳)  $\hat{B} = 30^\circ$  (۴)  $\hat{B} = 45^\circ$

۵۰) با توجه به شکل روبه‌رو، کدام پاره‌خط بیشترین طول را دارد؟



BD (۲)

AD (۱)

CD (۴)

BC (۳)

۵۱) عکس کدام قضیه‌ی شرطی زیر، یک قضیه‌ی شرطی است؟

(۱) اگر  $x > 2$  آنگاه  $x^2 > 4$  (۲) اگر  $x^2 > 8$  آنگاه  $x^2 \geq 4$

(۳) اگر  $x = 1$  آنگاه  $|x^2 - 1| + |x - 1| = 0$  (۴) اگر  $x = 2$  آنگاه  $x^2 - 4 = 0$

۵۲) عکس کدام قضیه‌ی شرطی زیر درست نیست؟

- (۱) در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آنها با هم برابرند.
- (۲) اگر دو زاویه مساوی باشند، مکمل‌های آنها نیز با یکدیگر مساوی‌اند.
- (۳) اگر یک چهارضلعی مستطیل باشد، قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند.
- (۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو دو به دو مساوی باشند، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۵۳) کدام یک از قضایای زیر، یک قضیه‌ی دوشروطی است؟

- (۱) اگر  $x = y$  باشد، آنگاه  $x^2 + y^2 = 2xy$
- (۲) اگر  $x > 1$  باشد، آنگاه  $x^2 + 1 > 2$
- (۳) اگر  $a$  و  $b$  بر ۳ بخش پذیر باشند، آنگاه  $a + b$  بر ۳ بخش پذیر است.
- (۴) اگر عدد صحیح  $x$  بر ۹ بخش پذیر باشد، آنگاه  $x$  بر ۳ بخش پذیر است.

۵۴) کدام قضیه به صورت قضیه‌ی دوشروطی بیان نمی‌شود؟

- (۱) در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه‌ی یک ضلع بر هم منطبق‌اند.
- (۲) در مثلث قائم‌الزاویه، عمود منصف اضلاع بر روی وتر متقاطع‌اند.
- (۳) در مثلث قائم‌الزاویه، یکی از میانه‌ها نصف وتر است.
- (۴) در هر مثلث ضلع مقابل به زاویه‌ی  $90^\circ$  بزرگترین ضلع است.

۵۵) کدام یک از احکام زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه‌ی دوشروطی نوشت؟

- (۱) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب،  $360^\circ$  است.
- (۲) نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.
- (۳) قضیه‌ی فیثاغورس
- (۴) ارتفاع‌های نظیر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

(۵۶) چه تعداد از جمله‌های زیر یک گزاره است؟

- سکوت را رعایت نمایید.
- حاصل ضرب دو عدد زوج، عددی زوج است.
- هر معادله‌ی درجه دوم دو ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد.
- ای کاش فردا تعطیل شود.

۴ ( ۴

۳ ( ۳

۲ ( ۲

۱ ( ۱

(۵۷) نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر به درستی بیان نشده است؟

- ( ۱ گزاره: « هر مربع یک لوزی است. » - نقیض گزاره: « مربعی وجود دارد که لوزی نیست. »
- ( ۲ گزاره: « مستطیلی وجود دارد که مربع نیست. » - نقیض گزاره: « هر مستطیل یک مربع است. »
- ( ۳ گزاره: « هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد. » - نقیض گزاره: « مثلثی وجود دارد که دو زاویه‌ی قائمه داشته باشد. »
- ( ۴ گزاره: « مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است. » - نقیض گزاره: « مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن،  $180^\circ$  نیست. »

(۵۸) اگر نقیض « $x$  عددی بزرگتر یا مساوی ۵ است یا  $y$  عددی گویاست.» درست باشد،  $x$  و  $y$  کدام گزینه می‌توانند باشند؟

$x = y = 4$  ( ۴

$x = y = \sqrt{30}$  ( ۳

$x = y = \sqrt{20}$  ( ۲

$x = y = 6$  ( ۱

(۵۹) نقیض گزاره‌ی «هر گردی، گردو است» کدام است؟

(۱) هر گردی، گردو نیست. (۲) هر غیرگردی، گردو نیست.

(۳) بعضی گردها، گردو نیستند. (۴) بعضی گردها، گردو هستند.

(۶۰) می‌خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n^2$  عددی فرد باشد، آنگاه  $n$  نیز عددی فرد است. در این صورت کدام گزینه برای اثبات این مطلب با برهان خلف صحیح است؟

- ( ۱ فرض می‌کنیم که  $n$  عددی فرد است و سپس نشان می‌دهیم  $n^2$  نیز عددی فرد است.
- ( ۲ فرض می‌کنیم که  $n$  عددی زوج است و سپس نشان می‌دهیم  $n^2$  نیز عددی فرد است.
- ( ۳ فرض می‌کنیم که  $n$  عددی زوج است و سپس نشان می‌دهیم  $n^2$  نیز عددی زوج است.
- ( ۴ فرض می‌کنیم که  $n$  عددی فرد است و سپس نشان می‌دهیم  $n^2$  نیز عددی زوج است.

سراسری ۸۰

(۶۱) کدام گزینه‌ی زیر مثال نقض دارد؟

- ( ۱ هر مربع لوزی است.
- ( ۲ هر عدد اول و بزرگتر از ۲ فرد است.
- ( ۳ هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.
- ( ۴ توان دوم هر عدد طبیعی بزرگتر از توان سوم آن است.

(۶۲) برای کدام یک از احکام زیر می‌توان مثال نقض پیدا کرد؟

- ( ۱ حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی مربع کامل نیست.
- ( ۲ حاصل ضرب دو عدد زوج طبیعی و متوالی مربع کامل نیست.
- ( ۳ تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متمایز بر ۸ بخش پذیر است.
- ( ۴ مجموع جذرهای دو عدد طبیعی متوالی گنگ است.

۶۳) کدام عدد مثال نقضی برای حکم «باقی مانده‌ی تقسیم مربع هر عدد اول بر ۷ برابر ۲ است» است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

۶۴) کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- ۱) مجذور هر عدد بین صفر و یک کوچکتر از خود عدد است.
- ۲) برای هر دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  داریم  $A \subseteq B$  یا  $B \subseteq A$ .
- ۳) هر دو مثلث همنهشت هم مساحت هستند.
- ۴) در هر مثلث که هم‌ای زوایای آن کوچکتر از  $90^\circ$  باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها داخل مثلث است.

۶۵) چه تعداد از حکم‌های زیر همواره درست است؟

- چهارضلعی‌ای که دو قطر عمود بر هم دارد، لوزی است.
- چهارضلعی‌ای که دو قطر مساوی یکدیگر دارد، مستطیل است.
- چهارضلعی‌ای که دو قطر عمود بر هم و مساوی یکدیگر دارد، مربع است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۶۶) کدام مورد مثال نقض دارد؟

- ۱) عمود منصف‌های هر مثلث هم‌رس‌اند.
- ۲) چهارضلعی که قطرهایش منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.
- ۳) در حالت کلی تعداد نقاط برخورد دو خط موازی با دایره، پنج حالت مختلف می‌تواند داشته باشد.
- ۴) مربع، چهارضلعی است که قطرهایش هم‌اندازه و عمود بر هم باشند.

۶۷) کدام یک از اعداد زیر، مثال نقض برای گزاره‌ی «اگر مجموع ارقام یک عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد، آنگاه این عدد بر ۷ بخش‌پذیر است.» می‌باشد؟

۲۵۷ (۴)

۱۳۳ (۳)

۹۱ (۲)

۷۷ (۱)

۶۸) کدام گزینه، مثال نقضی برای حکم «به ازای هر عدد طبیعی  $n$ ، عبارت  $n^2 + 3$  عددی اول است.» می‌باشد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



## فصل ۲

# قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن

### ۱.۲ نسبت و تناسب در هندسه

(۶۹) اگر  $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4} = \frac{e}{5}$  آنگاه حاصل عبارت  $\frac{b+c+d+e}{a} - \frac{a+b+d+e}{c}$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

(۷۰) اگر  $\frac{2a-b}{a} = k$ ، آنگاه حاصل  $\frac{a+b}{a-b}$  کدام است؟ ( $0 \neq a \neq b$ )

$\frac{k-3}{1-k}$  (۴)

$\frac{-1+k}{3-k}$  (۳)

$\frac{3+k}{-1+k}$  (۲)

$\frac{3-k}{-1-k}$  (۱)

(۷۱) اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{1}{12}$ ، آنگاه حاصل  $\frac{a+2b+4c}{a'+2b'+4c'}$  کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{7}{12}$  (۲)

$\frac{1}{12}$  (۱)

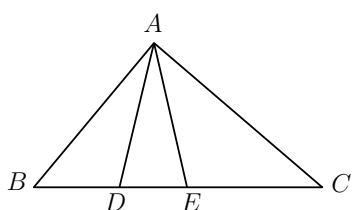
(۷۲) روی پاره خط  $AB$  به طول ۳۶، دو نقطه  $P$  و  $N$  به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که  $N$  بین  $A$  و  $P$  است و  $\frac{PB}{AP} = \frac{AN}{NB} = 2$ . طول پاره خط  $NP$  کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

$\frac{15}{2}$  (۲)

$\frac{17}{2}$  (۱)



(۷۳) در شکل مقابل، مساحت مثلث  $ACE$  سه برابر مساحت مثلث  $ADE$  و دو برابر مساحت مثلث  $ABD$  است. نسبت  $\frac{DE}{BE}$  برابر است با:

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

(۷۴) مساحت مثلث  $ABC$  سه برابر مساحت مثلث  $A'B'C'$  است. اگر ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  نصف ارتفاع وارد بر ضلع  $B'C'$  باشد، قاعده  $BC$  چند برابر قاعده  $B'C'$  است؟

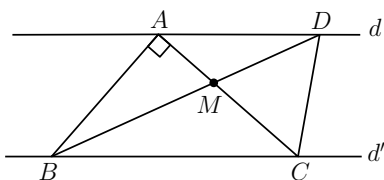
۹ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

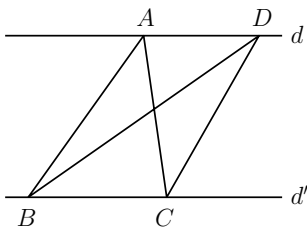
۲ (۱)





۷۵) در شکل مقابل،  $d \parallel d'$  می‌باشد. هرگاه  $AB = 4$ ،  $AM = 2$  و  $MC = 3$  باشد، مساحت مثلث  $MDC$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۸ (۳)                      ۶ (۲)                      ۵ (۱)



۷۶) در شکل مقابل،  $d \parallel d'$  و مساحت مثلث  $ABC$  برابر با ۳ واحد مربع است. اگر  $\frac{BC}{2} = \frac{AC}{3} = \frac{AB}{4} = \frac{DC}{5} = \frac{BD}{6}$  و فاصله‌ی  $C$  از  $BD$  برابر با ۱ واحد باشد، محیط مثلث  $ABC$  چند واحد است؟

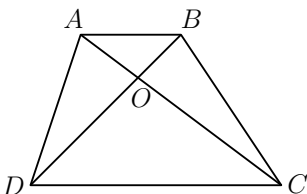
- ۱۲ (۴)                      ۹ (۳)                      ۶ (۲)                      ۴/۵ (۱)

۷۷) در مثلثی  $\frac{h_b}{h_c} = \frac{b}{c}$  می‌باشد. هرگاه  $\hat{B} = 70^\circ$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی  $A$  چند درجه است؟ ( $h_x$  ارتفاع وارد به ضلع  $x$  است.)

- ۴۵ (۴)                      ۴۰ (۳)                      ۳۵ (۲)                      ۳۰ (۱)

۷۸) اگر طول ضلع‌های یک مثلث ۶، ۷ و ۸ باشد و  $h_1$ ،  $h_2$  و  $h_3$  به ترتیب طول ارتفاع‌های وارد بر این ضلع‌ها باشند، حاصل  $\frac{h_1}{h_2} + \frac{h_2}{h_3} + \frac{h_3}{h_1}$  کدام است؟

- $\frac{647}{112}$  (۴)                       $\frac{514}{112}$  (۳)                       $\frac{514}{168}$  (۲)                       $\frac{647}{168}$  (۱)



۷۹) در دوزنقه‌ی شکل مقابل، اگر  $\frac{OB}{BD} = \frac{2}{5}$  باشد، نسبت  $\frac{S_{OAB}}{S_{OCD}}$  کدام است؟

- $\frac{9}{16}$  (۴)                       $\frac{4}{9}$  (۳)                       $\frac{4}{25}$  (۲)                       $\frac{2}{3}$  (۱)

۸۰) در مثلث  $ABC$  میانگین هندسی و میانگین حسابی دو ضلع  $AB$  و  $BC$  با یکدیگر برابرند. در این صورت مثلث  $ABC$  کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) متساوی‌الاضلاع                      (۲) قائم‌الزاویه                      (۳) متساوی‌الساقین                      (۴) مختلف‌الاضلاع

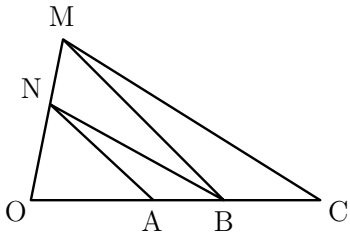
۸۱) قطرهای چهارضلعی  $ABCD$  در نقطه‌ی  $O$  متقاطع‌اند. اگر مساحت مثلث‌های  $OAB$ ،  $OBC$  و  $OCD$  به ترتیب ۱، ۲ و ۴ باشد، آنگاه مساحت مثلث  $OAD$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۲ (۳)                      ۱ (۲)                      ۰/۵ (۱)

۸۲) نقطه‌ی  $I$  درون مثلث  $ABC$  به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ از سه ضلع آن به یک فاصله است. فاصله‌ی  $I$  تا ضلع بزرگتر چند برابر طول ارتفاع وارد بر این ضلع است؟

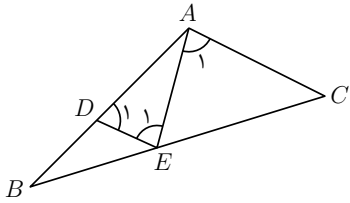
- $\frac{3}{14}$  (۴)                       $\frac{7}{18}$  (۳)                       $\frac{7}{9}$  (۲)                       $\frac{3}{7}$  (۱)

## ۲.۲ قضیه‌ی تالس



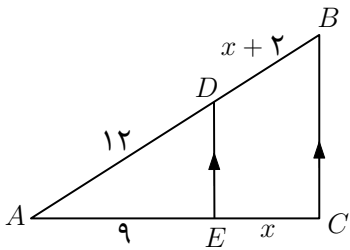
۸۳) در شکل روبه‌رو،  $NA \parallel MB$  و  $NB \parallel MC$  می‌باشد. اگر  $OA = 2x - 8$  و  $OB = x$  و  $OC = x + 3$  باشد، اندازه‌ی پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

- ۱) (۱)      ۲) (۲)      ۳) (۳)      ۴) (۴)



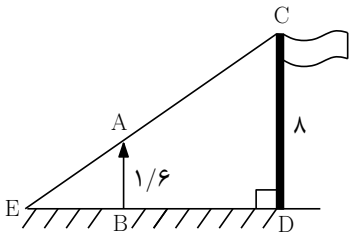
۸۴) در شکل روبه‌رو، اگر  $\hat{A}_1 = \hat{E}_1 = \hat{D}_1$ ،  $AE = 4$  و  $AB = 7$ ، آنگاه حاصل  $\frac{BE}{CE}$  کدام است؟

- ۱) (۱)      ۲) (۲)      ۳) (۳)      ۴) (۴)



۸۵) مطابق شکل، اگر  $DE \parallel BC$  باشد، اندازه‌ی  $EC$  کدام است؟

- ۱) (۱)      ۲) (۲)      ۳) (۳)      ۴) (۴)

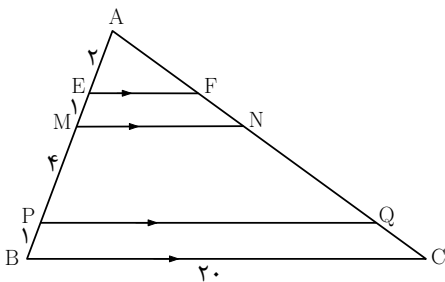


۸۶) در شکل روبه‌رو، پاره‌خط  $AB$  شخصی است که در فاصله‌ی ۴ متری از پای پرچمی به ارتفاع ۸ متر ایستاده است. اگر اندازه‌ی قد شخص  $\frac{1}{6}$  متر باشد، طول کابل  $EC$  چند متر است؟

- ۱) (۱)  $\sqrt{91}$       ۲) (۲)  $\sqrt{89}$       ۳) (۳) ۱۱      ۴) (۴) ۹

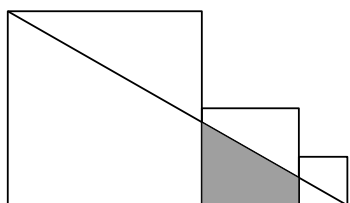
۸۷) در مربع  $ABCD$  ضلع  $CD$  را از طرف  $C$  به اندازه‌ی ضلع مربع تا نقطه‌ی  $E$  امتداد می‌دهیم به طوری که  $AE$  ضلع  $BC$  را در  $F$  قطع کند. مساحت چهارضلعی  $AFCD$  چند برابر مساحت مربع است؟

- ۱) (۱)  $\frac{4}{5}$       ۲) (۲)  $\frac{2}{3}$       ۳) (۳)  $\frac{3}{4}$       ۴) (۴)  $\frac{4}{7}$



۸۸) در شکل روبه‌رو، حاصل  $EF + MN + PQ$  کدام است؟

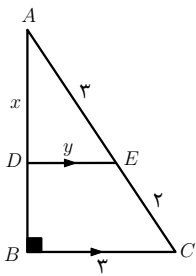
- ۱) (۱) ۲۸      ۲) (۲) ۳۰      ۳) (۳) ۳۲      ۴) (۴)  $\frac{71}{2}$



۸۹) در شکل روبه‌رو، سه مربع به طول اضلاع ۴، ۲ و ۱ واحد کنار هم قرار گرفته‌اند. مساحت دوزنقه‌ی سایه زده شده کدام است؟

- ۱) (۱) ۲      ۲) (۲)  $\frac{15}{7}$       ۳) (۳)  $\frac{16}{7}$       ۴) (۴)  $\frac{17}{7}$

۹۰) در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel BC$ . مقدار  $x + y$  کدام است؟



۵/۴ (۴)

۵/۲ (۳)

۴/۲ (۲)

۴/۱ (۱)

۹۱) مردی به طول قد  $180\text{ cm}$  به تیر چراغ برقی به ارتفاع  $6\text{ m}$  در حال نزدیک شدن است. در لحظه‌ای که فاصله‌ی این مرد تا تیر چراغ برق  $3\text{ m}$  است، طول سایه‌ی این فرد چند سانتی‌متر است؟

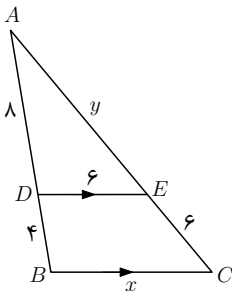
$\frac{10}{9}$  (۴)

$\frac{7}{9}$  (۳)

$\frac{9}{10}$  (۲)

$\frac{9}{7}$  (۱)

۹۲) در شکل روبه‌رو،  $BC \parallel DE$  است. مقدار  $x + y$  کدام است؟



۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

۹۳) در مثلث  $ABC$ ، زاویه‌ی  $A$  قائمه است. اگر فاصله‌ی وسط وتر از اضلاع زاویه‌ی قائمه  $1/5$  و  $2$  باشد، آنگاه فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  از وتر کدام است؟

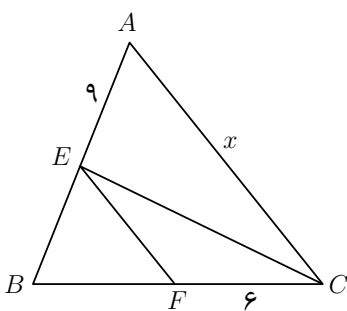
$2/4$  (۴)

$1/8$  (۳)

۲ (۲)

$2/5$  (۱)

۹۴) در شکل روبه‌رو،  $CE$  نیمساز زاویه‌ی داخلی  $C$  است. اگر  $AB = AC$  و  $EF \parallel AC$ ، آنگاه مقدار  $x$  کدام است؟



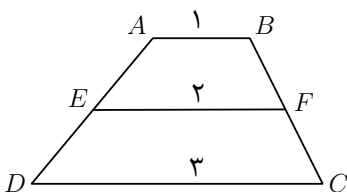
۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۹۵) در دوزنقه‌ی  $ABCD$  خط  $EF$  را موازی  $AB$  رسم کرده‌ایم، مقدار  $\frac{AE}{ED}$  کدام است؟



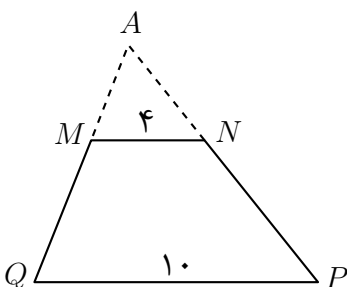
۱ (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۹۶) در شکل روبه‌رو، محیط دوزنقه‌ی  $MNPQ$  برابر  $23$  است. امتداد ساق‌های این دوزنقه در  $A$  متقاطع‌اند. محیط مثلث  $AMN$  کدام است؟



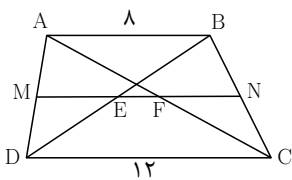
۱۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

۹۷) در شکل روبه‌رو،  $ABCD$  دوزنقه و  $M$  و  $N$  وسط دو ساق است. طول  $EF$  کدام است؟



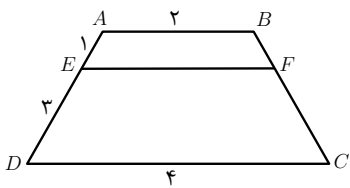
$\frac{3}{4}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{5}$  (۲)

۲ (۱)

۹۸) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین  $ABCD$  مفروض است. طول پاره‌خط  $EF$  که موازی دو قاعده رسم می‌شود، کدام است؟



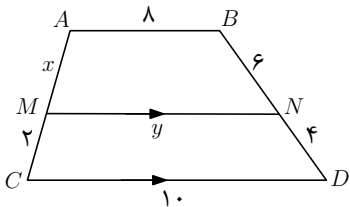
۲ (۴)

۳ (۳)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

۹۹) در دوزنقه‌ی روبه‌رو،  $x + y$  کدام است؟ ( $AB \parallel MN \parallel CD$ )



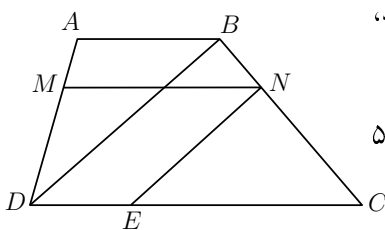
$\frac{9}{2}$  (۴)

$\frac{6}{2}$  (۳)

$\frac{12}{2}$  (۲)

۹ (۱)

۱۰۰) در دوزنقه‌ی روبه‌رو،  $NE \parallel BD$  و  $MN \parallel AB \parallel CD$ . اگر  $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{7}$  و  $CD = 15$  باشد، آنگاه تفاضل طول‌های دو پاره‌خط  $CE$  و  $DE$  کدام است؟



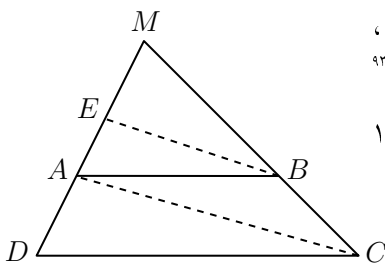
۵ (۴)

$\frac{5}{5}$  (۳)

۶ (۲)

$\frac{6}{5}$  (۱)

۱۰۱) در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، پاره‌خط  $BE$  موازی قطر  $AC$  است. اگر  $AD = 7$  و  $AE = 3$ ، فاصله‌ی  $MD$  کدام است؟  
سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۳



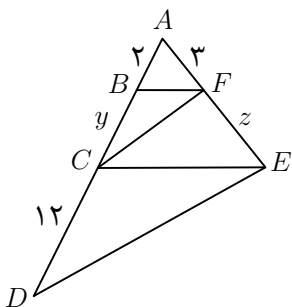
$\frac{12}{75}$  (۴)

$\frac{12}{5}$  (۳)

$\frac{12}{25}$  (۲)

۱۲ (۱)

۱۰۲) در شکل روبه‌رو،  $AC$  واسطه‌ی هندسی بین  $AB$  و  $AD$  است. اگر  $\frac{AB}{BC} = \frac{AF}{FE}$  باشد،  $y + z$  کدام است؟



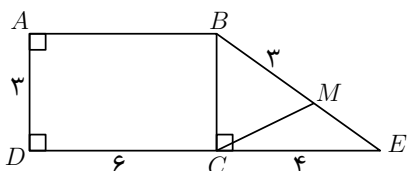
۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۰۳) در شکل روبه‌رو، مستطیل  $ABCD$  و مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $BCE$  در یک ضلع مشترک می‌باشند. طول پاره‌خط  $CM$  چند برابر  $\sqrt{5}$  است؟



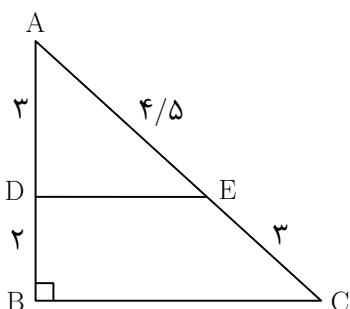
$\frac{4}{3}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{5}{3}$  (۲)

$\frac{7}{5}$  (۱)

۱۰۴) در شکل مقابل، مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است. طول پاره‌خط  $DE$  کدام است؟



$\frac{4\sqrt{5}}{7}$  (۴)

$\frac{5\sqrt{3}}{4}$  (۳)

$\frac{3\sqrt{5}}{2}$  (۲)

$\frac{5\sqrt{5}}{4}$  (۱)

## ۳.۲ تشابه مثلث‌ها

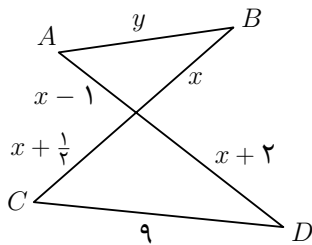
۱۰۵) مثلثی که دو ضلع آن  $50^\circ$  و  $75^\circ$  است با مثلثی که دو زاویه‌ی آن . . . . . است، متشابه است.

۵۵° و ۶۵° ( ۴

۵۵° و ۷۵° ( ۳

۶۵° و ۷۵° ( ۲

۶۵° و ۵۰° ( ۱



۱۰۶) به ازای کدام مقدار  $y$ ، دو مثلث شکل روبرو متشابه‌اند؟ ( $CD$  و  $AB$  موازی نیستند).

۶ ( ۴

۴/۵ ( ۳

۳ ( ۲

۴ ( ۱

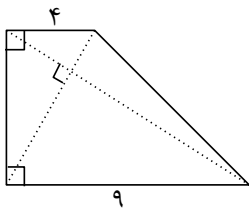
۱۰۷) مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و  $a$  با مثلث دیگری با اضلاع  $b$ ، ۵ و ۶ متشابه است، برای زوج مرتب  $(a, b)$  چند جواب مختلف وجود دارد؟

۸ ( ۴

۴ ( ۳

۲ ( ۲

۱ ( ۱



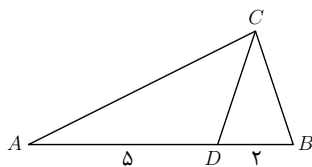
۱۰۸) در ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی مقابل، اندازه‌ی ساق قائم کدام است؟

۸ ( ۴

۷ ( ۳

۶ ( ۲

۵ ( ۱



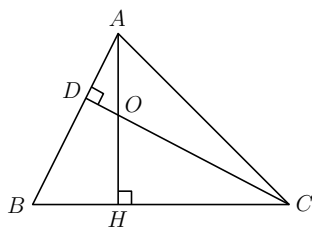
۱۰۹) در شکل روبرو، حاصل عبارت  $DC^2$  کدام است؟

۳۵ ( ۴

۱۰ ( ۳

۱۴ ( ۲

۴۹ ( ۱



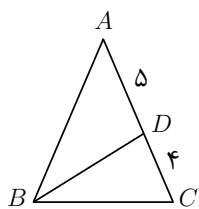
۱۱۰) در شکل مقابل،  $OA = OH = \sqrt{33}$  و  $CD = 14$ . اندازه‌ی ضلع  $AC$  کدام است؟

$2\sqrt{53}$  ( ۴

$2\sqrt{51}$  ( ۳

$2\sqrt{57}$  ( ۲

$2\sqrt{55}$  ( ۱



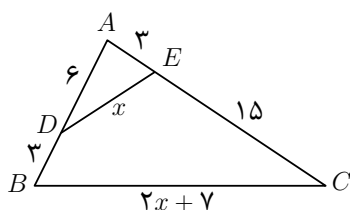
۱۱۱) در مثلث مقابل  $AB = AC$  و  $BD = BC$  می‌باشد، محیط مثلث  $BDC$  کدام است؟

۲۰ ( ۴

۱۸ ( ۳

۱۶ ( ۲

۱۰ ( ۱



۱۱۲) در شکل مقابل، طول ضلع  $BC$  کدام است؟

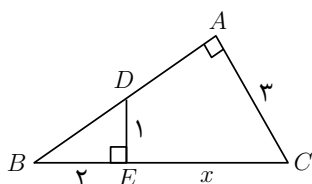
۲۱ ( ۴

۱۸ ( ۳

۱۴ ( ۲

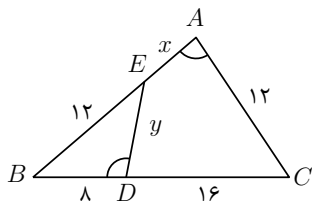
۹ ( ۱

۱۱۳ در شکل روبه‌رو،  $DE = 1$  و  $BE = 2$  و  $AC = 3$ . اگر  $\hat{A} = 90^\circ$  آنگاه  $EC$  کدام است؟



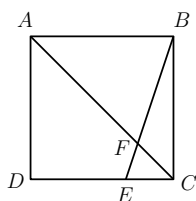
- (۱)  $2\sqrt{3} - 1$  (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳)  $3\sqrt{5} - 2$  (۴)  $5\sqrt{5}$

۱۱۴ در شکل زیر  $\hat{A} = \hat{BDE}$  است، نسبت  $\frac{y}{x}$  کدام است؟



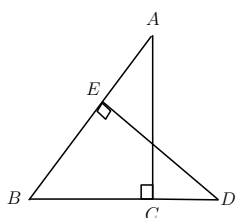
- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴) ۲

۱۱۵ در شکل زیر  $ABCD$  مربعی به ضلع  $\sqrt{10}$  و  $DE = 2CE$  است. اندازه  $BF$  کدام است؟



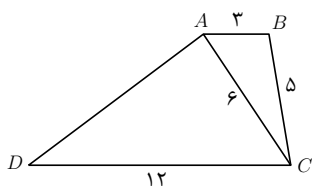
- (۱) ۲ (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{10}{3}$

۱۱۶ در شکل زیر اگر  $BE = \frac{4}{5}$ ،  $AE = \frac{7}{5}$  و  $BC = 6$  باشد، طول  $CD$  کدام است؟



- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{25}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴) ۳

۱۱۷ در شکل زیر، اگر  $AB \parallel CD$  باشد، طول پاره‌خط  $AD$  کدام است؟

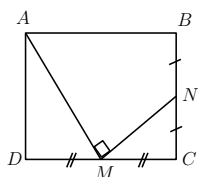


- (۱)  $\frac{7}{5}$  (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۱۸ در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 2\hat{B}$  و  $AC = 6$  و  $BC = 9$  است. طول ضلع  $AB$  کدام است؟

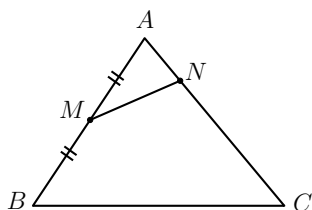
- (۱)  $\frac{7}{5}$  (۲)  $\frac{6}{5}$  (۳) ۷ (۴) ۸

۱۱۹ در شکل مقابل، عرض مستطیل  $ABCD$  چند برابر طول آن است؟



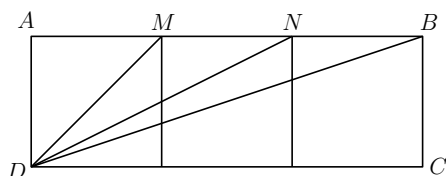
- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲۰ در شکل زیر نقطه‌ی  $M$  وسط ضلع  $AB$  است. اگر  $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$  و  $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{7}$ ، آنگاه نسبت  $\frac{MN}{BC}$  کدام است؟



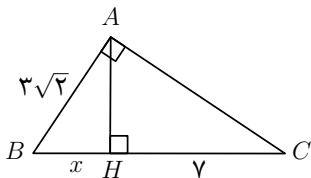
- (۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۲۱ در شکل روبه‌رو، سه مربع به ضلع واحد در کنار هم قرار گرفته‌اند. اندازه‌ی  $\hat{MND} + \hat{NBD}$  کدام است؟



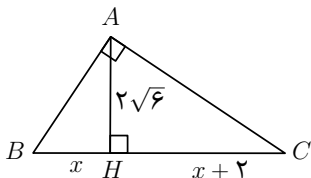
- (۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $60^\circ$  (۴)  $50^\circ$

۱۲۲) در شکل روبه‌رو،  $\hat{BAC} = 90^\circ$  و  $\hat{AHC} = 90^\circ$ . اگر  $HC = 7$  و  $AB = 3\sqrt{2}$ ، آنگاه  $BH$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$       (۲)  $2\sqrt{2}$       (۳) ۲      (۴)  $3\sqrt{3}$

۱۲۳) در شکل روبه‌رو،  $AH \perp BC$  و  $\hat{BAC} = 90^\circ$ . اگر  $AH = 2\sqrt{6}$ ،  $BH = x$  و  $HC = x + 2$ ، آنگاه  $AC$  کدام است؟

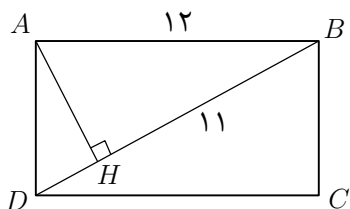


- (۱)  $5\sqrt{5}$       (۲)  $4\sqrt{15}$       (۳)  $3\sqrt{15}$       (۴)  $2\sqrt{15}$

۱۲۴) در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازه‌ی وتر و ارتفاع وارد بر آن به ترتیب از راست به چپ ۴ و ۱ واحد است. طول پاره‌خط بزرگتری که ارتفاع روی وتر جدا می‌کند، چند واحد است؟

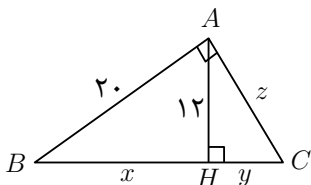
- (۱)  $2 - \sqrt{3}$       (۲)  $2 + \sqrt{3}$       (۳)  $3 - \sqrt{2}$       (۴)  $3 + \sqrt{2}$

۱۲۵) در شکل مقابل،  $ABCD$  مستطیل است. مساحت مثلث  $ADH$  کدام است؟ ( $BH = 11$ )



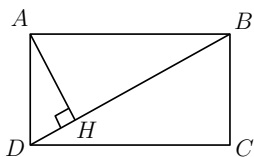
- (۱)  $\frac{23\sqrt{23}}{22}$       (۲)  $\frac{23\sqrt{23}}{11}$       (۳)  $\frac{12\sqrt{6}}{11}$       (۴)  $\frac{12\sqrt{3}}{11}$

