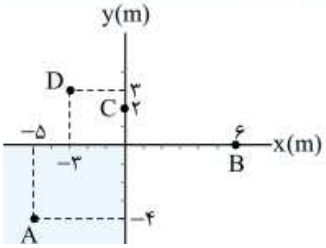
تعریف حرکت:

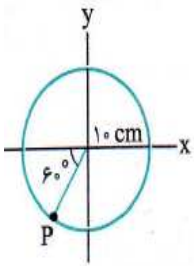
بردار مکان :

تست با توجه به شکل روبه‌رو، کدام‌یک از گزینه‌های زیر بردار مکان نقطهٔ موردنظر را درست بیان نکرده است؟ (همهٔ مقدارها برحسب متر هستند.)



۱) $\vec{d}_A = -۵\vec{i} - ۴\vec{j}$
۲) $\vec{d}_B = ۶\vec{i}$
۳) $\vec{d}_C = ۲\vec{j}$
۴) $\vec{d}_D = ۳\vec{i} - ۳\vec{j}$

متحرکی بر روی دایره‌ای به شعاع ۱۰ cm، با تندی ثابت در حال چرخیدن است. بردار مکان متحرک در نقطهٔ P در SI کدام است؟

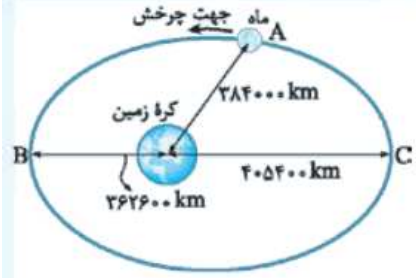


۱) $-۵\vec{i} - ۵\sqrt{۳}\vec{j}$
۲) $-۵\sqrt{۳}\vec{i} - ۵\vec{j}$
۳) $-۰/۰۵\vec{i} - ۰/۰۵\sqrt{۳}\vec{j}$
۴) $-۰/۰۵\sqrt{۳}\vec{i} - ۰/۰۵\vec{j}$

اگر حرکت جسم، راست‌خط باشد (یعنی جسم در راستای خط راست حرکت کند)، کافی است یک محور (مانند محور x) رسم کنیم و یک نقطه را به عنوان مبدأ ($x = ۰$) انتخاب کنیم. بدیهی است که این محور باید منطبق بر مسیر حرکت جسم باشد.

بردارجابجایی (بردارتغییر مکان)

تست مطابق شکل مدار چرخش ماه به دور زمین، یک بیضی است. با توجه به این شکل، اندازهٔ بزرگ‌ترین جابه‌جایی که ماه نسبت به کرهٔ زمین دارد، چند کیلومتر است؟



۱) ۸۱۰۸۰۰
۲) ۷۸۹۴۰۰
۳) ۷۶۸۰۰۰
۴) ۴۰۵۴۰۰

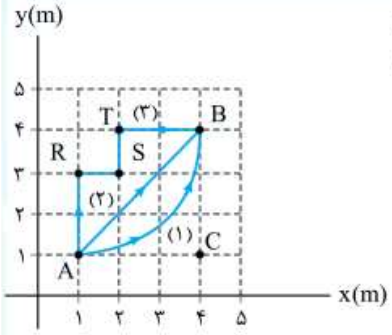
به طول مسیری که متحرک می‌پیماید، **مسافت** می‌گوییم و آن را با حرف l نشان می‌دهیم.

«مسافت کاملاً به مسیر حرکت بستگی دارد ولی جابه‌جایی فقط به نقطهٔ آغاز و پایان وابسته است.»

چندنکته

۱) جابه‌جایی یک کمیت برداری است ولی مسافت یک کمیت نرده‌ای (اسکالر) است.
۲) مقدار جابه‌جایی همیشه کم‌تر یا مساوی مسافت است: $l \geq d$

تست سه متحرک طی مسیرهای مختلف نشان داده شده در شکل روبه‌رو از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **B** می‌روند. اختلاف مسافت طولانی‌ترین مسیر و کوتاه‌ترین مسیر و اندازهٔ جابه‌جایی هر یک چند متر است؟ (مسیر (۱) یک ربع دایره است، $\pi = ۳/۱۴$ ، $\sqrt{۲} = ۱/۴$)



۱) ۴/۲ ، ۱/۸
۲) ۴/۷ ، ۱/۸
۳) ۴/۲ ، ۰/۵
۴) ۴/۷ ، ۰/۵

۵- بردار مکان اولیهٔ یک متحرک در SI، $\vec{r}_۱ = \vec{i} + ۴\vec{j}$ است. اگر این متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x به اندازهٔ ۳ m و سپس در جهت محور y به اندازهٔ ۴ m جابه‌جا شود، بردار مکان متحرک در انتهای حرکت و مسافت پیموده‌شده توسط آن به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) $۵ ، -۳\vec{i} + ۴\vec{j}$
۲) $۵ ، -۲\vec{i} + ۸\vec{j}$
۳) $۷ ، -۳\vec{i} + ۴\vec{j}$
۴) $۷ ، -۲\vec{i} + ۸\vec{j}$

لحظه، بازهٔ زمانی و نمایش آن‌ها بر روی محور زمان

نمایش لحظه برروی محور زمان: یک **لحظه** را بر روی محور زمان با یک **نقطه** نشان می‌دهیم.

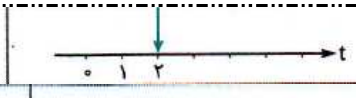
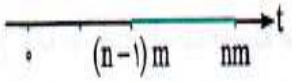
نمایش بازهٔ زمانی بر روی محور زمان: فاصلهٔ زمانی بین دو لحظه را **بازهٔ زمانی** می‌گوییم.

بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ را به صورت $(t_۱ , t_۲)$ هم نشان می‌دهیم.

سال نوری واحد طوله نه واحد زمان!

تست شخصی حرکت خود را در لحظهٔ $t_۱ = ۳۰\ s$ شروع می‌کند و در لحظهٔ $t_۲ = ۶۰\ s$ می‌ایستد و پس از ۳۰ s توقف به حرکت خود ادامه می‌دهد. در لحظهٔ $t_۳ = ۱۲۰\ s$ به مقصد می‌رسد. این شخص در مجموع چند ثانیه در حال حرکت بوده است؟

۱) ۳۰
۲) ۶۰
۳) ۹۰
۴) ۱۲۰

لحظهٔ $t = ۲\ s$		لحظهٔ $t = ۲\ s$ تنها یک نقطه از محور t است.
ثانیهٔ nاُم		یعنی بازهٔ زمانی از لحظهٔ $(n-۱)$ s تا n s
ثانیهٔ mnاُم		یعنی بازهٔ زمانی از لحظهٔ $(n-۱)m$ s تا لحظهٔ nm s

تست ثانیهٔ پنجم در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر قرار دارد؟

(الف) $t = ۵\ s$
(ب) $(۰/۹\ s , ۱۰/۹\ s)$
(پ) ۳ ثانیهٔ دوم
(ت) ۲ ثانیهٔ چهارم

۱) (الف) و (ب)
۲) (ب) و (پ)
۳) (پ) و (ت)
۴) (الف) و (پ)

۶- ۳ ثانیهٔ هشتم در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر قرار دارد؟

الف) ۷ ثانیهٔ چهارم ب) ۲ ثانیهٔ دوازدهم پ) $t = 24\,s$ ت) $(20/9\,s, 25/9\,s)$

۱) الف و ت ۲) الف و پ ۳) ب و ت ۴) ب و پ

سرعت متوسط و تندی متوسط

سرعت و تندی تلفیق کمیت‌های جابه‌جایی و مسافت با زمان است.

اگر Δt بازهٔ زمانی حرکت باشد، سرعت متوسط و تندی متوسط به صورت زیر تعریف می‌شوند[1]:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

یکای سرعت و تندی در SI، متر بر ثانیه (m/s) است.

تفاوت سرعت و تندی مثل تفاوت جابه‌جایی و مسافت است.

چند نکته

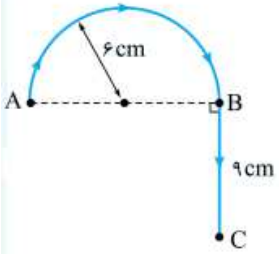
۱) سرعت یک کمیت برداری و تندی یک کمیت نرده‌ای است.

۲) اندازهٔ سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است: $v_{av} \le s_{av}$.

حتماً می‌دانید که اگر مسیر حرکت مستقیم باشد، اندازهٔ سرعت متوسط مساوی تندی متوسط می‌شود.

تست شخصی در حال پیاده‌روی در یک مسیر مستقیم است. این شخص مطابق شکل روبه‌رو از مکان (۱) شروع به حرکت کرده و پس از رسیدن به مکان (۲) از همان مسیر برمی‌گردد. در مسیر بازگشت، اندازهٔ کدام‌یک از کمیت‌های زیر الزاماً در حال کم‌شدن است؟

تست مطابق شکل روبه‌رو مورچه‌ای در مدت Δt ابتدا مسیر نیم‌دایرهٔ AB به شعاع ۶ cm و سپس در همان مدت مسیر مستقیم BC به طول ۹ cm را می‌پیماید. اگر تندی متوسط مورچه در مسیر نیم‌دایره ۳ cm / s باشد، تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسطش در کل مسیر به ترتیب از راست به چپ، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(\pi \simeq 3)$



۱) ۱/۲۵ ـ ۲/۲۵
۲) ۲/۲۵ ـ ۱/۲۵
۳) ۱/۷۵ ـ ۲/۲۵
۴) ۱/۲۵ ـ ۱/۷۵

تست متحرکی در مدت ۴ s از مکان $\vec{d}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ به مکان $\vec{d}_2 = -5\vec{i} + 2\vec{j}$ می‌رود. به ترتیب از راست به چپ اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (بردارها در SI می‌باشند.)

۱) ۲/۵، اطلاعات برای محاسبهٔ تندی کافی نیست.
۲) ۱/۲۵، اطلاعات برای محاسبهٔ تندی کافی نیست.
۳) ۲/۵ ، ۳/۵
۴) ۱/۲۵ ، ۳/۵

۱۱- فاصلهٔ دو شهر ۳۶۰ km است. اگر اتومبیلی در هنگام رفت با تندی متوسط ۵۰ m / s و در هنگام برگشت با تندی متوسط ۷۲ km / h این مسیر را طی کند، تندی متوسط آن در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۴/۲۸ ۲) ۲۸/۵۷ ۳) ۵۱/۴۲ ۴) صفر

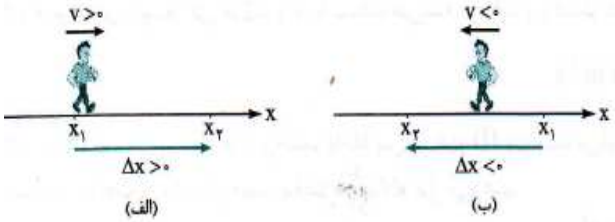
۱۲- اتومبیلی فاصلهٔ بین دو شهر را با تندی متوسط ۹۰ km / h طی می‌کند و سپس با تندی متوسط ۷۵ km / h بازمی‌گردد. اگر مدت زمان برگشت ۳۶ min بیشتر از مدت زمان رفت باشد، فاصلهٔ بین دو شهر چند کیلومتر است؟

۱) ۲۴۰ ۲) ۲۷۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۳۰

حرکت در راستای خط راست

در حرکت‌های راست‌خط، محوری را منطبق بر مسیر حرکت (مانند محور X) و یک نقطه را به عنوان **مبدأ مکان** انتخاب می‌کنیم.

در کمیت‌های برداری (مثل جابه‌جایی و سرعت) علامت مثبت یا منفی نشان‌دهندهٔ جهت است؛ پس اگر $\Delta x > 0$ یا $v > 0$ باشد، یعنی متحرک در جهت مثبت محور x جابه‌جا شده است (شکل الف) و اگر $\Delta x < 0$ یا $v < 0$ باشد، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x جابه‌جا شده است (شکل ب).



معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت راست‌خط $x = f(t)$

این معادله، مکان جسم را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد.

تست معادلهٔ مکان ـ زمان جسمی در SI به صورت $x = t^2 - 5t + 4$ است. اندازهٔ جابه‌جایی این متحرک در ثانیهٔ سوم چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۴

تست معادلهٔ مکان زمان متحرکی در SI، $x = t^3 - 4t$ است. به‌جز مبدأ زمان ($t_0 = 0$) در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، این متحرک در حال عبور از مبدأ مکان است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

در حرکت راست‌خط، با داشتن معادلهٔ مکان ـ زمان می‌توانیم بگوییم که متحرک در چه لحظه‌ای **تغییر جهت** می‌دهد. برای این کار باید لحظه‌ای را که x در آن بیشینه یا کمینه است، محاسبه کنیم. در درس ریاضی یاد گرفته‌اید که اگر معادله از نوع درجهٔ ۲ (یعنی به صورت $x = At^2 + Bt + C$) باشد، در لحظهٔ $t = \frac{-B}{2A}$، مقدار x اکسترمم (بیشینه یا کمینه) است.

این را هم اضافه کنیم که در لحظهٔ تغییر جهت، سرعت جسم برابر صفر است.

تست معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = 4t^2 + 8t - 21$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵

۳) ۳/۵ ۴) این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

تست معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 6t + 5$ است. این متحرک در چه بازهٔ زمانی در جهت منفی محور x حرکت کرده است؟

۱) $(1\,s, 5\,s)$ ۲) $(3\,s, 5\,s)$ ۳) $(0, 3\,s)$ ۴) $(5\,s, \infty)$

تست معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI، به صورت $x = t^2 - 4t + 3$ است. این متحرک چند ثانیه در قسمت منفی محور x در حرکت بوده است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 3t + 2$ است. جابه‌جایی جسم در ثانیهٔ دوم حرکت، چند برابر مسافت پیموده‌شده در همین بازهٔ زمانی است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۴- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - t^2 + 2t - 10$ است. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر (برحسب ثانیه)، متحرک در ۲ متری مبدأ مختصات قرار دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = -4t^2 + 24t - 35$ است. این متحرک در چه بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x حرکت کرده است؟

۱) $(2/5\,s, 3/5\,s)$ ۲) $(0\,s, 3\,s)$ ۳) $(2\,s, 3/5\,s)$ ۴) $(3\,s, 3/5\,s)$

۳۰- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = -3t^2 + 15t - 18$ است. این متحرک چند ثانیه در طرف مثبت محور x در حال حرکت بوده است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۱- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور xها در حال حرکت است، در SI به صورت $x = t^2 - 6t + 5$ است. در چه لحظه‌ای از لحظه‌های زیر برحسب ثانیه، متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۵

(درس ۴)

نمودار مکان ـ زمان در حرکت راست خط

یک روش برای مشخص‌کردن مکان متحرک در هر لحظه، رسم نمودار مکان ـ زمان آن است. (در واقع نمودار مکان ـ زمان، همان معادلهٔ مکان ـ زمان است ولی به صورت نمودار!) محور قائم این نمودار، محور مکان (x) است (که هم جهت منفی دارد و هم مثبت) و محور افقی این نمودار، محور زمان (t) است. (که فقط مقدار مثبت دارد.)

مثلاً شکل روبه‌رو، نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند.

آن‌چه از نمودار مکان ـ زمان می‌توانیم بفهمیم

۱) هر نقطه از نمودار نشان می‌دهد که متحرک در هر لحظه در کجای محور x است.

۲) در هر بازهٔ زمانی دلخواه می‌توانیم تشخیص دهیم که متحرک چه‌قدر جابه‌جا شده است.

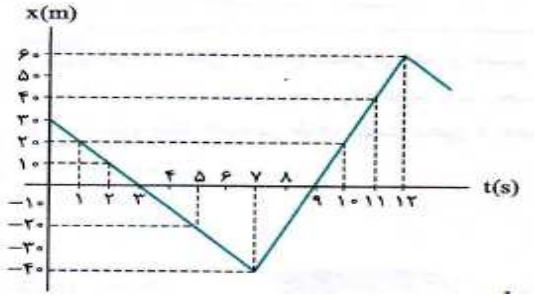
۳) نقطه‌های اکسترمم (بیشینه و کمینهٔ) نمودار نشان‌دهندهٔ لحظه‌های تغییر جهت متحرک است.

۴) با توجه به مکان‌های تغییر جهت متحرک، می‌توانیم مسافت طی‌شده را برای هر بازهٔ زمانی دلخواه حساب کنیم.

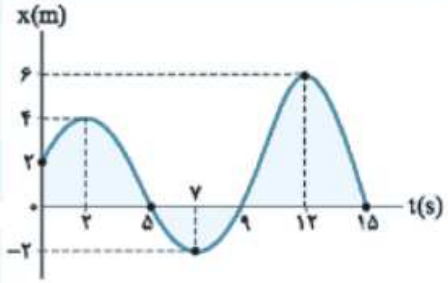
۵) با داشتن جابه‌جایی و مسافت برای هر بازهٔ زمانی دلخواه، می‌توانیم اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط را هم حساب کنیم.

۶) هر جا که شیب نمودار مثبت (نمودار رو به بالا) باشد، یعنی متحرک در جهت مثبت محور x حرکت کرده و هر جا شیب نمودار منفی (نمودار رو به پایین) باشد، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۷) در لحظه‌ای که نمودار بیشترین فاصله را از محور t دارد، متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد.

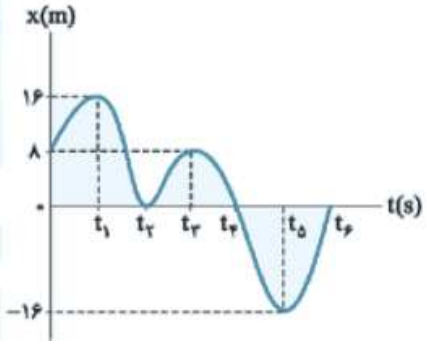


تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. این متحرک به ترتیب از راست به چپ مجموعاً چند ثانیه در جهت منفی محور x حرکت کرده است و چند ثانیه در طرف مثبت محور x بوده است؟



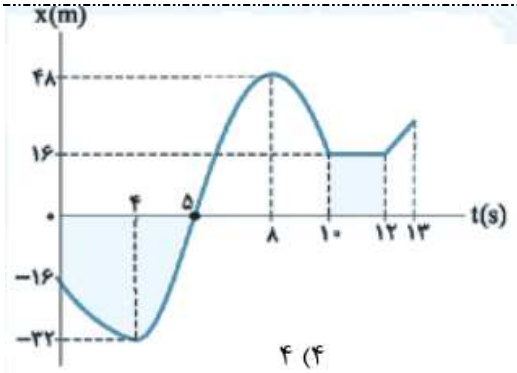
۱) ۸ ـ ۱۱
۲) ۴ ـ ۱۱
۳) ۸ ـ ۵
۴) ۴ ـ ۵

تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. در کدام بازهٔ زمانی، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک بیشینه است و در این بازه متحرک چند متر پیموده است؟



۱) (t_1, t_5) ـ ۴۸
۲) (t_1, t_5) ـ ۳۲
۳) $(0, t_6)$ ـ ۷۲
۴) $(0, t_6)$ ـ ۸

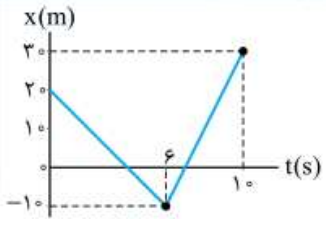
تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. چندتا از عبارت‌های زیر دربارهٔ وضعیت حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۳ s نادرست است؟



الف) دو بار تغییر جهت داده است.
ب) در لحظهٔ $t = 13\ s$ بیشترین فاصله از مبدأ مکان را دارد.
پ) در بازهٔ زمانی $(8\ s, 12\ s)$ مسافت پیموده‌شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است.
ت) در طول مسیر، ۲ s به طور کامل توقف کرده است.

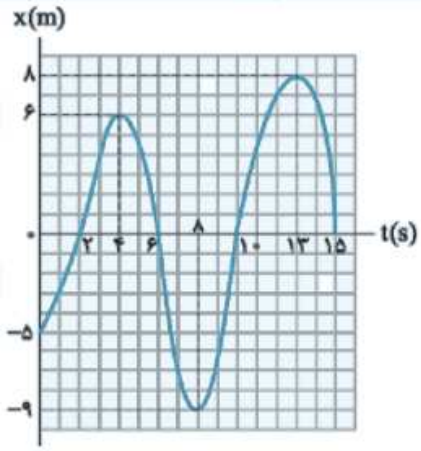
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی متحرک از مبدأ مکان چند ثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که اندازهٔ جابه‌جایی متحرک بیشینه می‌شود، به ترتیب از راست به چپ، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲/۷ ـ ۰/۳

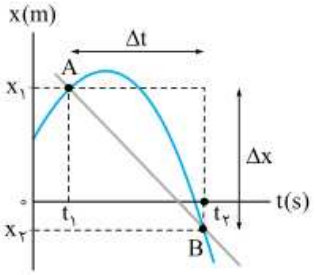
۲) ۲/۷ ـ ۱

۳) ۳/۳ ـ ۰/۳

۴) ۳/۳ ـ ۱

سرعت متوسط و مفهوم شیب خط

شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان یک متحرک است. می‌دانید که سرعت متوسط این متحرک در جابه‌جایی جسم از لحظهٔ t_1 تا t_2 برابر است با:

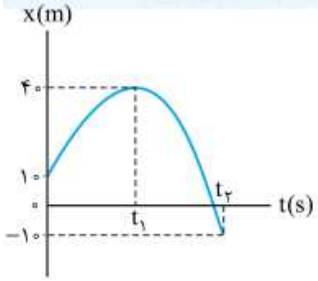


$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

یادآوری ریاضی:

شیب خطی که نمودار مکان ـ زمان را در دو نقطه قطع می‌کند، همان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است.

تست شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در t_1 ثانیهٔ اول برابر با اندازهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 باشد، نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟



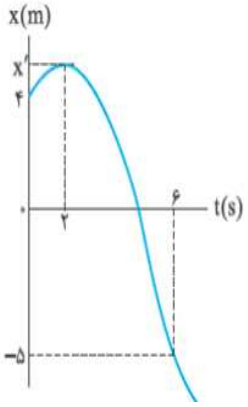
۱) $\frac{8}{3}$

۲) $\frac{3}{8}$

۳) $\frac{5}{3}$

۴) $\frac{3}{5}$

۸۹- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر تندی متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی (۰٫۲s) برابر تندی متوسطش در بازهٔ زمانی (۲s٫۶s) باشد، مقدار x' کدام است؟



۱) ۳

۲) ۱۳

۳) ۲۳

۴) ۳۳

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

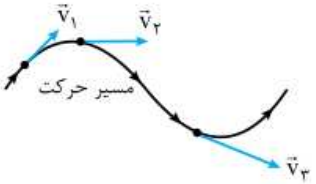
تندی لحظه‌ای یعنی تندی متحرک در یک لحظه از زمان یا یک نقطه از مسیر.