۱۲۶) در شکل روبه‌رو،  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $AH = 12$  ارتفاع است. در این صورت  $x + y + z$  کدام است؟



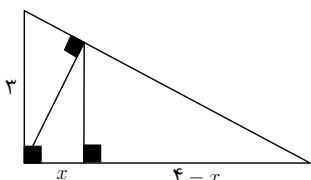
- (۱) ۴۰      (۲) ۳۰      (۳) ۴۵      (۴) ۵۰

۱۲۷) در مستطیل مقابل داریم ( $BC = 2$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ ). فاصله‌ی نقطه‌ی  $H$  از ضلع  $AB$  کدام است؟



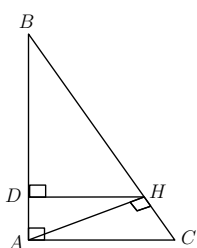
- (۱) ۱      (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\sqrt{3}$       (۴)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۲۸) در شکل روبه‌رو، ارتفاع هر دو مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. مقدار  $x$  کدام است؟



- (۱)  $1/44$       (۲)  $1/56$       (۳)  $1/64$       (۴)  $1/96$

۱۲۹) در شکل زیر اگر  $\frac{BD}{AD} = \frac{3}{4}$ ، آنگاه نسبت  $\frac{AB}{AC}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       (۲)  $\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{9}{4}$       (۴)  $\frac{9}{2}$

## ۴.۲ کاربردهایی از قضیه تالس و تشابه مثلث‌ها

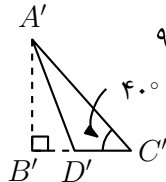
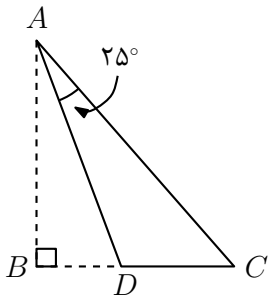
(۱۳۰) در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع  $AH$  رسم شده است. اگر مساحت مثلث  $ABC$ ،  $1/8$  برابر مساحت مثلث  $ABH$  باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع وارد بر وتر از دو ضلع قائمه‌ی مثلث  $ABC$  چقدر است؟

$\frac{5}{4}$  (۴)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{3}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)



(۱۳۱) در دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی متشابه شکل روبه‌رو،  $AD = x + 8$  و  $A'D' = x - 1$ ، طول نیمسازهای دو زاویه‌ی متناظر هستند. اگر مساحت مثلث  $ABC$  چهار برابر مساحت مثلث  $A'B'C'$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

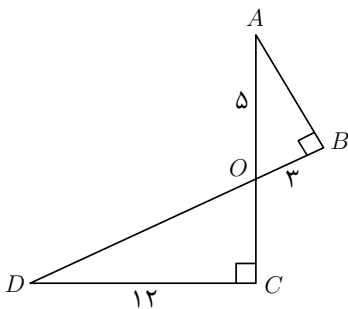
(۱۳۲) نسبت مساحت دو مثلث متشابه  $ABC$  و  $A'B'C'$  به صورت  $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{9}{16}$  است. اگر بزرگترین ضلع مثلث  $ABC$ ،  $7$  واحد و نسبت کوچکترین ضلع به بزرگترین ضلع در مثلث  $A'B'C'$  باشد، اندازه‌ی ضلع کوچکتر در مثلث  $A'B'C'$  چند واحد است؟

$\frac{28}{9}$  (۴)

$\frac{56}{9}$  (۳)

$\frac{14}{3}$  (۲)

$\frac{7}{3}$  (۱)



(۱۳۳) در شکل مقابل، مساحت مثلث  $COD$  چند برابر مساحت مثلث  $AOB$  است؟

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(۱۳۴) در دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی متشابه، وتر یکی  $4$  برابر وتر دیگری است. اگر مساحت مثلث کوچکتر برابر  $5$  باشد، واسطه‌ی هندسی اضلاع قائمه در مثلث بزرگتر کدام است؟

$8\sqrt{5}$  (۴)

$4\sqrt{10}$  (۳)

$4\sqrt{5}$  (۲)

$16\sqrt{5}$  (۱)

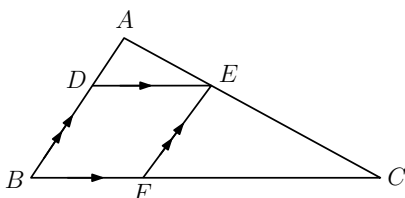
(۱۳۵) اگر مساحت‌های دو مثلث متشابه را به ترتیب با  $S_1$  و  $S_2$  و محیط‌های آنها را به ترتیب با  $P_1$  و  $P_2$  نشان دهیم، کدام رابطه همواره درست است؟

$S_1 P_2^2 = S_2 P_1^2$  (۴)

$P_1 S_2^2 = P_2 S_1^2$  (۳)

$P_1 S_1 = P_2 S_2$  (۲)

$S_1 \sqrt{P_1} = S_2 \sqrt{P_2}$  (۱)



(۱۳۶) در مثلث  $ABC$  در شکل مقابل،  $DE \parallel BC$  و  $EF \parallel AB$  می‌باشد. اگر داشته باشیم  $BC = 2AB = \frac{4}{3}AC = 4DE = 12$ ، نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع  $BDEF$  به مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

$\frac{1}{8}$  (۴)

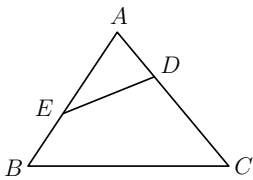
$\frac{3}{8}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

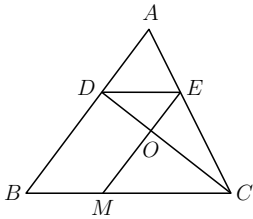


۱۳۷) در چهارضلعی  $BCDE$ ، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند. اگر  $BC = ۲۰$  و  $DE = ۱۲$ ، آنگاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث  $ABC$  است؟



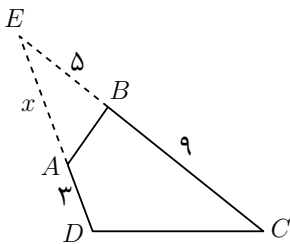
- ۰/۸۰ (۴)      ۰/۷۲ (۳)      ۰/۶۴ (۲)      ۰/۵۶ (۱)

۱۳۸) در شکل روبه‌رو،  $S_{ODE} = \frac{9}{16} S_{OMC}$  و چهارضلعی  $DEMB$  متوازی‌الاضلاع است. مساحت دوزنقه‌ی  $DECB$  چند برابر مساحت مثلث  $ADE$  است؟



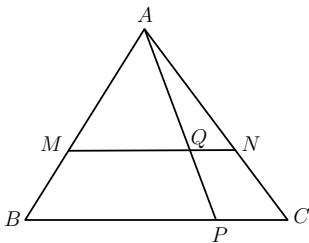
- $\frac{41}{9}$  (۴)       $\frac{49}{9}$  (۳)       $\frac{40}{9}$  (۲)      ۳ (۱)

۱۳۹) در چهارضلعی  $ABCD$  زوایای روبه‌رو مکمل هم هستند و امتداد اضلاع  $AD$  و  $BC$  در  $E$  متقاطع‌اند، مساحت مثلث  $CDE$  چند برابر مساحت چهارضلعی است؟



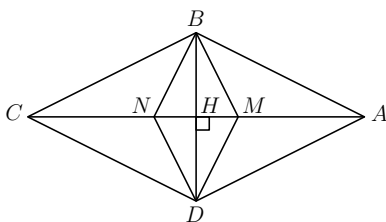
- $\frac{7}{5}$  (۴)       $\frac{4}{3}$  (۳)       $\frac{6}{5}$  (۲)       $\frac{5}{4}$  (۱)

۱۴۰) در شکل زیر  $MN \parallel BC$ ،  $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$  و  $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$  است. نسبت مساحت مثلث  $AMQ$  به مساحت دوزنقه‌ی  $QNCP$  کدام است؟



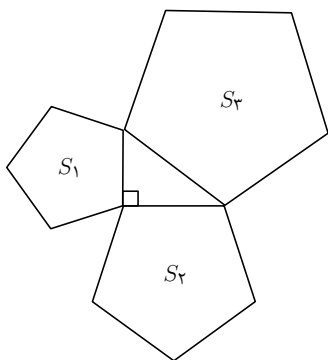
- $\frac{16}{9}$  (۴)       $\frac{9}{8}$  (۳)       $\frac{32}{27}$  (۲)       $\frac{27}{16}$  (۱)

۱۴۱) در شکل روبه‌رو،  $\hat{BAD} = 60^\circ$  است. اگر دو لوزی  $ABCD$  و  $BMDN$  متشابه باشند، نسبت تشابه کدام می‌تواند باشد؟



- $\frac{1}{2}$  (۴)       $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)       $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۱)

۱۴۲) در شکل روبه‌رو، سه پنج‌ضلعی منتظم با مساحت‌های  $S_1$ ،  $S_2$  و  $S_3$  روی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرده‌ایم. کدام رابطه بین مساحت‌ها برقرار است؟

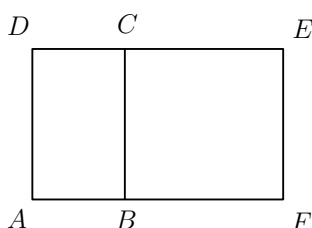


$$S_3^2 = S_1 \times S_2 \quad (۲) \qquad S_3^2 = S_1^2 + S_2^2 \quad (۱)$$

$$S_3 = S_1 + S_2 \quad (۴) \qquad \sqrt{S_3} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} \quad (۳)$$

۱۴۳) اندازه‌های اضلاع یک هفت‌ضلعی را سه برابر می‌کنیم ولی اندازه‌های زوایا را تغییر نمی‌دهیم، مساحت هفت‌ضلعی چند برابر می‌شود؟

- ۲۱ (۴)      ۳ (۳)      ۷ (۲)      ۹ (۱)



۱۴۴) در شکل مقابل، دو مستطیل  $ABCD$  و  $BCEF$  متشابه‌اند، اگر  $AB = ۱$  و  $AD = ۳$  مساحت  $ADEF$  چند برابر  $BCEF$  است؟

- $\frac{3}{2}$  (۴)       $\frac{10}{9}$  (۳)       $\frac{9}{8}$  (۲)       $\frac{4}{3}$  (۱)

## فصل ۳

### چندضلعی ها

#### ۱.۳ چندضلعی ها و ویژگی هایی از آنها

۱۴۵) اگر  $n + 2$  ضلعی منتظم ۱۱ قطر بیشتر از  $n$  ضلعی منتظم داشته باشد، آنگاه اندازهی هر زاویهی درونی  $n + 2$  ضلعی منتظم چند درجه از اندازهی هر زاویهی درونی  $n$  ضلعی منتظم بیشتر است؟

- ۲۴ ( ۴)                      ۱۶ ( ۳)                      ۱۵ ( ۲)                      ۱۲ ( ۱)

۱۴۶) تعداد قطرهای یک چندضلعی، دو برابر تعداد اضلاع آن است. در چندضلعی دیگری که تعداد اضلاع آن دو برابر تعداد اضلاع چندضلعی اولیه است، نسبت تعداد قطرها به تعداد اضلاع کدام است؟

- ۵/۵ ( ۴)                      ۵ ( ۳)                      ۴/۵ ( ۲)                      ۴ ( ۱)

۱۴۷) تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی، واسطهی هندسی بین تعداد اضلاع و تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس آن می باشد.  $n$  کدام است؟ ( $n > 3$ )

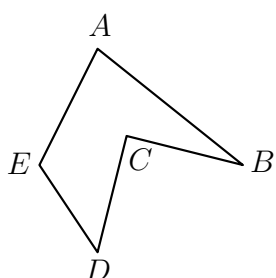
- ۶ ( ۴)                      ۵ ( ۳)                      ۴ ( ۲)                      ۷ ( ۱)

۱۴۸) سه زاویهی داخلی از چندضلعی محدب  $150^\circ$ ،  $130^\circ$  و  $60^\circ$  و سایر زاویههای این چندضلعی برابر  $140^\circ$  هستند. این چندضلعی چند قطر دارد؟

- ۳۵ ( ۴)                      ۲۷ ( ۳)                      ۲۰ ( ۲)                      ۱۴ ( ۱)

۱۴۹) اگر مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی محدب ۲۱ باشد، تعداد اضلاع آن کدام است؟

- ۱۰ ( ۴)                      ۷ ( ۳)                      ۶ ( ۲)                      ۵ ( ۱)



۱۵۰) با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه جملهی زیر را به درستی کامل می کند؟  
 «چندضلعی  $ABCDE$  محدب نیست، زیرا با در نظر گرفتن خط شامل ضلع . . . . .  
 همهی نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع نمی شوند.»

- ۴)  $AB$                       ۳)  $DE$                       ۲)  $BC$                       ۱)  $AE$

۱۵۱) چهارضلعی حاصل از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی هر مستطیل همواره . . . . .

(۱) لوزی است ولی مربع نیست. (۲) مربع است.

(۳) مستطیل است ولی لوزی نیست. (۴) دوزنقه است.

۱۵۲) طول یک مستطیل دو برابر عرض آن است. نیمسازهای داخلی زاویه‌های مستطیل را رسم کرده‌ایم. محیط مستطیل چند برابر محیط مربع ایجاد شده در درون آن است؟

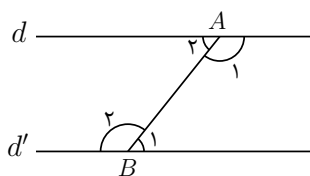
- (۱)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۱۵۳) شکل حاصل از برخورد نیمسازهای خارجی یک مستطیل، مربعی به ضلع  $8\sqrt{2}$  و شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی آن مربعی به ضلع  $6\sqrt{2}$  می‌باشد. مساحت مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

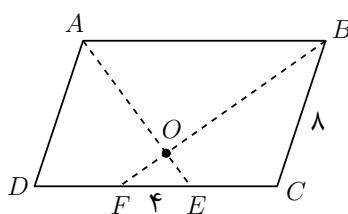
۱۵۴) از تلاقی نیمسازهای درونی مستطیلی به عرض ۴ واحد، یک چهارضلعی حاصل شده که دو رأس آن بر طول‌های مستطیل قرار گرفته‌اند. مساحت این چهارضلعی چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۹



۱۵۵) در شکل روبه‌رو،  $d \parallel d'$  و  $AB$  یک خط مورب است. از برخورد نیمسازهای چهار زاویه‌ی  $A_1, A_2, B_1, B_2$  یک چهارضلعی حاصل می‌شود. نوع چهارضلعی کدام است؟

- (۱) مربع (۲) مستطیل (۳) لوزی (۴) دوزنقه



۱۵۶) در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل، نیمسازهای دو زاویه‌ی  $A$  و  $B$  در نقطه‌ی  $O$  متقاطع‌اند. اگر  $BC = 8$  و  $EF = 4$  باشد، آنگاه مساحت مثلث  $OFE$  چه کسری از مساحت مثلث  $OAB$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۵۷) اگر وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی محدب را متوالیاً به هم وصل کنیم، چهارضلعی حاصل همواره . . . . . است.

- (۱) مربع (۲) لوزی (۳) مستطیل (۴) متوازی‌الاضلاع

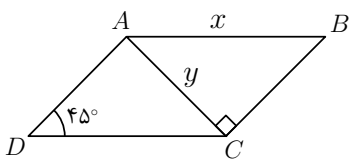
۱۵۸) اوساط یک مستطیل را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم، یکی از زوایای چهارضلعی حاصل  $60^\circ$  درجه است. نسبت قطر مستطیل به ضلع بزرگ مستطیل کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۵۹) کدام یک از عبارتهای زیر، لزوماً یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند؟

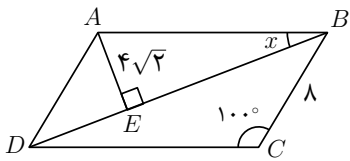
- (۱) چهارضلعی‌ای که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد.
- (۲) چهارضلعی‌ای که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند.
- (۳) چهارضلعی‌ای که زوایای مجاور در آن مکمل باشند.
- (۴) چهارضلعی‌ای که اضلاع روبه‌روی هم در آن مساوی باشند.

۱۶۰ در شکل روبه‌رو،  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع است. نسبت  $\frac{y}{x}$  کدام است؟



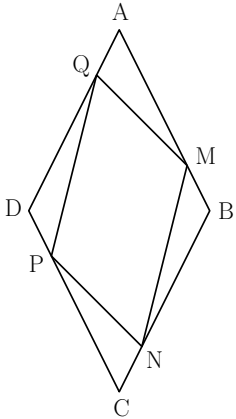
- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\sqrt{3}$

۱۶۱ در شکل روبه‌رو،  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع است. زاویه‌ی  $x$  چند درجه است؟



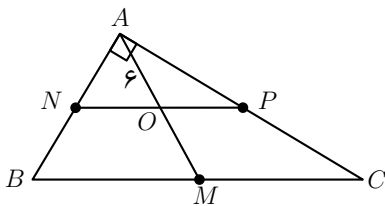
- (۱) ۲۵      (۲) ۳۰      (۳) ۳۵      (۴) ۴۰

۱۶۲ مطابق شکل زیر در لوزی  $ABCD$  نقاط  $M, N, P, Q$  را به ترتیب روی اضلاع  $AB, BC, CD, DA$  طوری انتخاب می‌کنیم که  $AM = BN = CP = DQ$  باشد. دو قطر چهارضلعی  $MNPQ$  همواره



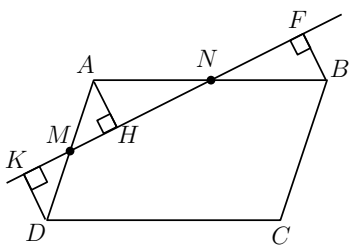
- (۱) با هم مساوی هستند.      (۲) یکدیگر را نصف می‌کنند.  
(۳) بر هم عمودند.      (۴) با اضلاع لوزی موازی هستند.

۱۶۳ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، نقاط  $M, N, P$  وسط‌های اضلاع هستند. اگر  $AO = 6$ ، طول وتر این مثلث کدام است؟



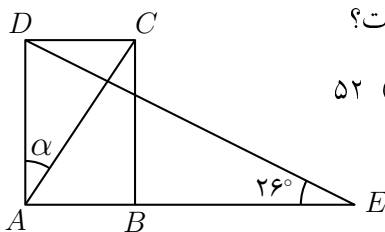
- (۱) ۱۲      (۲) ۶      (۳) ۳      (۴) ۲۴

۱۶۴ در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ،  $N$  وسط  $AB$  و  $M$  وسط  $AD$  است.  $BF, AH, DK$  بر خط گذرنده از  $M$  و  $N$  عمودند. کدام گزینه همواره درست است؟



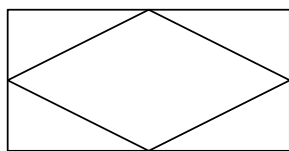
- (۱)  $BF = AH = DK$       (۲)  $BF > DK$   
(۳)  $2MN > BD$       (۴)  $AB = MN$

۱۶۵ در شکل مقابل، اگر  $ABCD$  مستطیل،  $\hat{AED} = 26^\circ$  و  $AC = BE$  باشد،  $\alpha$  چند درجه است؟



- (۱) ۳۸      (۲) ۴۴      (۳) ۴۸      (۴) ۵۲

۱۶۶ رأس‌های یک لوزی مطابق شکل بر روی اوساط اضلاع یک مستطیل قرار گرفته است. اگر طول این مستطیل دو برابر عرض آن باشد، اندازه‌ی هر ضلع لوزی چند برابر عرض مستطیل است؟



- (۱)  $\sqrt{5}$       (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۱۶۷) کدام گزینه در مورد مربع درست است؟

- ۱) لوزی‌ای است که اقطارش مساوی‌اند.
- ۲) چهارضلعی‌ای است که اقطارش بر هم عمودند.
- ۳) متوازی‌الاضلاعی است که اقطارش بر هم عمودند.
- ۴) دوزنقه‌ای است که یک زاویه‌ی قائمه دارد.

۱۶۸) کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- ۱) لوزی متوازی‌الاضلاعی است که قطرهاش بر هم عمود هستند.
- ۲) در لوزی، زاویه‌های مجاور برابر یکدیگرند.
- ۳) چهارضلعی‌ای که قطرهای آن عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است.
- ۴) لوزی متوازی‌الاضلاعی است که قطرهاش نیمساز زاویه‌های آن هستند.

۱۶۹) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) اگر در یک چهارضلعی با رسم هر قطر دو مثلث هم‌نهشت ایجاد شود، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- ۲) اگر در یک چهارضلعی هر قطر عمود منصف قطر دیگر باشد، چهارضلعی لوزی است.
- ۳) اگر در یک چهارضلعی یک قطر دو مثلث هم‌نهشت بسازد و عمود منصف قطر دیگر باشد، چهارضلعی لوزی است.
- ۴) اگر یک چهارضلعی، یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد و قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی مستطیل است.

۱۷۰) اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ارتفاع وارد بر وتر نصف وتر باشد، زاویه‌ی حاده‌ی این مثلث چند درجه است؟

- ۱۵ ( ۱)          ۳۰ ( ۲)          ۲۲/۵ ( ۳)          ۴۵ ( ۴)

۱۷۱) در یک مثلث قائم‌الزاویه، یک زاویه‌ی حاده  $20^\circ$  درجه است، زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر چند درجه است؟

- ۶۰ ( ۱)          ۵۰ ( ۲)          ۴۰ ( ۳)          ۴۵ ( ۴)

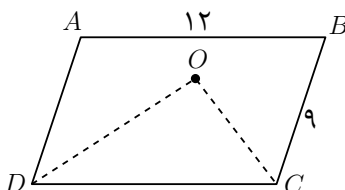
۱۷۲) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ، زاویه‌ی  $A$  قائمه و  $AM$  میانه است. اگر  $\hat{AMB} = 70^\circ$  باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{C}$  کدام است؟

- ۳۵ ( ۱)          ۳۰ ( ۲)          ۴۰ ( ۳)          ۴۵ ( ۴)

۱۷۳) در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویه‌ی حاده‌ی  $75^\circ$ ، طول میانه‌ی وارد بر وتر ۸ است. مساحت این مثلث کدام است؟

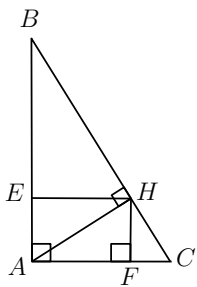
- ۱۶ ( ۱)          ۳۲ ( ۲)          ۶۴ ( ۳)          ۸۰ ( ۴)

۱۷۴) در شکل روبه‌رو،  $O$  محل تلاقی نیمسازهای  $C$  و  $D$  از متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  است. فاصله‌ی  $O$  از وسط  $DC$  کدام است؟



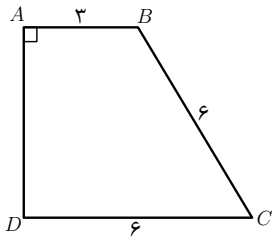
- ۶ ( ۱)          ۴/۵ ( ۲)          ۴ ( ۳)          ۵ ( ۴)

۱۷۵) در مثلث قائم الزاویه  $ABC$ ،  $\hat{C} = \hat{B} = 5^\circ$  است. اگر  $AB + AC = 48$  باشد، محیط مستطیل  $AHFE$  کدام است؟



- ۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۱۷۶) در شکل روبه‌رو،  $ABCD$  دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه است. طول  $AD$  کدام است؟



- ۱)  $3\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

۱۷۷) عکس کدام یک از قضیه‌های زیر درست نیست؟

- ۱) در هر دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به قاعده، هم‌اندازه‌اند.
- ۲) در هر دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، قطرهای مساوی یکدیگرند.
- ۳) در هر دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، زاویه‌های مقابل، مکمل هم هستند.
- ۴) در هر دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل هم هستند.

۱۷۸) در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه  $ABCD$  ( $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ )،  $CD = BC = 2AB$  است. طول قطر  $BD$  چند برابر طول قاعده‌ی  $AB$  است؟

- ۱) ۲ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۳

۱۷۹) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین  $ABCD$ ، طول هر قطر برابر ۸ است. اگر قطرهای این دوزنقه بر هم عمود باشند، مساحت دوزنقه کدام است؟

- ۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۴۸

۱۸۰) در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین اندازه‌ی زاویه‌های روبه‌رو، به ترتیب برابر  $(2x - 5)^\circ$  و  $(3x - 15)^\circ$  است. اندازه‌ی زاویه‌ی حاده در این دوزنقه چقدر است؟

- ۱)  $55^\circ$  (۲)  $65^\circ$  (۳)  $70^\circ$  (۴)  $75^\circ$

۱۸۱) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین  $ABCD$ ،  $\hat{B} = 60^\circ$  است و طول قاعده‌ی کوچک،  $\frac{1}{5}$  برابر طول ساق است. نسبت طول قاعده‌ی بزرگ به طول قاعده‌ی کوچک کدام است؟

- ۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{3}$

۱۸۲) در یک چهارضلعی دو قطر برابر و دو ضلع روبه‌رو مساوی‌اند، الزاماً کدام گزینه در مورد این چهارضلعی درست است؟

- ۱) دو زاویه‌ی متقابل مساوی‌اند.
- ۲) دو قطر بر هم عمودند.
- ۳) دو قطر با یک نسبت متقاطع‌اند.
- ۴) تفاضل دو زاویه‌ی مقابل یک قائمه است.

## ۲.۳ مساحت و کاربردهای آن

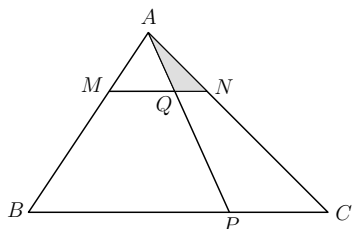
۱۸۳) در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، یکی از زاویه‌ها برابر  $30^\circ$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ایجاد شده توسط نیمساز زاویه ی قائمه در این مثلث کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۱)



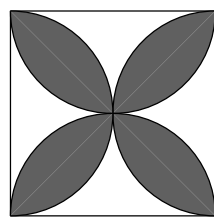
۱۸۴) در مثلث  $ABC$ ، پاره‌خط  $MN$  موازی ضلع  $BC$  است. اگر  $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$  و  $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$  مساحت مثلث  $AQN$  برابر با ۳ واحد مربع باشد، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

۱۲۱ (۴)

۱۰۸ (۳)

۳۶ (۲)

۲۷ (۱)



۱۸۵) در شکل مقابل ضلع مربع ۲ سانتی‌متر است، مساحت نواحی سایه‌دار چند سانتی‌متر مربع است؟

$2\pi - 4$  (۴)

$4 - \pi$  (۳)

$3\pi - 4$  (۲)

$4 - \frac{3\pi}{4}$  (۱)

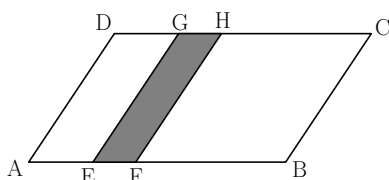
۱۸۶) اگر طول مستطیلی ۱۰ درصد افزایش یابد و عرض آن ۱۰ درصد کاهش یابد، در این صورت کدام گزینه در مورد مساحت مستطیل درست می‌باشد؟

(۲) مساحت آن ۱ درصد افزایش می‌یابد.

(۱) مساحت آن ثابت می‌ماند.

(۴) مساحت آن ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) مساحت آن ۱ درصد کاهش می‌یابد.



۱۸۷) در شکل زیر مساحت متوازی الاضلاع  $ABCD$  برابر  $80 \text{ cm}^2$ ، و  $EF = \frac{1}{3}AB$  مساحت چهارضلعی  $EFHG$  چند سانتی‌متر مربع است؟

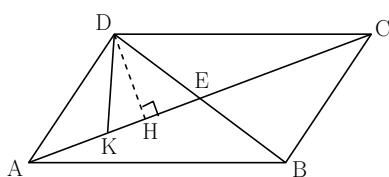
$GH = \frac{1}{5}DC$  است.

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۲۲ (۲)

۱۸ (۱)



۱۸۸) در شکل مقابل  $AK = DH = 2\sqrt{3}$  و  $KE = \frac{2}{5}\sqrt{3}$  است. مساحت متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  کدام است؟

۵۴ (۴)

۳۲ (۳)

۴۲ (۲)

۲۴ (۱)

۱۸۹) مساحت یک مستطیل به طول  $a$  و عرض  $b$  با مساحت یک لوزی با قطر بزرگ  $d$  و قطر کوچک  $d'$  برابر است. اگر طول قطر بزرگ لوزی برابر طول قطر مستطیل و طول قطر کوچک لوزی برابر طول مستطیل باشد، نسبت  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

$2\sqrt{3}$  (۴)

۳ (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

۲ (۱)

۱۹۰) اختلاف طول دو قاعده‌ی یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین،  $\frac{1}{4}$  مجموع دو قاعده‌ی آن است. اگر اندازه‌ی یک زاویه‌ی این دوزنقه  $45^\circ$  و مساحت آن برابر ۱۲ باشد، طول قاعده‌ی بزرگ دوزنقه کدام است؟

$7\sqrt{2}$  (۴)

$5\sqrt{2}$  (۳)

$8\sqrt{2}$  (۲)

$6\sqrt{2}$  (۱)

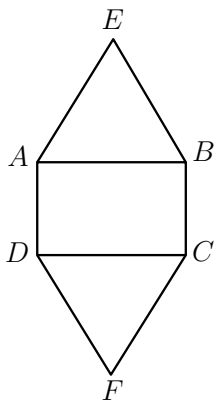
۱۹۱) اندازه‌ی قاعده‌های یک دوزنقه ۶ و ۲۷ و اندازه‌ی ساق‌های آن ۲۰ و ۱۳ است. مساحت دوزنقه کدام است؟

۱۹۸ ( ۴

۲۰۰ ( ۳

۱۹۲ ( ۲

۲۱۸ ( ۱



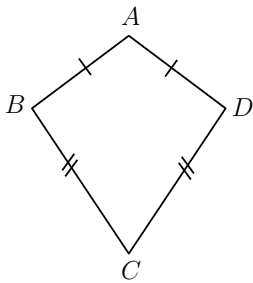
۱۹۲) بر روی طول‌های مستطیل  $ABCD$  دو مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته‌ایم. اگر نسبت مساحت چندضلعی  $AEBCFD$  به مساحت مستطیل  $ABCD$  برابر ۳ باشد، طول مستطیل چند برابر عرض آن است؟

۲ ( ۴

$\sqrt{3}$  ( ۳

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ( ۲

$\frac{4\sqrt{3}}{3}$  ( ۱



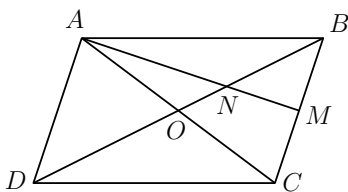
۱۹۳) در چهارضلعی  $ABCD$  مطابق شکل داریم  $AB = AD$  و  $BC = DC$ . اگر طول قطرهای این چهارضلعی برابر ۶ و ۸ باشند، مساحت آن کدام است؟

۴۸ ( ۴

۳۶ ( ۳

۲۴ ( ۲

۱۲ ( ۱



۱۹۴) در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ،  $M$  وسط  $BC$  است و پاره‌خط  $AM$  قطر  $BD$  را در نقطه‌ی  $N$  قطع کرده است. نسبت مساحت مثلث  $BMN$  به مساحت مثلث  $ABD$  کدام است؟

$\frac{1}{12}$  ( ۴

$\frac{1}{9}$  ( ۳

$\frac{1}{8}$  ( ۲

$\frac{1}{6}$  ( ۱

۱۹۵) مثلث دلخواه  $ABC$  مفروض است. با وصل کردن کدام یک از نقاط زیر به سه رأس این مثلث، همواره سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود؟

۲) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌ها

۱) نقطه‌ی هم‌رسی نیمسازهای داخلی

۴) نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع

۳) نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها

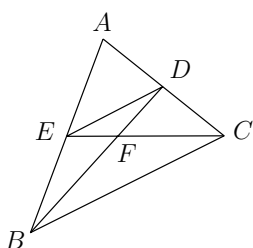
۱۹۶) نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  وسط‌های سه ضلع مثلث  $ABC$  اند. اگر محیط مثلث  $MNP$  برابر ۶ باشد، آنگاه محیط  $ABC$  کدام است؟

۱۲ ( ۴

۱۰ ( ۳

۸ ( ۲

۶ ( ۱



۱۹۷) در شکل مقابل به فرض آنکه پاره‌خط‌های  $DB$  و  $EC$  میانه باشند، نسبت مساحت مثلث  $FDC$  به مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

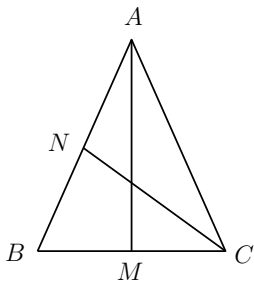
$\frac{1}{5}$  ( ۴

$\frac{1}{6}$  ( ۳

$\frac{1}{8}$  ( ۲

$\frac{1}{12}$  ( ۱



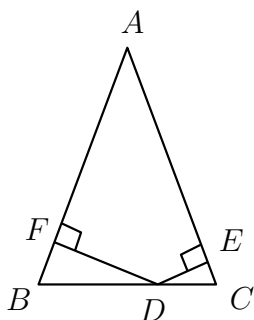


۱۹۸) در شکل زیر طول میانه‌ها  $CN = 7/5$  و  $AM = 9$  است و  $BC = 8$ . مساحت مثلث  $ABC$  چقدر است؟

- آزاد ۷۱
- ۱۶ (۱)      ۳۲ (۲)      ۱۸ (۳)      ۳۶ (۴)

۱۹۹) مثلث  $ABC$  در رأس  $A$  متساوی‌الساقین است. طول میانه‌ی نظیر قاعده برابر ۱۲ و طول قاعده برابر  $10^\circ$  می‌باشد. مجموع فواصل نقطه‌ی دلخواهی روی قاعده‌ی  $BC$ ، از دو ساق چقدر است؟

- ۸ (۱)       $10$  (۲)       $\frac{120}{13}$  (۳)       $\frac{60}{13}$  (۴)



۲۰۰) مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین است. اگر مساحت مثلث ۶ و طول ضلع  $AB$  برابر با ۴ باشد، آنگاه کدام درست است؟

- $DE + DF = \frac{3}{4}$  (۲)       $DE + DF = 3$  (۱)
- $DE + DF = 1$  (۴)       $DE + DF = 2$  (۳)

۲۰۱) زاویه‌ی رأس مثلث متساوی‌الساقینی  $120^\circ$  و طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر ۲ است. مجموع اندازه‌های دو پاره‌خطی که از یک نقطه‌ی دلخواه بر قاعده موازی دو ساق رسم می‌شود، کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

۲۰۲) در مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به ضلع  $8\sqrt{3}$  اگر فاصله‌های نقطه‌ی  $M$  در داخل مثلث از اضلاع  $AB$  و  $AC$  به ترتیب ۵ و ۳ باشد، فاصله‌ی آن از ضلع  $BC$  کدام است؟

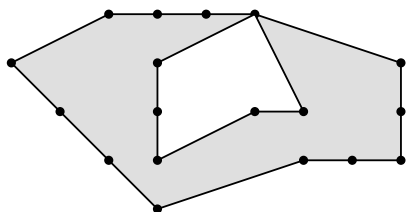
- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۲۰۳) ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی  $2\sqrt{3}$  است، مجموع فاصله‌های هر نقطه‌ی دلخواه در داخل مثلث از این سه ضلع کدام است؟