سرعت لحظه‌ای هم به همین صورت تعریف می‌شود؛ به سرعت متحرک در یک لحظه از زمان یا یک نقطه از مسیر، **سرعت لحظه‌ای** می‌گوییم.

مقایسهٔ تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

سرعت لحظه‌ای یک کمیت برداری است؛ یعنی هم مقدار دارد و هم جهت و تندی لحظه‌ای چیزی نیست جز مقدار سرعت لحظه‌ای (یعنی سرعت بدون در نظر گرفتن جهت آن).

چندنکته



۱) بردار سرعت (لحظه‌ای) همواره **در جهت حرکت** بوده و **بر مسیر حرکت مماس** است. مثلاً شکل روبه‌رو مسیر حرکت یک متحرک است که در چند نقطه از مسیر، بردار سرعت (لحظه‌ای) آن را رسم کرده‌ایم.

۲) طول بردار سرعت بیانگر مقدار آن (یعنی تندی) است. در شکل بالا طول بردار سرعت در طول مسیر افزایش یافته؛ یعنی تندی در حال افزایش است.

۳) علامت سرعت بیانگر جهت حرکت است؛ اگر $v > 0$ باشد، یعنی متحرک در جهت مثبت محور و اگر $v < 0$ باشد، یعنی متحرک در خلاف جهت مثبت محور در حال حرکت است.

حواستون باشه! در کمیت‌های برداری مثل سرعت، منفی‌بودن نشان‌دهنده کوچک‌بودن نیست. مثلاً سرعت $-20\ m/s$ از $10\ m/s$ بیشتر است و فقط جهتش برعکس است. (ولی در کمیت‌های نرده‌ای این‌جوری نیست. مثلاً دمای $-20\ ^\circ C$ حتماً از دمای $10\ ^\circ C$ کم‌تره.)

۴) اگر در طول مسیر اندازهٔ سرعت افزایش یابد، نوع حرکت **تندشونده** و اگر اندازهٔ سرعت کاهش یابد، نوع حرکت **کندشونده** و اگر اندازهٔ سرعت تغییر نکند، نوع حرکت **یکنواخت** است.

معادلهٔ سرعت ـ زمان

یکی از راه‌های نشان‌دادن سرعت یک جسم در هر لحظه، نوشتن معادلهٔ سرعت ـ زمان (یا $v-t$) است. در این معادله اگر به جای t، لحظهٔ موردنظرمان را بگذاریم، می‌توانیم سرعت متحرک در آن لحظه را حساب کنیم. مثلاً $v = 3t^2 - 18$ یک معادلهٔ سرعت ـ زمان است که با قراردادن لحظهٔ دلخواه در آن می‌توانیم سرعت در آن لحظه را حساب کنیم. حالا شما بگویید طبق این معادله سرعت اولیه و سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 2\ s$ چند متر بر ثانیه است؟

◀ به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان نمی‌توانیم مکان اولیهٔ جسم را مشخص کنیم.

◀ به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان می‌توانیم تشخیص دهیم که یک متحرک چه زمانی تغییر جهت می‌دهد. برای آن‌که متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، تغییر جهت بدهد، باید دو اتفاق بیفتد:

۱) سرعتش صفر شود (متوقف شود.)

۲) علامت سرعتش تغییر کند.

تست **معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 4t^2 - 81$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای و چگونه تغییر جهت می‌دهد؟**

۱) این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۲) در لحظهٔ $t = 4/5\ s$ از جهت منفی محور به جهت مثبت تغییر جهت می‌دهد.

۳) در لحظهٔ $t = 4/5\ s$ از جهت مثبت محور به جهت منفی تغییر جهت می‌دهد.

۴) در لحظه‌های $t = 4/5\ s$ و $t = 9\ s$ دو بار تغییر جهت می‌دهد.

تست معادلهٔ مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=\frac{1}{3}t^3-\frac{9}{2}t^2+18t+36$ و $v=t^2-9t+18$ است. این متحرک در بازهٔ زمانی بین دو توقف چند متر و در چه جهتی جابه‌جا شده است؟

۱) $4/5$ m در خلاف جهت محور x ۲) $4/5$ m در جهت محور x ۳) ۳ m در خلاف جهت محور x ۴) ۳ m در جهت محور x

اگر مسافت پیموده‌شده توسط یک متحرک را از ما بخواهند، باید حواسمان را جمع کنیم که آیا متحرک در آن بازهٔ زمانی تغییر جهت داده است یا نه. برای همین باید لحظه‌های تغییر جهت متحرک را کنترل کنیم.

تست معادلهٔ مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x=2t^2-20t+5$ و $v=4t-20$ است. این متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکتش، چه مسافتی را برحسب متر می‌پیماید؟

۱) ۳۲ ۲) −۳۲ ۳) −۶۸ ۴) ۶۸

تست معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v=3t-12$ است. در کدام بازهٔ زمانی حرکت متحرک کُندشونده است و در این مدت متحرک در چه جهتی حرکت می‌کند؟

۱) ۰ تا $t=4$ s، در جهت منفی ۲) ۰ تا $t=4$ s، در جهت مثبت

۳) از لحظهٔ $t=4$ s به بعد، در جهت منفی ۴) از لحظهٔ $t=4$ s به بعد، در جهت مثبت

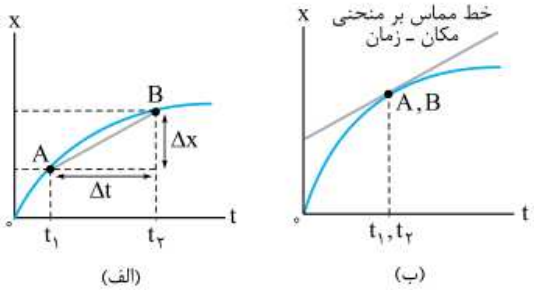
نمایش سرعت لحظه‌ای در نمودار مکان ـ زمان

در بحث نمودار مکان ـ زمان دیدید که شیب خطی که دو نقطه از منحنی $x-t$ را قطع می‌کند، برابر با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی متناظر با آن دو نقطه است.

مثلاً در شکل (الف)، شیب خط AB برابر با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است؛ یعنی:

$$\text{شیب خط AB} = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

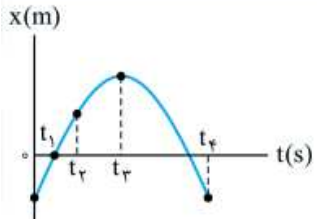
حالا اگر Δt را کوچک کنیم (یعنی t_1 و t_2 را به هم نزدیک کنیم)، نقطه‌های B و A هم به یکدیگر نزدیک می‌شوند. وقتی که t_1 و t_2 کاملاً به هم مماس شوند، Δt به لحظه تبدیل می‌شود و نقطه‌های A و B به هم می‌رسند. در این حالت امتداد AB خطی مماس بر منحنی مکان ـ زمان بوده و شیب این خط برابر با سرعت لحظه‌ای است.



سرعت لحظه‌ای = شیب خط مماس بر منحنی $x-t$

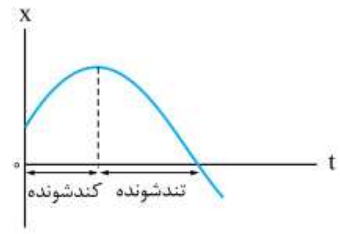
هر چه شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان بیشتر باشد، اندازهٔ سرعت بیشتر است. این را هم بدانید که منفی یا مثبت بودن شیب بیانگر جهت حرکت است.

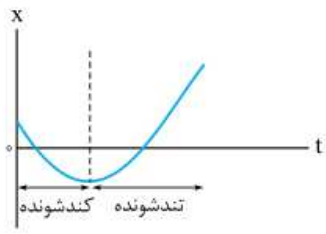
تست در نمودار مکان ـ زمان شکل روبه‌رو، در کدام لحظه اندازهٔ سرعت متحرک بیشتر است؟ (نمودار شکل روبه‌رو یک سهمی است.)



۱) t_1
۲) t_2
۳) t_3
۴) t_4

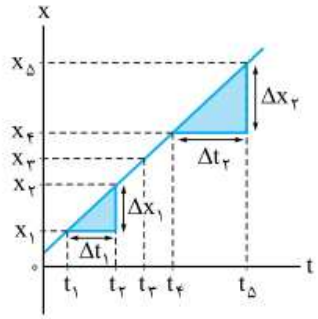
در نمودار مکان ـ زمان اگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ اکسترمم (بیشینه یا کمینه) باشیم، حرکت کُندشونده و اگر در حال دورشدن از نقطهٔ اکسترمم باشیم، حرکت تندشونده است؛ یا به زبان ساده‌تر همیشه سمت چپ نقطهٔ اکسترمم، حرکت کُندشونده و سمت راست آن حرکت تندشونده است.



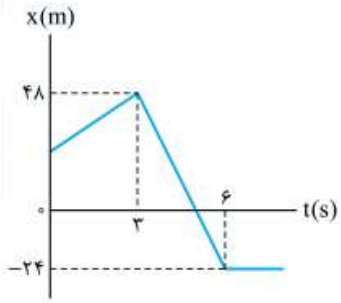


اگر نمودار مکان ـ زمان متحرکی یک خط راست باشد (مثل شکل روبه‌رو)، شیب نمودار در هر لحظهٔ دلخواه و در هر بازهٔ زمانی دلخواه یکسان است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم در این حالت سرعت در هر لحظه برابر با سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه است:

$$\text{شیب نمودار در هر لحظه مانند } t_3 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow v_{\text{لحظه‌ای}} = v_{av}$$

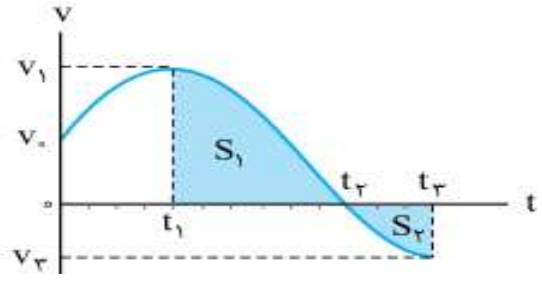


تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت این متحرک در لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، در SI کدام است؟



۱) $-12\vec{i}$
۲) $-24\vec{i}$
۳) $12\vec{i}$
۴) $24\vec{i}$

چند نکته دربارهٔ نمودار سرعت ـ زمان:



می‌توانیم سرعت یک متحرک را که بر مسیر خط راست حرکت می‌کند، در هر لحظه با نمودار سرعت ـ زمان نشان دهیم.

۱) علامت سرعت بالای محور t، مثبت و پایین محور t، منفی است.

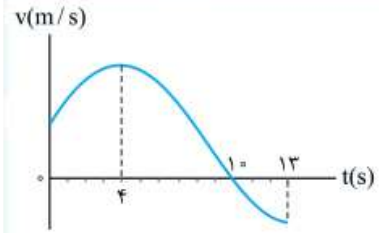
۲) در لحظه‌هایی که نمودار محور t را قطع می‌کند، متحرک تغییر جهت داده است.

۳) شاید مهم‌ترین نکتهٔ نمودارهای سرعت ـ زمان این باشد که مساحت محصور بین نمودار و محور t برابر مقدار جابه‌جایی جسم است.

۴) اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد (مانند S_1) جابه‌جایی متحرک در جهت مثبت محور و اگر این مساحت زیر محور t باشد (مانند S_2)، جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور است؛ بنابراین برای محاسبهٔ جابه‌جایی کل و مسافت پیموده‌شده باید حواسمان به علامت‌ها باشد. مثلاً در نمودار بالا، جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 برابر است با:

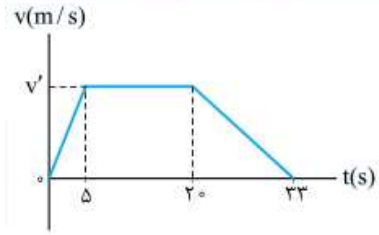
$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی در بازهٔ } t_1 \text{ تا } t_3: \Delta x_{13} = S_1 - S_2 \\ \text{مسافت در بازهٔ } t_1 \text{ تا } t_3: l_{13} = S_1 + S_2 \end{cases}$$

تست شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند. این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد و در چه بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند؟



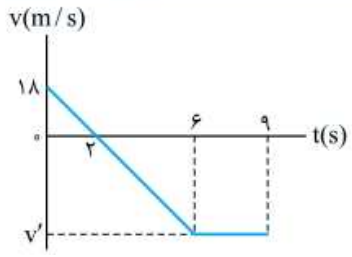
۱) $(0, 4\,s), t = 4\,s$
۲) $(0, 10\,s), t = 4\,s$
۳) $(0, 4\,s), t = 10\,s$
۴) $(0, 10\,s), t = 10\,s$

تست نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رو است. اگر اندازهٔ سرعت متوسط آن در مدت ۳۳ s برابر ۸ m/s باشد، بیشترین مقدار سرعت آن در طول مسیر چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۸
۲) ۱۱
۳) ۱۵
۴) ۲۲

تست نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازهٔ (۰, ۹s) به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

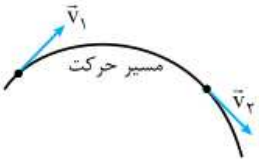


۱) ۲۲, −۱۸
۲) ۱۸, −۱۸
۳) ۲۲, −۲۲
۴) ۱۸, −۲۲

اگر بردار سرعت متحرک به هر نحوی تغییر کند، حرکت جسم شتاب‌دار است؛ در واقع هر وقت **تغییر سرعت** هست، **شتاب** هم هست. سرعت مثل همهٔ کمیت‌های برداری دو جور تغییر می‌کند:

الف) تغییر اندازهٔ سرعت: وقتی اندازهٔ سرعت تغییر می‌کند، حرکت جسم یا کندشونده است یا تندشونده. در این صورت حتماً حرکت شتاب‌دار است.

ب) تغییر جهت سرعت: می‌دانید که بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است؛ پس با تغییر راستا و جهت حرکت، راستا و جهت بردار سرعت هم تغییر می‌کند؛ یعنی در حرکت‌هایی که بر مسیر خط راست نیست، حتماً سرعت تغییر جهت می‌دهد و به همین دلیل حتماً شتاب داریم (حتی اگر اندازهٔ سرعت تغییر نکند). در شکل روبه‌رو بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هم‌اندازه‌اند (مثلاً مقدار هر دو $10\ m/s$ است) ولی جهت آن‌ها متفاوت است و برای همین می‌گوییم سرعت تغییر کرده و حرکت شتاب‌دار است.



شتاب متوسط

اگر بردار سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 برابر $\vec{v}_1$ و بردار سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 برابر $\vec{v}_2$ باشد، شتاب متوسط در بازهٔ زمانی (t_1, t_2) از رابطهٔ روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

در SI یکای تغییرات سرعت متر بر ثانیه (m/s) و یکای زمان ثانیه (s) است، پس یکای شتاب در SI متر بر مربع ثانیه (m/s^2) است:

$$\text{یکای شتاب} = \frac{\text{یکای تغییرات سرعت}}{\text{یکای تغییرات زمان}} = \frac{m/s}{s} = m/s^2$$

چندنکته

۱) شتاب کمیتی برداری است؛ زیرا از ضرب یک کمیت نرده‌ای $(\frac{1}{\Delta t})$ در یک کمیت برداری $(\Delta\vec{v})$ به دست می‌آید. در ضمن چون $\frac{1}{\Delta t}$ همواره مثبت است، پس بردار شتاب متوسط $(\vec{a}_{av})$ همواره هم‌سو با بردار تغییرات سرعت $(\Delta\vec{v})$ است.

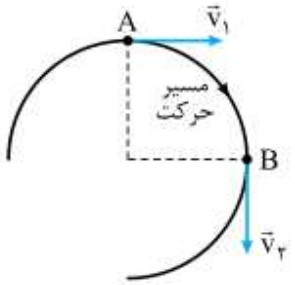
تست **بردار سرعت متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 2\ s$ و $t_2 = 5\ s$ در SI به صورت $\vec{v}_1 = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{v}_2 = 8\vec{i} + 4\vec{j}$ است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ $(2\ s, 5\ s)$ چند متر بر مربع ثانیه است؟**

۱) ۳ ۲) $\sqrt{5}$ ۳) ۹ ۴) $\sqrt{15}$

تست **معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $\vec{v} = (t^2 - 25)\vec{i}$ است. شتاب متوسط این متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکتش برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟**

۱) $-10\vec{i}$ ۲) $-20\vec{i}$ ۳) $10\vec{i}$ ۴) $20\vec{i}$

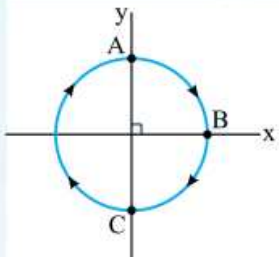
سرعت و تغییرات سرعت، دو کمیت هم‌جنس هستند ولی با هم فرق دارند. در واقع تغییرات سرعت تفاضل دو بردار سرعت است. مثلاً در شکل روبه‌رو بردار تغییرات سرعت از A تا B نه در جهت $\vec{v}_1$ است و نه در جهت $\vec{v}_2$.



تست معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -3t + 6$ است. بردار تغییر سرعت این متحرک در بازهٔ $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 3\,s$ در SI کدام است و هم‌جهت با کدام بردار سرعت است؟ ($\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ به ترتیب بردارهای سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 هستند.)

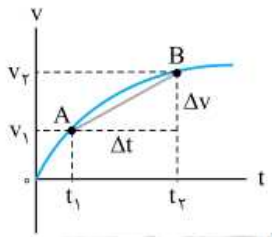
۱) $\vec{v}_1, 6\vec{i}$ ۲) $\vec{v}_1, -6\vec{i}$ ۳) $\vec{v}_2, 6\vec{i}$ ۴) $\vec{v}_2, -6\vec{i}$

تست متحرکی با تندی ثابت $10\,m/s$ بر روی مسیر دایره‌ای (شکل روبه‌رو) در جهت ساعتگرد حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0$، $t_2 = 4\,s$ و $t_3 = 8\,s$ به ترتیب در حال عبور از نقطه‌های A، B و C باشد، بردار شتاب متوسط متحرک در بازه‌های زمانی (۰,۴ s) و (۰,۸ s) به ترتیب چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\vec{a}_{av_{0,8}} = -2/5\vec{i}, \vec{a}_{av_{0,4}} = -2/5\vec{i} - 2/5\vec{j}$
۲) $\vec{a}_{av_{0,8}} = 0, \vec{a}_{av_{0,4}} = -2/5\vec{i} - 2/5\vec{j}$
۳) $\vec{a}_{av_{0,8}} = 2/5\vec{i}, \vec{a}_{av_{0,4}} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$
۴) $\vec{a}_{av_{0,8}} = 0, \vec{a}_{av_{0,4}} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$

بررسی شتاب متوسط در نمودار سرعت ـ زمان

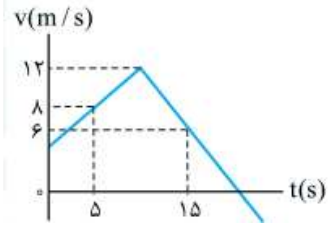


شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند. در این شکل دو نقطهٔ A و B واقع بر نمودار سرعت ـ زمان را با یک خط به هم وصل کرده‌ایم. شیب این خط برابر می‌شود با:

$$\text{شیب خط AB} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

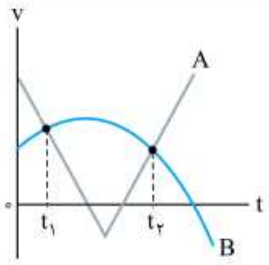
یعنی شیب خط AB برابر با شتاب متوسط در بازهٔ (t_1, t_2) است، پس می‌توانیم بگوییم: «شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان بیانگر شتاب متوسط در بازهٔ زمانی محدود بین آن دو نقطه است.»

تست نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۵ s شتاب متوسط این متحرک چند متر بر مربع ثانیه است و جهت حرکت متحرک در این بازهٔ زمانی کدام است؟



۱) ۰/۸ − و در جهت منفی
۲) ۰/۲ − و در جهت منفی
۳) ۰/۸ − و در جهت مثبت
۴) ۰/۲ − و در جهت مثبت

تست نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر بزرگی شتاب متوسط آن‌ها از لحظهٔ t_1 تا t_2 به ترتیب a_{av_A} و a_{av_B} باشد، کدام گزینه دربارهٔ این دو متحرک درست است؟



۱) $a_{av_A} < a_{av_B}$ و هر دو متحرک، یک بار تغییر جهت داده‌اند.

۲) $a_{av_A} = a_{av_B}$ و متحرک A دو بار تغییر جهت داده است.

۳) $a_{av_A} < a_{av_B}$ و متحرک A دو بار تغییر جهت داده است.

۴) $a_{av_A} = a_{av_B}$ و هر دو متحرک یک بار تغییر جهت داده‌اند.

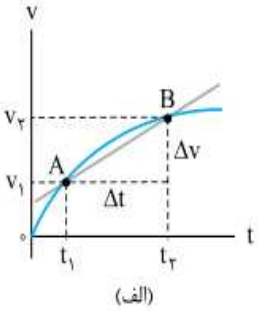
شتاب لحظه‌ای

به شتاب متحرک در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر، شتاب لحظه‌ای می‌گوییم. بردار شتاب را با $\vec{a}$ و مقدار آن را با a نشان می‌دهیم.

قبلاً هم گفتیم، بردار $\vec{a}$ همیشه هم‌علامت با بردار نیروی خالص وارد بر جسم است. در واقع جهت شتاب، هم‌سو با جهت نیروی خالص است.