- $2\sqrt{3}$  (۱)       $\sqrt{3}$  (۲)      ۳ (۳)      ۲ (۴)

۲۰۴) مساحت یک پنج‌ضلعی شبکه‌ای ۹ واحد است. اگر تعداد نقاط درونی این چندضلعی حداقل ۳ باشد، چند مقدار مختلف برای تعداد نقاط درونی آن وجود دارد؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)



۲۰۵) اختلاف مساحت دو چندضلعی شبکه‌ای زیر برابر  $16/5$  است. تعداد نقاط درونی چندضلعی بزرگتر، چقدر از تعداد نقاط درونی چندضلعی کوچکتر، بیشتر است؟

- ۱۱ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۴ (۴)

۲۰۶) برای اینکه با اضافه کردن ۴ نقطه‌ی مرزی به یک شکل شبکه‌ای، مساحت آن تغییر نکند، از تعداد نقاط درونی آن چند تا باید کم کنیم؟

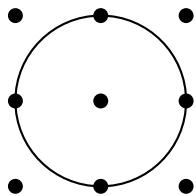
- ۴ ( ۴)                      ۳ ( ۳)                      ۲ ( ۲)                      ۱ ( ۱)

۲۰۷) مساحت یک شکل شبکه‌ای که تعداد نقاط مرزی آن هشت برابر تعداد نقاط درونی آن است، کدام می‌تواند باشد؟

- ۳۱ ( ۴)                      ۲۴ ( ۳)                      ۲۰ ( ۲)                      ۱۸ ( ۱)

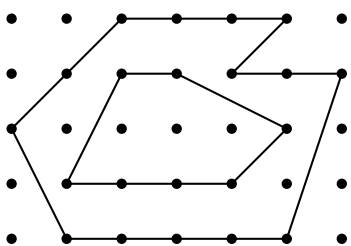
۲۰۸) در یک چندضلعی شبکه‌ای در صورتی که ۸ نقطه به نقاط درونی اضافه کنیم و ۴ نقطه از نقاط مرزی کم کنیم، چند ضلعی شبکه‌ای دیگری ایجاد می‌شود که مساحت آن،  $\frac{2}{5}$  برابر مساحت چندضلعی شبکه‌ای اولیه است. تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه‌ای اولیه، چند مقدار متفاوت می‌تواند باشد؟

- ۴ ( ۴)                      ۳ ( ۳)                      ۲ ( ۲)                      ۱ ( ۱)



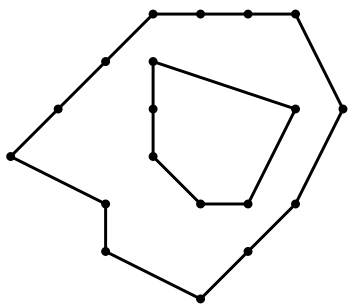
۲۰۹) اگر برای تخمین مساحت دایره‌ی روبه‌رو به شعاع ۱، فاصله‌ی بین نقاط شبکه را نصف کنیم، مساحت تخمینی نسبت به مساحت اولیه چند درصد افزایش می‌یابد؟

- ۳۰ ( ۴)                      ۲۵ ( ۳)                      ۲۰ ( ۲)                      ۱۰ ( ۱)



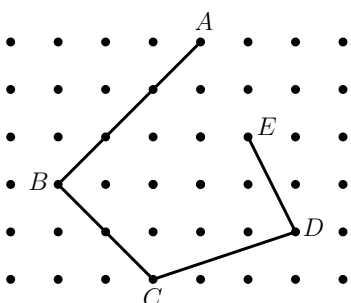
۲۱۰) در شکل روبه‌رو، مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای، چه کسری از مساحت چندضلعی بزرگتر است؟

- $\frac{23}{36}$  ( ۴)                       $\frac{2}{3}$  ( ۳)                       $\frac{25}{36}$  ( ۲)                       $\frac{5}{9}$  ( ۱)



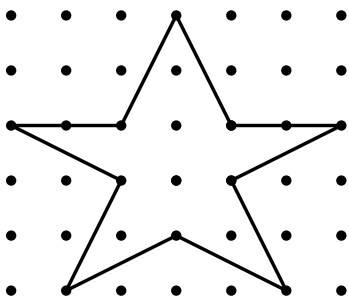
۲۱۱) در شکل روبه‌رو، مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای داده شده برابر  $\frac{19}{5}$  است. اختلاف تعداد نقاط درونی آنها کدام است؟

- ۱۶ ( ۴)                      ۱۴ ( ۳)                      ۱۲ ( ۲)                      ۱۰ ( ۱)



۲۱۲) با انتخاب رأس مناسب  $F$  و رسم شش ضلعی شبکه‌ای  $ABCDEF$ ، کمترین مساحت ممکن برای آن کدام است؟

- ۱۰ ( ۴)                       $\frac{19}{3}$  ( ۳)                      ۹ ( ۲)                       $\frac{17}{3}$  ( ۱)



۲۱۳) در چندضلعی شبکه‌ای مقابل، تعداد نقاط درونی و نقاط مرزی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ۱۲، ۶ ( ۴      ۱۰، ۶ ( ۳      ۱۲، ۵ ( ۲      ۱۰، ۵ ( ۱

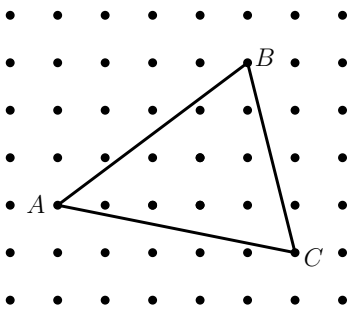
۲۱۴) یک چهارضلعی شبکه‌ای به مساحت ۴، حداقل چند نقطه‌ی درونی دارد؟

۴ ( صفر

۳ ( ۳

۲ ( ۲

۱ ( ۱



۲۱۵) در چندضلعی شبکه‌ای شکل مقابل، طول ارتفاع وارد بر ضلع  $AB$  کدام است؟

۳/۸ ( ۴

۳/۴ ( ۳

۴/۸ ( ۲

۴/۴ ( ۱

## فصل ۴

# تجسم فضایی

### ۱.۴ خط، نقطه و صفحه

(۲۱۶) نقاط  $A, B, C$  و  $D$ ، چهار نقطه‌ی متمایز در فضا هستند. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) از این چهار نقطه همواره یک صفحه عبور می‌کند.
- (۲) این چهار نقطه در یک صفحه قرار دارند، فقط در صورتی که دو خط  $AB$  و  $CD$  موازی باشند.
- (۳) این چهار نقطه در یک صفحه قرار دارند، فقط در صورتی که دو خط  $AB$  و  $CD$  متقاطع باشند.
- (۴) این چهار نقطه در یک صفحه قرار دارند، اگر و تنها اگر دو خط  $AB$  و  $CD$ ، موازی یا متقاطع باشند.

(۲۱۷) کدام گزینه نا درست است؟

- (۱) از دو نقطه‌ی متمایز فقط یک خط می‌گذرد.
- (۲) از سه نقطه‌ی متمایز غیر واقع بر یک خط راست، یک صفحه می‌گذرد.
- (۳) در هر صفحه، حداقل سه نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط راست وجود دارد.
- (۴) از هر چهار نقطه‌ی متمایز فقط یک صفحه می‌گذرد.

(۲۱۸) دو خط متنافر  $d_1$  و  $d_2$  و نقطه‌ی  $A$  غیر واقع بر این دو خط داده شده‌اند. چند خط از نقطه‌ی  $A$  می‌توان رسم کرد که با هر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

(۲۱۹) اگر هیچ صفحه‌ای در فضا وجود نداشته باشد که از هر چهار نقطه‌ی  $A, B, C$  و  $D$  بگذرد، آنگاه وضعیت دو خط  $AB$  و  $CD$  کدام است؟

- (۱) همواره متنافرند. (۲) همواره موازی‌اند. (۳) همواره متقاطع‌اند. (۴) موازی یا متقاطع‌اند.

(۲۲۰) اگر دو خط متمایز  $L$  و  $L'$  با صفحه‌ی  $P$  موازی باشند، آنگاه وضعیت  $L$  و  $L'$  کدام است؟

- (۱) همواره موازی‌اند. (۲) همواره متقاطع‌اند. (۳) همواره متنافرند. (۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

(۲۲۱) دو وجه مقابل یک مکعب را در نظر می‌گیریم. تعداد جفت ضلع‌های متنافر این وجه‌ها کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۰

(۲۲۲) اگر دو خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  بر خط  $D$  عمود باشند،  $\Delta$  و  $\Delta'$  نسبت به هم چگونه‌اند؟

- (۱) غیر مشخص (۲) موازی (۳) عمود بر هم (۴) داخل یک صفحه

(۲۲۳) در کدام حالت دو خط  $D$  و  $D'$  همواره با هم موازی‌اند؟

- (۱) هر کدام بر یکی از دو خط متوازی عمود باشد.  
(۲) هر دو با صفحه‌ی معلوم  $P$  موازی باشند.  
(۳) خط  $D$  فصل مشترک دو صفحه‌ی متقاطع و  $D'$  موازی با این دو صفحه باشد.  
(۴) هر کدام بر یکی از دو صفحه‌ی متقاطع عمود بر هم، عمود باشند.

(۲۲۴) در مورد دو خط متناظر کدام درست است؟

- (۱) هر صفحه شامل یکی، دیگری را قطع می‌کند.  
(۲) هر صفحه شامل یکی، با دیگری موازی است.  
(۳) هر صفحه شامل یکی، بر دیگری عمود است.  
(۴) فقط یک صفحه شامل یکی است که با دیگری موازی باشد.

(۲۲۵) سه خط دو به دو متناظرند، چند خط می‌توان رسم کرد که این سه خط را قطع کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

(۲۲۶) دو خط متناظر در دو صفحه‌ی موازی قرار دارند، طول عمود مشترک این دو خط متناظر . . . . .

- (۱) با فاصله‌ی دو صفحه برابر است. (۲) از فاصله‌ی دو صفحه بزرگتر است.  
(۳) از فاصله‌ی دو صفحه کوچکتر است. (۴) بستگی به فاصله‌ی دو صفحه ندارد.

(۲۲۷) دو خط  $d_1$  و  $d_2$  متقاطع هستند و صفحه‌ی  $P$  با خط  $d_1$  موازی است ( $d_1$  خارج صفحه‌ی  $P$  است). در این صورت وضعیت خط  $d_2$  و صفحه‌ی  $P$  نسبت به هم چگونه است؟

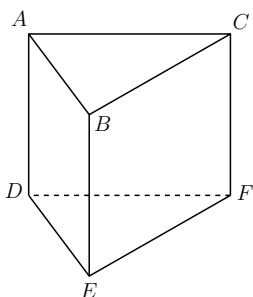
- (۱) فقط متقاطع هستند. (۲) خط  $d_2$  موازی  $P$  ولی خارج آن است.  
(۳) هر دو حالت موازی یا متقاطع امکان‌پذیر است. (۴) خط  $d_2$  به تمامی درون صفحه‌ی  $P$  قرار دارد.

(۲۲۸) دو خط متناظر  $d$  و  $d'$  مفروض‌اند. چند صفحه می‌توان رسم کرد که شامل  $d$  و موازی  $d$  باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) بی‌شمار

(۲۲۹) کدام نادرست است؟

- (۱) اگر خطی با یکی از خط‌های صفحه‌ای موازی باشد، با آن صفحه موازی است.  
(۲) دو خط موازی با یک خط با هم موازی‌اند.  
(۳) از هر نقطه خارج یک صفحه فقط یک صفحه موازی با آن می‌توان رسم کرد.  
(۴) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، با هر خط روی آن صفحه موازی است.



۲۳۰) شکل روبه‌رو یک منشور قائم با قاعده‌ی مثلث را نشان می‌دهد، چه تعداد از جمله‌های زیر درست‌اند؟

- $BC$  و  $DF$  متناظرند.
- $AB$  و  $EF$  موازی‌اند.
- صفحه‌ی  $ABC$  و صفحه‌ی  $BCFE$  با هم موازی‌اند.
- سه جفت خط  $AB$ ،  $AD$  و  $DE$  دو به دو متقاطع‌اند.

۱ ( ۱ )      ۲ ( ۲ )      ۳ ( ۳ )      ۴ ( ۴ )

۲۳۱) کدام گزینه در باره‌ی سه صفحه‌ی متمایز دو به دو متقاطع نادرست است؟

- ۱) ممکن است فصل مشترک‌هایشان دو به دو موازی باشند.
- ۲) ممکن است فصل مشترک‌هایشان بر هم منطبق باشند.
- ۳) ممکن است فصل مشترک‌هایشان دو به دو متناظر باشند.
- ۴) ممکن است فصل مشترک‌هایشان در یک نقطه هم‌مرس باشند.

۲۳۲) سه صفحه‌ی دو به دو متقاطع  $P$  و  $Q$  و  $R$  مفروض‌اند. فصل مشترک‌های این سه صفحه کدام وضعیت را نمی‌توانند داشته باشند؟

۱) موازی      ۲) متناظر      ۳) منطبق      ۴) سه خط هم‌مرس

۲۳۳) خط‌ها یا صفحات ذکر شده، در چند مورد زیر لزوماً با هم موازی نیستند؟

- دو خط عمود بر یک صفحه
- دو صفحه‌ی عمود بر یک خط
- دو خط عمود بر یک خط در فضا
- دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه

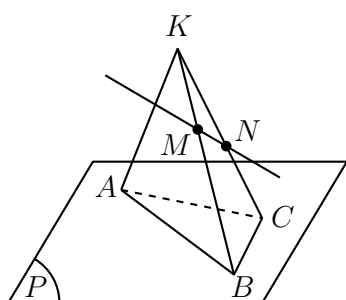
۱) موارد ذکر شده همواره موازی‌اند.      ۲) یک مورد      ۳) دو مورد      ۴) سه مورد

۲۳۴) خط  $d$  داخل دو صفحه‌ی متمایز  $P_1$  و  $P_2$  قرار دارد. کدام گزینه، همواره درست است؟

- ۱) اگر صفحه‌ی  $P$  با  $P_1$  موازی باشد، می‌تواند با  $P_2$  موازی باشد.
- ۲) اگر صفحه‌ی  $P$  با  $P_1$  متقاطع باشد، با  $P_2$  موازی است.
- ۳) اگر صفحه‌ی  $P$  با  $P_1$  و  $P_2$  متقاطع باشد،  $d$  در داخل  $P$  قرار دارد.
- ۴) اگر صفحه‌ای موازی با  $d$  باشد، حداقل با یکی از صفحات  $P_1$  و  $P_2$  متقاطع است.

۲۳۵) مثلث  $ABC$  واقع بر صفحه‌ی  $P$  و  $K$  نقطه‌ای غیر واقع بر  $P$  مطابق شکل مفروض‌اند، اگر خط  $MN$  با  $P$  موازی نباشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱)  $MN$  صفحه‌ی  $P$  را در نقطه‌ای واقع بر امتداد  $BC$  قطع می‌کند.
- ۲)  $AK$  و  $MN$  متناظرند.
- ۳) هر صفحه‌ای که از  $MN$  بگذرد با  $P$  متقاطع است.
- ۴)  $MN$  صفحه‌ی  $P$  را در نقطه‌ای واقع بر امتداد  $AC$  قطع می‌کند.



۲۳۶) دو صفحه‌ی  $P$  و  $Q$  متقاطع‌اند و خط  $\Delta$  با این دو صفحه اشتراک ندارد. می‌خواهیم خطی بر  $\Delta$  عمود کنیم که با فصل مشترک صفحات  $P$  و  $Q$  موازی باشد، مسأله چند جواب دارد؟

( ۱ ) فاقد جواب ( ۲ ) الزاماً یک جواب ( ۳ ) بی‌شمار جواب ( ۴ ) فاقد جواب یا بی‌شمار جواب

۲۳۷) فرض کنید دو صفحه با هم موازی باشند و خط  $d$  واقع بر یکی از دو صفحه باشد، در این صورت

( ۱ ) با صفحه‌ی دیگر موازی است. ( ۲ ) با صفحه‌ی دیگر نقطه‌ی مشترک دارد.

( ۳ ) صفحه‌ی دیگر را قطع می‌کند. ( ۴ ) با هر خط صفحه‌ی دیگر موازی است.

۲۳۸) دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  در نقطه‌ی  $A$  مشترک‌اند، در این صورت دو صفحه

( ۱ ) متقاطع‌اند. ( ۲ ) بر هم منطبق‌اند. ( ۳ ) ۱ یا ۲ ( ۴ ) هیچ‌کدام

۲۳۹) دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  و خط  $d$  مفروض‌اند. اگر  $d \subset P$  و  $d \subset P'$  آنگاه کدام درست است؟

( ۱ )  $P$  و  $P'$  متقاطع‌اند. ( ۲ )  $P$  بر  $P'$  منطبق است. ( ۳ )  $P$  بر  $P'$  عمود است. ( ۴ ) ۱ یا ۲

۲۴۰) مجموعه‌ی نقاط وسط پاره‌خط‌هایی که دو سر آنها بر دو صفحه‌ی موازی واقع‌اند، کدام است؟

( ۱ ) صفحه‌ای عمود بر دو صفحه ( ۲ ) خطی موازی دو صفحه

( ۳ ) صفحه‌ای موازی دو صفحه ( ۴ ) خطی عمود بر دو صفحه

۲۴۱) مجموعه‌ی نقاطی از فضا که از دو صفحه‌ی متقاطع به یک فاصله باشند، کدام است؟

( ۱ ) دو خط عمود بر هم ( ۲ ) دو صفحه‌ی عمود بر هم ( ۳ ) دو خط موازی ( ۴ ) دو صفحه‌ی موازی

۲۴۲) از دو خط متمایز  $L_1$  و  $L_2$ ، تنها یک صفحه عبور می‌کند. از نقطه‌ای خارج این صفحه چند خط می‌توان رسم کرد که هر دو خط را قطع کند؟

( ۱ ) دقیقاً یکی ( ۲ ) حداکثر یکی ( ۳ ) صفر ( ۴ ) بی‌شمار

۲۴۳) کدام‌یک از موارد زیر یک صفحه را مشخص نمی‌کند؟

( ۱ ) سه نقطه‌ی متمایز  $C$ ،  $B$  و  $A$  غیر واقع بر روی یک خط

( ۲ ) چهار نقطه‌ی متمایز  $C$ ،  $B$ ،  $A$  و  $D$  که خط گذرنده از  $A$  و  $B$  با خط گذرنده از  $D$  و  $C$  متنافر است.

( ۳ ) دو خط متمایز عمود بر یک صفحه مانند  $P$

( ۴ ) یک خط و یک نقطه خارج از خط مورد نظر

۲۴۴) بر سه نقطه غیر واقع بر یک خط راست . . . . . صفحه می‌گذرد.

( ۱ ) ۱ ( ۲ ) ۲ ( ۳ ) ۳ ( ۴ ) بی‌شمار

۲۴۵) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) اگر دو نقطه از خطی درون یک صفحه باشد، خط بر آن صفحه واقع است.
- ۲) از هر دو نقطه‌ی متمایز در فضا، تنها یک خط می‌گذرد.
- ۳) از هر دو خط موازی در فضا، تنها یک صفحه می‌گذرد.
- ۴) از یک نقطه‌ی غیر واقع بر یک صفحه، تنها یک خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد.

۲۴۶) دو خط موازی غیر منطبق . . . . . صفحه را مشخص می‌کنند.

- ۱) ۰      ۲) ۲      ۳) ۱      ۴) بی‌شمار

۲۴۷) کدام یک از موارد زیر تنها یک صفحه را در فضا مشخص می‌کند؟

- ۱) دو خط      ۲) دو خط متنافر      ۳) سه نقطه واقع بر یک خط راست      ۴) یک خط و یک نقطه خارج آن

۲۴۸) چند صفحه وجود دارد که بر دو خط متنافر عمود باشد؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) بی‌شمار

۲۴۹) خط  $d$ ، صفحه‌ی  $P$  و نقطه‌ی  $A$  غیر واقع بر آنها مفروض‌اند. در کدام یک از موارد زیر، بیش از یک خط یا صفحه می‌توان رسم کرد؟

- ۱) خطی که از  $A$  بگذرد و با  $d$  موازی باشد.
- ۲) خطی که از  $A$  بگذرد و بر صفحه‌ی  $P$  عمود باشد.
- ۳) خطی که از  $A$  بگذرد و با صفحه‌ی  $P$  موازی باشد.
- ۴) صفحه‌ای که از  $d$  بگذرد و بر  $P$  عمود باشد (در حالتی که  $d$  بر صفحه‌ی  $P$  عمود نیست).

۲۵۰) چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- از هر نقطه داخل یک صفحه، بی‌شمار خط می‌گذرد.
- در صفحه از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی‌شمار خط متقاطع با آن خط می‌گذرد.
- در فضا از هر نقطه، بی‌شمار صفحه می‌گذرد.
- در فضا از هر نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط، تنها یک خط موازی با خط اولیه می‌گذرد.

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۲۵۱) صفحه‌ی  $P$  شامل نقاطی است که از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  به یک فاصله‌اند. در این صورت صفحه‌ی  $P$  کدام یک از خواص زیر را دارد؟

۱) بر وسط  $AB$  گذشته است.      ۲) بر ثلث  $AB$  از طرف  $A$  گذشته است.

۳) نسبت به  $AB$  نامشخص است.      ۴) هیچ‌کدام

۲۵۲) هرگاه اضلاع دو زاویه در فضا نظیر به نظیر موازی باشند، آن دو زاویه

- ۱) مساوی‌اند.      ۲) مکمل‌اند.      ۳) مساوی یا مکمل‌اند.      ۴) رابطه‌ای با هم ندارند.



(۲۵۳) هرگاه اضلاع دو زاویه در فضا نظیر به نظیر موازی باشند، آنگاه نیمسازهای آن دو زاویه

- (۱) موازی‌اند. (۲) بر هم عمودند. (۳) موازی یا بر هم عمودند. (۴) هیچ‌کدام

(۲۵۴) کدام شکل هندسی الزاماً در صفحه‌ای موازی صفحه‌ی  $P$  قرار دارد؟

- (۱) چهارضلعی که دو ضلع مجاورش موازی صفحه‌ی  $P$  باشد.  
 (۲) دایره‌ای که یک قطرش موازی صفحه‌ی  $P$  باشد.  
 (۳) مثلثی که یک ضلع آن موازی صفحه‌ی  $P$  باشد.  
 (۴) مربعی که یک قطر آن موازی صفحه‌ی  $P$  باشد.

(۲۵۵) دو صفحه‌ی متقاطع  $P$  و  $Q$  بر هم عمودند و فصل مشترک آنها خط  $d$  است. گزینه‌ی نا درست، کدام است؟

- (۱) هر صفحه‌ی موازی با  $P$ ، بر صفحه‌ی  $Q$  عمود است.  
 (۲) هر صفحه‌ی عمود بر  $P$ ، با صفحه‌ی  $Q$  موازی است.  
 (۳) هر صفحه‌ی عمود بر خط  $d$ ، بر دو صفحه‌ی  $P$  و  $Q$  عمود است.  
 (۴) صفحه‌ی گذرنده از خط  $d$  و عمود بر  $P$ ، بر صفحه‌ی  $Q$  منطبق است.

(۲۵۶) صفحه‌ی  $P$ ، خط  $d$  و نقطه‌ی  $A$  مفروض است. در کدام حالت از گزینه‌های زیر می‌توان از نقطه‌ی  $A$  بی‌شمار خط عمود بر  $d$  و متقاطع با آن بگذرانیم که با صفحه‌ی  $P$  موازی باشد؟

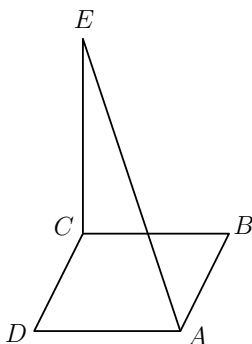
- (۱) نقطه‌ی  $A$  در صفحه‌ی  $P$  و خط  $d$  عمود بر صفحه‌ی  $P$  باشد.  
 (۲) نقطه‌ی  $A$  خارج از خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  بوده و خط  $d$  عمود بر صفحه‌ی  $P$  باشد.  
 (۳) نقطه‌ی  $A$  روی خط  $d$  و خارج از صفحه‌ی  $P$  بوده و خط  $d$  عمود بر صفحه‌ی  $P$  باشد.  
 (۴) نقطه‌ی  $A$  خارج از خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  بوده و خط  $d$  موازی صفحه‌ی  $P$  باشد.

(۲۵۷) دو صفحه‌ی  $P$  و  $Q$  بر هم عمودند، خط  $d$  بر صفحه‌ی  $P$  عمود بوده و خط  $d'$  با دو صفحه هیچ نقطه‌ی اشتراکی ندارد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) خط  $d$  با صفحه‌ی  $Q$  موازی و خط  $d'$  با فصل مشترک  $P$  و  $Q$  موازی است.  
 (۲) خط  $d$  بر صفحه‌ی  $Q$  عمود و خط  $d'$  با فصل مشترک  $P$  و  $Q$  موازی است.  
 (۳) خط  $d$  بر صفحه‌ی  $Q$  عمود و خط  $d'$  با فصل مشترک  $P$  و  $Q$  متنافر است.  
 (۴) خط  $d$  با صفحه‌ی  $Q$  موازی و خط  $d'$  با فصل مشترک  $P$  و  $Q$  متنافر است.

(۲۵۸) پاره‌خط  $EC$  به طول ۶ بر صفحه‌ی مربع  $ABCD$  عمود است. اگر  $AB = ۴$ ، آنگاه طول  $EA$  کدام است؟

- (۱)  $۲\sqrt{۱۷}$  (۲)  $۲\sqrt{۱۳}$  (۳)  $۲\sqrt{۷}$  (۴)  $۴\sqrt{۷}$



سراسری ریاضی ۸۷

(۲۵۹) خط  $\Delta$  با کدام شرایط می‌تواند موازی صفحه‌ی  $P$  و عمود بر صفحه‌ی  $Q$  باشد؟

- (۱)  $P \perp Q$  (۲)  $P \cap Q = \emptyset$  (۳)  $\Delta \perp (P \cap Q)$  (۴)  $\Delta \parallel (P \cap Q)$

(۲۶۰) چه تعداد از موارد زیر، همواره درست است؟

- اگر هر خط عمود بر یک صفحه، بر صفحه‌ی دیگر نیز عمود باشد، آن دو صفحه بر هم عمودند.
- اگر یک خط واقع بر یک صفحه، بر فصل مشترک آن صفحه و صفحه‌ی دیگر عمود باشد، آن دو صفحه بر هم عمودند.
- اگر یک خط واقع بر یک صفحه، بر دو خط متقاطع از صفحه‌ی دیگر عمود باشد، آن دو صفحه بر هم عمودند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۲۶۱) کدام یک از موارد زیر، لزوماً دو خط موازی را در فضا مشخص می‌کند؟

- (۱) دو خط عمود بر یک خط  
(۲) دو خط موازی با یک صفحه  
(۳) دو خط متناظر با یک خط  
(۴) دو خط عمود بر یک صفحه

(۲۶۲) نقطه‌ی  $A$  خارج خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  مفروض است. در کدام حالت از نقطه‌ی  $A$  بی‌شمار صفحه‌ی عمود بر صفحه‌ی  $P$  و موازی خط  $d$  می‌توان رسم کرد؟

(۱)  $d \parallel P$  (۲)  $d \subset P$  (۳)  $d \perp P$  (۴)  $d \cap P \neq \emptyset$

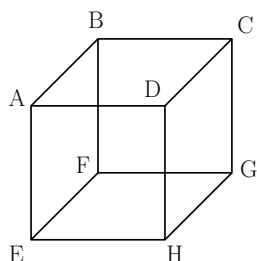
(۲۶۳) کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) دو خط عمود بر یک صفحه در فضا، موازی یکدیگرند.  
(۲) دو خط موازی با یک خط در فضا، موازی یکدیگرند.  
(۳) دو صفحه‌ی عمود بر یک خط در فضا، موازی یکدیگرند.  
(۴) دو خط عمود بر یک خط در فضا، موازی یکدیگرند.

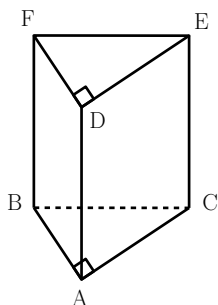
(۲۶۴) کدام یک از گزاره‌های زیر درست نیست؟

- (۱) دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه همواره با هم موازی‌اند.  
(۲) اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.  
(۳) دو خط عمود بر یک خط در فضا ممکن است موازی یکدیگر نباشند.  
(۴) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، هر کدام شامل خطی است که بر صفحه‌ی دیگر عمود باشد.

(۲۶۵) با توجه به مکعب داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) خط  $AB$  صفحه‌ی  $ADHE$  را قطع کرده است.  
(۲) خط  $CD$  و صفحه‌ی  $ABFE$  با هم موازی‌اند.  
(۳) خط  $DH$  بر هر صفحه‌ای که عمود بر صفحه‌ی  $ABCD$  باشد، عمود است.  
(۴) خط  $GF$  بر هر صفحه‌ای که موازی صفحه‌ی  $BCGF$  باشد، موازی است.



۲۶۶) منشور سه پهلوی قائم مطابق شکل روبه‌رو، مفروض است. در صورتی که  $O$  محل برخورد میان‌های مثلث  $ABC$  باشد، طول  $DO$  کدام است؟ ( $AB = 18, AC = AD = 24$ )

۲۵ (۲)

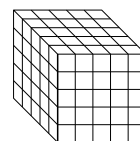
۲۶ (۱)

۲۱ (۴)

۲۴ (۳)

## ۲.۴ تفکر تجسمی

۲۶۷) مطابق شکل از مکعب‌های کوچکتری به ضلع ۱ واحد تشکیل شده است. حداکثر چند مکعب



کوچک را می‌توان از این شکل برداشت تا نمای بالای جسم، نسبت به نمای بالای اولیه آن تغییری نداشته باشد؟

۱۰۵ (۴)

۱۰۰ (۳)

۷۵ (۲)

۲۵ (۱)

۲۶۸) روی همه‌ی وجه‌های مکعبی حرف  $M$  نوشته شده است. ۵ تا از این مکعب‌ها را به شکل سطری، کنار هم می‌چینیم (وجه‌های جانبی هر مکعب را به وجه جانبی مکعب بعدی می‌چسبانیم). در این صورت چند حرف  $M$  را می‌توانیم ببینیم؟

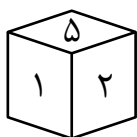
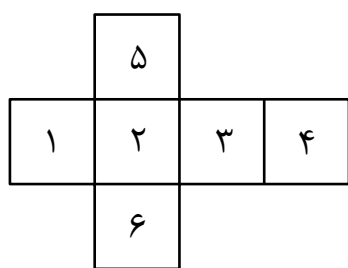
۱۲ (۴)

۱۷ (۳)

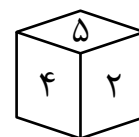
۲۰ (۲)

۲۲ (۱)

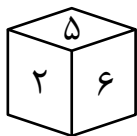
۲۶۹) کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند مربوط به مکعب گسترده‌ی مقابل باشد؟



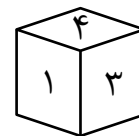
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

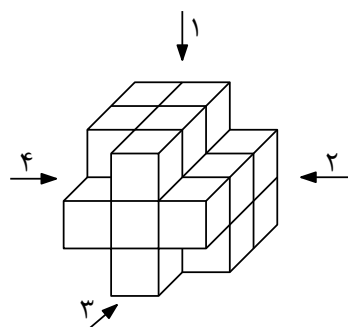
۲۷۰) نمای دیده شده‌ی شکل روبه‌رو، از کدام جهت با بقیه متفاوت است؟

۳ (۲)

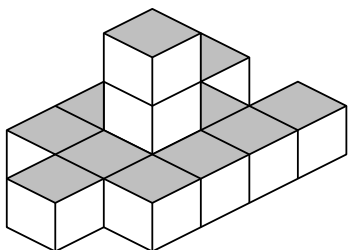
۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)



۲۷۱) مجموع تعداد مربع‌های نماهای بالا، چپ و روبه‌روی جسم مقابل کدام است؟



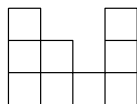
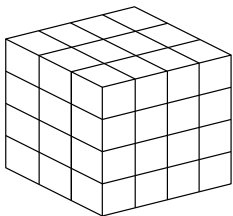
۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۲۵ (۴)

۲۲ (۳)

۲۷۲) تفاضل حداقل و حداکثر مکعب‌هایی که باید برداشته شود تا نمای بالای شکل مقابل به صورت زیر باشد، کدام است؟



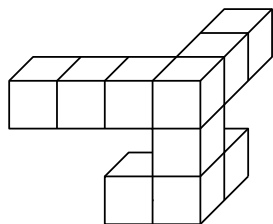
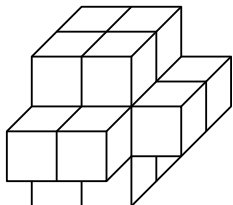
۲۱ (۲)

۲۷ (۱)

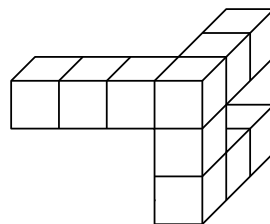
۱۲ (۴)

۱۸ (۳)

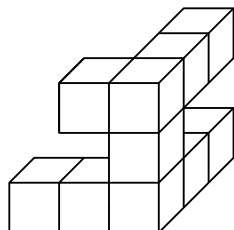
۲۷۳) با اضافه کردن کدامین گزینه به سازه‌ی داده شده، یک مکعب کامل خواهیم داشت؟



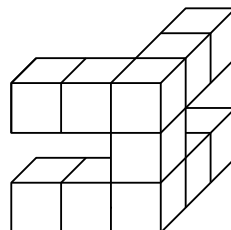
(۲)



(۱)

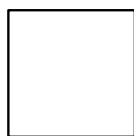
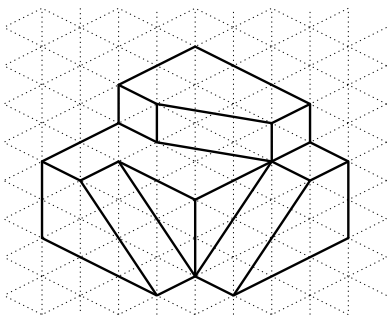


(۴)

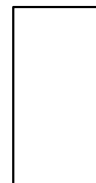


(۳)

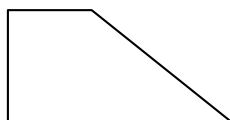
۲۷۴) در نمای بالای حجم زیر، کدام چندضلعی وجود ندارد؟



(۲)



(۱)

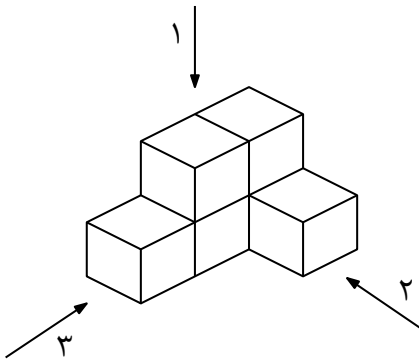


(۴)



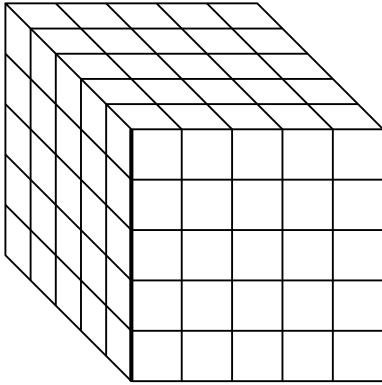
(۳)

۲۷۵) اگر تعداد مربع‌های کوچک دیده شده از هر یک از نماهای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب با  $a$ ،  $b$  و  $c$  نشان دهیم، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟



- (۱) ۱۱  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۳  
(۴) ۱۴

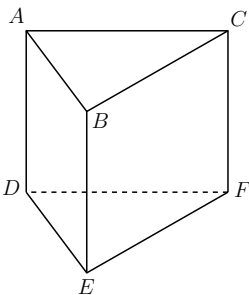
۲۷۶) تمام وجه‌های مکعب روبه‌رو را رنگ‌آمیزی می‌کنیم. نسبت تعداد مکعب‌های کوچکی که دو وجه رنگ شده دارند به مکعب‌های کوچکی که فقط یک وجه رنگ شده دارند، کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{3}$   
(۲)  $\frac{3}{4}$   
(۳)  $\frac{3}{4}$   
(۴)  $\frac{4}{3}$

### ۱.۲.۴ برش

۲۷۷) در منشور قائم مقابل، همه‌ی یال‌ها برابر ۶ می‌باشند. مساحت مقطعی که صفحه‌ی گذرنده از نقاط  $A$ ،  $C$  و  $E$  با منشور پدید می‌آورد، کدام است؟



- (۱)  $3\sqrt{7}$   
(۲)  $12\sqrt{7}$   
(۳)  $6\sqrt{7}$   
(۴)  $9\sqrt{7}$

۲۷۸) قاعده‌ی هرمی، مستطیل  $ABCD$  به اضلاع ۴ و ۶ واحد است. رأس هرم (نقطه‌ی  $O$ ) به فاصله‌ی  $10^\circ$  واحد از صفحه‌ی قاعده‌ی هرم قرار گرفته است. مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ی  $AOE$  که بر ارتفاع هرم عمود باشد و فاصله‌ی این صفحه تا صفحه‌ی قاعده ۴ واحد باشد، کدام است؟

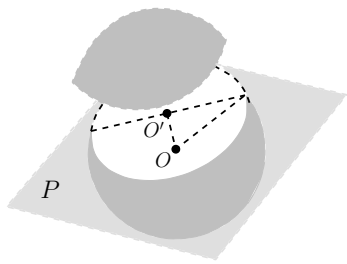
- (۱)  $10/42$   
(۲)  $10/64$   
(۳)  $9/46$   
(۴)  $8/64$

۲۷۹) دو کره به شعاع‌های یکسان متقاطع‌اند به طوری که فاصله‌ی مراکز آنها،  $\sqrt{3}$  برابر شعاع یکی از کره‌هاست. مساحت مقطع برخورد دو کره، چند برابر مساحت یکی از کره‌هاست؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$   
(۲)  $\frac{1}{9}$   
(۳)  $\frac{1}{16}$   
(۴)  $\frac{1}{8}$

۲۸۰) سطح مقطع یک استوانه در برخورد با صفحه‌های افقی، عمودی و صفحه‌ی مایلی که از قاعده‌های استوانه عبور نمی‌کند، کدام شکل نمی‌تواند باشد؟

- (۱) بیضی  
(۲) سهمی  
(۳) مستطیل  
(۴) دایره



(۲۸۱) اگر صفحه‌ی  $P$ ، کره‌ای به شعاع  $6\sqrt{2}$  را طوری قطع کند که فاصله‌ی مرکز سطح مقطع حاصل تا مرکز کره، (پاره خط  $O'O$ ) برابر  $2\sqrt{6}$  باشد، آنگاه مساحت سطح مقطع حاصل چقدر است؟

- (۱)  $48\pi$       (۲)  $24\pi$       (۳)  $36\pi$       (۴)  $18\pi$

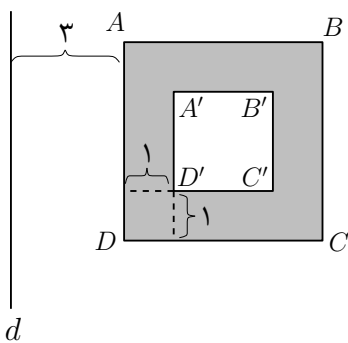
(۲۸۲) دو کره با شعاع‌های  $r$  و  $r'$ ، یکدیگر را قطع کرده‌اند. اگر تمامی نقاط مشترک دو کره را به مراکز هر دو کره وصل کنیم، چه شکلی حاصل می‌شود؟ (مرکز هیچ کدام از دو کره داخل دیگری قرار ندارد.)