می‌توانیم مفهوم شتاب لحظه‌ای را در نمودار سرعت ـ زمان هم نشان دهیم:

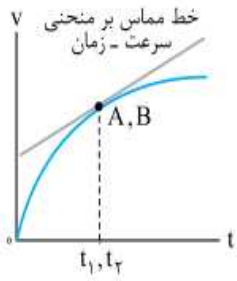
نمایش شتاب لحظه‌ای در نمودار سرعت ـ زمان



(الف)

دیدید که شیب خطی که دو نقطه از منحنی $v-t$ را به هم وصل می‌کند، برابر با شتاب متوسط در بازهٔ زمانی متناظر با آن دو نقطه است. مثلاً در شکل (الف)، شیب خط AB برابر با شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2 است؛ به این صورت:

$$\text{شیب خط AB} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

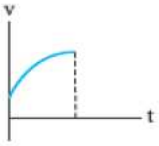


(ب)

حالا t_1 و t_2 را به هم نزدیک می‌کنیم تا Δt کوچک و نقطه‌های A و B به هم نزدیک شوند و این کار را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا t_1 و t_2 به هم برسند و Δt یک لحظه شود. همین‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، اگر AB را امتداد دهیم، خطی مماس بر منحنی سرعت ـ زمان خواهد شد. شیب این خط برابر با شتاب لحظه‌ای است.

شتاب لحظه‌ای = شیب خط مماس بر منحنی $v-t$

چندنکته



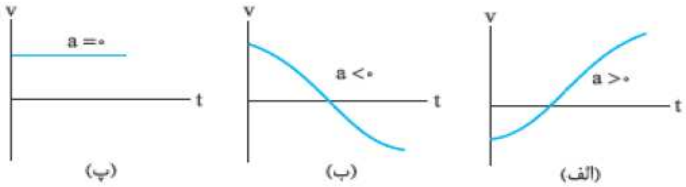
۱) واضح است که هر چه شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان بیشتر باشد، اندازهٔ شتاب بیشتر است. *(مثلاً تو شکل روبه‌رو، هر چی زمان می‌گذره، شیب نمودار سرعت ـ زمان و اندازهٔ شتاب کم می‌شه.)*

۲) با توجه به این‌که شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان برابر شتاب لحظه‌ای است، علامت و جهت شتاب سه حالت می‌تواند داشته باشد:

الف) اگر نمودار سرعت ـ زمان **صعودی** باشد، علامت و جهت شتاب، **مثبت** است. (شکل الف)

ب) اگر نمودار سرعت ـ زمان **نزولی** باشد، علامت و جهت شتاب، **منفی** است. (شکل ب)

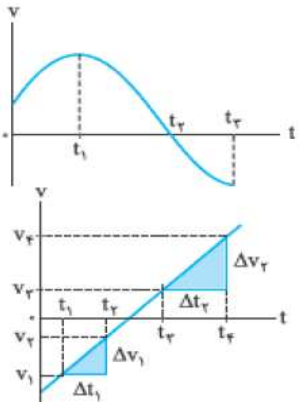
پ) اگر نمودار سرعت ـ زمان افقی باشد (شیب آن صفر باشد)، شتاب **صفر** است. (شکل پ)



منفی یا مثبت بودن شتاب بیانگر جهت نیروی خالص وارد بر جسم است.

خواستون باشه! *با علامت شتاب نمی‌تونیم جهت حرکت رو مشخص کنیم (جهت حرکت رو فقط با علامت سرعت یا جابه‌جایی تعیین می‌کنیم).*

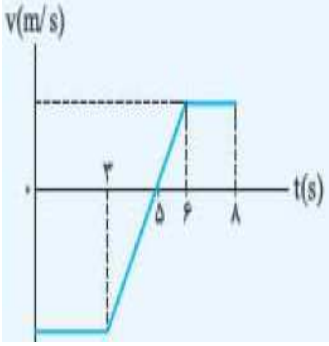
۳) می‌توانیم تندشونده و کندشونده بودن حرکت را به کمک نمودار سرعت ـ زمان تشخیص بدهیم. هر وقت نمودار در حال نزدیک‌شدن به محور t باشد، اندازه سرعت در حال نزدیک‌شدن به صفر بوده و حرکت کندشونده است و هر وقت نمودار در حال دورشدن از محور t باشد، اندازهٔ سرعت در حال زیادشدن است و نوع حرکت تندشونده است. مثلاً در شکل روبه‌رو در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3، نمودار در حال دورشدن از محور t است و نوع حرکت در این دو بازهٔ زمانی تندشونده است. ولی در بازهٔ t_1 تا t_2 نمودار در حال نزدیک‌شدن به محور t است و در نتیجه حرکتش در این بازهٔ زمانی کُندشونده است.



۴) مشابه آن‌چه در نمودار مکان ـ زمان داشتیم، اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی یک خط راست باشد (مثل شکل روبه‌رو)، شیب نمودار چه در بازهٔ زمانی دلخواه Δt و چه در لحظهٔ دلخواه t اُم یکسان است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم در این صورت شتاب در هر لحظه برابر با شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه است:

$$\text{شیب نمودار در هر لحظه مانند } t_3 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow a_{\text{لحظه‌ای}} = a_{av}$$

تست شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 5/5\,s$ برابر $8\,m/s^2$ باشد، در بازهٔ زمانی که حرکت کُندشونده است، بردار سرعت متوسط متحرک برحسب متر بر ثانیه کدام است؟



۱) $8\vec{i}$ ۲) $-8\vec{i}$

۳) $16\vec{i}$ ۴) $-16\vec{i}$

تشخیص تندشونده یا کندشونده بودن حرکت با علامت شتاب و سرعت

الف) اگر شتاب و سرعت **هم‌علامت** باشند (هر دو مثبت یا هر دو منفی) یعنی جهت نیروی خالص وارد بر جسم در جهت حرکت جسم است؛ بنابراین نوع حرکت **تندشونده** است. این موضوع را می‌توانیم با زبان ریاضی هم بنویسیم:

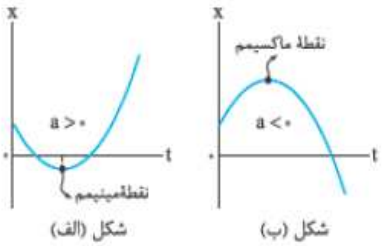
$av > 0 \Rightarrow$ حرکت تندشونده

پس اگر علامت شتاب و سرعت **مخالف هم** باشند (یکی مثبت و دیگری منفی) یعنی جهت نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت بوده و نوع حرکت **کندشونده** است. در این صورت داریم:

$av < 0 \Rightarrow$ حرکت کندشونده

اگر نمودار مکان ـ زمان مانند شکل (الف)، نقطهٔ مینیمم (کمینه) داشته باشد، علامت شتاب حرکت مثبت است.

اگر نمودار مکان ـ زمان مانند شکل (ب)، نقطهٔ ماکسیمم (بیشینه) داشته باشد، علامت شتاب منفی است.



شکل (الف) شکل (ب)

در شکل (الف) قبل از نقطهٔ مینیمم، شیب نمودار منفی بوده و $v < 0$ است، پس می‌توانیم بگوییم:

$$\begin{cases} a > 0 \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow av < 0 \Rightarrow$$ حرکت کندشونده

در شکل (ب) قبل از نقطهٔ مینیمم، شیب نمودار مثبت بوده و $v > 0$ است؛ یعنی:

$$\begin{cases} a < 0 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow av < 0 \Rightarrow$$ حرکت کندشونده

پس می‌توانیم بگوییم در نمودار مکان ـ زمان همواره **قبل از نقطهٔ کمینه یا بیشینه** حرکت **کندشونده** است و به همین شکل می‌توان نشان داد که بعد از نقطهٔ کمینه یا بیشینه، حرکت **تندشونده** است.

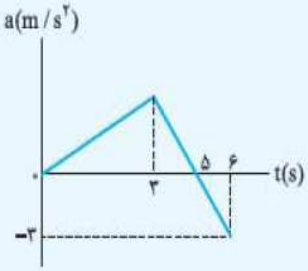
معادله و نمودار شتاب ـ زمان در حرکت راست خط

شتاب متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند را می‌توانیم با معادلهٔ شتاب ـ زمان و نمودار شتاب ـ زمان نشان بدهیم. در سطح کتاب درسی از معادلهٔ شتاب ـ زمان، اندازهٔ شتاب متحرک در یک لحظهٔ دلخواه را می‌توانیم حساب کنیم.

تست معادلهٔ شتاب ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $a = 2t - 4$ است. در چه لحظه‌ای جهت نیروی خالص وارد بر متحرک تغییر می‌کند؟

۱) ۵ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

تست نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر در مبدأ زمان سرعت متحرک $-4\ m/s$ باشد، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ (۰٫۶ s) و لحظهٔ تغییر جهت متحرک در این بازهٔ زمانی برحسب یکاهای SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۲ ،۲/۲۵ ۲) ۴ ،۲/۲۵
۳) ۲ ،۱/۲۵ ۴) ۴ ،۱/۲۵

نمونه‌هایی از حرکت راست خط (یکنواخت و شتاب ثابت)

حرکت با سرعت ثابت یا حرکت راست خط یکنواخت

«حرکت راست‌خط یکنواخت، حرکتی است که بر روی خط راست انجام می‌شود و در آن سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط با هم برابرند.»: $V_{av} = V$

چند نکته

۱) در حرکت با سرعت ثابت، «**بردار سرعت لحظه‌ای**» ثابت است، یعنی هم، اندازهٔ سرعت و هم، جهت آن همواره ثابت است و تغییر نمی‌کند؛ چون بردار سرعت **تغییر جهت نمی‌دهد**؛ بنابراین مسیر حرکت **الزاماً یک خط راست** است.

۲) تغییرنکردن جهت حرکت باعث می‌شود که **اندازهٔ جابه‌جایی** با **مسافت** برابر شود:

$|d| = l$

در نتیجه در این حرکت اندازهٔ سرعت برابر تندی است:

$|v| = s$

۳) با ثابت‌ماندن بردار سرعت، **تغییر سرعت** (Δv) **نداریم**؛ پس **شتاب هم نداریم**! نیروی خالص هم نداریم!