- (۱) کره      (۲) نیم کره      (۳) دو مخروط      (۴) یک مخروط

(۲۸۳) اگر صفحه‌ی  $P$ ، کره‌ای به شعاع  $R$  را در فاصله‌ی  $\frac{R}{3}$  از مرکز کره قطع کند و مساحت سطح مقطع حاصل  $18\pi$  باشد، شعاع کره کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{6}$       (۲)  $2\sqrt{6}$       (۳)  $3\sqrt{6}$       (۴)  $4\sqrt{6}$

### ۲.۲.۴ دوران حول محور

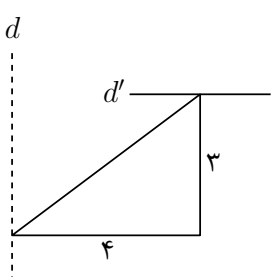


(۲۸۴) حجم حاصل از دوران شکل زیر را حول محور  $d$  بیابید. (چهارضلعی‌های  $ABCD$  و  $A'B'C'D'$  مربع هستند و  $AB = 4$  و  $A'B' = 2$ .)

- (۱)  $80\pi$       (۲)  $120\pi$       (۳)  $100\pi$       (۴)  $152\pi$

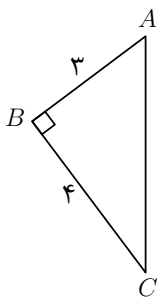
(۲۸۵) اگر مثلث متساوی‌الساقین را حول قاعده‌ی آن دوران دهیم، در این صورت دو مخروط با قاعده‌ی یکسان حاصل می‌شود که . .

- (۱) شعاع قاعده‌ی آن برابر طول ساق مثلث است.  
 (۲) شعاع قاعده‌ی آن برابر طول قاعده‌ی مثلث است.  
 (۳) شعاع قاعده‌ی آن برابر ارتفاع وارد بر قاعده‌ی مثلث است.  
 (۴) شعاع قاعده‌ی آن برابر نصف طول قاعده‌ی مثلث است.



(۲۸۶) اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ی شکل زیر را حول خط  $d$  و سپس حول خط  $d'$  که از یک سر وتر این مثلث می‌گذرد و موازی با ضلع دیگر قائمه است دوران دهیم، نسبت حجم بزرگتر حاصل شده به حجم کوچکتر حاصل شده کدام است؟

- (۱)  $\frac{16}{3}$       (۲)  $\frac{16}{9}$       (۳)  $\frac{4}{3}$       (۴)  $\frac{9}{4}$



۲۸۷) مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{B} = 90^\circ$ ) را  $360^\circ$  درجه حول بزرگترین ضلع آن دوران می‌دهیم. حجم شکل فضایی حاصل کدام است؟

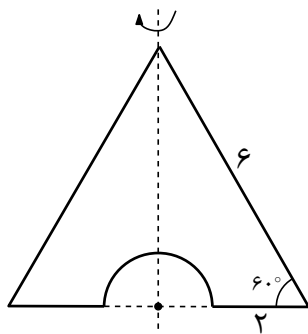
$\frac{144\pi}{25}$  (۴)

$\frac{48\pi}{25}$  (۳)

$\frac{144\pi}{5}$  (۲)

$\frac{48\pi}{5}$  (۱)

۲۸۸) یک نیم‌دایره را مطابق شکل از یک مثلث متساوی‌الاضلاع بریده و شکل حاصل را حول محور تقارنش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟



$(6\sqrt{3} - \frac{2}{3})\pi$  (۲)

$(9\sqrt{3} - \frac{4}{3})\pi$  (۱)

$(6\sqrt{3} - \frac{4}{3})\pi$  (۴)

$(9\sqrt{3} - \frac{2}{3})\pi$  (۳)

## فصل ۵

# خودآزمایی‌ها



۱) فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  و خط  $d$  برابر  $1 - 2x$  است و هیچ نقطه‌ای روی خط  $d$  وجود ندارد که به فاصله‌ی ۵ از نقطه‌ی  $A$  باشد. در این صورت،  $x$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $1/7$  (۲)  $2/5$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۲) مرکز تمام دایره‌ها به شعاع ۲ واقع در یک صفحه که از نقطه‌ی ثابت  $A$  می‌گذرند، کدام است؟

- (۱) دو خط گذرا از  $A$  (۲) دو خط موازی به فاصله‌ی ۴

۳) دایره‌ای به مرکز  $A$  و به شعاع ۲ (۴) دو دایره به مرکز  $A$  یکی به شعاع ۲ و دیگری به شعاع ۴

آزاد ۷۷

۳) اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  طول اضلاع یک مثلث باشند، کدام گزینه همواره درست نیست؟

- (۱)  $2a$ ،  $2b$  و  $2c$  طول سه ضلع مثلثی هستند.  
 (۲)  $a^2$ ،  $ab$  و  $ac$  طول سه ضلع مثلثی هستند.  
 (۳)  $\frac{a}{3}$ ،  $\frac{b}{3}$  و  $\frac{c}{3}$  طول سه ضلع مثلثی هستند.  
 (۴)  $a+2$ ،  $b+4$  و  $c+7$  طول سه ضلع مثلثی هستند.

۴) اگر اندازه‌های سه ضلع مثلثی ۶،  $2x+1$  و ۳ باشد، حدود  $x$  کدام است؟

- (۱)  $1 < x \leq 4$  (۲)  $1 \leq x < 4$  (۳)  $1 < x < 4$  (۴)  $x < 1$  یا  $x > 4$

۵) دو ضلع مثلثی ۳ و ۷ است. محیط مثلث کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۱۶ (۴) ۱۳

۶) در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  داریم  $BC = a$  و ضلع  $AB$  ثابت است. اگر زاویه‌ی  $A$  تغییر کند مکان هندسی وسط  $DC$  کدام است؟

- (۱) قسمتی از دایره‌ای به قطر  $AB$   
 (۲) دایره‌ای به مرکز وسط  $AB$  و شعاع  $a$   
 (۳) خطی موازی  $AB$   
 (۴) دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع  $AB$

۷) در مثلث  $ABC$  دو رأس  $B$  و  $C$  ثابت و مساحت این مثلث نیز ثابت است، مکان‌هایی که رأس  $A$  می‌تواند باشد چه شکلی را پدید می‌آورند؟

- (۱) یک پاره‌خط (۲) یک نیم‌خط (۳) دو خط (۴) یک خط

۸) مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی آنها از دو خط متقاطع به یک اندازه است، کدام است؟

- (۱) یک خط (۲) دو خط موازی (۳) دو خط عمود بر هم (۴) یک نقطه

آزاد ۶۹

۹) مرکز دایره‌هایی که بر دو خط راست موازی مماس باشند، واقع است بر یک

- (۱) خط (۲) دایره (۳) پاره‌خط (۴) نیم‌دایره

۱۰) مربع  $ABCD$  به ضلع ۳ مفروض است، چند نقطه روی مربع به فاصله‌ی  $\frac{\pi}{3}$  از قطر  $AC$  یافت می‌شود؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) چهار

۱۱) نقطه‌ی  $A$  به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متر از خط  $d$  در یک صفحه قرار دارد. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که فاصله‌اش از نقطه‌ی  $A$  و خط  $d$  برابر ۸ باشد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۲) مجموع فواصل نقطه‌ی برخورد نیمسازهای زوایای  $A$  و  $D$  در ذوزنقه‌ی  $ABCD$  از دو قاعده و ساق  $AD$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}AD$  (۲)  $AB + CD$  (۳)  $AD + BC$  (۴) برابر ارتفاع ذوزنقه

۱۳) نقطه‌ی برخورد عمود منصف‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$  از مثلث  $ABC$  را  $O$  می‌نامیم، کدام گزینه در باره‌ی نقطه‌ی  $O$  درست است؟

(۱) روی عمود منصف پاره خط  $BC$  است. (۲) خارج مثلث است.

(۳) روی ضلع  $BC$  است. (۴) روی نیمساز زاویه‌ی  $\hat{A}$  است.

۱۴) نقطه‌ی  $A$  خارج از خط  $d$  است. اگر تنها سه نقطه وجود داشته باشند که فاصله‌ی آنها از  $A$  و  $d$  به ترتیب ۳ و ۲ باشد، آنگاه فاصله‌ی  $A$  از  $d$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

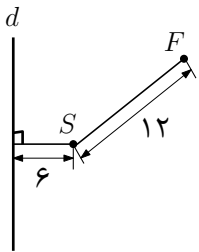
۱۵) خط  $d$  بر دایره‌ای به شعاع  $R$  مماس است و دقیقاً دو نقطه روی دایره به فاصله‌ی  $3 + \frac{3}{4}R$  از خط  $d$  وجود دارند،  $R$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۴ (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴) ۷

۱۶) دایره‌ی  $C$  و خط  $d$  روی صفحه‌ای قرار دارند. چند نقطه روی  $C$  وجود دارد که به فاصله‌ی معلوم  $h$  از  $d$  باشد؟

- (۱) حداکثر ۲ (۲) حداکثر ۲ (۳) حداکثر ۴ (۴) حداقل ۴

۱۷) خط  $d$  و نقاط  $F$  و  $S$  مطابق شکل زیر در یک صفحه قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از  $S$  و  $F$  به یک فاصله و از خط  $d$  به فاصله ۹ باشد؟



- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۸) چند نقطه درون یک مثلث وجود دارد که از رئوس آن به یک فاصله باشد؟

- ۱ (۱) حداکثر یک      ۲ (۲) یک      ۳ (۳) سه      ۴ (۴) بی شمار

۱۹) مثلث قائم الزاویه  $ABC$  با  $\hat{A} = 90^\circ$  را در نظر بگیرید. چند نقطه روی مثلث می توان یافت که به یک فاصله از  $A$  و ضلع  $BC$  باشد؟

- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲) یک      ۳ (۳) دو      ۴ (۴) بی شمار

۲۰) خطوط  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_3$  در یک صفحه اند و  $d_1 \parallel d_2$  و  $d_1 \parallel d_3$ ، چند نقطه وجود دارد که از هر سه خط به یک فاصله باشد؟

- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲) یک      ۳ (۳) دو      ۴ (۴) چهار

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱	۱	۴	۴	۴	۱	۳	۳	۲	۳	۳	۴	۳	۴

## ۲.۵ خودآزمایی شماره ۲ (ترسیم‌های هندسی)

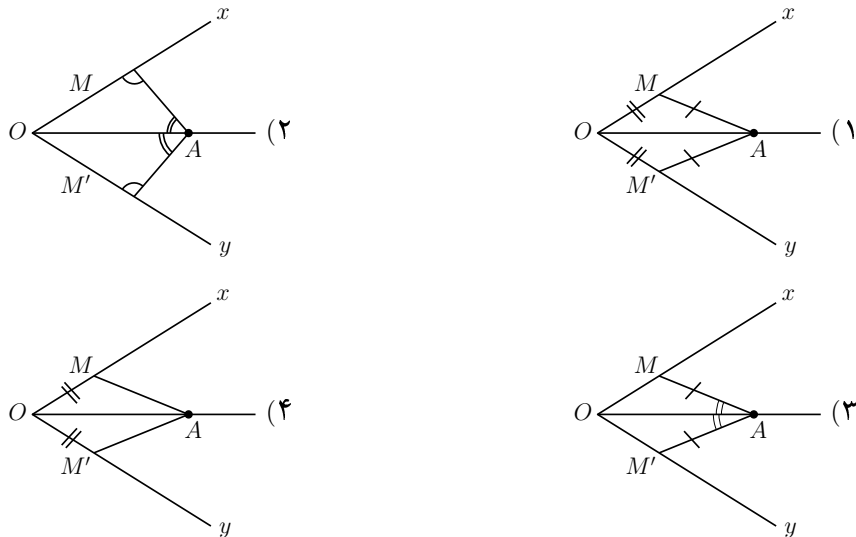
تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) در کدام یک از اشکال زیر، همواره نقطه‌ی تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه‌ی تقاطع نیمسازهای زاویه‌ها، بر هم منطبق است؟

- (۱) مستطیل      (۲) لوزی      (۳) مثلث      (۴) شش ضلعی منتظم

(۲) با توجه به فرض‌های هر گزینه، در کدام مورد نمی‌توان گفت نقطه‌ی  $A$  از دو ضلع زاویه‌ی  $xOy$  به یک فاصله است؟



(۳) نیمسازهای دو زاویه‌ی مجاور، با یکدیگر زاویه‌ی  $70^\circ$  درجه ساخته‌اند. اگر نسبت اندازه‌ی دو زاویه  $\frac{2}{3}$  باشد، زاویه‌ی کوچکتر کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$       (۲)  $40^\circ$       (۳)  $60^\circ$       (۴)  $80^\circ$

(۴) نقطه‌ی  $M$  درون مثلث  $ABC$  به گونه‌ای قرار دارد که از اضلاع  $AB$  و  $AC$  به یک فاصله است. نقطه‌ی  $M$  لزوماً روی . . . . . قرار دارد.

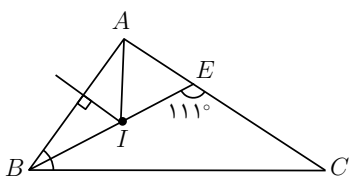
(۱) محل تقاطع عمودمنصف‌های  $AB$  و  $AC$       (۲) نیمساز رأس  $A$

(۳) محل تقاطع نیمساز رأس‌های  $B$  و  $C$       (۴) نیمساز رأس  $B$

(۵) عمودمنصف پاره‌خطی که از نقاط تقاطع عمودمنصف و وتر  $AB$  با دایره به وجود می‌آید، برابر است با . . . . .

(۱) قطری عمود بر  $AB$       (۲) وتر موازی و هم‌اندازه با  $AB$

(۳) خود وتر  $AB$       (۴) قطری موازی با وتر  $AB$



(۶) در شکل روبه‌رو، عمودمنصف ضلع  $AB$  و نیمساز رأس  $A$  در نقطه‌ی  $I$  متقاطع هستند و امتداد  $BI$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه‌ی  $E$  قطع می‌کند. اگر  $\hat{BEC} = 111^\circ$  باشد، آنگاه اندازه‌ی زاویه‌ی  $A$  چند درجه است؟

- (۱)  $74^\circ$       (۲)  $45^\circ$       (۳)  $37^\circ$       (۴)  $90^\circ$

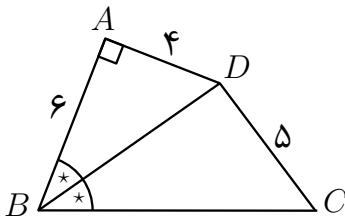
۷) نقاط  $A$  و  $B$  به فاصله‌ی ۴ سانتی متر از هم هستند. دو نقطه‌ی متمایز  $U$  و  $V$  فاصله‌شان از  $A$  برابر ۳ سانتی متر و از  $B$  برابر  $x$  سانتی متر است.  $x$  در کدام محدوده است؟

۱)  $1 < x < 11$  (۴)

۲)  $1 < x < 7$  (۳)

۳)  $x < 1$  (۲)

۴)  $1 < x$  (۱)



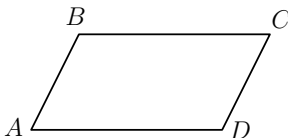
۸) در شکل مقابل،  $BD$  نیمساز زاویه‌ی  $ABC$  است. طول  $BC$  کدام است؟

۱) ۷

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۰



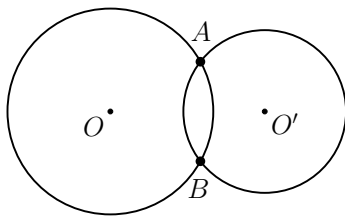
۹) از تقاطع عمود منصف‌های اضلاع متوازی الاضلاع روبه‌رو، لزوماً کدام شکل ایجاد می‌شود؟

۱) مستطیل

۲) مربع

۳) لوزی

۴) متوازی الاضلاع



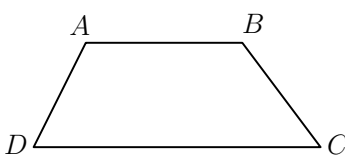
۱۰) مطابق شکل، دو دایره به مراکز  $O$  و  $O'$  در نقاط  $A$  و  $B$  متقاطع می‌باشند. در این صورت لزوماً:

۱)  $OO'$  از وسط  $AB$  می‌گذرد.

۲)  $OO'$  بر  $AB$  عمود است.

۳)  $\hat{OAO'} = \hat{OBO'}$

۴) هر سه گزینه صحیح است.



۱۱) در یک دوزنقه، نقطه‌ای از دو سر قاعده‌ی  $CD$  به یک فاصله و همچنین از قاعده‌ی  $CD$  و ساق  $AD$  به یک فاصله است. این نقطه حاصل برخورد کدام است؟

۱) نیمسازهای  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$

۲) عمود منصف‌های دو ساق

۳) عمود منصف  $CD$  و نیمساز زاویه‌ی  $D$

۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز اوساط قاعده‌ها

۱۲) دو خط  $d$  و  $d'$  موازی‌اند و خط  $m$ ، دو خط  $d$  و  $d'$  را به ترتیب در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کرده است. اگر نقطه‌ی برخورد نیمساز زاویه‌ی منفرجه‌ی  $A$  و زاویه‌ی حاده‌ی  $B$  باشد، کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

۱) زاویه‌ی  $AOB$  قائمه است.

۲) با تغییر زوایای  $A$  و  $B$ ، زاویه‌ی  $AOB$  تغییر نمی‌کند.

۳)  $O$  روی عمود منصف  $AB$  قرار دارد.

۴) نقطه‌ی  $O$  از  $d$  و  $d'$  به یک فاصله است.

۱۳) در کدام یک از گزینه‌های زیر، پاسخ ترسیم منحصر به فرد نیست؟

۱) رسم لوزی با داشتن طول دو قطر آن

۲) رسم مربعی با داشتن قطر آن

۳) متوازی الاضلاع با داشتن طول دو قطر آن

۴) مثلث با داشتن اندازه‌ی سه ضلع

۱۴) در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$  و قطر  $BD$  نیمساز زاویه‌های  $B$  و  $D$  است. اگر  $BD = 15$ ،  $AD = 2x - 1$  و  $DC = x + 4$  باشد، محیط چهارضلعی  $ABCD$  کدام است؟

۱) ۲۴

۲) ۳۰

۳) ۳۶

۴) ۴۲

۱۵) در کدام یک از چهار ضلعی های زیر، همواره نقطه ای وجود دارد که فاصله ی یکسانی از هر چهار ضلع داشته باشد؟

- ۱) متوازی الاضلاع      ۲) مستطیل      ۳) ذوزنقه ی متساوی الساقین      ۴) لوزی

۱۶) دو خط  $d$  و  $d'$  بر هم عمودند. اگر خط  $L$ ، این دو خط را در نقاط متمایز  $A$  و  $B$  قطع کند، آنگاه حداکثر چند نقطه روی خط  $L$  می توان یافت که از  $d$  و  $d'$  به یک فاصله باشند؟

- ۱) هیچ      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) بی شمار

۱۷) در مثلث  $ABC$ ، نقاط  $D$  و  $E$  را به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  به گونه ای انتخاب می کنیم که  $AD = AE$  باشد. از  $D$  عمودی بر  $AB$  و از  $E$  عمودی بر  $AC$  رسم می کنیم تا همدیگر را در نقطه ی  $M$  قطع کنند. نقطه ی  $M$  همواره بر کدام یک از خطوط زیر واقع است؟

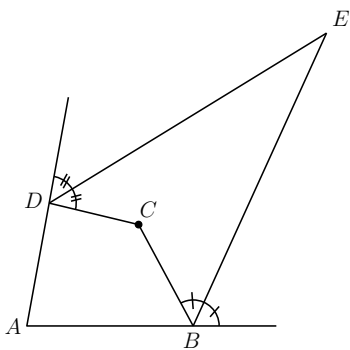
- ۱) نیمساز زاویه ی  $A$       ۲) میانه ی نظیر رأس  $A$

- ۳) ارتفاع نظیر رأس  $A$       ۴) عمود منصف ضلع  $BC$

۱۸) در مثلث  $ABC$ ، دو رأس  $A$  و  $B$  ثابت هستند. با داشتن طول ارتفاع وارد بر  $AB$ ، رأس  $C$  همواره روی کدام گزینه قرار دارد؟

- ۱) نیم دایره ای به قطر  $AB$       ۲) دایره ای به قطر  $AB$

- ۳) یک خط موازی  $AB$       ۴) دو خط موازی  $AB$



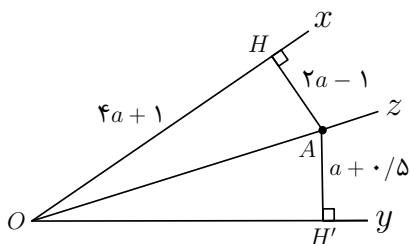
۱۹) مطابق شکل در چهارضلعی  $ABCD$ ، نیمسازهای خارجی زاویه های  $B$  و  $D$  یکدیگر را در نقطه ای مانند  $E$  قطع کرده اند. اگر  $\hat{A} = 84^\circ$  و  $\hat{C} = 148^\circ$  باشد، آنگاه زاویه ی  $E$  کدام است؟

- ۱)  $32^\circ$       ۲)  $36^\circ$       ۳)  $30^\circ$       ۴)  $27^\circ$

۲۰) چند مستطیل می توان رسم کرد که طول یک ضلع آن  $5\sqrt{3}$  و طول قطر آن ۸ باشد؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) هیچ

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۴	۱	۳	۴	۴	۳	۳	۳	۴	۴	۳	۳	۱	۴	۲	۳	۴	۴



(۱) در شکل مقابل  $Oz$  نیمساز زاویه  $\hat{xOy}$  است. طول  $OH'$ ، کدام است؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)

(۲) دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله  $3a+7$  واحد از هم قرار دارند. اگر فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از هر کدام از دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله  $2a+2$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

(۳) چند نقطه در صفحه وجود دارد که فاصله آنها از هر کدام از دو خط متقاطع  $d_1$  و  $d_2$  برابر ۲ سانتی متر باشد؟

- ۱ (۱) صفر      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۴ (۴)

(۴) در رسم خطی موازی با خط داده شده از یک نقطه‌ی غیرواقع بر آن، کدام یک از موارد زیر به کار نمی‌رود؟

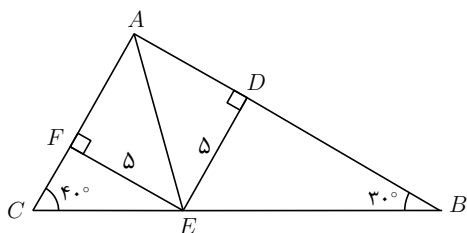
- (۱) دو خط موازی با یک خط، با هم موازی‌اند.  
 (۲) در صفحه، دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.  
 (۳) از یک نقطه روی یک خط، می‌توان خطی عمود بر آن رسم کرد.  
 (۴) از یک نقطه غیرواقع بر یک خط، می‌توان خطی عمود بر آن رسم کرد.

(۵) در مثلث  $ABC$  ( $\hat{C} = 20^\circ$ )، عمود منصف ضلع  $BC$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه‌ی  $D$  قطع می‌کند. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{ADB}$  کدام است؟ ( $\hat{B} > \hat{C}$ )

- ۱۰۰ (۱)      ۲۰۰ (۲)      ۳۰۰ (۳)      ۴۰۰ (۴)

(۶) به مرکز  $O$  واقع بر خط  $d$ ، کمانی به شعاع دلخواه رسم می‌کنیم تا خط  $d$  را در نقطه‌ی  $A$  قطع کند. سپس به مرکز  $A$  و همان شعاع قبلی کمان دیگری رسم می‌کنیم تا کمان قبلی را در نقطه‌ی  $B$  قطع کند. زاویه‌ی  $\hat{AOB}$  چند درجه است؟

- ۲۲/۵ (۱)      ۳۰ (۲)      ۴۵ (۳)      ۶۰ (۴)



(۷) در شکل مقابل، اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{CAE}$  کدام است؟

- ۴۰ (۱)      ۴۵ (۲)      ۵۰ (۳)      ۵۵ (۴)

(۸) در صفحه‌ی شامل مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، چند نقطه وجود دارد که از  $B$  و  $C$  به یک فاصله بوده و از  $AB$  و  $AC$  نیز به یک فاصله باشد؟

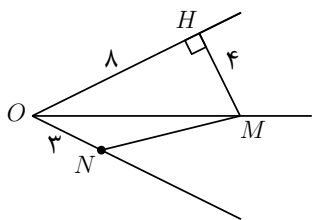
- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲) همواره یک      ۳ (۳) همواره بی‌شمار      ۴ (۴) یک یا بی‌شمار

۹) عمودمنصف پاره خط  $AB$  را رسم می‌کنیم تا این پاره خط را در نقطه‌ی  $H$  قطع کند. حال به مرکز  $H$  و به شعاع  $AH$  دایره‌ای رسم می‌کنیم تا عمودمنصف را در نقاط  $C$  و  $D$  قطع کند. چهارضلعی  $ACBD$  دقیقاً کدام است؟

(۱) مربع (۲) لوزی‌ای که یک زاویه‌ی آن  $60^\circ$  است.

(۳) دوزنقه (۴) مستطیلی که طول آن دو برابر عرض آن است.

۱۰) در شکل مقابل، هرگاه  $M$  نقطه‌ای روی نیمساز زاویه‌ی  $\hat{O}$  باشد، مساحت مثلث  $OMN$  کدام است؟



(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۱۱) کدام یک از چهارضلعی‌های زیر را نمی‌توان به صورت منحصر به فرد رسم کرد؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که طول قطرهای آن ۶ و ۸ سانتی‌متر است.

(۲) لوزی‌ای که طول قطرهای آن ۶ و ۱۰ سانتی‌متر است.

(۳) مربعی که طول قطر آن ۷ سانتی‌متر است.

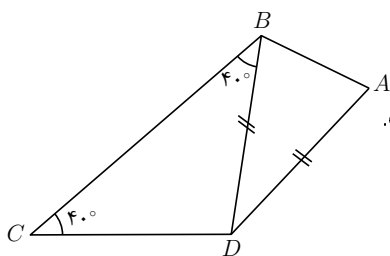
(۴) لوزی‌ای که طول ضلع و قطر آن به ترتیب ۵ و ۶ سانتی‌متر است.

۱۲) پاره خط  $AB$  به طول ۶ سانتی‌متر مفروض است. نقطه‌ی  $M$  روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  و به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از آن قرار دارد. می‌خواهیم نقاطی از پاره خط  $AB$  را بیابیم که فاصله‌ی آن از  $M$  برابر  $x$  باشد. اگر مسئله دو جواب داشته باشد، حدود  $x$  کدام است؟

(۱)  $0 < x \leq 4$  (۲)  $x > 4$  (۳)  $4 < x \leq 5$  (۴)  $x > 5$

۱۳) نقطه‌ی  $A$  روی خط  $d$  قرار دارد. چند نقطه در صفحه می‌توان یافت که به فاصله‌ی برابر ۲ واحد از نقطه‌ی  $A$  و خط  $d$  باشند؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

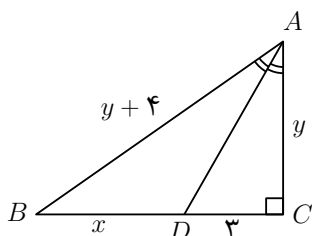


۱۴) با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱)  $B$  روی نیمساز زاویه‌ی  $ADC$  است. (۲)  $D$  روی نیمساز زاویه‌ی  $ABC$  است.

(۳)  $B$  روی عمودمنصف  $AC$  است. (۴)  $D$  روی عمودمنصف  $AC$  است.

۱۵) در شکل مقابل،  $AD$  نیمساز زاویه‌ی  $BAC$  است.  $x$  چند واحد است؟

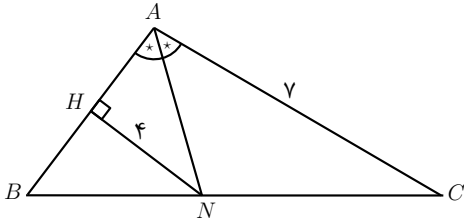


(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۶



۱۶) در شکل مقابل،  $AN$  نیمساز زاویه  $\hat{A}$  و  $AH = 3$  است. طول  $NC$  کدام است؟



۴ (۲)

۴√۳ (۱)

۴√۳ (۴)

۶ (۳)

۱۷) مثلث  $ABC$  در صفحه مفروض است. محل قرار گرفتن رأس سوم تمام مثلث‌هایی که هم‌مساحت با مثلث  $ABC$  بوده و یک ضلع آنها بر  $BC$  منطبق باشد، کدام است؟

(۲) دایره‌ای به قطر  $BC$

(۱) دایره‌ای به شعاع  $BC$

(۴) دو خط موازی با  $BC$

(۳) عمود منصف پاره‌خط  $BC$

۱۸) چند متوازی‌الاضلاع غیرهمنهشت به اضلاع ۴ و ۷ می‌توان رسم کرد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۹) سه نقطه  $A$ ،  $B$  و  $C$  در یک صفحه مفروض‌اند. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیب به فاصله‌ی ۴، ۳ و ۲ باشد؟

(۴) حداکثر ۲

(۳) حداقل ۱

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۰) طول دو ضلع متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  برابر ۵ و ۴ و طول یک قطر آن  $\sqrt{2}$  است. با این سه طول داده شده، چند متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۴	۴	۱	۳	۴	۳	۳	۱	۲	۱	۴	۴	۴	۴	۱	۴	۲	۳

(۱) با استفاده از استدلال استقرایی کدام نتیجه، از مشاهدات زیر به دست می‌آید؟

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots \text{ گنگ هستند.}$$

- (۱)  $\sqrt{n}$  برای  $n$  های طبیعی، گنگ است.  
 (۲)  $\sqrt{n}$  فقط برای  $n$  های اول، گنگ است.  
 (۳)  $\sqrt{n}$  برای  $n$  های فرد، گنگ است.  
 (۴)  $\sqrt{n}$  برای  $n$  های طبیعی و غیر مربع کامل، گنگ است.

(۲) کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) استدلال شهودی در واقع یافتن نوعی مشابهت بین مفاهیم گوناگون است.  
 (۲) روش تجربی یا علمی، روش نتیجه‌گیری بر اساس حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.  
 (۳) استدلال استنتاجی فقط در اثبات قضایای ریاضی کاربرد دارد.  
 (۴) هنگامی که از استدلال استنتاجی استفاده می‌کنیم، مطمئن هستیم که نتیجه همیشه درست است.

(۳) در عبارت «اگر حسن بیاید باران می‌بارد. حسن آمد پس باران می‌بارد» از چه استدلالی استفاده شده است؟

- (۱) قیاسی (۲) شهودی (۳) استقرایی (۴) استنتاجی

(۴) اگر فاصله‌ی محل برخورد عمود منصف‌های مثلث از رأس مقابل به ضلع کوچکتر برابر  $m - 2$  و از رأس مقابل به ضلع متوسط برابر  $2m - 9$  باشد، فاصله‌ی این نقطه از رأس مقابل به بزرگترین ضلع کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

(۵) در مثلث  $ABC$  که در آن  $\hat{B} = 60^\circ$  و  $\hat{C} = 50^\circ$  است، اگر  $O$  نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی  $BOC$  چند درجه است؟

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۴۰

(۶) در مثلث  $ABC$ ، داریم  $b > c > a$ . از سه رأس به موازات اضلاع مقابل خطوطی رسم می‌کنیم تا مثلث  $A'B'C'$  حاصل شود، طول بزرگترین ضلع مثلث حاصل کدام است؟

- (۱)  $a + c$  (۲)  $a + b + c$  (۳)  $2a$  (۴)  $2b$

(۷) کدام یک از نقاط زیر از سه ضلع مثلث به یک فاصله است؟

- (۱) نقطه‌ی تلاقی سه میانه (۲) نقطه‌ی تلاقی سه ارتفاع

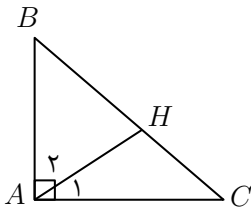
- (۳) نقطه‌ی تلاقی سه عمود منصف (۴) نقطه‌ی تلاقی سه نیمساز

(۸) در چهارضلعی  $ABCD$ ، هرگاه  $AB$  کوچکترین و  $DC$  بزرگترین ضلع باشد، آنگاه کدام رابطه الزاماً صحیح است؟

- (۱)  $\hat{B} > \hat{A}$  (۲)  $\hat{D} > \hat{C}$  (۳)  $\hat{B} > \hat{D}$  (۴)  $BC > AD$

۹) در مثلث  $ABC$ ، زاویه  $A$  برابر  $50^\circ$  است، کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره صحیح است؟

- ۱) ضلع  $BC$  بزرگترین ضلع مثلث  $ABC$  است.
- ۲) ضلع  $BC$  کوچکترین ضلع مثلث  $ABC$  است.
- ۳) ضلع  $BC$  بزرگترین ضلع مثلث  $ABC$  نیست.
- ۴) ضلع  $BC$  کوچکترین ضلع مثلث  $ABC$  نیست.



۱۰) مطابق شکل روبه‌رو، در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ،  $\hat{A}_1 \neq \hat{B}$  است. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱)  $\hat{B} > \hat{C}$       ۲)  $\hat{B} < \hat{C}$       ۳)  $\hat{A}_1 \hat{H} B \neq 90^\circ$       ۴)  $\hat{A}_1 \hat{H} B = 90^\circ$

۱۱) دو ضلع مثلثی ۳ و ۷ است. محیط مثلث کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۲۱      ۲) ۲۲      ۳) ۱۶      ۴) ۱۳

۱۲) کدام دسته از اعداد زیر نمی‌توانند اضلاع مثلث باشند؟

- ۱)  $5, \sqrt{5}, \sqrt{5}$       ۲)  $2, \sqrt{2}, \sqrt{3}$       ۳)  $3, 4, \sqrt{5}$       ۴)  $3, \sqrt{5}, \sqrt{7}$

۱۳) عکس کدام یک از قضیه‌های شرطی زیر، درست نیست؟

- ۱) اگر متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  لوزی باشد، آنگاه قطرهای آن بر هم عمود هستند.
- ۲) اگر مستطیل  $ABCD$  مربع باشد، آنگاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.
- ۳) اگر لوزی  $ABCD$  مربع باشد، آنگاه اضلاع مجاور آن بر هم عمود هستند.
- ۴) اگر دوزنقه‌ی  $ABCD$  متساوی‌الساقین باشد، آنگاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.

۱۴) کدام یک از قضایای زیر، یک قضیه‌ی دوشروطی است؟

- ۱) اگر  $x = y$  باشد، آنگاه  $x^2 + y^2 = 2xy$
- ۲) اگر  $x > 1$  باشد، آنگاه  $x^2 + 1 > 2$
- ۳) اگر  $a$  و  $b$  بر ۳ بخش پذیر باشند، آنگاه  $a + b$  بر ۳ بخش پذیر است.
- ۴) اگر عدد صحیح  $x$  بر ۹ بخش پذیر باشد، آنگاه  $x$  بر ۳ بخش پذیر است.

۱۵) به جمله‌ی خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا نادرست باشد، . . . . . می‌گویند.

- ۱) فرض استدلال      ۲) گزاره      ۳) ارزش گزاره      ۴) نتیجه‌ی استدلال

۱۶) نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» کدام است؟

- ۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.
- ۲) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.
- ۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.
- ۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.



سراسری ریاضی ۸۸

(۱) روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه‌ی محدودی از مشاهدات کدام نوع استدلال است؟

- (۱) قیاسی (۲) شهودی (۳) استنتاجی (۴) استقرایی

(۲) علی، احمد، کامران، داوود و ابراهیم عضو تیم بسکتبال مدرسه‌ی خود هستند. با توجه به شرایط زیر، کدام یک از دیگران بلندتر است؟

- (الف) حداقل دو نفر از آنها از علی کوتاه‌ترند. (ب) داوود از کامران کوتاه‌تر است.  
(ج) احمد کوتاه‌ترین پسر نیست. (د) داوود از علی بلندتر است.

- (۱) کامران (۲) احمد (۳) ابراهیم (۴) علی

(۳) یک زاویه‌ی داخلی از  $n$  ضلعی محدب  $120^\circ$  و سایر زاویه‌های داخلی آن  $165^\circ$  اند،  $n$  کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

(۴) اگر  $O$  نقطه‌ی هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث  $ABC$  باشد و داشته باشیم  $OA = x + 2$ ،  $OB = 3x - 4$  و  $OC = y + 2$ ، حاصل  $x + y$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

(۵) در مثلث  $ABC$ ، بین زوایا رابطه‌ی  $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$  برقرار است. محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

- (۱) درون مثلث (۲) روی رأس  $A$  (۳) بیرون مثلث (۴) روی ضلع  $BC$

آزاد ۶۹

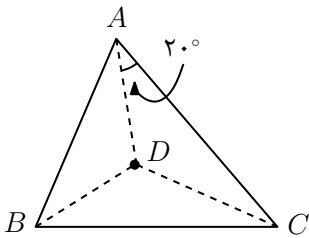
(۶) اگر در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 92^\circ$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (۱) نقطه‌ی تلاقی سه میانه خارج مثلث است.  
(۲) نقطه‌ی تلاقی سه ارتفاع خارج مثلث است.  
(۳) نقطه‌ی تلاقی سه نیمساز خارج مثلث است.  
(۴) نقطه‌ی تلاقی سه ارتفاع روی ضلع  $BC$  قرار دارد.

(۷) در مثلث  $ABC$ ،  $N$  نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث می‌باشد. از هر رأس مثلث  $ABC$  خطی به موازات ضلع مقابل به آن رسم کرده تا مثلث  $DEF$  به وجود آید. کدام گزینه همواره در مورد نقطه‌ی  $N$  درست است؟

- (۱) محل هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث  $DEF$   
(۲) محل هم‌مرسی نیمسازهای مثلث  $DEF$   
(۳) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث  $DEF$   
(۴) محل هم‌مرسی یک نیمساز و یک ارتفاع از مثلث  $DEF$

۸) در شکل روبه‌رو،  $BD$  و  $CD$  به ترتیب نیمساز زوایای داخلی  $B$  و  $C$  در مثلث  $ABC$  هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{BDC}$  کدام است؟

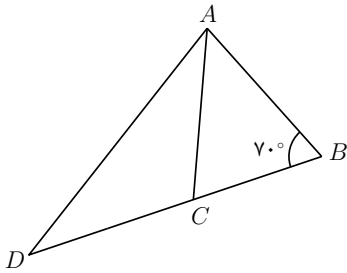


- ۱۲۵° (۴)      ۱۲۰° (۳)      ۱۱۵° (۲)      ۱۱۰° (۱)

۹) در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{BAC} = 50^\circ$  و  $AB > AC$ ، بزرگترین مقدار صحیح  $\hat{B}$  بر حسب درجه کدام است؟

- ۶۵ (۴)      ۶۴ (۳)      ۶۳ (۲)      ۶۲ (۱)

۱۰) در شکل روبه‌رو،  $AB = AC = CD$  و  $\hat{B} = 70^\circ$ . کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟



- $\hat{BAD} = 75^\circ$  (۱)       $AC > BC$  (۲)  
 $AD > BD$  (۳)       $\hat{D} = 35^\circ$  (۴)

۱۱) در چهارضلعی محدب  $ABCD$ ، اندازه‌ی ضلع  $AD$  با قطر  $AC$  برابر است. رابطه‌ی بین ضلع  $BC$  و قطر  $BD$  چگونه است؟

- $BC < BD$  (۲)       $BC > BD$  (۱)

۴) بسته به شرایط، هر یک از سه گزینه‌ی دیگر می‌تواند صحیح باشد.  $BC = BD$  (۳)

آزاد ۷۳

۱۲) اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  طول اضلاع یک مثلث باشند، کدام گزینه همواره درست نیست؟

- (۱)  $2a$ ،  $2b$  و  $2c$  طول سه ضلع مثلثی هستند.  
 (۲)  $a^2$ ،  $ab$  و  $ac$  طول سه ضلع مثلثی هستند.  
 (۳)  $\frac{a}{4}$ ،  $\frac{b}{4}$  و  $\frac{c}{4}$  طول سه ضلع مثلثی هستند.  
 (۴)  $a+2$ ،  $b+4$  و  $c+7$  طول سه ضلع مثلثی هستند.

آزاد ۷۳

۱۳) با کدام یک از سه طول داده شده نمی‌توان مثلث ساخت ( $1 < a < b$ )؟

- $\sqrt{5}$ ،  $\sqrt{3}$ ،  $\sqrt{2}$  (۱)       $5a$ ،  $4a$ ،  $3a$  (۲)       $a+b-1$ ،  $b$ ،  $a$  (۳)       $b-1$ ،  $a+2b$ ،  $a+b$  (۴)

۱۴) عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر صحیح است؟

- (۱) اگر عددی بر ۴۸ بخش پذیر باشد، آنگاه بر ۶ و ۸ بخش پذیر است.  
 (۲) اگر عددی بر ۴۸ بخش پذیر باشد، آنگاه بر ۸ و ۱۲ بخش پذیر است.  
 (۳) اگر عددی بر ۴۸ بخش پذیر باشد، آنگاه بر ۴ و ۲۴ بخش پذیر است.  
 (۴) اگر عددی بر ۴۸ بخش پذیر باشد، آنگاه بر ۶ و ۱۶ بخش پذیر است.

۱۵) کدام یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه‌ی دوشروطی نوشت؟

- (۱) اگر در مثلث  $ABC$ ،  $AB > AC$  باشد، آنگاه  $\hat{C} > \hat{B}$  است.  
 (۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.  
 (۳) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آنگاه هم‌مساحت‌اند.  
 (۴) اگر دو دایره محیط‌های برابر داشته باشند، آنگاه مساحت برابر دارند.

۱۶) نقیض کدام گزاره‌ی زیر یک قضیه‌ی شرطی درست است؟

- ۱) یک چهارضلعی محدب وجود دارد که مجموع زوایای داخلی اش برابر  $360^\circ$  نیست.
- ۲) مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.
- ۳) در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع‌های نظیر دو ساق برابرند.
- ۴) از نقطه‌ی  $A$  واقع بر خط  $d$  نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.

۱۷) در اثبات حکم «عمود منصف هر پاره‌خط یکتاست» به روش برهان خلف، تناقض پدید آمده کدام است؟

- ۱) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط به موازات آن خط رسم شده است.
- ۲) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط بر آن خط عمود رسم شده است.
- ۳) مجموع زوایای یک مثلث بیشتر از  $180^\circ$  است.
- ۴) دو خط متقاطع، موازی یکدیگر شده‌اند.

۱۸) کدام گزینه در مورد مثال نقض صحیح نمی‌باشد؟

- ۱) اگر در مورد یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض بیاوریم، نمی‌توانیم در مورد درستی آن نتیجه‌ای بگیریم.
- ۲) به مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود.
- ۳) نتایج حاصل از این نوع استدلال به عنوان یک قضیه مطرح می‌شود.
- ۴) احکامی وجود دارند که برای رد آنها بیش از یک مثال نقض وجود دارد.

۱۹) کدام گزینه تنها یک مثال نقض دارد؟

- ۱) محل هم‌مرسی ارتفاع‌های هر مثلث یا داخل آن است و یا خارج آن.
- ۲) چندضلعی که همه‌ی زوایای آن با هم برابر باشند، منتظم است.
- ۳) هر دو مستطیل هم‌مساحت، هم‌منهشت می‌باشند.
- ۴) حاصل ضرب هر عدد صحیح در  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.

۲۰) کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض دارد؟

- ۱) هر چهارضلعی که زاویه‌های مجاور آن مکمل یکدیگرند، متوازی‌الاضلاع است.
- ۲) هر چهارضلعی که دو ضلع روبه‌روی آن با هم برابر و موازی‌اند، متوازی‌الاضلاع است.
- ۳) هرگاه در دو چندضلعی همه‌ی ضلع‌ها به یک نسبت تغییر کرده و اندازه‌ی زاویه‌ها تغییر نکرده باشد، آن دو چندضلعی متشابه‌اند.
- ۴) اگر قطرهای یک چهارضلعی با هم برابر باشند و یکدیگر را نصف کنند، آن چهارضلعی مربع است.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۳	۴	۱	۳	۴	۴	۴	۲	۳	۳	۱	۳	۲	۴	۳	۴	۱	۴

(۱) اگر با رسم چند مثلث مختلف و اندازه‌گیری مجموع زوایای داخلی آنها به این نتیجه برسیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است، از چه نوع استدلالی استفاده کرده‌ایم؟

(۱) استنتاجی (۲) شهودی (۳) استقرایی (۴) محاسباتی

(۲) کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) به مثال که نشان دهد نتیجه‌گیری‌های جزئی نادرست است، مثال نقض گویند.  
 (۲) در استدلال به روش استقرایی مطمئن هستیم که نتیجه همیشه درست است.  
 (۳) استدلال به روش استنتاجی نتیجه‌گیری با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.  
 (۴) با تعویض جای فرض و حکم در یک قضیه، به قضیه‌ای می‌رسیم که عکس آن قضیه است.

(۳) اگر یک رأس به یک چندضلعی محدب اضافه کنیم، تعداد قطرهای آن ۸ عدد بیشتر می‌شود. مجموع زوایای داخلی این چندضلعی کدام است؟

(۱)  $1260^\circ$  (۲)  $1080^\circ$  (۳)  $900^\circ$  (۴)  $1440^\circ$

(۴) اگر در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} + \hat{C} = 2\hat{B}$  و  $\hat{A} - \hat{B} = 2\hat{C}$ ، آنگاه نقطه‌ی هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث کجا قرار دارد؟

(۱) داخل مثلث (۲) خارج مثلث (۳) روی ضلع بزرگتر (۴) روی یکی از رأس‌ها

(۵) نقطه‌ی هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلثی به اندازه‌های ۶، ۸، ۱۰ کجا قرار دارد؟

(۱) داخل (۲) خارج (۳) روی یک رأس (۴) وسط ضلع

(۶) در مثلثی یک زاویه با مجموع دو زاویه‌ی دیگر برابر است. کدام گزینه در مورد محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث صحیح است؟

(۱) داخل مثلث (۲) روی محیط (۳) خارج مثلث (۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

(۷) اندازه‌های دو ضلع از مثلثی ۱۰ و ۸ سانتی‌متر هستند. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌مرسی نیمسازهای این مثلث از ضلع سوم ۴ سانتی‌متر و مساحت مثلث ۵۴ سانتی‌متر مربع باشد، محیط مثلث چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

(۸) چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

- نقطه‌ی هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، همواره داخل مثلث است.
- نقطه‌ی هم‌مرسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث، همواره داخل مثلث است.
- نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های هر مثلث، همواره داخل مثلث است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



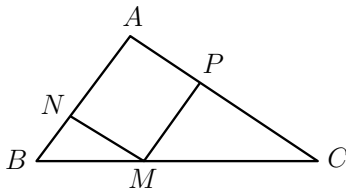
۹) در چهارضلعی محدب  $ABCD$ ، اضلاع  $AB$  و  $CD$  به ترتیب بزرگترین و کوچکترین اضلاع هستند.  $\hat{C} + \hat{D}$  برابر کدام گزینه می تواند باشد؟

۲۱۰° (۴)

۱۵۰° (۳)

۱۷۵° (۲)

۱۳۵° (۱)



۱۰) در شکل مقابل،  $AC = 2AB = 8$  و چهارضلعی  $APMN$  متوازی الاضلاع است. حاصل  $MN + MP$  برابر کدام یک از مقادیر زیر می تواند باشد؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

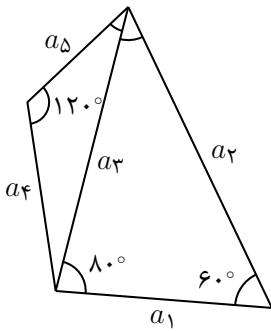
۱۱) با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه همواره صحیح است؟

$a_2 > a_1 > a_5$  (۲)

$a_3 > a_1 > a_5$  (۱)

$a_1 > a_4 > a_5$  (۴)

$a_2 > a_3 > a_5$  (۳)



۱۲) اگر اندازه‌های سه ضلع مثلثی ۶،  $2x + 1$  و ۳ باشد، حدود  $x$  کدام است؟

$x < 1$  یا  $x > 4$  (۴)

$1 < x < 4$  (۳)

$1 \leq x < 4$  (۲)

$1 < x \leq 4$  (۱)

۱۳) سه پاره‌خط به طول‌های  $6x$ ،  $x + 7$  و  $4x - 4$  اضلاع مثلثی هستند. حدود مقادیر  $x$  کدام است؟

$\frac{11}{9} < x < 4$  (۴)

$2 < x < 3$  (۳)

$\frac{5}{3} < x < 3$  (۲)

$\frac{11}{9} < x < 3$  (۱)

۱۴) عکس کدام قضیه‌ی شرطی زیر، خود یک قضیه‌ی شرطی است؟

(۱) اگر دو عدد برابر باشند، قدرمطلق آنها نیز برابر است.

(۲) مثلثی که یک زاویه‌ی منفرجه دارد، دو زاویه‌ی حاده دارد.

(۳) اگر دو عدد طبیعی متوالی باشند، حاصل جمع آنها عددی فرد است.

(۴) اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد، دو قطرش یکدیگر را نصف می‌کنند.

۱۵) کدام یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟

(۱) مثلث‌های همنهشت، زاویه‌های نظیر مساوی دارند.

(۲) زوایای مجاور در هر متوازی الاضلاع مکمل یکدیگرند.

(۳) در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه‌ی رأس، ضلع مقابل آن را نصف می‌کند.

(۴) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۱۶) نقیض گزاره‌ی «هر دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی‌کنند.» کدام است؟

(۱) دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند ولی موازی نیستند.

(۲) دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند و موازی هستند.

(۳) چنین نیست که هر دو خط موازی یکدیگر را قطع می‌کنند.

(۴) چنین نیست که دو خطی که یکدیگر را قطع می‌کنند موازی باشند.

۱۷) برای اثبات قضیه‌ی « اگر  $n^3$  فرد باشد، آنگاه  $n$  فرد است.» به روش برهان خلف، شروع استدلال با کدام فرض است؟

- ( ۱ )  $n$  فرد است. ( ۲ )  $n$  زوج است. ( ۳ )  $n^2$  فرد است. ( ۴ )  $n^3$  زوج است.

۱۸) کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- ( ۱ ) اگر مثلثی دارای سه زاویه‌ی تند باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها درون مثلث است.  
 ( ۲ ) همواره مجموع طول دو ضلع مثلث از طول ضلع سوم بزرگتر است.  
 ( ۳ ) محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث همواره درون مثلث است.  
 ( ۴ ) هر ارتفاع مثلث از سه ضلع مثلث کوچکتر است.

۱۹) کدام گزینه می‌تواند مثال نقض برای عبارت زیر باشد؟

«در هر مثلث، هر ارتفاع از سه ضلع مثلث کوچکتر است.»

- ( ۱ ) مثلث متساوی‌الاضلاع ( ۲ ) مثلث قائم‌الزاویه

( ۳ ) مثلث متساوی‌الساقینی با یک زاویه‌ی  $100^\circ$  ( ۴ ) عبارت فوق همواره درست است.

۲۰) کدام گزینه یک مثال نقض برای حکم کلی «چهارضلعی که قطرهایش مساوی باشند، مستطیل است.» محسوب می‌شود؟

- ( ۱ ) لوزی ( ۲ ) مربع ( ۳ ) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین ( ۴ ) متوازی‌الاضلاع

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۲	۴	۲	۲	۱	۴	۱	۳	۳	۲	۴	۲	۲	۲	۴	۲	۱	۳	۳

(۱) هرگاه داشته باشیم  $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10}$ ، آنگاه  $b$  چه کسری از  $a + c$  است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{7}{3}$  (۴)  $\frac{3}{7}$

(۲) اگر  $3m = 5n = 2t$  آنگاه حاصل  $\frac{2m+n-t}{m-n}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{8}$  (۲)  $\frac{11}{8}$  (۳)  $\frac{11}{4}$  (۴)  $\frac{29}{4}$

(۳) با توجه به تناسب  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$  کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $\frac{y+x}{x} = \frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{x-2}{y-3} = \frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

(۴) هرگاه داشته باشیم  $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4}$ ، آنگاه حاصل کسر  $\frac{c}{a+b+c+d}$  کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{5}{35}$  (۳)  $\frac{3}{28}$  (۴)  $\frac{36}{5}$

(۵) اگر  $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$  باشد، حاصل  $\frac{x^2y + xy^2 + x^2z}{yz^2 + y^2z + xz^2}$  کدام است؟ ( $x+y+z \neq 0$ )

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۳

(۶) اگر  $\frac{c+2a-3b}{x} = \frac{c}{5} = \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۵ (۴) ۴

(۷) اگر  $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} = \frac{d}{8+b}$  باشد، آنگاه کمترین مقدار  $a+b+c+d$  کدام است؟

- (۱) -۳۰ (۲) -۲۵ (۳) -۳۵ (۴) -۲۰

(۸) در مثلث  $ABC$  که  $a = 2$  و  $b = 3$  و  $c = 4$  حاصل  $\frac{h_a^2}{h_b \cdot h_c}$  کدام است؟ ( $h_a$  و  $h_b$  و  $h_c$  سه ارتفاع هستند)

- (۱) ۴ (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳) ۳ (۴) ۲

(۹) اندازه‌ی زاویه‌های مثلثی به نسبت ۲، ۳، ۵ می‌باشد. اختلاف بزرگترین و کوچکترین زاویه در این مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۵۴ (۳) ۷۲ (۴) ۱۸

(۱۰) در مثلث  $ABC$  رابطه‌ی  $AB = \frac{2}{3}AC = \frac{1}{4}BC$  بین طول سه ضلع برقرار است. اگر نقطه‌ی  $D$  روی ضلع  $BC$  به گونه‌ای باشد که  $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$ ، آنگاه حاصل  $\frac{BD}{AB}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

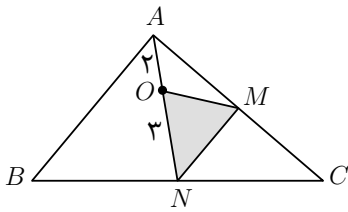
۱۱) در مثلث  $ABC$  با مساحت ۷۵، نقطه‌ی  $D$  روی  $BC$  چنان واقع است که  $2BD = 3DC$ . مساحت مثلث  $ABD$  کدام است؟

۳۰ (۴)

۳۶ (۳)

۴۰ (۲)

۴۵ (۱)



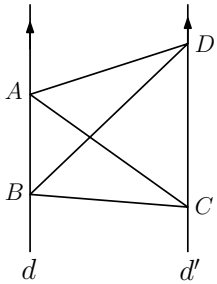
۱۲) در شکل مقابل،  $M$  و  $N$  وسط اضلاع مثلث  $ABC$  می‌باشند. نسبت مساحت سطح رنگ شده به مساحت مثلث  $ABC$  چقدر است؟

$\frac{2}{9}$  (۴)

$\frac{1}{6}$  (۳)

$\frac{3}{20}$  (۲)

$\frac{1}{10}$  (۱)



۱۳) دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی‌اند و مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $12 \text{ cm}^2$  است. اگر  $BD$  برابر  $4 \text{ cm}$  باشد، در این صورت فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  از  $BD$  چند سانتی‌متر است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۴) نقطه‌ی  $M$  وسط پاره‌خط  $AB$  است و دو نقطه‌ی  $P$  و  $Q$  در دو طرف نقطه‌ی  $M$  روی پاره‌خط  $AB$  به گونه‌ای قرار دارند که پاره‌خط  $AB$  را به ترتیب به نسبت‌های  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{3}{7}$  تقسیم می‌کنند. نسبت طول پاره‌خط  $PQ$  به طول پاره‌خط  $AM$  کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

۱ (۱)

۱۵) اندازه‌ی زاویه‌های داخلی یک مثلث با اعداد ۲، ۳ و ۷ متناسب هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی نظیر بزرگترین زاویه‌ی این مثلث چقدر است؟

$75^\circ$  (۴)

$45^\circ$  (۳)

$105^\circ$  (۲)

$65^\circ$  (۱)

۱۶) در مثلثی با اضلاع  $a = 2$ ،  $b$  و  $c$  اگر محیط برابر ۱۸ باشد، حاصل  $h_a \left( \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right)$  کدام است؟ ( $h_a$ ،  $h_b$  و  $h_c$  ارتفاع‌های نظیر اضلاع  $a$ ،  $b$  و  $c$  هستند.)

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۱۷) در مثلث  $ABC$ ، طول اضلاع  $a = 4$ ،  $b = 6$  و  $c = 8$  می‌باشد. حاصل  $\frac{h_a}{h_b} + \frac{h_c}{h_b}$  کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

۲ (۳)

$\frac{4}{9}$  (۲)

$\frac{9}{4}$  (۱)

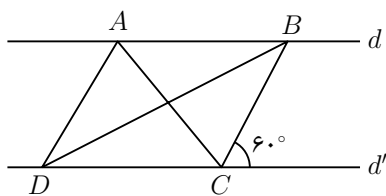
۱۸) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، اگر  $h_a$  طول ارتفاع وارد بر وتر و  $h_b$  و  $h_c$  طول ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع قائمه باشند، آنگاه حاصل  $\frac{1}{h_a^2}$  همواره برابر کدام است؟

$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$  (۴)

$\frac{1}{bc}$  (۳)

$\frac{1}{h_b^2 \cdot h_c^2}$  (۲)

$\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$  (۱)



۱۹) در شکل مقابل، خط‌های  $d$  و  $d'$  موازی هستند. اگر  $\widehat{BCA} = \widehat{BAC}$  و  $BC = \frac{3}{4} \text{ cm}$  و  $DB = 2AB$  باشد، آنگاه ارتفاع وارد بر ضلع  $DB$  در مثلث  $ABD$  چند سانتی‌متر است؟

- $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  (۴)       $\frac{3\sqrt{3}}{8}$  (۳)       $\sqrt{3}$  (۲)       $3\sqrt{3}$  (۱)

۲۰) سه پاره‌خط به طول‌های ۶،  $x$  و ۴ مفروض‌اند. چند مثلث متفاوت وجود دارد که طول اضلاع آن برابر طول‌های این سه پاره‌خط باشد به شرط آنکه طول یکی از این پاره‌خط‌ها، میانگین هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر باشد؟

- ۳ (۴)      ۲ (۳)      ۱ (۲)      صفر (۱)

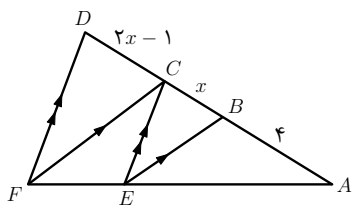
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۳	۴	۱	۲	۴	۱	۳	۲	۱	۴	۲	۳	۲	۴	۱	۱	۳	۳	۲

# ۸.۵ خودآزمایی شماره ۸ (قضیه تالس)

تعداد سؤال: ۲۰

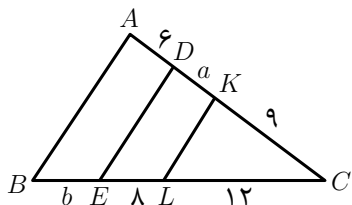
وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی پاره‌خط  $AD$  کدام است؟ ( $BE \parallel CF$ ,  $EC \parallel FD$ )



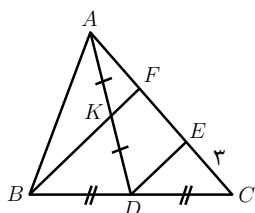
- ۹ ( ۴ )                      ۸ ( ۳ )                      ۷ ( ۲ )                      ۶ ( ۱ )

(۲) در شکل روبه‌رو،  $AB \parallel DE \parallel KL$ . اگر  $AD = 6$ ,  $KC = 9$ ,  $EL = 8$ ,  $LC = 12$ ،  $BE = b$  و  $DK = a$ ، آنگاه  $b - a$  کدام است؟



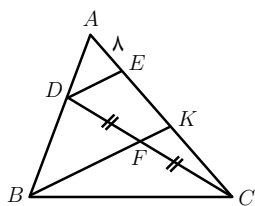
- ۴ ( ۴ )                      ۳ ( ۳ )                      ۲ ( ۲ )                      ۱ ( ۱ )

(۳) در شکل روبه‌رو،  $BF \parallel DE$ . اگر  $BD = DC$ ,  $AK = KD$ ، و  $EC = 3$  آنگاه اندازه‌ی  $AE$  کدام است؟



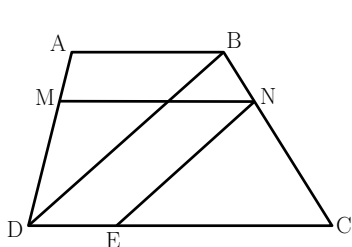
- ۱۲ ( ۴ )                      ۱۹ ( ۳ )                      ۶ ( ۲ )                      ۳ ( ۱ )

(۴) در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel BK$ . اگر  $3AD = 2BD$ ،  $DF = FC$ ، و  $AE = 8$  آنگاه اندازه‌ی  $KC$  کدام است؟



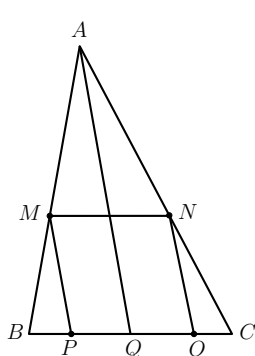
- ۱۴ ( ۴ )                      ۱۲ ( ۳ )                      ۱۰ ( ۲ )                      ۸ ( ۱ )

(۵) در دوزنقه‌ی روبه‌رو،  $NE \parallel BD$  و  $AB \parallel CD$ . اگر  $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{7}$  و  $CD = 15$  باشد، آنگاه تفاضل طول‌های دو پاره‌خط  $DE$  و  $CE$  کدام است؟



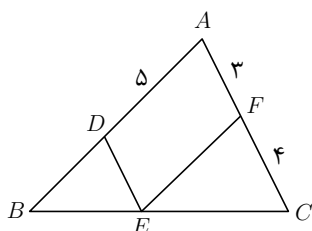
- ۵ ( ۴ )                      ۵/۵ ( ۳ )                      ۶ ( ۲ )                      ۶/۵ ( ۱ )

(۶) در شکل روبه‌رو، اگر  $3BC = AQ = 6$ ،  $MP \parallel AQ$ ، آنگاه محیط لوزی  $MNOP$  کدام است؟



- $4\sqrt{3}$  ( ۴ )                      ۶ ( ۳ )                       $2\sqrt{3}$  ( ۲ )                      ۴ ( ۱ )

(۷) در شکل مقابل داریم  $DE \parallel AC$  و  $EF \parallel AB$ . اندازه‌ی  $BD$  کدام است؟



- $\frac{25}{4}$  ( ۴ )                      ۵ ( ۳ )                      ۴ ( ۲ )                       $\frac{15}{4}$  ( ۱ )

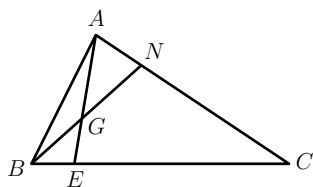
۸) در دوزنقه‌ی  $ABCD$  قاعده‌ی  $CD$ ، ۴ برابر قاعده‌ی  $AB$  است. اگر پاره‌خط  $MN$  موازی دو قاعده و محدود به دو ساق باشد به طوری که قطرهای دوزنقه آن را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده باشند، آنگاه  $\frac{AM}{MD}$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $M$  روی ساق  $AD$  و  $N$  روی ساق  $BC$  است و  $O$  نقطه‌ی تقاطع قطرهای  $CD$  و  $AB$  است.)