$v = ثابت \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow a = 0, F_{net} = 0$

تست در یک حرکت با سرعت ثابت، متحرک در لحظهٔ $t_1 = 2/5\,s$ در حال عبور از مکان $x_1 = 4\,m$ و در لحظهٔ $t_2 = 7\,s$ در حال گذر از مکان $x_2 = 22\,m$ است. به ترتیب از راست به چپ سرعت این متحرک در لحظهٔ $t_0 = 0$ چند متر بر ثانیه و مکان آن در این لحظه (x_0) چند متر است؟

۱) $-6,4$ ۲) $6,4$ ۳) $-1,2$ ۴) $1,2$

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت

تست متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = 2/5\,s$، از نقطهٔ A واقع در مکان $x = -9\,m$ با تندی ثابت $8\,m/s$ در جهت منفی محور x می‌گذرد. معادلهٔ حرکت این متحرک در SI کدام است؟

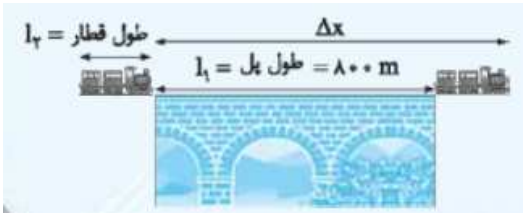
۱) $x = 8t - 11$ ۲) $x = -8t + 29$ ۳) $x = 8t - 29$ ۴) $x = -8t + 11$

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = 5t - 1200$ است. این متحرک در مدت $0/5\,h$ چند کیلومتر را می‌پیماید؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۸ ۳) ۱۲ ۴) ۹

تست قطاری با سرعت ثابت $40\,m/s$ از روی پُل مستقیمی به طول $800\,m$ عبور می‌کند. اگر $25\,s$ طول بکشد تا قطار به طور کامل از پل عبور کند، طول قطار چند متر است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۱۰۰۰



تست متحرکی که بر مسیر مستقیم و در یک جهت حرکت می‌کند، $\frac{1}{2}$ مسیرش را با سرعت ثابت $18\,m/s$ و $\frac{1}{3}$ مسیر را با سرعت ثابت $12\,m/s$ و بقیهٔ مسیر را با سرعت ثابت $24\,m/s$ می‌پیماید. سرعت متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

تست متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، $5\,s$ با سرعت ثابت $10\,m/s$ و t ثانیه با سرعت ثابت $4\,m/s$ در یک جهت حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط آن $5\,m/s$ باشد، t چند ثانیه است؟ (ف.م)

۱) ۳۵ ۲) ۲۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱۴

تست متحرکی نیمی از زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $30\,m/s$، $\frac{1}{3}$ از زمان حرکتش را با سرعت ثابت $12\,m/s$ و مابقی را با سرعت ثابت $6\,m/s$ می‌پیماید. اگر کل این حرکت بر یک مسیر مستقیم و در یک جهت انجام شود، سرعت متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۲۴

تست دو متحرک A و B در مبدأ زمان بر روی محور x در فاصلهٔ $360\,m$ از هم قرار دارند. اگر متحرک A با سرعت ثابت $12\,m/s$ و متحرک B با سرعت ثابت v_B، هم‌زمان به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از $18\,s$ به هم می‌رسند. اندازهٔ v_B چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

تست دو خودروی A و B با سرعت ثابت $v_A = 12\,m/s$ و $v_B = 18\,m/s$ از یک نقطه هم‌زمان در یک مسیر مستقیم به سوی مقصدی به فاصلهٔ $540\,m$ به حرکت درمی‌آیند. بیشترین فاصلهٔ این دو متحرک در طول مسیر چند متر است؟

۱) ۲۴۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۱۸۰

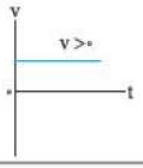
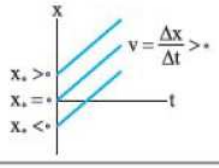
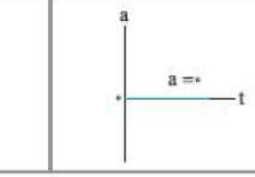
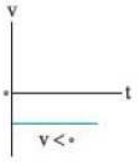
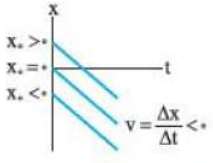
تست دو دوندهٔ A و B از یک نقطه هم‌زمان و با سرعت ثابت v_A و v_B شروع به دویدن می‌کنند و در مسیر راست‌خطی به طول $100\,m$ مسابقه می‌دهند. لحظه‌ای که دوندهٔ A به نقطهٔ پایان می‌رسد، B، $20\,m$ از او عقب‌تر است. اگر در شروع مسابقه، دوندهٔ A، $20\,m$ عقب‌تر از نقطهٔ شروع می‌ایستاد و هر دو هم‌زمان با همان سرعت مسابقه می‌دادند، کدام دونده برنده می‌شد؟

۱) A ۲) B

۳) با هم به نقطهٔ پایان می‌رسیدند. ۴) با این اطلاعات، نتیجهٔ مسابقه قابل پیش‌بینی نیست.

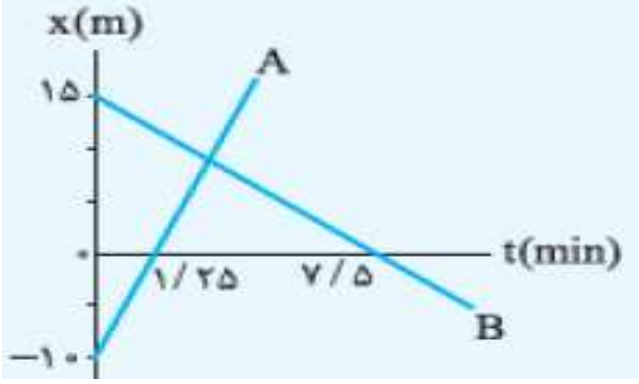
جدول نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

نمودارهای مکان ـ زمان، سرعت ـ زمان و شتاب ـ زمان حرکت با سرعت ثابت را در جدول زیر آورده‌ایم.

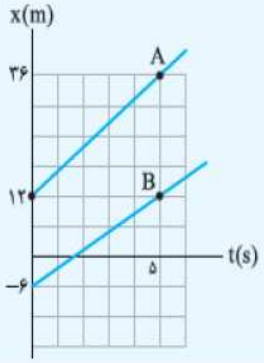
ویژگی / معادله	$a = 0$	مقدار ثابت v	$x = vt + x_0$
حرکت یکنواخت در جهت محور x			
حرکت یکنواخت در خلاف جهت محور x			

تست شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که هر دو، روی محور x هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. این دو متحرک در چه لحظه‌ای (برحسب دقیقه) و در چه مکانی (برحسب متر) به یکدیگر می‌رسند؟ *(برگرفته از کتاب درسی)*

۱) ۲۰ m ـ ۲/۵ min
۲) ۱۰ m ـ ۲/۵ min
۳) −۶ m ـ ۰/۵ min
۴) ۱۲ m ـ ۰/۵ min

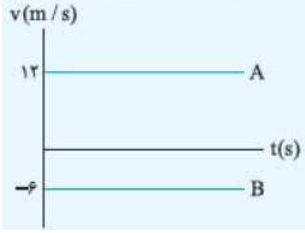


تست شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B است. فاصلهٔ این دو متحرک از هم در لحظهٔ $t = 13\,s$ چند متر است؟



۱) ۱۵/۶
۲) ۳۳/۶
۳) ۴۰/۸
۴) ۷۴/۴

تست نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل روبه‌رو است. این دو متحرک در لحظهٔ $t = 8\ s$ به هم می‌رسند. در مبدأ زمان این دو چند متر از هم فاصله داشته‌اند؟



۱) ۴۸ ۲) ۷۲ ۳) ۹۶ ۴) ۱۴۴

حرکت راست‌خط با شتاب ثابت

اگر بردار شتاب متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، با گذشت زمان «ثابت» بماند، آن‌گاه حرکت آن را «راست‌خط با شتاب ثابت» می‌گوییم.

این حرکت دو ویژگی دارد:

۱) شتاب متوسط این متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه، یکسان است.

۲) با کوچک‌شدن بازهٔ زمانی شتاب متوسط در حال تبدیل‌شدن به شتاب لحظه‌ای است.

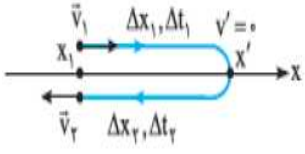
پس می‌توانیم بگوییم در این نوع حرکت:

در هر لحظهٔ دلخواه $a =$ در هر بازهٔ زمانی دلخواه a_{av}

۱) شرط این‌که حرکت با شتاب ثابت، راست‌خط هم باشد، این است که بردار شتاب با بردار سرعت اولیه هم‌راستا باشند. قبلاً گفتیم که شتاب همیشه هم‌جهت با نیروی خالص است. اگر نیروی خالص هم‌راستا با سرعت اولیه نباشد، مسیر حرکت را کج می‌کند و دیگر حرکت راست‌خط نخواهد بود (شکل روبه‌رو).

۲) در حرکت با شتاب ثابت، نیروی خالص وارد بر جسم هم ثابت می‌ماند. $a = \text{ثابت} \Leftrightarrow F_{net} = \text{ثابت}$

۳) در طی حرکت راست‌خط با شتاب ثابت، اگر متحرک تغییر جهت بدهد، در مدت‌زمان Δt قبل و Δt بعد از لحظهٔ تغییر جهت، اندازهٔ سرعت و مکان متحرک یکسان است. مثلاً در شکل روبه‌رو، متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در مدت Δt_1 از مکان x_1 به x' رفته، در مکان x' تغییر جهت داده و در مدت Δt_2 به x_1 بازمی‌گردد؛ در این صورت داریم: $|\Delta x_1| = |\Delta x_2|\ ,\ |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|\ ,\ \Delta t_1 = \Delta t_2$



۴) در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت تا قبل از تغییر جهت نوع حرکت کُندشونده و پس از آن تندشونده است.

تست در کدام‌یک از حرکت‌های زیر، بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب همواره هم‌راستا هستند؟

۱) شتاب ثابت ۲) یکنواخت ۳) راست‌خط ۴) دایره‌ای

۱ـ معادلهٔ سرعت ـ زمان حرکت راست خط با شتاب ثابت

تست شتاب متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، ثابت و برابر $-۵\ m/s^۲$ و سرعت آن در لحظهٔ $t_۱ = ۲\ s$ برابر $-۲۵\ m/s$ است. معادلهٔ سرعت ـ زمان آن در SI کدام است؟

۱) $v = ۵t - ۱۵$ ۲) $v = ۵t + ۳۵$ ۳) $v = -۵t + ۳۵$ ۴) $v = -۵t - ۱۵$

تست دو متحرک A و B با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کنند و سرعت آن‌ها در مبدأ زمان $v_{۰A} = ۸\ m/s$ و $v_{۰B} = -۷\ m/s$ است. اگر نسبت شتاب A به B برابر $-\frac{۱}{۲}$ باشد $(\frac{a_A}{a_B} = -\frac{۱}{۲})$ و در لحظهٔ $t = ۱۰\ s$ سرعت هر دو متحرک برابر v شود، v چند متر بر ثانیه است؟

۱) $-۰/۵$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۲ـ رابطهٔ مستقل از شتاب (سرعت متوسط در حرکت راست خط با شتاب ثابت)

فقط وقتی حق داریم از رابطهٔ مستقل از شتاب استفاده کنیم که مطمئن باشیم نوع حرکت، راست‌خط با شتاب ثابت

تست خودرویی با سرعت ثابت $۷۲\ km/h$ بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. خودرو ناگهان ترمز می‌کند و در یک حرکت شتاب ثابت بعد از طی مسافت ۱۵ m می‌ایستد. مدت‌زمان توقف خودرو چند ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

تست متحرکی با سرعت اولیهٔ $۲\ m/s$ با شتاب ثابت بر روی محور x شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکتش $۱۵\ m/s$ باشد، سرعت آن در لحظهٔ $t = ۷\ s$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۳۸/۴ ۲) ۳۷/۵ ۳) ۱۷/۵ ۴) ۵/۲

برابری سرعت لحظهٔ وسط یک بازهٔ زمانی و سرعت متوسط در آن بازه

سرعت متوسط متحرکی که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر سرعت آن در لحظهٔ وسط این بازه (یعنی $\frac{t_1+t_2}{2}$) است:

$$\text{سرعت در لحظهٔ } \frac{t_1+t_2}{2} = \text{سرعت متوسط در بازهٔ } t_1 \text{ تا } t_2$$

تست اتومبیلی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t_1 = 5\,s$ از مکان $\vec{x}_1 = 28\vec{i}$ و در لحظهٔ $t_2 = 17\,s$ از مکان $\vec{x}_2 = 100\vec{i}$ عبور می‌کند. سرعت این اتومبیل در لحظهٔ $t' = 11\,s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

تست موتورسواری با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این موتورسوار در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت $7/5\,m/s$ و در ۳ ثانیهٔ سوم حرکت $21\,m/s$ باشد، شتاب حرکت آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

تست خودرویی که با شتاب ثابت در یک جادهٔ هموار و مستقیم حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 2/5\,s$ و $t_2 = 9/5\,s$ از مکان‌های $x_1 = -7\,m$ و $x_2 = 63\,m$ عبور می‌کند. تندی این خودرو در لحظهٔ $t' = 6\,s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۷

تست دوچرخه‌سواری با شتاب ثابت a بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این دوچرخه‌سوار در بازه‌های زمانی $(3\,s, 7\,s)$ و $(7\,s, 9\,s)$ به ترتیب $9\,m/s$ و $15\,m/s$ باشد، a چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۲

۲ـ معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت راست خط با شتاب ثابت

چند نکته

۱) با داشتن معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت راستخط با شتاب ثابت، به راحتی می‌توانید نوع حرکت را مشخص کنید. برای تشخیص نوع حرکت، دو راه پیش پای شما می‌گذاریم:

روش اول: در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت راستخط با شتاب ثابت $(x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0)$، اگر ضرایب t و t^2 هم‌علامت باشند، نوع حرکت **«همواره تندشونده»** و اگر هم‌علامت نباشند، نوع حرکت **«ابتدا کندشونده و سپس تندشونده»** است.