$\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{1}{6}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)



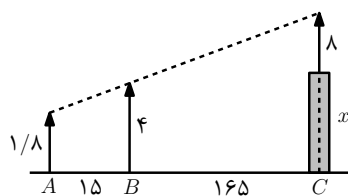
۹) در مثلث  $ABC$  شکل مقابل، اگر  $AN = NC$  و همچنین  $BE = EC$  باشد، آنگاه نسبت  $\frac{BG}{GN}$  کدام است؟

$\frac{2}{5}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)



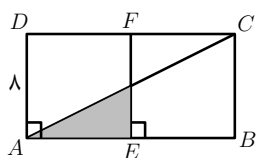
۱۰) در شکل روبه‌رو، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظری به ارتفاع  $1/8$  متر، از نوک دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است، بلندی برج چند متر است؟

$21/2$  (۴)

$20/8$  (۳)

$20/2$  (۲)

$19/8$  (۱)



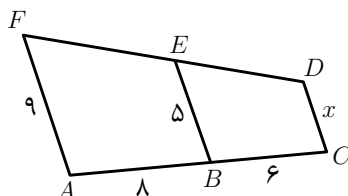
۱۱) در شکل روبه‌رو،  $AD = AE = EB$  و  $EF \parallel AD$ . اگر  $AD = 8$  باشد، مساحت قسمت رنگ شده کدام است؟

۸ (۴)

۱۶ (۳)

۲۸ (۲)

۳۲ (۱)



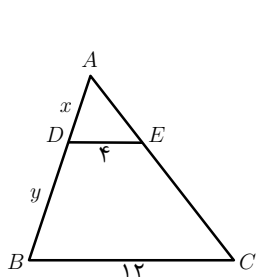
۱۲) در شکل روبه‌رو،  $FA \parallel EB \parallel DC$ . اگر  $FA = 9$ ،  $EB = 5$ ،  $AB = 8$  و  $BC = 6$  آنگاه طول  $DC$  کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{3}$  (۲)

$\frac{7}{3}$  (۱)



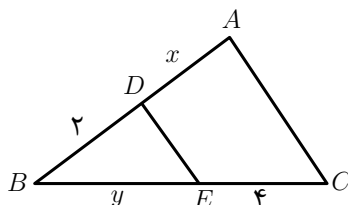
۱۳) در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel BC$ . اگر  $AD = x$ ،  $BC = 12$ ،  $DE = 4$  و  $DB = y$  آنگاه  $\frac{x}{y}$  کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)



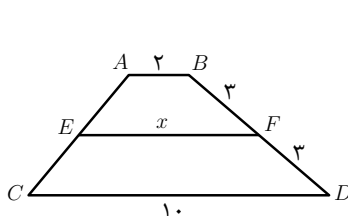
۱۴) در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel AC$ . اگر  $DB = 2$ ،  $EC = 4$ ،  $AD = x$  و  $BE = y$  آنگاه  $x.y$  کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



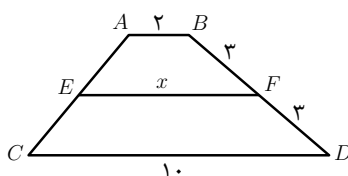
۱۵) در دوزنقه‌ی  $ABDC$  از شکل روبه‌رو، داریم  $EF \parallel CD$ . اگر  $AB = 2$ ،  $BF = FD = 3$  و  $CD = 10$  آنگاه اندازه‌ی  $EF$  کدام است؟

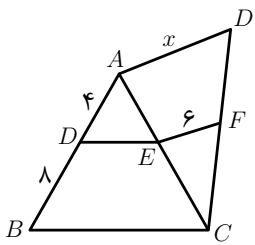
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

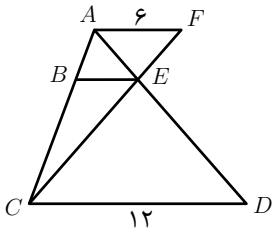
۴ (۱)





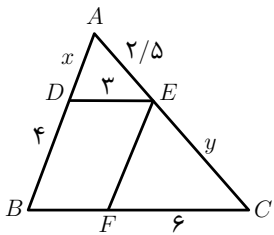
۱۶) در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel BC$  و  $EF \parallel AD$ . اگر  $EL = 8$ ،  $DB = 8$ ،  $AD = 4$  و  $EF = 6$  آنگاه اندازه‌ی  $AD$  کدام است؟

- ۹ (۴)                      ۸ (۳)                      ۷/۵ (۲)                      ۶/۵ (۱)



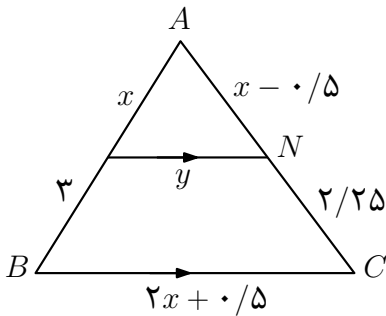
۱۷) در شکل روبه‌رو،  $AF \parallel BE \parallel CD$ . اگر  $AF = 6$  و  $CD = 12$  آنگاه اندازه‌ی  $BE$  کدام است؟

- ۵ (۴)                      ۴ (۳)                      ۳ (۲)                      ۲ (۱)



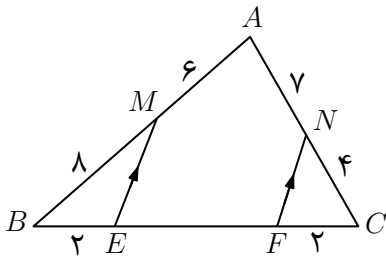
۱۸) در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel BC$  و  $EF \parallel AB$ . اگر  $DB = 4$ ،  $DE = 3$ ،  $AE = 2/5$  و  $FC = 6$  آنگاه  $x + y$  کدام است؟

- ۸ (۴)                      ۷ (۳)                      ۶ (۲)                      ۵ (۱)



۱۹) در شکل روبه‌رو،  $MN \parallel BC$  است،  $\frac{y}{x}$  کدام است؟

- ۱/۲۵ (۴)                       $\frac{10}{9}$  (۳)                      ۰/۹ (۲)                      ۰/۸ (۱)



۲۰) در شکل روبه‌رو، طول  $EF$  چقدر است؟

- ۵/۵ (۴)                      ۴/۵ (۳)                      ۴ (۲)                      ۵ (۱)

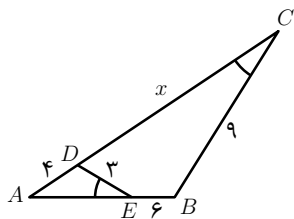
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۳	۴	۳	۴	۱	۴	۳	۲	۳	۴	۱	۳	۲	۳	۲	۲	۴



# ۹.۵ خودآزمایی شماره ۹ (تشابه مثلث‌ها)

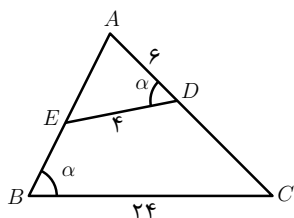
تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه



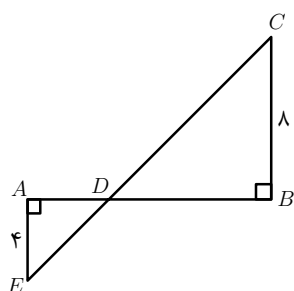
۱) در شکل روبه‌رو زوایای  $\hat{ACB}$  و  $\hat{AED}$  مساوی‌اند. اگر  $CB = 9$ ،  $AD = 4$ ،  $EB = 6$  و  $DE = 3$ ، اندازه‌ی  $CD$  کدام است؟

- ۱۸ (۴)                      ۱۷ (۳)                      ۱۴ (۲)                      ۱۲ (۱)



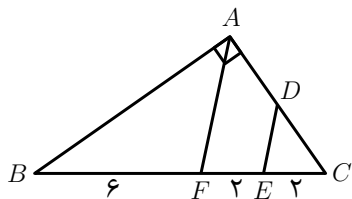
۲) در شکل روبه‌رو زوایای  $\hat{ABC}$  و  $\hat{ADE}$  مساوی‌اند. اگر  $BC = 24$  و  $ED = 4$ ،  $AD = 6$ ، اندازه‌ی  $AB$  کدام است؟

- ۳۶ (۴)                      ۳۴ (۳)                      ۳۲ (۲)                      ۳۰ (۱)



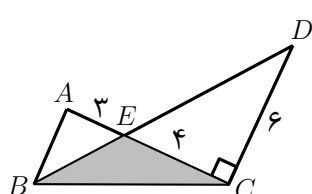
۳) در شکل روبه‌رو  $AB \perp BC$  و  $AB \perp AE$ . اگر  $BC = 8$ ،  $AB = 12$  و  $AE = 4$ ، اندازه‌ی  $EC$  کدام است؟

- ۸ (۴)                       $12\sqrt{3}$  (۳)                       $12\sqrt{4}$  (۲)                      ۱۲ (۱)



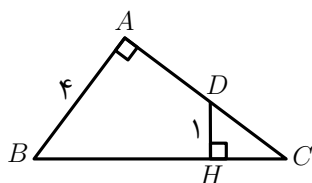
۴) در شکل روبه‌رو  $AB \perp AC$  و  $DE \parallel AF$ . اگر  $BF = 6$ ،  $AF = AC$  و  $FE = EC = 2$ ، اندازه‌ی  $DE$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۳ (۳)                       $\sqrt{6}$  (۲)                       $\sqrt{5}$  (۱)



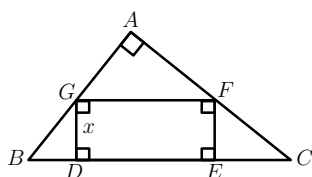
۵) در شکل روبه‌رو  $AC \perp CD$  و  $AB \parallel CD$ . اگر  $DC = 6$ ،  $AE = 3$  و  $EC = 4$ ، مساحت مثلث  $BEC$  کدام است؟

- ۱۵ (۴)                      ۱۲ (۳)                      ۹ (۲)                      ۶ (۱)



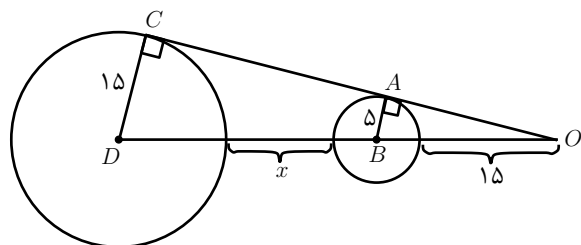
۶) در شکل روبه‌رو  $AB \perp AC$  و  $DH \perp BC$ . اگر  $AB = 4$ ،  $AC = 3$  و  $DH = 1$ ، اندازه‌ی  $CH$  کدام است؟

- ۲ (۴)                       $\frac{3}{4}$  (۳)                       $\frac{1}{3}$  (۲)                       $\frac{1}{2}$  (۱)



۷) در شکل روبه‌رو  $\hat{A} = 90^\circ$ . اگر  $BD = 9$  و  $EC = 16$ ، اندازه‌ی  $GD$  کدام است؟

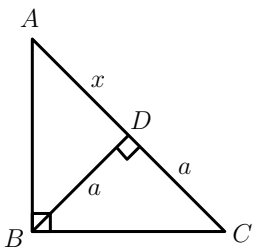
- ۹ (۴)                      ۱۰ (۳)                      ۱۱ (۲)                      ۱۲ (۱)



۸) در شکل روبه‌رو، کمترین فاصله‌ی بین نقاط روی دو دایره کدام است؟

- ۴۰ (۴)                      ۲۵ (۳)                      ۲۰ (۲)                      ۱۵ (۱)

۹) در شکل روبه‌رو،  $AB \perp BC$  و  $BD \perp AC$  و  $D$  نقطه‌ای روی پاره‌خط  $AC$  است. اگر  $BD = DC = a$ ، آنگاه  $AD$  کدام است؟



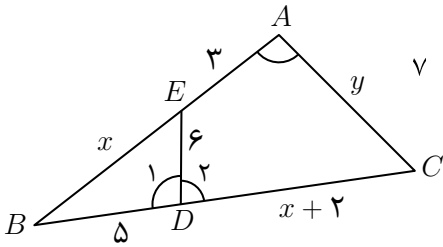
۴)  $a$

۳)  $\frac{a}{2}$

۲)  $\sqrt{a}$

۱)  $\frac{\sqrt{a}}{2}$

۱۰) در شکل روبه‌رو، اگر  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$  باشد، مقدار  $2x - y$  کدام است؟



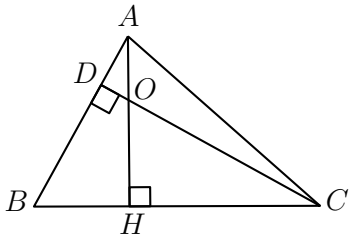
۴) ۷

۳) ۵

۲) ۴

۱) ۲

۱۱) در شکل روبه‌رو،  $CD$  و  $AH$  دو ارتفاع مثلث  $ABC$  هستند. اگر  $OH = \frac{1}{3}AD = 5$  باشد، طول  $HC$  کدام است؟



سراسری ریاضی ۸۲

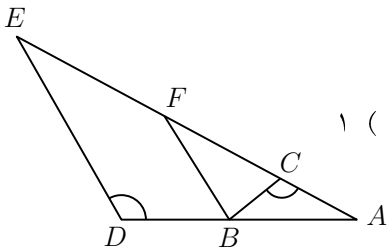
۴) ۱۸۰

۳) ۱۷۵

۲) ۱۷۰

۱) ۱۶۵

۱۲) اگر در شکل  $\hat{C}_1 = \hat{D}$ ،  $BF \parallel DE$ ،  $AC = BD = 2$  و  $AB = 3$ ، آنگاه  $\frac{BC}{BF}$  کدام است؟



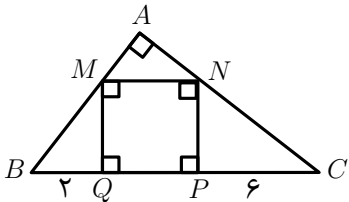
۴) ۱

۳)  $\frac{3}{4}$

۲)  $\frac{3}{2}$

۱)  $\frac{2}{3}$

۱۳) در شکل روبه‌رو، مربعی درون یک مثلث قائم‌الزاویه محاط شده است. مساحت مربع کدام است؟



۴)  $4\sqrt{3}$

۳) ۸

۲) ۱۲

۱)  $6\sqrt{3}$

۱۴) در مستطیل  $ABCD$ ، نسبت طول به عرض برابر  $\frac{4}{3}$  و فاصله‌ی رأس  $A$  از قطر  $BD$ ، برابر  $\frac{7}{5}$  است. مساحت این مستطیل کدام است؟

۴) ۱۲

۳) ۶

۲)  $\frac{9}{2}$

۱) ۳

۱۵) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ، اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائمه  $6$  و  $8$  است، ارتفاع  $AH$  و عمود منصف ضلع  $AB$  را رسم می‌کنیم. اگر این عمود منصف، ضلع  $BC$  را در  $D$  قطع کند، طول پاره‌خط  $DH$  کدام است؟

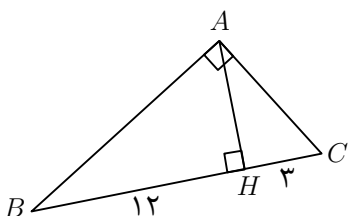
۴)  $\frac{1}{3}$

۳)  $\frac{1}{4}$

۲)  $\frac{1}{5}$

۱)  $\frac{1}{2}$

۱۶) در شکل روبه‌رو، فاصله‌ی نقطه‌ی  $H$  از ضلع  $AC$  چند برابر  $\sqrt{5}$  است؟



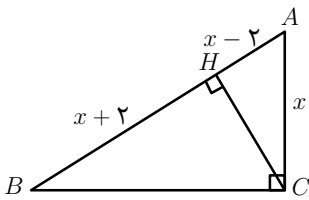
۴)  $\frac{3}{5}$

۳)  $\frac{6}{5}$

۲) ۳

۱) ۶

۱۷) در شکل مقابل، مقدار  $x$  کدام است؟



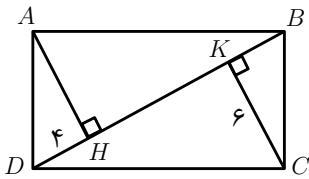
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۸) در شکل مقابل، مستطیل  $ABCD$  است. اگر  $DH = ۴$  و  $CK = ۶$  باشد، طول  $HK$  کدام است؟



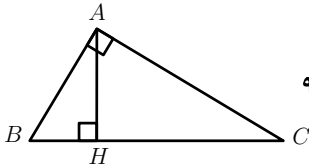
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۹) با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  کدام است؟ ( $AB = ۶$ ,  $CH = ۵$ )



$۹\sqrt{۵}$  (۴)

$۵\sqrt{۶}$  (۳)

$۶\sqrt{۵}$  (۲)

۱۵ (۱)

۲۰) در یک مستطیل به ابعاد ۱۳ و ۶ واحد، نقطه‌ی  $M$  بر روی ضلع بزرگ قرار دارد و خطوط واصل از  $M$  به دو رأس دیگر مستطیل، بر هم عمودند. فاصله‌ی نزدیکترین رأس مستطیل از  $M$  کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۳/۵ (۲)

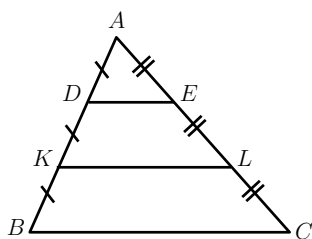
۳ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۲	۲	۳	۳	۱	۲	۱	۴	۱	۴	۲	۱	۳	۲	۱	۲	۴	۲

۱۰.۵ خودآزمایی شماره ۱۰ (کاربردهایی از قضیه تالس و تشابه مثلث‌ها)

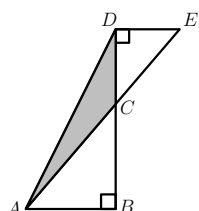
تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه



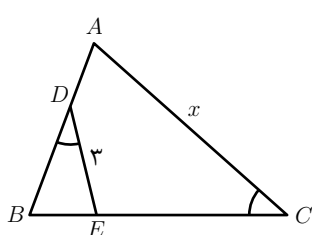
(۱) در شکل داریم  $DE \parallel KL \parallel BC$ . اگر  $AD = DK = KB$  و  $AE = EL = LC$  و  $S(\triangle ABC) = 45$  آنگاه مساحت چهارضلعی  $DELK$  کدام است؟

- ۱۵ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۵ (۳)      ۳۰ (۴)



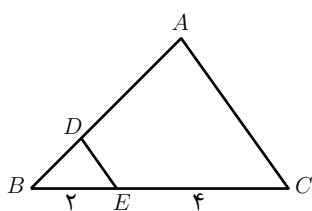
(۲) در شکل روبه‌رو، مساحت مثلث  $4S(\triangle ABC) = 9S(\triangle DEC)$ . اگر  $BD \perp DE$ ،  $AB \perp BC$  و  $AB = 5$  و  $BC = 6$ ، مساحت مثلث  $ADC$  کدام است؟

- ۸ (۱)      ۹ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۴)



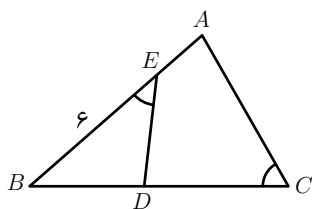
(۳) در شکل روبه‌رو زوایای  $\hat{ACB}$  و  $\hat{BDE}$  مساوی‌اند. اگر  $S(\triangle ADEC) = 3S(\triangle BDE)$  و  $DE = 3$ ، اندازه‌ی  $AC$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)



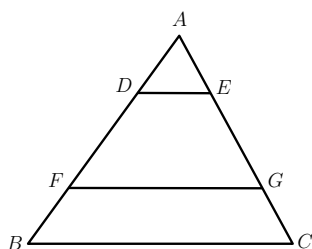
(۴) در شکل روبه‌رو  $DE \parallel AC$ . اگر  $BE = 2$ ،  $EC = 4$  و  $S(\triangle DECA) = 32$ ، مساحت مثلث  $BDE$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)



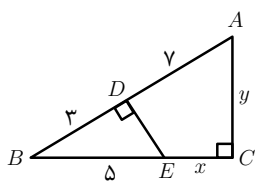
(۵) در شکل روبه‌رو زوایای  $\hat{ACB}$  و  $\hat{BED}$  مساوی‌اند. اگر  $\frac{S(\triangle BED)}{S(\triangle ABC)} = \frac{1}{4}$  و  $BE = 6$ ، اندازه‌ی  $BC$  کدام است؟

- ۸ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۴ (۴)



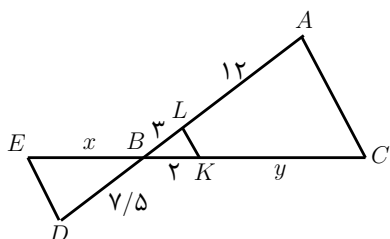
(۶) در شکل روبه‌رو  $DE \parallel FG \parallel BC$ . اگر  $S(\triangle DFGE) = 32$  و  $AD = FB = \frac{FD}{2}$ ، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- ۴۸ (۱)      ۵۲ (۲)      ۶۰ (۳)      ۶۴ (۴)



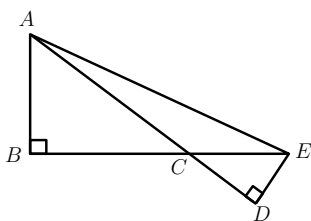
(۷) در شکل روبه‌رو  $\hat{BDE} = \hat{ACB} = 90^\circ$ . اگر  $BE = 5$ ،  $AD = 7$ ،  $DB = 3$  و  $AC = y$  و  $EC = x$  مقدار  $x + y$  کدام است؟

- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)



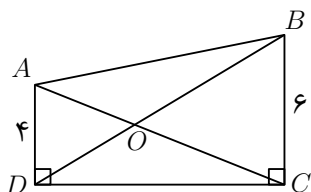
(۸) در شکل روبه‌رو  $ED \parallel LK \parallel AC$ . اگر  $BL = 3$ ،  $BK = 2$ ،  $DB = \frac{7}{5}$  و  $LA = 12$ ،  $EB = x$  و  $KC = y$  مقدار  $x + y$  کدام است؟

- ۱۱ (۱)      ۱۳ (۲)      ۱۹ (۳)      ۲۰ (۴)



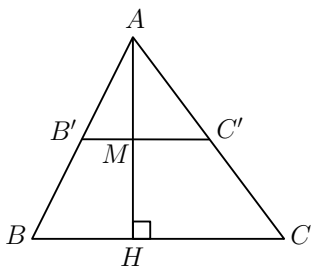
۹) در شکل روبه‌رو  $AB \perp BC$  و  $ED \perp DC$  و  $C$  نقطه‌ای روی  $AD$  است. اگر  $AB = 6$  و  $CD = 4$ ، مساحت مثلث  $ACE$  کدام است؟  $S(\triangle CDE) = 6$

- ۱۸ (۴)                      ۱۵ (۳)                      ۱۲ (۲)                      ۱۰ (۱)



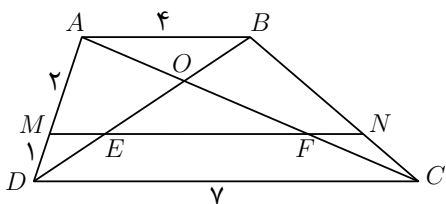
۱۰) در شکل روبه‌رو نسبت مساحت دوزنقه‌ی  $ABCD$  به مساحت مثلث  $AOD$  کدام است؟

- $\frac{35}{8}$  (۴)                       $\frac{25}{4}$  (۳)                       $\frac{40}{9}$  (۲)                       $\frac{38}{9}$  (۱)



۱۱) از نقطه‌ی  $M$  روی ارتفاع  $AH$  در مثلث  $ABC$ ، خط  $B'C'$  را موازی  $BC$  رسم می‌کنیم. اگر مساحت دوزنقه‌ی  $B'C'CB$  دو برابر مساحت مثلث  $AB'C'$  باشد،  $\frac{BC}{B'C'}$  کدام است؟

- $\frac{2}{3}$  (۴)                       $\frac{1}{3}$  (۳)                       $\sqrt{3}$  (۲)                       $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۱)



۱۲) در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ،  $MN \parallel DC$  است. نسبت محیط  $\triangle OEF$  به محیط  $\triangle OAB$  کدام است؟

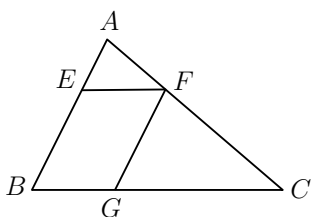
- $\frac{5}{12}$  (۴)                       $\frac{5}{6}$  (۳)                       $\frac{3}{7}$  (۲)                       $\frac{4}{7}$  (۱)

۱۳) دو مثلث  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابه هستند و  $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{25}{9}$  است. اگر  $A'B' > A'C' > B'C'$  و  $B'C' = 5$  باشد، آنگاه محیط مثلث  $ABC$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۲۷ (۴)                      ۲۵ (۳)                      ۲۴ (۲)                      ۱۸ (۱)

۱۴) مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائمه‌ی ۵ و ۱۲ سانتی‌متر با مثلث قائم‌الزاویه‌ای به محیط ۹۰ سانتی‌متر متشابه است. طول ارتفاع وارد بر وتر در مثلث بزرگتر چند سانتی‌متر است؟

- $\frac{180}{13}$  (۴)                       $\frac{144}{13}$  (۳)                       $\frac{70}{13}$  (۲)                       $\frac{85}{13}$  (۱)



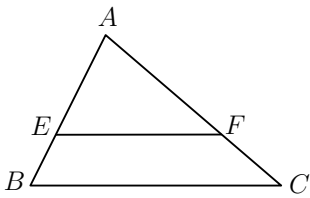
۱۵) در شکل روبه‌رو چهارضلعی  $EFGB$  متوازی‌الاضلاع است. اگر مساحت مثلث  $AEF$  را  $S_1$  و مساحت مثلث  $FGC$  را  $S_2$  بنامیم، مساحت متوازی‌الاضلاع  $EFGB$  کدام است؟

- $2\sqrt{S_1 S_2}$  (۴)                       $\sqrt{S_1 S_2}$  (۳)                       $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$  (۲)                       $S_1 + S_2$  (۱)

۱۶) طول اضلاع یک مثلث ۲۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر است و محیط مثلث متشابه با آن برابر  $\frac{18}{5}$  سانتی‌متر است. اختلاف بزرگترین و کوچکترین ضلع مثلث دوم کدام است؟

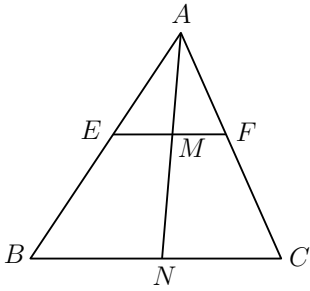
- $\frac{2}{5}$  (۴)                      ۲ (۳)                      ۱ (۲)                       $\frac{1}{5}$  (۱)

۱۷) در شکل روبه‌رو،  $EF \parallel BC$ ، اگر  $\frac{BC}{EF} = \frac{3}{\sqrt{5}}$  باشد، مساحت دوزنقه چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟



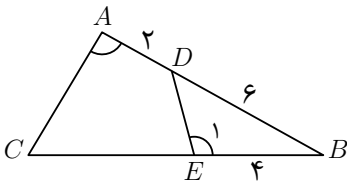
- $\frac{4}{9}$  (۴)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{4}{5}$  (۲)       $\frac{5}{9}$  (۱)

۱۸) در شکل روبه‌رو،  $EF \parallel BC$  و  $\frac{AM}{AN} = \frac{2}{5}$  است. نسبت  $\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}}$  چقدر است؟



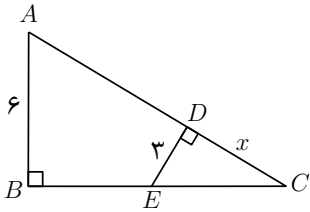
- $\frac{4}{9}$  (۴)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{4}{25}$  (۲)       $\frac{16}{25}$  (۱)

۱۹) در شکل روبه‌رو،  $\hat{A} = \hat{E}$  است. مساحت چهارضلعی  $ADEC$  چند برابر مساحت مثلث  $BDE$  است؟



- $\frac{7}{16}$  (۴)       $\frac{7}{9}$  (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

۲۰) در شکل روبه‌رو،  $S_{ABED} = ۱۲$ ،  $AB = ۶$  و  $DE = ۳$  است. طول  $DC$  کدام است؟



- ۳ (۴)       $\frac{1}{3}$  (۳)      ۲ (۲)       $\frac{5}{4}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۲	۲	۴	۴	۴	۴	۴	۳	۲	۳	۳	۲	۴	۴	۳	۲	۳	۳	۱

# ۱۱.۵ خودآزمایی شماره ۱۱ (چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

(۱) یک  $n$  ضلعی منتظم دارای ۱۳۵ قطر است. کوچکترین زاویه‌ی بین یک قطر و ضلع این  $n$  ضلعی، چند درجه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۱۵

(۲) از هر رأس یک  $n$  ضلعی محدب چند قطر مرور می‌کند؟

- (۱)  $n - 4$  قطر (۲)  $n - 3$  قطر (۳)  $n - 2$  قطر (۴)  $n - 1$  قطر

(۳) تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب ۴ برابر تعداد ضلع‌های آن است، عدد  $n$  کدام است؟

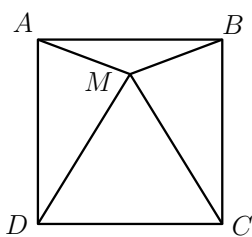
- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

(۴) مجموع اقطار یک  $n$  ضلعی و  $n - 1$  ضلعی برابر است با مجموع اقطار یک  $n + 1$  ضلعی، در این صورت مجموع زوایای داخلی این  $n$  ضلعی کدام است؟

- (۱)  $720^\circ$  (۲)  $540^\circ$  (۳)  $900^\circ$  (۴)  $360^\circ$

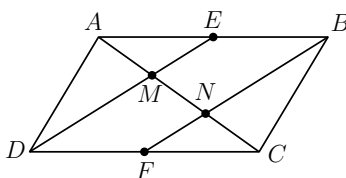
(۵) کدام مورد تعریف لوزی نمی‌تواند باشد؟

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که یک قطر آن نیمساز است.  
 (۲) چهارضلعی که اضلاعش برابرند.  
 (۳) متوازی‌الاضلاعی که قطرهایش منصف یکدیگرند.  
 (۴) چهارضلعی که قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.



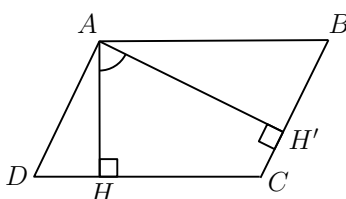
(۶) در شکل روبه‌رو، مربع  $ABCD$  و مثلث  $MDC$  مثلث متساوی‌الاضلاع است. نسبت زاویه‌ی  $AMD$  به زاویه‌ی  $AMB$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$



(۷) در متوازی‌الاضلاع شکل روبه‌رو، نقاط  $ABCDE$  و  $F$  به ترتیب وسط پاره‌خط‌های  $AB$  و  $CD$  می‌باشند. حاصل  $\frac{DM}{ME}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴) ۳



(۸) در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ،  $AH$  و  $AH'$  ارتفاع‌های نظیر رأس  $A$  هستند. زاویه‌ی  $\widehat{HAH'}$  همواره برابر کدام است؟

- (۱)  $\widehat{B}$  (۲)  $90^\circ - \frac{\widehat{BAD}}{2}$  (۳)  $90^\circ - \widehat{B}$  (۴)  $\frac{\widehat{BAD}}{2}$

۹) در مثلث  $ABC$ ، از نقطه  $D$ ، محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه  $A$  با ضلع  $BC$ ، خطوطی موازی دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم تا آن دو را در  $M$  و  $N$  قطع کنند،  $AD$  همواره نسبت به  $EM$  چه وضعی دارند؟

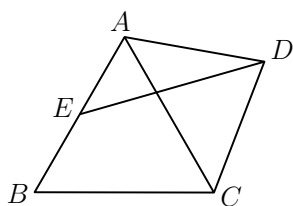
(۱) فقط عمود بر هم (۲) فقط منصف هم

(۳) زاویه‌ی بین آنها مکمل  $\hat{A}$  (۴) عمود منصف هم

(۱۰) اگر در مثلثی اندازه‌ی میانه‌ی نظیر یک ضلع، نصف اندازه‌ی آن ضلع باشد، این مثلث . . . . .

(۱) قائم‌الزاویه است. (۲) متساوی‌الساقین است. (۳) متساوی‌الاضلاع است. (۴) وجود ندارد.

(۱۱) در شکل روبه‌رو مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع و مثلث  $ADC$  متساوی‌الساقین و در رأس  $D$  قائمه است. اگر  $BE = AE$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{AED}$  کدام است؟



(۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $50^\circ$  (۴)  $40^\circ$

(۱۲) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  داریم  $\hat{C} = 15^\circ$  و  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $AB \times AC = 9$ . در این صورت طول  $BC$  کدام است؟

(۱)  $7/5$  (۲)  $6$  (۳)  $5$  (۴)  $4/5$

(۱۳) در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه، مجموع طول‌های دو قاعده با مجموع طول‌های دو ساق برابر است. اگر اندازه‌ی یک زاویه‌ی این دوزنقه  $60^\circ$  باشد، آنگاه نسبت طول قاعده‌ی بزرگ به طول قاعده‌ی کوچک آن کدام است؟

(۱)  $3$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)  $3/2$

(۱۴) در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین که یکی از زوایای آن  $60^\circ$  است، طول قاعده‌ی کوچک برابر طول ساق است. طول ارتفاع دوزنقه چه کسری از طول قاعده‌ی بزرگ آن است؟

(۱)  $1/4$  (۲)  $1/2$  (۳)  $\sqrt{3}/2$  (۴)  $\sqrt{3}/4$

(۱۵) در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ای دو قطر آن بر هم عمودند. اگر قاعده‌های آن دوزنقه  $a$  و  $b$  و ارتفاع دوزنقه  $h$  باشد، کدام رابطه درست است؟

(۱)  $h = ab$  (۲)  $h = \sqrt{ab}$  (۳)  $h = a\sqrt{b}$  (۴)  $h = 2ab$

(۱۶) محیط مستطیلی  $32$  و مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی آن  $18$  است. اندازه طول مستطیل کدام است؟

(۱)  $8$  (۲)  $9$  (۳)  $11$  (۴)  $12$

(۱۷) در یک مستطیل به اضلاع  $5$  و  $8$  نیمساز زوایای داخلی آن را رسم می‌کنیم تا یک چهارضلعی پدید آید. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

(۱)  $9/2$  (۲)  $13/4$  (۳)  $15/2$  (۴)  $21/4$



۱۸) نسبت مساحت شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی یک مستطیل به مساحت شکل حاصل از برخورد نیمسازهای خارجی آن، برابر  $\frac{1}{9}$  است. طول مستطیل چند برابر عرض آن است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳) ۳ (۴)  $\sqrt{4}$

۱۹) طول‌های دو قطر چهارضلعی محدب  $ABCD$  با هم مساوی‌اند. نقاط وسط اضلاع این چهارضلعی را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم، چهارضلعی حاصل کدام است؟

- (۱) لوزی (۲) مستطیل (۳) مربع (۴) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

۲۰) از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع مجاور یک چهارضلعی محدب، کدام شکل هیچ‌گاه تشکیل نمی‌شود؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع (۲) دوزنقه (۳) مستطیل (۴) لوزی

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۱	۱	۳	۲	۴	۲	۲	۲	۱	۴	۱	۲	۲	۳	۱	۳	۲	۱

# ۱۲.۵ خودآزمایی شماره ۱۲ (چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

(۱) در یک  $n$  ضلعی محدب،  $\frac{1}{4}$  قطرهای از رأس مشخص  $A$  می‌گذرند. این شکل چند قطر دارد؟

- (۱) ۹      (۲) ۲۷      (۳) ۵۴      (۴) ۱۳۵

(۲) تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب از چهار برابر تعداد اضلاع آن، ۶ واحد بیشتر است. اگر یک رأس از رأس‌های این  $n$  ضلعی کم کنیم، تعداد قطرهای چه اندازه کم می‌شود؟

- (۱) ۸      (۲) ۹      (۳) ۱۰      (۴) ۱۱

(۳) از هر رأس یک چندضلعی ۶ قطر می‌گذرد، این چندضلعی چند قطر دارد؟

- (۱) ۲۰      (۲) ۵۴      (۳) ۴۰      (۴) ۲۷

(۴) با افزودن یک ضلع به اضلاع یک چندضلعی محدب، چندضلعی محدب جدیدی پدید می‌آید که تعداد قطرهای آن، ۵ واحد بیشتر از تعداد قطرهای چندضلعی اولیه است. تعداد قطرهای چندضلعی جدید کدام است؟

- (۱) ۲۷      (۲) ۲۰      (۳) ۱۴      (۴) ۹

(۵) چه تعداد از موارد زیر، تعریف لوزی است؟

- چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمودند.
- چهارضلعی که در آن زوایای روبه‌رو با هم برابرند.
- چهارضلعی که اضلاع آن با هم برابرند.

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

(۶) چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- چهارضلعی‌ای که یک قطر آن عمودمنصف دیگری باشد، لوزی است.
- متوازی‌الاضلاعی که قطرهای برابر دارد، مستطیل است.
- متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمودند، لوزی است.
- لوزی‌ای که یک زاویه‌ی قائمه دارد، مربع است.