به بیانی دیگر در حرکت راستخط با شتاب ثابت، اگر v_0 و a هم‌جهت (هم‌علامت) باشند، حرکت **«همواره تندشونده»** و اگر ناهم‌جهت (ناهم‌علامت) باشند، حرکت ابتدا کُندشونده و سپس تندشونده است.

حواستون باشه! *اگر $v_0=0$ باشد (یعنی حرکت از حال سکون شروع بشه)، باز هم حرکت تندشونده است.*

روش دوم: می‌دانید که در معادلهٔ $x=At^2+Bt+C$ در لحظهٔ $t'=\frac{-B}{2A}$ متحرک تغییر جهت داده و نوع حرکتش تغییر می‌کند؛ بنابراین با محاسبهٔ $\frac{-B}{2A}$ می‌توانید نوع حرکت را به صورت زیر مشخص کنید:

- اگر $\frac{-B}{2A}\le 0 \Rightarrow$ نوع حرکت **همواره تندشونده** است. $\Rightarrow$ متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.
- اگر $\frac{-B}{2A}>0 \Rightarrow$ نوع حرکت تا لحظهٔ $\frac{-B}{2A}$ **کندشونده و پس از آن تندشونده** است. $\Rightarrow$ متحرک در لحظهٔ $\frac{-B}{2A}$ تغییر جهت می‌دهد.

تست **کدام‌یک از معادله‌های مکان ـ زمان زیر، مربوط به متحرکی است که نوع حرکتش ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است؟ (یکاها در SI هستند.)**

۱) $x=-2/5t^2+12$ ۲) $x=-2/5t^2-12t$ ۳) $x=-2/5t+12$ ۴) $x=-2/5t^2+12t$

تست **متحرکی که با شتاب ثابت $2/5\ m/s^2$ بر روی محور x حرکت می‌کند، در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش، ۱۲ m جابه‌جا می‌شود. بردار سرعت اولیهٔ آن در SI است؟**

۱) $2\vec{i}$ ۲) $-2\vec{i}$ ۳) $8\vec{i}$ ۴) $-8\vec{i}$

۲) به نظر شما اگر به جای سرعت اولیه، سرعت نهایی را دادند یا خواستند، چه کار باید بکنیم؟

خیلی ساده کلک می‌زنیم و حرکت را برعکس می‌کنیم، این‌جوری سرعت نهایی به سرعت اولیه تبدیل می‌شود. *فقط باید حواسمون باشه، که علامت شتاب رو عوض کنیم.*

تست **متحرکی با شتاب ثابت $4\ m/s^2$ در مدت ۲ s در مسیر مستقیم ۲۰ m جابه‌جا می‌شود. سرعت نهایی آن چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

تست **خودرویی بر روی یک مسیر مستقیم با سرعت ثابت v در حال حرکت است. ناگهان ترمز می‌کند و با شتاب ثابت $2/5\ m/s^2$ متوقف می‌شود. این خودرو در ۴ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر می‌پیماید؟**

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) باید سرعت v معلوم باشد.

حواستون باشه! یکی از اشتباه‌های بسیار رایج در استفاده از رابطهٔ $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$ وقتی اتفاق می‌افتد که در مسئله، جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ t_1 تا t_2 خواسته شده باشد. خیلی‌ها این‌جا برای محاسبهٔ Δx به جای t در فرمول، Δt (یعنی t_2-t_1) را می‌گذارند و راحت به جواب غلط می‌رسند. به تست زیر توجه کنید:

تست متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم در حال حرکت است، به طوری که در لحظهٔ $t_1 = 1s$ در حال عبور از مکان $x_1 = 21m$ و در لحظهٔ $t_2 = 4s$ در حال عبور از مکان $x_2 = 120m$ است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $18 m/s$ باشد، شتاب حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۳ ۴) ۵

خواستون باشه! یکی از اشتباه‌های بسیار رایج در استفاده از رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ وقتی اتفاق می‌افتد که در مسئله، جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ t_1 تا t_2 خواسته شده باشد. خیلی‌ها این‌جا برای محاسبهٔ Δx به جای t در فرمول، Δt (یعنی $t_2 - t_1$) را می‌گذارند و راحت به جواب غلط می‌رسند. به تست زیر توجه کنید:

تست متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم در حال حرکت است، به طوری که در لحظهٔ $t_1 = 1s$ در حال عبور از مکان $x_1 = 21m$ و در لحظهٔ $t_2 = 4s$ در حال عبور از مکان $x_2 = 120m$ است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $18 m/s$ باشد، شتاب حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۳ ۴) ۵

۴) اگر در معادلهٔ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$، به جای x یک مکان معین را بگذاریم، ریشه‌های معادلهٔ حاصل، لحظه‌های عبور متحرک از آن مکان را نشان می‌دهد. به تست زیر توجه کنید.

تست اگر متحرکی که با شتاب ثابت $4 m/s^2$ در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t_0 = 0$ با سرعت $-7 m/s$ از مکان $x_0 = 7m$ عبور کند، در چه لحظه یا لحظه‌هایی برحسب ثانیه از $x = 2m$ می‌گذرد؟

۱) از مکان $x = 2m$ عبور نمی‌کند. ۲) ۱ ۳) ۲/۵ ۴) ۱ و ۲/۵

۵) با توجه به نکتهٔ قبلی، اگر لحظه‌های عبور متحرک از یک نقطه داده شود، می‌توانید به کمک رابطهٔ ضرب ریشه‌ها و جمع ریشه‌ها، شتاب و سرعت اولیهٔ جسم را حساب کنید. فرض کنید متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 از مکان x می‌گذرد. در این صورت می‌توانیم بنویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + v_0 t - \Delta x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ضرب ریشه‌ها}: t_1 t_2 = \frac{C}{A} = \frac{-\Delta x}{\frac{1}{2}a} = \frac{-2\Delta x}{a} \\ \text{جمع ریشه‌ها}: t_1 + t_2 = \frac{-B}{A} = \frac{-v_0}{\frac{1}{2}a} = \frac{-2v_0}{a} \end{cases}$$

تست متحرکی که با شتاب ثابت در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ از مکان $x = -5m$ می‌گذرد. اگر متحرک در لحظهٔ $t_0 = 0$ از مکان $x_0 = 5m$ عبور کند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، سرعت متحرک $7 m/s$ است؟

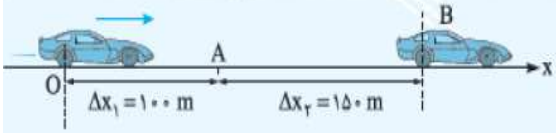
۱) ۷ ۲) صفر ۳) ۱۴ ۴) ۳/۵

۴- معادلهٔ مستقل از زمان

تست شکل روبه‌رو هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون و با شتاب ثابت روی باند پرواز و در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. تقریباً چند ثانیه طول می‌کشد تا هواپیما به شرایط برخاستن برسد و در این مدت تقریباً چند متر بر روی باند پرواز می‌پیماید؟ (شتاب هواپیما $۲/۲\ m/s^۲$ و سرعت آن در لحظهٔ برخاستن $۹۵\ m/s$ است.)

۱) ۴۳ s ـ ۲۰۵۰ m
۲) ۸۶ s ـ ۴۱۰۰ m
۳) ۴۳ s ـ ۴۱۰۰ m
۴) ۸۶ s ـ ۲۰۵۰ m

تست مطابق شکل متحرکی از مبدأ مکان و از حال سکون با شتاب ثابت بر روی محور x شروع به حرکت می‌کند. بزرگی سرعت متحرک در نقطهٔ B چند برابر بزرگی سرعت آن در نقطهٔ A است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۵}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$

تست یک خودرو در جاده‌ای مستقیم با تندی ثابت $۷۲\ km/h$ در حال حرکت است. رانندهٔ خودرو ناگهان گاوی را وسط جاده و در فاصلهٔ ۴۵ متری خود می‌بیند و بلافاصله پایش را روی ترمز می‌گذارد و با شتاب $۵\ m/s^۲$ کُند می‌شود تا بایستد. خودرو پس از چند ثانیه و در چه فاصله‌ای از گاو می‌ایستد؟

۱) ۴ s ـ ۵ m
۲) ۴ s ـ ۴۰ m
۳) ۵ s ـ ۵ m
۴) ۵ s ـ ۴۰ m

فرمول جابه‌جایی در ثانیهٔ nام و تندیالهٔ حسابی در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت

گاهی در مسئله‌ها جابه‌جایی در ثانیه‌های مختلف خواسته می‌شود، مثلاً جابه‌جایی در ثانیهٔ پنجم (یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = 4\,s$ تا $t_2 = 5\,s$). به راحتی می‌شود اثبات کرد که جابه‌جایی در هر ثانیه از رابطهٔ مقابل حساب می‌شود:

$$\Delta x_{\text{ثانیهٔ } n} = (n - 0/5)\,a + v_0$$

این رابطه در واقع جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت a و جملهٔ اول $0/5a + v_0$ است. این‌جا را ببینید:

جابه‌جایی ثانیهٔ اول: $\Delta x_{\text{ثانیهٔ } 1} = (1 - 0/5)\,a + v_0 = 0/5a + v_0$:جملهٔ اول

جابه‌جایی ثانیهٔ دوم: $\Delta x_{\text{ثانیهٔ } 2} = (2 - 0/5)\,a + v_0 = 1/5a + v_0$:جملهٔ دوم

جابه‌جایی ثانیهٔ سوم: $\Delta x_{\text{ثانیهٔ } 3} = (3 - 0/5)\,a + v_0 = 2/5a + v_0$:جملهٔ سوم

جابه‌جایی ثانیهٔ چهارم: $\Delta x_{\text{ثانیهٔ } 4} = (4 - 0/5)a + v_0 = 3/5a + v_0$:جملهٔ چهارم

همین‌طور که می‌بینید اختلاف دو جملهٔ متوالی برابر a است.