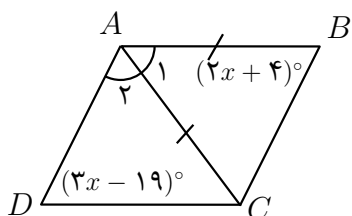
- (۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱

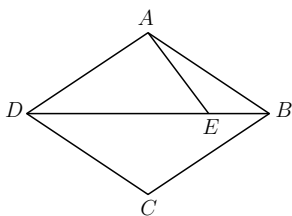
(۷) در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، نقطه‌ی  $O$  محل تلاقی قطرهای آن است. اگر محیط متوازی‌الاضلاع و مثلث‌های  $OAB$  و  $OBC$ ، به ترتیب ۲۴، ۱۶ و ۱۴ باشند، مجموع اندازه‌های دو قطر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۴      (۳) ۱۶      (۴) ۱۸

(۸) در متوازی‌الاضلاع شکل روبه‌رو،  $AB = AC$  است. اندازه‌ی  $\hat{A}_1$ ، چند برابر  $\hat{A}_2$  است؟

- (۱)  $\frac{5}{8}$       (۲)  $\frac{8}{5}$       (۳)  $\frac{13}{8}$       (۴)  $\frac{13}{5}$





۹) در شکل مقابل،  $ABCD$  لوزی است. طول قطر  $AC$  کدام است؟  
 ( $AE = 2\sqrt{5}$  و  $DE = 5$ ,  $BE = 1$ )

- ۱)  $4\sqrt{2}$  (۱)      ۲) ۶ (۲)      ۳) ۸ (۳)      ۴)  $6\sqrt{2}$  (۴)

۱۰) در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول  $AM$  میانه‌ی وارد بر وتر برابر ۶ واحد و  $B = 30^\circ$  است. فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$ ، از ضلع  $AB$  چند واحد است؟

- ۱) ۳ (۱)      ۲)  $2\sqrt{3}$  (۲)      ۳) ۴ (۳)      ۴)  $\frac{3}{4}\sqrt{3}$  (۴)

۱۱) در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه‌ی حاده‌ی آن برابر  $22/5^\circ$  و طول وتر آن برابر ۲ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- ۱)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۱)      ۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)      ۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)      ۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)

۱۲) زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۱، ۵ و ۶ متناسب هستند. اگر اندازه‌ی بزرگترین ضلع مثلث  $a$  باشد، مساحت آن کدام است؟

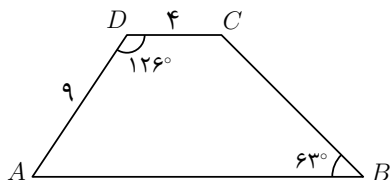
- ۱)  $\frac{1}{8}a^2$  (۱)      ۲)  $\frac{1}{6}a^2$  (۲)      ۳)  $\frac{1}{4}a^2$  (۳)      ۴)  $a^2$  (۴)

۱۳) در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، اندازه‌ی دو قطر  $AC$  و  $BD$  برابر است و  $AD = x + 5$ ،  $BC = 3x - 3$ ،  $CD = 2x - 1$  و  $AB = 4x - 4$  می‌باشد. محیط این دوزنقه کدام است؟

- ۱) ۳۹ (۱)      ۲) ۴۰ (۲)      ۳) ۴۲ (۳)      ۴) ۳۷ (۴)

۱۴) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، عمودمنصف‌های قاعده‌ها بر هم منطبق‌اند.  
 ۲) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، محل برخورد دو قطر و وسط قاعده‌ها روی یک خط راست قرار دارند.  
 ۳) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، قطرهای نیمساز زوایای مجاور قاعده‌ی بزرگ هستند.  
 ۴) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور یک ساق مکمل‌اند.



۱۵) در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، طول قاعده‌ی  $AB$  کدام است؟

- ۱) ۱۰ (۱)      ۲) ۱۲ (۲)      ۳) ۱۳ (۳)      ۴) ۱۵ (۴)

۱۶) متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  مفروض است. نیمسازهای دو زاویه‌ی مجاور  $C$  و  $D$  در نقطه‌ی  $E$  روی ضلع  $AB$  متقاطع‌اند. اگر  $DE = 8$  و  $CE = 6$  باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ۱) ۲۵ (۱)      ۲) ۳۰ (۲)      ۳) ۲۰ (۳)      ۴) ۴۰ (۴)

۱۷) از برخورد نیمسازهای داخلی کدام چهارضلعی یک مربع پدید می‌آید؟

- ۱) دوزنقه (۱)      ۲) مستطیل (۲)      ۳) لوزی (۳)      ۴) متوازی‌الاضلاع (۴)

۱۸) طول اضلاع مستطیلی  $۴\sqrt{۲}$  و  $۲\sqrt{۲}$  است، طول ضلع مربع حاصل از تقاطع نیمسازهای زوایای این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳)  $۲\sqrt{۲}$       (۴)  $۳\sqrt{۲}$

۱۹) اگر وسط‌های یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین را متوالیاً به هم وصل کنیم چهار ضلعی حاصل همواره . . . . . خواهد شد.

- (۱) مستطیل      (۲) مربع      (۳) لوزی      (۴) دوزنقه

۲۰) اوساط اضلاع یک چهارضلعی را به هم وصل کرده و یک مستطیل حاصل شده است، این چهارضلعی الزاماً کدام است؟

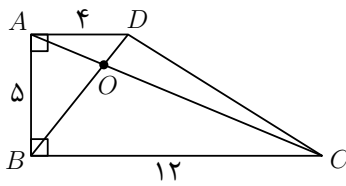
- (۱) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین      (۲) لوزی      (۳) مستطیل      (۴) متوازی‌الاضلاع

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۱	۲	۲	۳	۳	۴	۱	۳	۱	۳	۲	۴	۲	۲	۳	۴	۳	۳

# ۱۳.۵ خودآزمایی شماره ۱۳ (مساحت و کاربردهای آن)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه



(۱) در دوزنقه‌ی شکل زیر، مساحت مثلث  $OAB$  کدام است؟

- (۱) ۵      (۲)  $12/5$       (۳) ۱۰      (۴)  $7/5$

(۲) اگر محیط مثلث متساوی‌الساقینی ۱۸ و ارتفاع وارد بر قاعده ۳ باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲)  $6\sqrt{3}$       (۳) ۹      (۴)  $6\sqrt{3}$

(۳) در مثلث  $ABC$ ،  $AB = \sqrt{6}$  و  $AC = 2$  و  $AM = \frac{\sqrt{10}}{3}$  ( $AM$  میانه است). مساحت مثلث کدام است؟

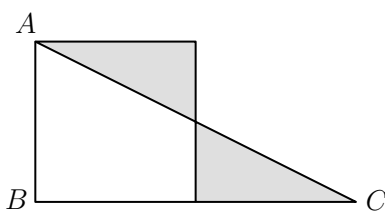
- (۱)  $2\sqrt{6}$       (۲)  $4\sqrt{6}$       (۳) ۶      (۴)  $\sqrt{6}$

(۴) از طول و عرض مستطیلی، مقدار مساوی ۲ سانتی‌متر کم می‌کنیم. مساحت مستطیل ۱۶ سانتی‌متر مربع کم می‌شود. محیط مستطیل اولیه چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۶      (۲) ۲۰      (۳) ۲۴      (۴) ۲۸

(۵) در یک لوزی نسبت قطرهای  $\frac{3}{4}$  و مساحت ۲۷ واحد مربع می‌باشد. اگر اندازه‌ی ضلع مربعی با اندازه‌ی ضلع لوزی برابر باشد، مساحت مربع کدام است؟

- (۱) ۲۹      (۲)  $29/25$       (۳)  $31/25$       (۴) ۳۲

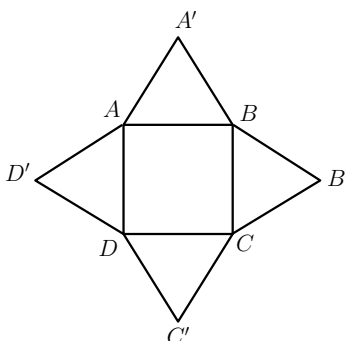


(۶) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ، بر روی ضلع  $AB$ ، مربع ساخته شده است. اگر دو مثلث رنگ شده همنهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟

- (۱)  $\frac{5}{9}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{4}{5}$

(۷) در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $a$  اگر طول نیمساز داخلی را  $d_a$  بنامیم آنگاه  $d_a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{a}{2}$       (۲)  $a\sqrt{3}$       (۳)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$       (۴)  $\frac{2}{3}a$



(۸) در شکل زیر  $ABCD$  مربع و روی هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است، نسبت مساحت چهارضلعی  $A'B'C'D'$  به مساحت مربع کدام است؟ آزاد ۸۴

- (۱)  $3 - \sqrt{3}$       (۲) ۳      (۳)  $1 + 2\sqrt{3}$       (۴)  $2 + \sqrt{3}$

۹) در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین  $ABCD$ ، طول هر قطر برابر ۸ است. اگر قطرهای این دوزنقه بر هم عمود باشند، مساحت دوزنقه کدام است؟

- ۴۸ (۴)                      ۳۲ (۳)                      ۲۴ (۲)                      ۱۶ (۱)

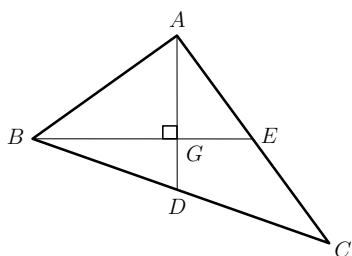
۱۰) اندازه‌ی قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین برابر  $\sqrt{6}$  است. اگر میانه‌های نظیر ساق‌های این مثلث بر هم عمود باشند، مساحت مثلث کدام است؟

- $\frac{9}{4}$  (۴)                      ۳ (۳)                       $\frac{3}{4}$  (۲)                      ۶ (۱)

۱۱) در مثلث  $ABC$  از نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها دو خط موازی دو ضلع  $AB$  و  $AC$  رسم کرده‌ایم تا ضلع  $BC$  را در  $D$  و  $E$  قطع کنند. اگر  $BC = 24$ ، اندازه‌ی  $DE$  کدام است؟

سراسری ۷۷

- ۸ (۴)                       $7/5$  (۳)                       $7/2$  (۲)                      ۶ (۱)



۱۲) در شکل روبه‌رو،  $G$  نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  است. اگر  $AD \perp BE$ ،  $GD = 2$  و  $EC = 5$  باشد، طول  $BE$  کدام است؟

- ۶ (۴)                      ۸ (۳)                      ۱۲ (۲)                      ۹ (۱)

۱۳) در مثلث به اضلاع ۵، ۵ و ۶ واحد نقطه‌ی  $M$  ضلع بزرگتر را به نسبت ۱ و ۳ تقسیم کرده است، مجموع فواصل  $M$  از دو ساق این مثلث کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۴

- $5/4$  (۴)                       $4/8$  (۳)                       $4/5$  (۲)                       $3/6$  (۱)

۱۴) در داخل یک مربع به ضلع  $\sqrt{3}$ ، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $\sqrt{3}$  رسم می‌کنیم. مجموع فواصل مرکز مربع از اضلاع این مثلث کدام است؟

- ۲ (۴)                       $\sqrt{3}$  (۳)                       $\frac{3}{4}$  (۲)                       $\frac{4}{3}$  (۱)

۱۵) اگر مجموع فواصل یک نقطه‌ی دلخواه در داخل مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر  $2\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- ۱۲ (۴)                      ۸ (۳)                       $2\sqrt{3}$  (۲)                       $4\sqrt{3}$  (۱)

۱۶) در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۴ سانتی‌متر از یک نقطه‌ی دلخواه واقع بر یک ضلع آن به دو ضلع دیگر عمود می‌کنیم، مجموع اندازه‌های این دو عمود کدام است؟

- ۶ (۴)                       $4\sqrt{3}$  (۳)                       $2\sqrt{3}$  (۲)                       $\sqrt{3}$  (۱)

۱۷) اگر مساحت یک چهارضلعی شبکه‌ای برابر  $4/5$  و تعداد نقاط درونی آن برابر ۳ باشد، تعداد نقاط مرزی آن کدام است؟

- ۷ (۴)                      ۶ (۳)                      ۵ (۲)                      ۴ (۱)

۱۸) فرمول محاسبه‌ی مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای به فرمول . . . . . معروف است و از آن برای تعیین مساحت اشکال . . . . . نیز به طور . . . . . استفاده می‌شود.

(۱) شبکه‌ای - منظم هندسی - دقیق (۲) پیک - منظم هندسی - تقریبی

(۳) شبکه‌ای - نامنظم هندسی - تقریبی (۴) پیک - نامنظم هندسی - تقریبی

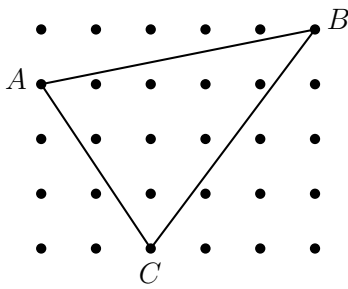
۱۹) یک مستطیل شبکه‌ای که اندازه‌ی ضلع‌های آن به ترتیب ۵ و ۴ واحد هستند، مفروض است. اگر تعداد نقاط مرزی این مستطیل برابر ۱۸ باشد، تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

۱۲ ( ۴ )

۱۱ ( ۳ )

۱۰ ( ۲ )

۹ ( ۱ )



۲۰) در شکل روبه‌رو، طول ارتفاع نظیر ضلع متوسط مثلث کدام است؟

$\frac{17}{5}$  ( ۴ )

$\frac{17}{\sqrt{20}}$  ( ۳ )

$\frac{17}{\sqrt{13}}$  ( ۲ )

$\frac{14}{15}$  ( ۱ )

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۴	۲	۲	۱	۲	۳	۱	۴	۴	۳	۴	۳	۳	۲	۲	۴	۱	۴

# ۱۴.۵ خودآزمایی شماره ۱۴ (مساحت و کاربردهای آن)

تعداد سؤال: ۲۰

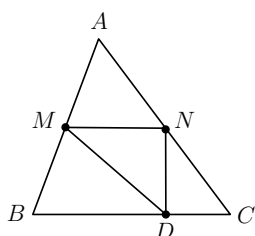
وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

(۱) در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر  $BH = 2$  و  $CH = 18$  باشد، آنگاه مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- ۴۵ (۴)                      ۳۰ (۳)                      ۶۰ (۲)                      ۸۰ (۱)

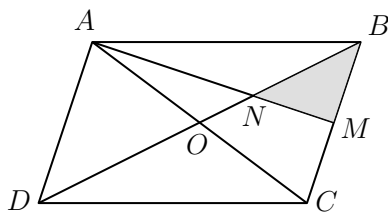
(۲) در یک مثلث قائم‌الزاویه از وسط وتر عمودی بر ضلع قائم فرود می‌آوریم تا مثلث جدیدی حاصل شود، مساحت مثلث اصلی چند برابر مساحت مثلث جدید است؟

- ۳ (۴)                      ۴ (۳)                      ۵ (۲)                      ۶ (۱)



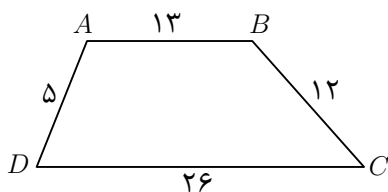
(۳) در مثلث  $ABC$ ،  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط‌های  $AB$  و  $AC$  می‌باشند و  $\frac{DC}{BD} = \frac{1}{2}$  است. اگر مساحت مثلث  $BMD$ ، برابر ۱۶ باشد، مساحت مثلث  $MDN$  کدام است؟

- ۱۵ (۴)                      ۱۰ (۳)                      ۸ (۲)                      ۱۲ (۱)



(۴) در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ،  $M$  وسط ضلع  $BC$  است و پاره‌خط  $AM$  را  $BD$  قطع کرده است. نسبت مساحت مثلث رنگ شده به مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- $\frac{1}{16}$  (۴)                       $\frac{1}{8}$  (۳)                       $\frac{1}{12}$  (۲)                       $\frac{1}{6}$  (۱)

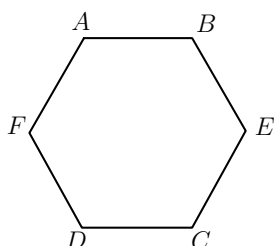


(۵) در شکل روبه‌رو، مساحت ذوزنقه‌ی  $ABCD$  کدام است؟

- ۱۰۵ (۴)                      ۹۰ (۳)                      ۷۵ (۲)                      ۶۰ (۱)

(۶) مساحت مثلث  $ABC$  که در آن  $BC = 6$  و  $AC = 2$  و طول میانه‌ی  $CM$  برابر  $\sqrt{10}$  است، کدام است؟

- $2\sqrt{6}$  (۴)                      ۶ (۳)                       $\sqrt{60}$  (۲)                       $\sqrt{10}$  (۱)



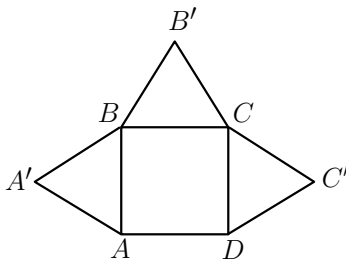
(۷) در شش‌ضلعی منتظم به ضلع ۲ مساحت چهارضلعی  $ABCD$  کدام است؟ آزاد ۸۴

- $4\sqrt{3}$  (۴)                       $\sqrt{3}$  (۳)                       $2\sqrt{3}$  (۲)                       $1 + 2\sqrt{3}$  (۱)



۸) روی سه ضلع مربعی مثلث‌های متساوی‌الاضلاع می‌سازیم. مساحت مثلث  $A'B'C'$  چند برابر مساحت مربع است؟

آزاد ۸۴

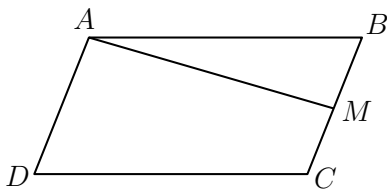


- (۱)  $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $2 + \sqrt{3}$  (۳)  $4 + 2\sqrt{3}$  (۴)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

۹) اگر در مثلثی سه میانه رسم شود در داخل مثلث شش مثلث به وجود می‌آید، در مورد این شش مثلث کدام گزینه صحیح است؟

آزاد ۷۲

- (۱) متساوی‌اند. (۲) متشابه‌اند. (۳) هم‌مساحت‌اند. (۴) هیچ‌کدام



۱۰) متناوبی‌الاضلاع ABCD با مساحت ۲۴ واحد مربع و نقطه‌ی M وسط ضلع BC مفروض‌اند. مساحت چهارضلعی AMCD کدام است؟

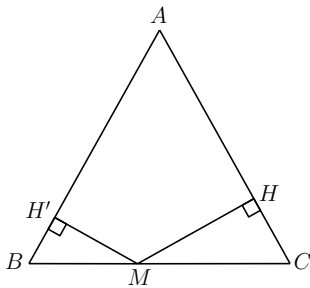
- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

۱۱) نقطه‌ی O داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۴ طوری قرار دارد که از سه ضلع این مثلث به یک فاصله است. حاصل  $OA + OB + OC$  کدام است؟

- (۱)  $6\sqrt{3}$  (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

۱۲) در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸، فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی سه میانه از بزرگترین ضلع چقدر است؟

- (۱)  $1/6$  (۲) ۲ (۳)  $2/2$  (۴)  $1/8$



۱۳) با توجه به شکل مقابل، اگر مساحت مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC = 6$ ) برابر ۱۵ و  $MH = 2MH'$  باشد، آنگاه طول  $MH$  کدام است؟

- (۱)  $5/3$  (۲)  $2/5$  (۳)  $1/3$  (۴) ۵

۱۴) اگر مساحت یک مثلث متساوی‌الاضلاع ۶ برابر اندازه‌ی یک ضلع آن باشد، مجموع فاصله‌های نقطه‌ای دلخواه روی یکی از اضلاع مثلث از دو ضلع دیگر آن کدام است؟

- (۱)  $8\sqrt{3}$  (۲) ۹ (۳)  $6\sqrt{3}$  (۴) ۱۲

۱۵) مساحت یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر  $\sqrt{3}$  است. مجموع فاصله‌های نقطه‌ی دلخواهی درون این مثلث از اضلاع مثلث، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{3}$  (۴) ۴

۱۶) مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۸ است. حداکثر مساحت این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۵ (۲)  $5/5$  (۳) ۶ (۴)  $4/5$

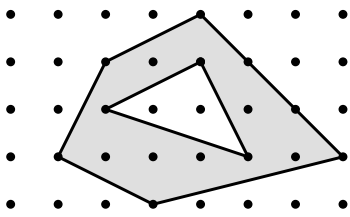
۱۷) در یک مستطیل شبکه‌ای افقی یا عمودی، اگر تعداد نقاط درونی برابر ۷ باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

۱۲ ( ۴ )

۱۴ ( ۳ )

۱۶ ( ۲ )

۱۸ ( ۱ )



۱۸) در شکل روبه‌رو، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

۱۱ ( ۴ )

۱۲ ( ۳ )

$\frac{21}{3}$  ( ۲ )

$\frac{27}{4}$  ( ۱ )

۱۹) مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای  $\frac{17}{3}$  واحد مربع است. حداکثر تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای، کدام است؟

۹ ( ۴ )

۱۰ ( ۳ )

۷ ( ۲ )

۸ ( ۱ )

۲۰) مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطه‌ای حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

$\frac{4}{5}$  ( ۴ )

$\frac{3}{5}$  ( ۳ )

$\frac{2}{5}$  ( ۲ )

$\frac{1}{5}$  ( ۱ )

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۲	۲	۳	۴	۳	۱	۳	۲	۳	۱	۴	۳	۳	۲	۱	۳	۲

# ۱۵.۵ خودآزمایی شماره ۱۵ (خط، نقطه و صفحه)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) دو خط  $l_1$  و  $l_2$  در فضا موازی اند. اگر خط  $\Delta$  خط  $l_1$  را قطع کند، وضعیت  $\Delta$  و  $l_2$  چگونه است؟

- (۱) متقاطع (۲) موازی (۳) غیر موازی (۴) متناظر

(۲) بر هر نقطه . . . . . خط موازی خطی مفروض مرور می کند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی شمار

(۳) از نقطه‌ی  $A$  خارج خط  $d$  چند صفحه به موازات خط  $d$  رسم می شود؟

- (۱) یک صفحه (۲) بی شمار صفحه (۳) هیچ صفحه (۴) حداکثر ۲ صفحه

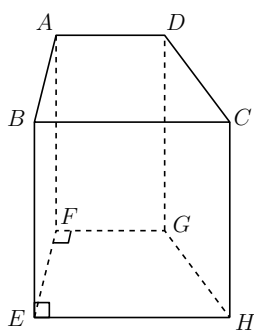
(۴) از یک نقطه چند صفحه می توان موازی دو خط متناظر رسم کرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴) بی شمار

(۵) اگر صفحه‌ی  $P$  بر دو خط  $d$  و  $AB$  عمود باشد، آنگاه کدام درست است؟

- (۱)  $d$  و  $AB$  متقاطع اند. (۲)  $d$  عمود منصف  $AB$  است.

- (۳)  $d$  و  $AB$  بر هم عمودند. (۴)  $d$  موازی  $AB$  است.



(۶) شکل روبرو یک منشور قائم با قاعده‌ی دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه را نمایش می دهد. در این منشور، صفحه‌ی  $ABCD$  بر . . . . . صفحه عمود و خط  $GH$  با . . . . . متناظر است؟

- (۱) سه - چهار (۲) چهار - چهار (۳) سه - پنج (۴) چهار - پنج

(۷) اگر خط  $D$  فصل مشترک دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  باشد، آنگاه کدام گزینه نا درست است؟

- (۱) هر صفحه که بر دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  عمود باشد، بر خط  $D$  عمود است.  
 (۲) هر خط که با دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  موازی باشد، با خط  $D$  موازی است.  
 (۳) هر صفحه که بر خط  $D$  عمود باشد، بر دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  عمود است.  
 (۴) هر خط که بر خط  $D$  عمود باشد، بر دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  عمود است.

(۸) بر نقطه‌ی  $A$  واقع در خارج صفحه‌ی  $P$  چند صفحه موازی آن می توان رسم کرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی شمار

۹) خط  $D$  و دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  غیرواقع بر آن و به فاصله‌های یکسان از  $D$  در صفحه‌ای مفروض‌اند. چند صفحه می‌توان رسم کرد که از خط  $D$  گذشته و نقاط  $A$  و  $B$  از آن به یک فاصله باشند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۱۰) نقطه‌ی  $A$  و خط  $d$  مفروض‌اند. حداکثر چند صفحه می‌توان رسم کرد که از نقطه‌ی  $A$  گذشته و به فاصله‌ی  $a$  از خط  $d$  باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۱۱) اگر تصاویر دو خط متناظر بر صفحه‌ای که موازی عمود مشترک آنها است خطوط  $d$  و  $d'$  باشند، آنگاه  $d$  و  $d'$  نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۱) بر هم عمودند. (۲) بر هم منطبق‌اند. (۳) متقاطع‌اند. (۴) موازی‌اند.

۱۲) بر خط مفروضی حداکثر چند صفحه می‌توان مرور داد که بر کره مفروضی مماس باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۱۳) از نقطه‌ی  $A$  چند صفحه می‌توان به موازات دو خط متناظر  $d$  و  $d'$  رسم کرد؟

(۱) یک صفحه (۲) حداکثر دو صفحه (۳) هیچ صفحه (۴) بی‌شمار صفحه

۱۴) دو پاره‌خط متناظر  $AB$  و  $CD$  در فضا مفروض‌اند. بر خط  $CD$  چند صفحه می‌گذرد که از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد؟

(۱) هیچ (۲) دقیقاً یک (۳) حداکثر یک (۴) بی‌شمار

۱۵) دو صفحه‌ی متقاطع  $P$  و  $Q$  بر هم عمودند و فصل مشترک آنها خط  $d$  است. گزینه‌ی نادرست، کدام است؟

(۱) هر صفحه‌ی موازی با  $P$ ، بر صفحه‌ی  $Q$  عمود است.

(۲) هر صفحه‌ی عمود بر  $P$ ، با صفحه‌ی  $Q$  موازی است.

(۳) هر صفحه‌ی عمود بر خط  $d$ ، بر دو صفحه‌ی  $P$  و  $Q$  عمود است.

(۴) صفحه‌ی گذرنده از خط  $d$  و عمود بر  $P$ ، بر صفحه‌ی  $Q$  منطبق است.

۱۶) خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  مفروض‌اند. هرگاه  $Q$  صفحه‌ای شامل خط  $d$  باشد که بر صفحه‌ی  $P$  عمود است، در این صورت بسته به وضعیت خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$ ، کدام گزینه تعداد صفحات  $Q$  را نشان می‌دهد؟

(۱) صفر یا ۱ (۲) صفر یا ۱ یا بی‌شمار (۳) ۱ یا بی‌شمار (۴) صفر یا ۱ یا ۲

۱۷) برای اینکه خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، کافی است که

(۱) بر دو خط متقاطع از آن صفحه عمود باشد.

(۲) بر دو خط موازی از آن صفحه عمود باشد.

(۳) بر بی‌شمار خط از آن صفحه عمود باشد.

(۴) بر یک خط از آن صفحه عمود باشد.

۱۸) از هر نقطه در فضا چند خط می‌توان بر خط مفروضی عمود رسم کرد؟

۴) بی‌شمار

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۱۹) کدام عبارت صحیح نیست؟

- ۱) در فضا، دو خط که هیچ نقطه‌ی اشتراکی نداشته باشند، دو خط موازی نامیده می‌شوند.  
 ۲) یک خط و یک صفحه را که فقط یک نقطه‌ی اشتراک داشته باشند، متقاطع می‌نامیم.  
 ۳) دو صفحه را موازی گویند اگر نقطه‌ی مشترکی نداشته باشند.  
 ۴) دو صفحه را عمود بر هم می‌نامند، هرگاه خطی در یکی از دو صفحه وجود داشته باشد که بر صفحه‌ی دیگر عمود باشد.

۲۰) کدام یک از گزینه‌های زیر در فضا جواب منحصر به فرد دارد؟

- ۱) تعداد خطوطی که از نقطه‌ای خارج از یک صفحه می‌توان موازی آن صفحه رسم کرد.  
 ۲) خط  $L$  بر صفحه‌ی  $P$  عمود است، تعداد صفحات شامل خط  $L$  و عمود بر صفحه‌ی  $P$   
 ۳) تعداد صفحاتی که از نقطه‌ای خارج خط مفروض  $L$  می‌توان بر آن عمود کرد.  
 ۴) دو خط  $L_1$  و  $L_2$  موازی‌اند، تعداد صفحات شامل  $L_1$  که با  $L_2$  موازی‌اند.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۴	۱	۳	۲	۲	۱	۲	۴	۲	۴	۱	۴	۴	۴	۱	۲	۱	۳

## ۱۶.۵ خودآزمایی شماره ۱۶ (خط، نقطه و صفحه)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) دو خط متنافر  $L$  و  $L'$  و نقطه‌ی  $A$  خارج آن دو، مفروض است. چند خط مانند  $\Delta$  می‌توان رسم کرد به طوری که از نقطه‌ی  $A$  بگذرد و هر دو خط  $L$  و  $L'$  را قطع کند؟

(۱) هیچ‌گاه چنین خطی نمی‌توان رسم کرد. (۲) حداکثر یک خط (۳) حداقل یک خط (۴) بی‌شمار

(۲) خط  $d$  با صفحه‌ی  $P$  موازی است، بر خط  $d$  چند صفحه موازی با صفحه‌ی  $P$  می‌توان رسم کرد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

(۳) اگر دو خط متمایز از نقطه‌ی مفروض  $O$  گذشته و با خط مفروض  $d$  متقاطع و با صفحه‌ی  $p$  موازی باشند، وضع خط  $d$  و صفحه‌ی  $p$  چگونه است؟

(۱)  $d \parallel p$  (۲)  $d \in p$  (۳)  $d \perp p$  (۴)  $d \cap p \neq \emptyset$

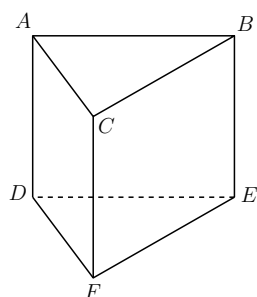
(۴) بر نقطه‌ی  $A$  خارج صفحه‌ی  $P$  چند خط موازی آن صفحه می‌توان رسم کرد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

(۵) صفحه‌ی  $P$  و خط  $d$  واقع بر آن و خط  $\delta$  موازی صفحه‌ی  $P$  است، اگر فقط یک پاره‌خط مثکی بر دو خط  $d$  و  $\delta$  و عمود بر آن دو موجود باشد، وضع آن دو خط نسبت به هم چگونه است؟

سراسری ریاضی ۸۳

(۱) موازی (۲) متقاطع (۳) متنافر (۴) عمود بر هم‌اند.



(۶) با توجه به منشور روبه‌رو، چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- خط  $AB$  با خط  $DF$  متنافر است.
- خط  $BC$  و خط  $DF$  متقاطع‌اند.
- صفحه‌ی  $ADFC$  با صفحه‌ی  $ABED$  متقاطع است.
- خط  $DE$  با خط  $BC$  متنافر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۷) اگر دو صفحه‌ی متمایز  $P$  و  $P'$  در یک نقطه مانند  $A$  مشترک باشند آنگاه این دو صفحه در . . . . . مشترک‌اند.

(۱) یک خط (۲) دو خط (۳) سه خط (۴) بی‌شمار خط

(۸) دو خط  $d$  و  $d'$  با خط  $l$  از صفحه‌ی  $P$  موازی‌اند، صفحه‌ی  $P'$  را از دو خط  $d$  و  $d'$  می‌گذرانیم در این صورت دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  نسبت به هم چگونه‌اند؟

(۱) موازی‌اند. (۲) متقاطع‌اند. (۳) بر هم عمودند. (۴) ۱ یا ۲

(۹) مجموعه‌ی نقاطی از فضا به فاصله‌ی  $k$  از خط  $d$  کدام است؟

(۱) دو خط (۲) یک صفحه (۳) دو صفحه (۴) سطح استوانه‌ای



۲۰) دو صفحه‌ی متقاطع  $P$  و  $P'$  بر صفحه‌ی سوم عموداند، فصل مشترک آن دو صفحه‌ی  $P$  و  $P'$  با خط عمود بر صفحه‌ی سوم کدام وضع را دارد؟

۴) نامشخص

۳) موازی

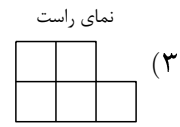
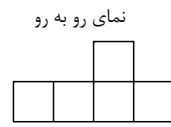
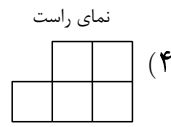
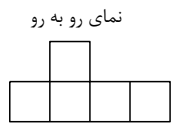
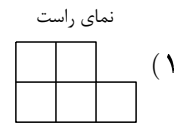
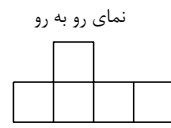
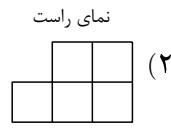
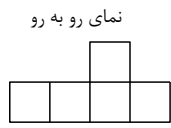
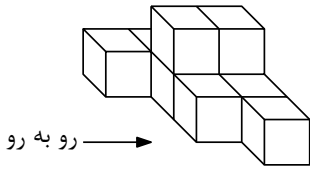
۲) متناظر

۱) عمود

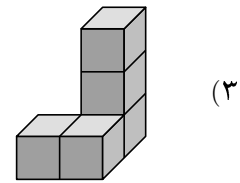
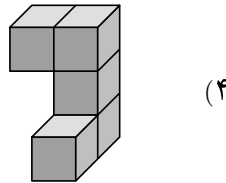
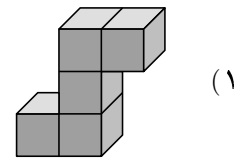
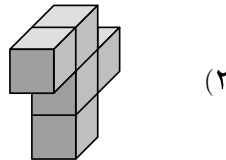
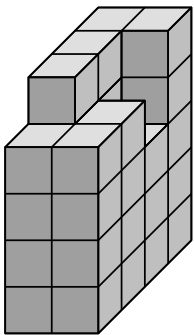
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۴	۱	۱	۱	۳	۲	۱	۴	۱	۴	۴	۱	۱	۳	۴	۱	۱	۲



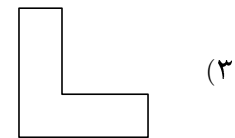
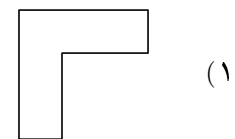
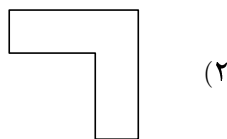
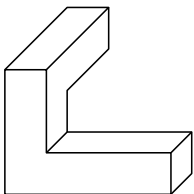
۱) در مورد سازه‌ی زیر که از مکعب‌های واحد تشکیل شده است، کدام مورد صحیح است؟



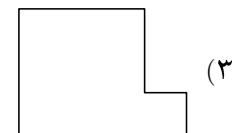
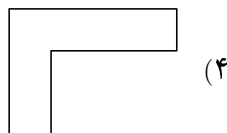
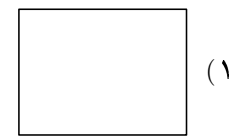
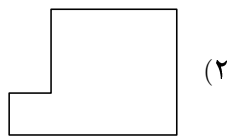
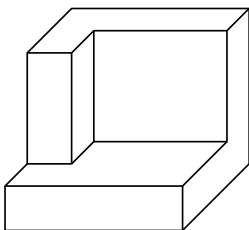
۲) کدام قطعه، شکل مقابل را به یک مکعب مستطیل کامل تبدیل می‌کند؟



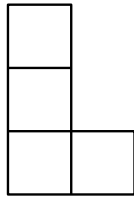
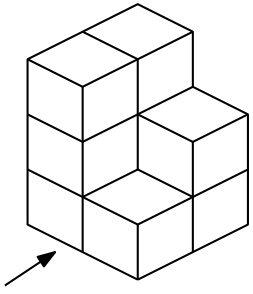
۳) کدام یک از گزینه‌های زیر مربوط به هیچ یک از نماهای شکل مقابل نیست؟



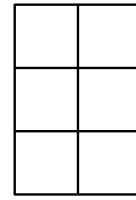
۴) کدام یک از تصاویر زیر مربوط به هیچ یک از نماهای شکل مقابل نیست؟



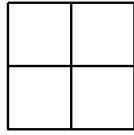
(۵) نمای چپ شکل مقابل، کدام است؟



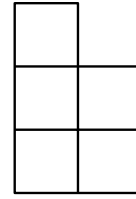
(۲)



(۱)

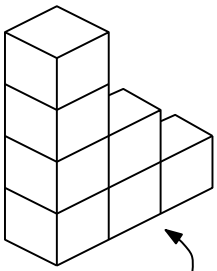


(۴)



(۳)

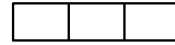
(۶) نمای بالای شکل مقابل، کدام است؟



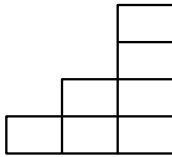
نمای رو به رو



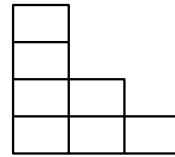
(۲)



(۱)

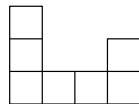


(۴)



(۳)

شود؟



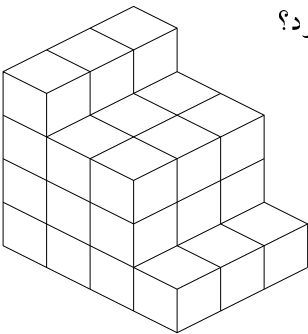
(۷) حداقل و حداکثر چند مکعب از شکل مقابل برداریم تا نمای بالا به صورت

(۲) ۲۶ - ۱۳

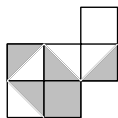
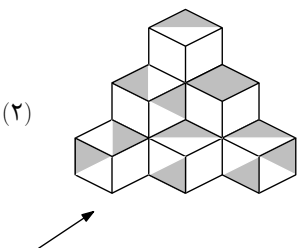
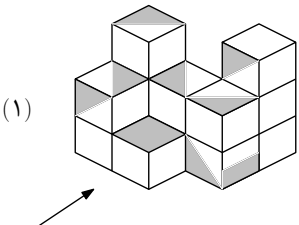
(۱) ۲۴ - ۱۳

(۴) ۲۶ - ۱۲

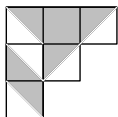
(۳) ۲۴ - ۱۲



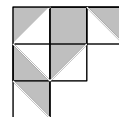
(۸) نمایی از سازه‌ی (۱) در مقابل آن رسم شده است. نمای سازه‌ی (۲) از همان جهت کدام است؟



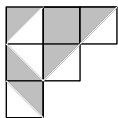
(۲)



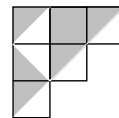
(۴)



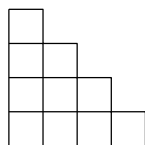
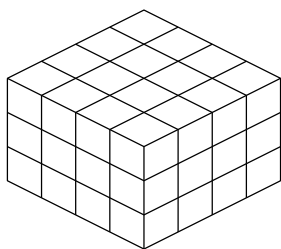
(۱)



(۳)



۹) از مکعب مستطیل مفروض می‌خواهیم تعدادی مکعب کوچک حذف کنیم تا نمای بالای آن به صورت شکل مقابل در آید. اگر حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که لازم است حذف شوند به ترتیب برابر  $m$  و  $M$  باشند، حاصل  $M - m$  کدام است؟



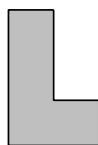
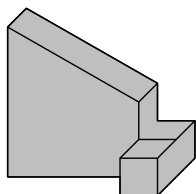
۳۸ (۲)

۱۲ (۱)

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

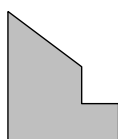
۱۰) در تصویر شکل زیر، در نماهای بالا، روبه‌رو و سمت چپ، کدام گزینه دیده نمی‌شود؟



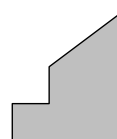
(۲)



(۱)

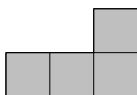
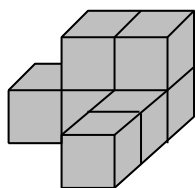


(۴)

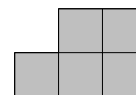


(۳)

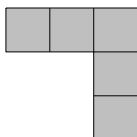
۱۱) نمای راست شکل زیر، کدام است؟



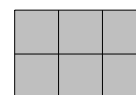
(۲)



(۱)

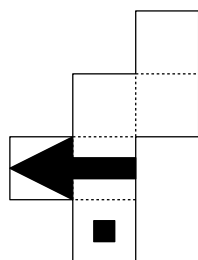
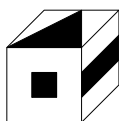


(۴)

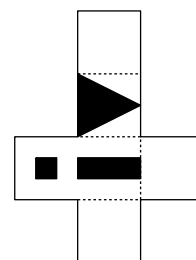


(۳)

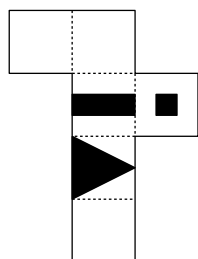
۱۲) کدام گزینه گسترده‌ی مکعب را درست نشان می‌دهد؟



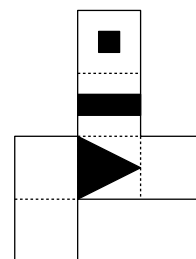
(۲)



(۱)

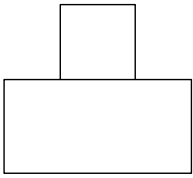


(۴)



(۳)

۱۳) دو مکعب مستطیل با ابعاد مختلف در اختیار داریم که روی هم قرار داده‌ایم. نمای زیر مربوط به کدام جهت از جسم نیست؟



- (۱) روبه‌رو  
(۲) راست  
(۳) چپ  
(۴) بالا

۱۴) ۶۴ مکعب کوچک را کنار هم قرار می‌دهیم تا یک مکعب بزرگ ایجاد شود. اگر تمامی وجه‌های این مکعب بزرگ را رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی‌شود؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲۷  
(۳) ۸  
(۴) ۴۰

۱۵) صفحه‌ی  $P$  کره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع ۵ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $O$  از صفحه‌ی  $P$  برابر ۳ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع کدام است؟

- (۱)  $25\pi$   
(۲)  $9\pi$   
(۳)  $16\pi$   
(۴)  $64\pi$

۱۶) صفحه‌ی  $P$  کره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع ۱۳ واحد را قطع کرده است. اگر مساحت سطح مقطع حاصل  $144\pi$  واحد مربع باشد، فاصله‌ی  $O$  از صفحه‌ی  $P$  چقدر است؟

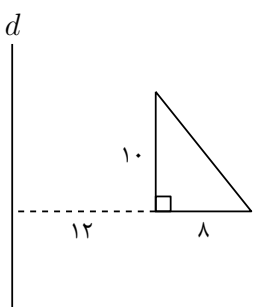
- (۱) ۲۵  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۵  
(۴) ۵

۱۷) مساحت سطح مقطع یک استوانه‌ی قائم با صفحه‌ای که از محور آن می‌گذرد با مساحت سطح مقطع آن با صفحه‌ای که عمود بر ارتفاع، آن را قطع می‌کند، برابر است. نسبت مساحت جانبی به مساحت کل استوانه کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{\pi+1}$   
(۲)  $\frac{\pi}{\pi+2}$   
(۳)  $\frac{\pi}{4}$   
(۴)  $\frac{2}{\pi}$

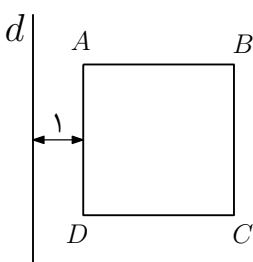
۱۸) سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک مخروط، کدام یک از شکل‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) بیضی  
(۲) دایره  
(۳) سهمی  
(۴) مستطیل



۱۹) حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ی مقابل حول محور  $d$  چقدر است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۶۴۰  
(۲) ۱۹۲۰  
(۳) ۳۵۲۰  
(۴) ۵۶۸۰



۲۰) در شکل مقابل، مربع  $ABCD$  را حول خط  $d$  دوران می‌دهیم. اگر مساحت سطح مقطع صفحه‌ی گذرا بر خط  $d$  با شکل حاصل برابر ۱۸ باشد، آنگاه مساحت سطح مقطع صفحه‌ی عمود بر خط  $d$  با شکل حاصل کدام است؟ (این صفحه از شکل حاصل می‌گذرد.)

- (۱)  $8\pi$   
(۲)  $9\pi$   
(۳)  $15\pi$   
(۴)  $16\pi$

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	2	4	2	4	2	2	2	1	2	2	2	4	2	1	1	4	4	4	4

## فصل ۶

# سوالات کنکورهای اخیر

۱.۶ سوالات کنکور ۹۸

۱.۱.۶ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)                       $\frac{1}{3}$  (۲)                       $\frac{2}{5}$  (۳)                       $\frac{3}{5}$  (۴)

(۲) در مثلث  $ABC$  نقطه‌ی  $M$  وسط  $BC$  است. نیمسازهای دو زاویه‌ی  $AMB$  و  $AMC$  دو ضلع مثلث را در  $P$  و  $Q$  قطع می‌کنند. نقطه‌ی  $O$  محل تلاقی  $AM$  و  $PQ$  است.  $OM$  برابر کدام است؟

- $\frac{1}{4} BC$  (۱)                       $AQ$  (۲)                       $OA$  (۳)                       $OP$  (۴)

(۳) در چهارضلعی  $ABCD$ ، وسط دو ضلع غیر مجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

(۱) دو ضلع غیر مجاور دیگر، برابرند.                      (۲) دو قطر عمود بر هم‌اند.

(۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.                      (۴) دو ضلع غیر مجاور، موازی‌اند.

(۴) نقطه‌ی  $A$  و خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه‌ی  $A$ ، موازی خط  $d$  و عمود بر صفحه  $P$ ، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

- $d \cap P = d$  (۱)                       $d \cap P \neq \emptyset$  (۲)                       $d \parallel P$  (۳)                       $d \perp P$  (۴)

(۵) در یک مکعب، صفحه‌ی گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)                       $\frac{1}{3}$  (۲)                       $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۳)                       $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۴)

## ۲.۱.۶ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۶) در مثلث  $ABC$  داریم  $AB = AC = ۱۷$  و  $BC = ۱۶$ ، دایره‌ای به مرکز  $B$  و شعاع  $۲۵$  واحد، خطی را که از رأس  $A$  موازی  $BC$  رسم می‌شود، در نقطه‌ی  $D$  قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی  $C$  از خط  $BD$ ، کدام است؟

- (۱)  $۷/۲$  (۲)  $۸/۴$  (۳)  $۹/۶$  (۴)  $۱۰/۲$

۷) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ، زاویه‌ی  $A = ۹۰^\circ$  و اندازه‌ی اضلاع قائم  $۳$  و  $۴$  واحداست. ارتفاع  $AH$  و نیمساز  $AD$  رسم شده است. اندازه‌ی  $DH$ ، کدام است؟

- (۱)  $۸/۳۵$  (۲)  $۹/۳۵$  (۳)  $۱۲/۳۵$  (۴)  $۱۶/۳۵$

۸) در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، از برخورد نیمسازهای داخلی آن، دقیقاً کدام چهارضلعی، حاصل می‌شود؟

- (۱) محاطی و محیطی (۲) فقط محاطی (۳) فقط محیطی (۴) نه محاطی و نه محیطی

۹) خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  و نقطه‌ی  $A$  در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه‌ی  $A$ ، موازی صفحه‌ی  $P$  و متقاطع با خط  $d$ ، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟

- (۱) الزاماً عمود (۲) منطبق (۳) موازی (۴) متقاطع

۱۰) در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{۲}$  (۲)  $\frac{\sqrt{6}}{۲}$  (۳)  $\frac{۳}{۲}$  (۴)  $\sqrt{۲}$

## ۳.۱.۶ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

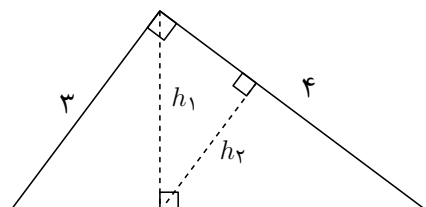
۱۱) در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های  $۱$  و  $۲$  تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه، کدام است؟

- (۱)  $\frac{۱}{۶}$  (۲)  $\frac{۱}{۵}$  (۳)  $\frac{۱}{۴}$  (۴)  $\frac{۲}{۵}$

۱۲) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ، اضلاع قائم  $AB = ۳\sqrt{5}$  و  $AC = ۶$  ارتفاع  $AH$  و میانه  $AM$  رسم شده است. مساحت مثلث  $ABC$ ، چند برابر مساحت مثلث  $AMH$ ، است؟

- (۱)  $۱۰$  (۲)  $۱۲$  (۳)  $۱۵$  (۴)  $۱۸$

۱۳) در شکل زیر،  $h_1$  و  $h_2$  ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت  $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{۳}{۵}$  (۲)  $\frac{۴}{۵}$  (۳)  $\frac{۲}{۳}$  (۴)  $\frac{۳}{۴}$

۴.۱.۶ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

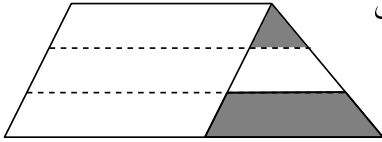
۱۴) در مثلث  $ABC$ ، اضلاع  $AB = 4$  و  $AC = 6$  و  $BC = 7$  است. از رأس  $C$  خطی موازی میانه  $AM$  رسم شده و امتداد  $BA$  را در نقطه‌ی  $D$  قطع کرده است. اندازه‌ی  $BD$ ، کدام است؟

۹ (۴)

۸/۵ (۳)

۸ (۲)

۷/۵ (۱)



۱۵) یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده، کدام است؟

$\frac{1}{5}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{2}{9}$  (۳)

۱۶) در مستطیل  $ABCD$  به طول  $AB = 17$ ، از نقطه‌ی  $A$  عمود  $AH$  بر قطر  $BD$  رسم شده است. اگر  $BH = 15$  باشد، طول قطر مستطیل از عد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{7}{15}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{4}{15}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
			۱	۲	۲	۲	۲	۴	۲	۱	۴	۱	۳	۳	۲	۴	۱	۴	۲

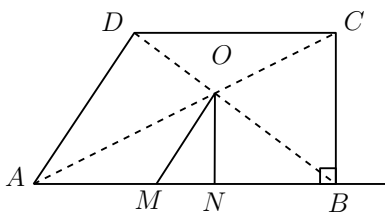


۱.۲.۶ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) پاره خط  $AB$  به اندازه ۸ واحد در صفحه‌ی مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز  $A$  و  $B$  و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

- (۱) لوزی (۲) متوازی‌الاضلاع (۳) مستطیل (۴) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

(۲) مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی  $ABCD$  ( $\hat{B} = 90^\circ$ )، پاره‌خط‌های  $OM$  و  $ON$  به ترتیب موازی با  $AD$  و  $BC$  رسم شده‌اند. نسبت  $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

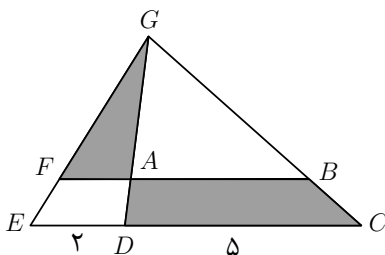


- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) کوچک‌تر از ۱  
(۴) بزرگ‌تر از ۱ و کوچک‌تر از ۲

(۳) اندازه‌ی قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه‌ی پاره‌خط، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲)  $\sqrt{53}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{57}$

(۴) در شکل زیر،  $DG = 3DA$  و اندازه‌ی پاره‌خط‌های  $DE$  و  $DC$ ، به ترتیب ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث  $AFG$ ، چند درصد مساحت دوزنقه‌ی  $ABCD$  است؟



- (۱) ۴۰  
(۲) ۳۶  
(۳) ۳۲  
(۴) ۲۴

(۵) حجم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  با ضلع‌های قائم  $AB$  و  $AC$ ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و  $2\sqrt{6}$  واحد، حول خط گذرا از رأس  $C$  و موازی ضلع  $AB$ ، کدام است؟

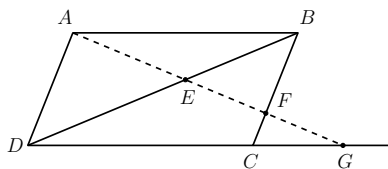
- (۱)  $60\pi$  (۲)  $70\pi$  (۳)  $75\pi$  (۴)  $80\pi$

۲.۲.۶ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۶) چند نقطه‌ی متمایز برای رأس  $C$  در مثلث  $ABC$  واقع در صفحه‌ی مختصات، می‌توان یافت که فاصله‌ی رأس  $C$  از نقطه‌ی  $A$  و پاره‌خط  $AB$ ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

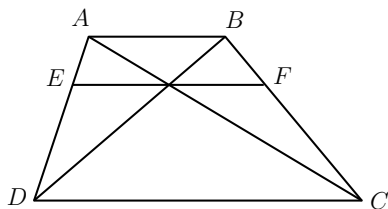
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷) در شکل زیر، چهارضلعی  $ABCD$  متوازی الاضلاع است. مقدار  $EF \times EG$  کدام است؟



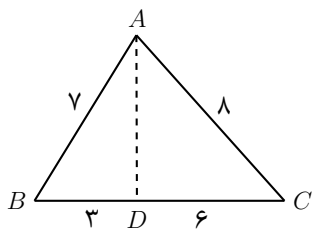
- (۱)  $EA^2$
- (۲)  $ED^2$
- (۳)  $EB \times ED$
- (۴)  $FB \times FC$

۸) در شکل زیر،  $AB \parallel EF \parallel DC$  و اندازه‌ی پاره‌خط‌های  $AB$  و  $DC$ ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه‌ی پاره‌خط  $EF$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{45}{7}$
- (۲)  $\frac{45}{6}$
- (۳)  $3\sqrt{5}$
- (۴) ۷

۹) در شکل زیر، مساحت دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، چند برابر مساحت مثلث  $EAB$  است؟



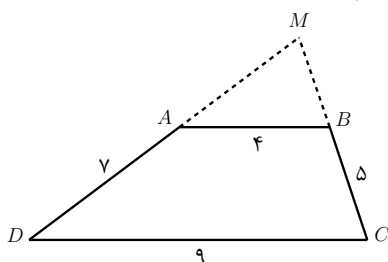
- (۱)  $\frac{9}{4}$
- (۲)  $\frac{16}{9}$
- (۳)  $\frac{25}{16}$
- (۴)  $\frac{36}{25}$

۱۰) دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{24}\pi$
- (۲)  $\frac{4}{41}\pi$
- (۳)  $\frac{4}{8}\pi$
- (۴)  $\frac{5}{76}\pi$

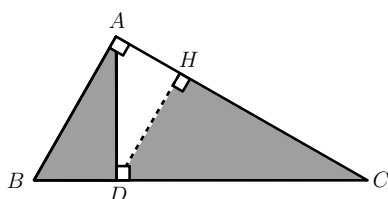
### ۳.۲.۶ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

۱۱) اندازه‌ی اضلاع دوزنقه‌ی  $ABCD$  مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث  $MAB$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{13}{2}$
- (۲)  $\frac{13}{6}$
- (۳)  $\frac{14}{4}$
- (۴)  $\frac{14}{8}$

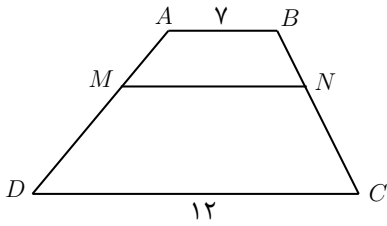
۱۲) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ، طول اضلاع قائم  $AB = \sqrt{3}$  و  $AC = 2$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABD$  و  $HCD$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{7}$
- (۲)  $\frac{4}{7}$
- (۳)  $\frac{16}{21}$
- (۴)  $\frac{8}{9}$

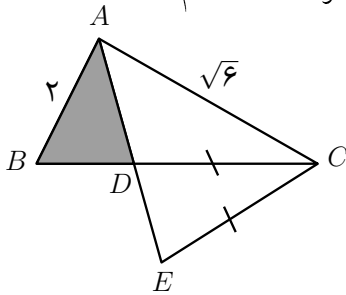
۴.۲.۶ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

(۱۳) در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، پاره‌خط  $MN$  موازی قاعده‌ها و  $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$  است. اندازه‌ی  $MN$ ، کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲)  $\frac{8}{75}$
- (۳) ۹
- (۴)  $\frac{9}{5}$

(۱۴) در شکل زیر،  $AD$  نیمساز زاویه‌ی  $A$  و  $CE = CD$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث  $ACE$  و  $ABD$ ، کدام است؟



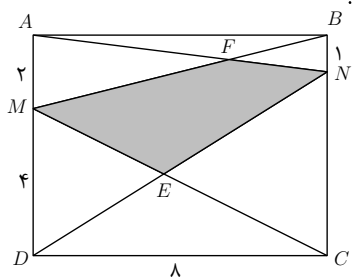
- (۱)  $\frac{1}{3}$
- (۲)  $\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{4}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
						۲	۳	۳	۲	۴	۲	۱	۱	۴	۴	۳	۲	۱	۳

۳.۶ سؤالات کنکور ۱۴۰۰

۱.۳.۶ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) مستطیل  $ABCD$  مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی  $MENF$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{104}{9}$   
 (۲) ۱۳  
 (۳)  $\frac{47}{3}$   
 (۴) ۱۶

(۲) در یک مثلث با زاویه  $138^\circ$ ، کوچکترین زاویه‌ی بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

- (۱) ۲۱  
 (۲)  $11/5$   
 (۳)  $34/5$   
 (۴) ۴۲

۲.۳.۶ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۳) رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد، به طوری که اضلاع آن بر یکدیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگتر به مساحت مثلث کوچکتر، کدام است؟

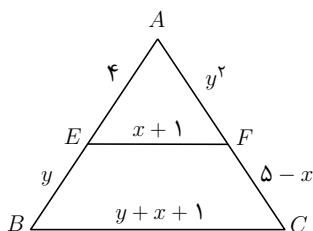
- (۱) ۳  
 (۲)  $2\sqrt{3}$   
 (۳)  $3/5$   
 (۴) ۴

(۴) مثلث  $ABC$  یک مثلث حاده‌الزاویه است. عمود منصف ضلع  $BC$  و نیمساز زاویه‌ی  $B$  در نقطه‌ی  $M$  در خارج مثلث متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $\hat{A} > \hat{B}$   
 (۲)  $\hat{B} < \hat{A}$   
 (۳)  $\hat{B} > 2\hat{C}$   
 (۴)  $\hat{B} < 2\hat{C}$

۳.۳.۶ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

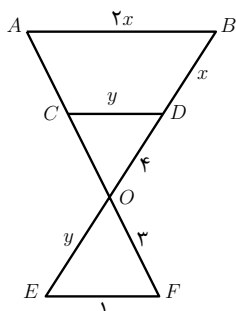
(۵) در شکل زیر  $EF$  موازی  $BC$  است. مقدار  $y - 2x$ ، کدام است؟



- (۱) -۴  
 (۲) -۲  
 (۳) ۲  
 (۴) ۴

۴.۳.۶ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

(۶) در شکل زیر  $AB$ ،  $CD$  و  $EF$  موازی‌اند. طول پاره‌خط  $AC$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{4}$   
 (۲)  $\frac{4}{3}$   
 (۳) ۲  
 (۴) ۳

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
														2	1	2	1	1	1

۴.۶ سؤالات کنکور ۱۴۰۱

۱.۴.۶ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

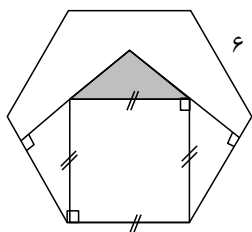
(۱) در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ، نقطه  $M$  وسط ساق  $AB$  و عمود منصف آن، ساق  $AC$  را در نقطه  $N$  قطع می کند. اگر  $\hat{NBC} = 54^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\hat{MNB}$  چند درجه است؟

- ۷۸ (۴)                      ۶۶ (۳)                      ۵۶ (۲)                      ۴۸ (۱)

(۲) در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{14}{4}$  سانتی متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی متر است؟

- ۸ (۴)                       $\frac{7}{2}$  (۳)                      ۶ (۲)                       $\frac{4}{8}$  (۱)

(۳) در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟



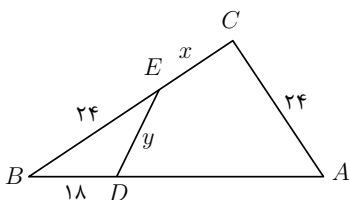
- $3\sqrt{3}$  (۱)  
 $2\sqrt{3}$  (۲)  
 ۳ (۳)  
 ۲ (۴)

۲.۴.۶ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۴) در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ،  $\hat{A} = 80^\circ$  و عمود منصف های دو ساق مثلث، قاعده  $BC$  را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع می کند. کوچک ترین زاویه مثلث  $AMN$  چند درجه است؟

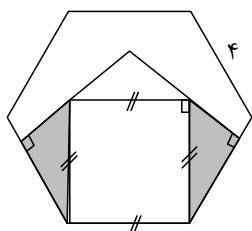
- ۳۰ (۴)                      ۲۵ (۳)                      ۲۰ (۲)                      ۱۵ (۱)

(۵) در شکل زیر،  $\hat{ECA} = \hat{BDE}$  و  $AB = 48$  است. مقدار  $\frac{x}{y}$  کدام است؟



- ۱ (۱)  
 $\frac{1}{2}$  (۲)  
 $\frac{2}{3}$  (۳)  
 ۲ (۴)

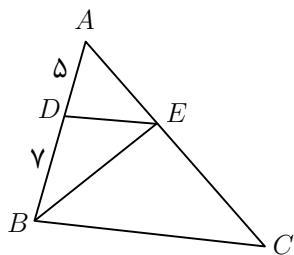
(۶) در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟



- $\sqrt{3}$  (۱)  
 $2\sqrt{3}$  (۲)  
 $3\sqrt{3}$  (۳)  
 $4\sqrt{3}$  (۴)

۳.۴.۶ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

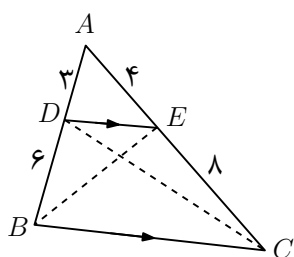
۷) در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC$  موازی ضلع  $DE$  است. مساحت مثلث  $BCE$ ، چند برابر مساحت مثلث  $BDE$  است؟



- ۱/۵ ( ۱ )
- ۱/۷ ( ۲ )
- ۲/۱ ( ۳ )
- ۲/۴ ( ۴ )

۴.۴.۶ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۸) در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث  $CDE$  به مساحت مثلث  $BDE$  کدام است؟



- $\frac{1}{2}$  ( ۱ )
- $\frac{2}{3}$  ( ۲ )
- $\frac{3}{4}$  ( ۳ )
- ۱ ( ۴ )

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
												۴	۴	۴	۱	۲	۱	۲	۳

فصل ۷

پاسخنامه



-୧୦.୧	-୨୭୧	-୨୨୧	୧-୨୮୧	୨-୨୯୧	୩-୩୦୧	୪-୩୧୧	୫-୩୨୧	୬-୩୩୧	୭-୩୪୧	୮-୩୫୧	୯-୩୬୧
-୧୦.୨	-୨୭୨	-୨୨୨	୨-୨୮୨	୩-୨୯୨	୪-୩୦୨	୫-୩୧୨	୬-୩୨୨	୭-୩୩୨	୮-୩୪୨	୯-୩୫୨	୧୦-୩୬୨
-୧୦.୩	-୨୭୩	-୨୨୩	୩-୨୮୩	୪-୨୯୩	୫-୩୦୩	୬-୩୧୩	୭-୩୨୩	୮-୩୩୩	୯-୩୪୩	୧୦-୩୫୩	୧୧-୩୬୩
-୧୦.୪	-୨୭୪	-୨୨୪	୪-୨୮୪	୫-୨୯୪	୬-୩୦୪	୭-୩୧୪	୮-୩୨୪	୯-୩୩୪	୧୦-୩୪୪	୧୧-୩୫୪	୧୨-୩୬୪
-୧୦.୫	-୨୭୫	-୨୨୫	୫-୨୮୫	୬-୨୯୫	୭-୩୦୫	୮-୩୧୫	୯-୩୨୫	୧୦-୩୩୫	୧୧-୩୪୫	୧୨-୩୫୫	୧୩-୩୬୫
-୧୦.୬	-୨୭୬	-୨୨୬	୬-୨୮୬	୭-୨୯୬	୮-୩୦୬	୯-୩୧୬	୧୦-୩୨୬	୧୧-୩୩୬	୧୨-୩୪୬	୧୩-୩୫୬	୧୪-୩୬୬
-୧୦.୭	-୨୭୭	-୨୨୭	୭-୨୮୭	୮-୨୯୭	୯-୩୦୭	୧୦-୩୧୭	୧୧-୩୨୭	୧୨-୩୩୭	୧୩-୩୪୭	୧୪-୩୫୭	୧୫-୩୬୭
-୧୦.୮	-୨୭୮	-୨୨୮	୮-୨୮୮	୯-୨୯୮	୧୦-୩୦୮	୧୧-୩୧୮	୧୨-୩୨୮	୧୩-୩୩୮	୧୪-୩୪୮	୧୫-୩୫୮	୧୬-୩୬୮
-୧୦.୯	-୨୭୯	-୨୨୯	୯-୨୮୯	୧୦-୨୯୯	୧୧-୩୦୯	୧୨-୩୧୯	୧୩-୩୨୯	୧୪-୩୩୯	୧୫-୩୪୯	୧୬-୩୫୯	୧୭-୩୬୯
-୧୧.୦	-୨୮୦	-୨୩୦	୧୦-୨୯୦	୧୧-୩୦୦	୧୨-୩୧୦	୧୩-୩୨୦	୧୪-୩୩୦	୧୫-୩୪୦	୧୬-୩୫୦	୧୭-୩୬୦	୧୮-୩୭୦
-୧୧.୧	-୨୮୧	-୨୩୧	୧୧-୨୯୧	୧୨-୩୦୧	୧୩-୩୧୧	୧୪-୩୨୧	୧୫-୩୩୧	୧୬-୩୪୧	୧୭-୩୫୧	୧୮-୩୬୧	୧୯-୩୭୧
-୧୧.୨	-୨୮୨	-୨୩୨	୧୨-୨୯୨	୧୩-୩୦୨	୧୪-୩୧୨	୧୫-୩୨୨	୧୬-୩୩୨	୧୭-୩୪୨	୧୮-୩୫୨	୧୯-୩୬୨	୨୦-୩୭୨
-୧୧.୩	-୨୮୩	-୨୩୩	୧୩-୨୯୩	୧୪-୩୦୩	୧୫-୩୧୩	୧୬-୩୨୩	୧୭-୩୩୩	୧୮-୩୪୩	୧୯-୩୫୩	୨୦-୩୬୩	୨୧-୩୭୩
-୧୧.୪	-୨୮୪	-୨୩୪	୧୪-୨୯୪	୧୫-୩୦୪	୧୬-୩୧୪	୧୭-୩୨୪	୧୮-୩୩୪	୧୯-୩୪୪	୨୦-୩୫୪	୨୧-୩୬୪	୨୨-୩୭୪
-୧୧.୫	-୨୮୫	-୨୩୫	୧୫-୨୯୫	୧୬-୩୦୫	୧୭-୩୧୫	୧୮-୩୨୫	୧୯-୩୩୫	୨୦-୩୪୫	୨୧-୩୫୫	୨୨-୩୬୫	୨୩-୩୭୫
-୧୧.୬	-୨୮୬	-୨୩୬	୧୬-୨୯୬	୧୭-୩୦୬	୧୮-୩୧୬	୧୯-୩୨୬	୨୦-୩୩୬	୨୧-୩୪୬	୨୨-୩୫୬	୨୩-୩୬୬	୨୪-୩୭୬
-୧୧.୭	-୨୮୭	-୨୩୭	୧୭-୨୯୭	୧୮-୩୦୭	୧୯-୩୧୭	୨୦-୩୨୭	୨୧-୩୩୭	୨୨-୩୪୭	୨୩-୩୫୭	୨୪-୩୬୭	୨୫-୩୭୭
-୧୧.୮	-୨୮୮	-୨୩୮	୧୮-୨୯୮	୧୯-୩୦୮	୨୦-୩୧୮	୨୧-୩୨୮	୨୨-୩୩୮	୨୩-୩୪୮	୨୪-୩୫୮	୨୫-୩୬୮	୨୬-୩୭୮
-୧୧.୯	-୨୮୯	-୨୩୯	୧୯-୨୯୯	୨୦-୩୦୯	୨୧-୩୧୯	୨୨-୩୨୯	୨୩-୩୩୯	୨୪-୩୪୯	୨୫-୩୫୯	୨୬-୩୬୯	୨୭-୩୭୯
-୧୨.୦	-୨୯୦	-୨୪୦	୨୦-୨୯୦	୨୧-୩୦୦	୨୨-୩୧୦	୨୩-୩୨୦	୨୪-୩୩୦	୨୫-୩୪୦	୨୬-୩୫୦	୨୭-୩୬୦	୨୮-୩୭୦
-୧୨.୧	-୨୯୧	-୨୪୧	୨୧-୨୯୧	୨୨-୩୦୧	୨୩-୩୧୧	୨୪-୩୨୧	୨୫-୩୩୧	୨୬-୩୪୧	୨୭-୩୫୧	୨୮-୩୬୧	୨୯-୩୭୧
-୧୨.୨	-୨୯୨	-୨୪୨	୨୨-୨୯୨	୨୩-୩୦୨	୨୪-୩୧୨	୨୫-୩୨୨	୨୬-୩୩୨	୨୭-୩୪୨	୨୮-୩୫୨	୨୯-୩୬୨	୩୦-୩୭୨
-୧୨.୩	-୨୯୩	-୨୪୩	୨୩-୨୯୩	୨୪-୩୦୩	୨୫-୩୧୩	୨୬-୩୨୩	୨୭-୩୩୩	୨୮-୩୪୩	୨୯-୩୫୩	୩୦-୩୬୩	୩୧-୩୭୩
-୧୨.୪	-୨୯୪	-୨୪୪	୨୪-୨୯୪	୨୫-୩୦୪	୨୬-୩୧୪	୨୭-୩୨୪	୨୮-୩୩୪	୨୯-୩୪୪	୩୦-୩୫୪	୩୧-୩୬୪	୩୨-୩୭୪
-୧୨.୫	-୨୯୫	-୨୪୫	୨୫-୨୯୫	୨୬-୩୦୫	୨୭-୩୧୫	୨୮-୩୨୫	୨୯-୩୩୫	୩୦-୩୪୫	୩୧-୩୫୫	୩୨-୩୬୫	୩୩-୩୭୫
-୧୨.୬	-୨୯୬	-୨୪୬	୨୬-୨୯୬	୨୭-୩୦୬	୨୮-୩୧୬	୨୯-୩୨୬	୩୦-୩୩୬	୩୧-୩୪୬	୩୨-୩୫୬	୩୩-୩୬୬	୩୪-୩୭୬
-୧୨.୭	-୨୯୭	-୨୪୭	୨୭-୨୯୭	୨୮-୩୦୭	୨୯-୩୧୭	୩୦-୩୨୭	୩୧-୩୩୭	୩୨-୩୪୭	୩୩-୩୫୭	୩୪-୩୬୭	୩୫-୩୭୭
-୧୨.୮	-୨୯୮	-୨୪୮	୨୮-୨୯୮	୨୯-୩୦୮	୩୦-୩୧୮	୩୧-୩୨୮	୩୨-୩୩୮	୩୩-୩୪୮	୩୪-୩୫୮	୩୫-୩୬୮	୩୬-୩୭୮
-୧୨.୯	-୨୯୯	-୨୪୯	୨୯-୨୯୯	୩୦-୩୦୯	୩୧-୩୧୯	୩୨-୩୨୯	୩୩-୩୩୯	୩୪-୩୪୯	୩୫-୩୫୯	୩୬-୩୬୯	୩୭-୩୭୯
-୧୩.୦	-୩୦୦	-୨୫୦	୩୦-୨୯୦	୩୧-୩୦୦	୩୨-୩୧୦	୩୩-୩୨୦	୩୪-୩୩୦	୩୫-୩୪୦	୩୬-୩୫୦	୩୭-୩୬୦	୩୮-୩୭୦