حواستون باشه! فرق فرمول $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ با فرمول $\Delta x_{\text{ثانیهٔ } n} = (n - 0/5)\,a + v_0$ تو اینه که اولی جابه‌جایی متحرک تو بازهٔ زمانی صفر تا t رو حساب می‌کنه و دومی جابه‌جایی متحرک تو بازهٔ زمانی $n-1$ تا n رو.

تست خودرویی که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در ثانیهٔ نهم ۲۴ m و در ثانیهٔ هجدهم ۶۹ m می‌پیماید. جابه‌جایی این خودرو در ثانیهٔ دوازدهم چند متر است؟

۱) ۷۶ ۲) ۹ ۳) ۳۹ ۴) ۳۵

می‌توان نشان داد که جابه‌جایی برای T ثانیهٔ nاُم هم از یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت aT^2 با فرمول زیر حساب می‌شود:

$$\Delta x_{T\text{ ثانیهٔ } n\text{اُم}} = (n - 0/5)\,aT^2 + v_0 T$$

تست متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم در حال حرکت است، به طوری که در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، مسافت ۸۰ m و در ۴ ثانیهٔ سوم حرکت، مسافت ۲۴۰ m را می‌پیماید. این متحرک در ۳ ثانیهٔ چهارم حرکتش چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۱۵۷/۵ ۲) ۱۸۷/۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۴۰

کاربرد نسبت در مسائل حرکت راست خط با شتاب ثابت

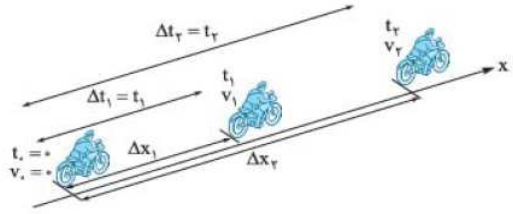
۱) مقایسهٔ دو قسمت از حرکت یک متحرک که سرعت اولیه یا نهایی آن صفر است

اگر سرعت اولیه یا سرعت نهایی یک متحرک در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت صفر باشد، می‌توانیم از روش نسبت برای حل بعضی از تست‌ها کمک بگیریم.

ابتدا حالتی را که سرعت اولیه صفر باشد، بررسی می‌کنیم:

الف) شروع حرکت از حال سکون ($v_0 = 0$)

فرض کنید مانند شکل روبه‌رو، متحرکی که از حال سکون شروع به حرکت کرده، تا لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب به اندازهٔ Δx_1 و Δx_2 جابه‌جا شده و سرعتش از صفر به v_1 و v_2 برسد.



در این صورت با توجه به این‌که $v_0 = 0$ است، از فرمول‌های اصلی به نسبت‌های زیر می‌رسیم:

(به کمک پیش‌درآمدی که اول کتاب آوردیم، به‌راحتی می‌توانید از فرمول‌های اصلی به این نسبت‌ها برسید، پس برای حفظ کردن نسبت‌ها به خودتون زحمت ندید.)

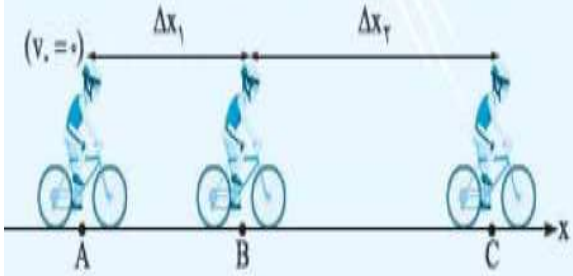
رابطهٔ نسبتی	فرمول	نام فرمول
$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = (\frac{t_2}{t_1})^2$	$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$	مستقل از سرعت نهایی
$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2}{t_1}$	$v = at$	مستقل از جابه‌جایی
$(\frac{v_2}{v_1})^2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$	$v^2 = 2a\Delta x$	مستقل از زمان

تأکید می‌کنم که شرط استفاده از این نسبت‌ها صفربودن سرعت اولیه است.

تست خودرویی بر روی محور x از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر از آغاز تا لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب ۵۰ m و ۴۵۰ m پیموده باشد، نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) ۸۱

تست مطابق شکل روبه‌رو، دوچرخه‌سواری از نقطهٔ A از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و هر کدام از فاصله‌های Δx_1 و Δx_2 را در مدت ۲ s طی می‌کند. نسبت $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ کدام است؟

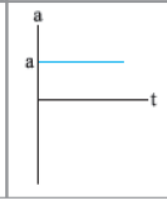
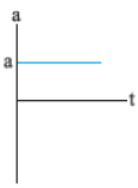
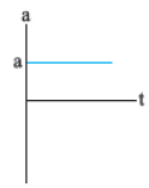
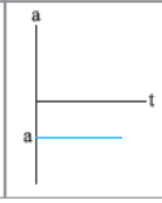
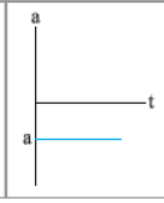
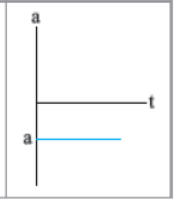


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

نمودارهای حرکت راست‌خط با شتاب ثابت

نمودار شتاب ـ زمان

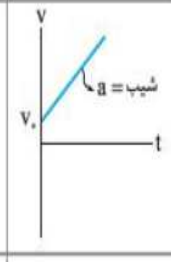
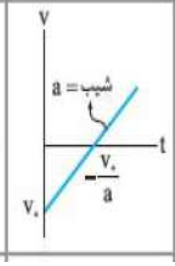
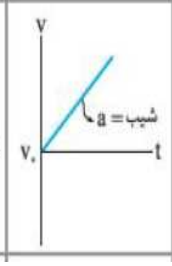
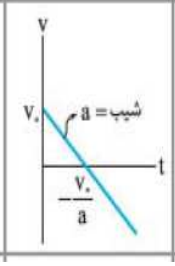
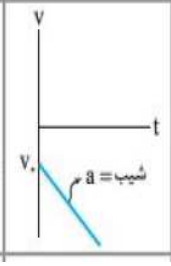
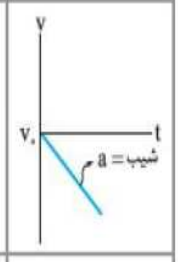
در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت (از اسمش هم پیداست)، شتاب ثابت است، پس نمودار شتاب ـ زمان خط راستی موازی با محور t است. در جدول زیر دو حالت $a>0$ و $a<0$ را نشان داده‌ایم.

ویژگی / معادله	$a>0$ $v_0>0$	$a>0$ $v_0<0$	$a>0$ $v_0=0$	$a<0$ $v_0>0$	$a<0$ $v_0<0$	$a<0$ $v_0=0$
مقدار ثابت = a						

نمودار سرعت ـ زمان

معادلهٔ سرعت ـ زمان حرکت با شتاب ثابت به صورت $v=at+v_0$ است، پس نمودار آن یک خط راست است. بسته به علامت و مقدار سرعت اولیه و شتاب، نمودار را رسم می‌کنیم. در جدول زیر حالت‌های مختلف را برای نمودار سرعت ـ زمان ببینید. در رسم این نمودار به چهار موضوع توجه کنید:

1. شیب نمودار $v-t$ بیانگر شتاب است.
2. بالای محور t، علامت سرعت مثبت و پایین محور t علامت سرعت منفی است.
3. اگر نمودار از هر طرف از محور t دور شود، حرکت تندشونده و اگر به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده است.
4. در لحظه‌ای که نمودار، محور t را قطع می‌کند، متحرک تغییر جهت می‌دهد. (علامت سرعتش تغییر می‌کند.)

ویژگی / معادله	$a>0$ $v_0>0$	$a>0$ $v_0<0$	$a>0$ $v_0=0$	$a<0$ $v_0>0$	$a<0$ $v_0<0$	$a<0$ $v_0=0$
$v=at+v_0$						

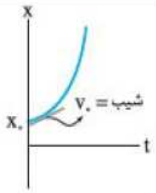
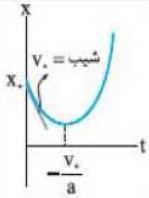
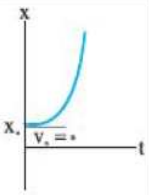
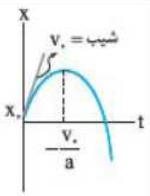
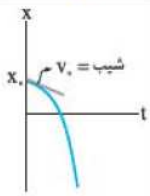
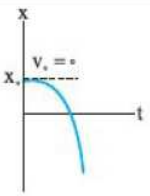
نمودار مکان ـ زمان

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت به صورت $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ است، پس نمودار $x-t$ این حرکت قسمتی[1] از یک سهمی است. در جدول زیر، با توجه به علامت سرعت اولیه و شتاب، شش حالت را برای این نمودار رسم کرده‌ایم.

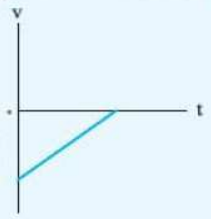
برای رسم این نمودار باید حواسمان به نکته‌های زیر باشد:

1. شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ بیانگر سرعت است.
2. نقطهٔ مینیمم یا ماکسیمم داشتن نمودار، نشان‌دهندهٔ علامت شتاب است. اگر مینیمم باشد، شتاب مثبت و اگر ماکسیمم باشد، شتاب منفی است.
(حواستون باشه! شاید نقطهٔ مینیمم یا ماکسیمم در طرف منفی محور t باشد که ما رسمش نمی‌کنیم.)
3. مکان‌های مثبت، بالای محور t و مکان‌های منفی پایین محور t هستند.
4. قبل از نقطهٔ مینیمم یا ماکسیمم، حرکت کندشونده و بعد از آن حرکت تندشونده است.
5. در نقطهٔ مینیمم یا ماکسیمم، متحرک تغییر جهت می‌دهد. (علامت سرعتش تغییر می‌کند.)

ویژگی / معادله	$a>0$ $v_0>0$	$a>0$ $v_0<0$	$a>0$ $v_0=0$	$a<0$ $v_0>0$	$a<0$ $v_0<0$	$a<0$ $v_0=0$

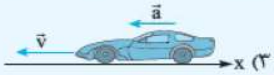
$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$						
نوع حرکت	همواره تندشونده	ابتدا کُندشونده و سپس تندشونده	همواره تندشونده	ابتدا کُندشونده و سپس تندشونده	همواره تندشونده	همواره تندشونده

تست نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مانند شکل روبه‌رو است. این نمودار وضعیت کدام‌یک از خودروهای زیر را نشان می‌دهد؟



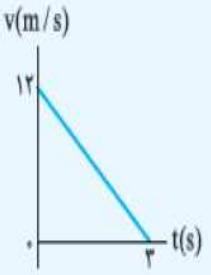
۱)

۲)

۳) 

۴)

تست اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو باشد، معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان آن در SI کدام است؟



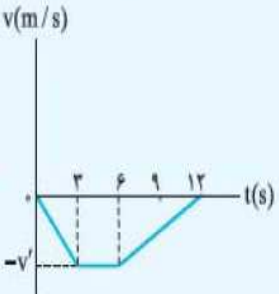
۱) $\Delta x = 2t^2 - 12t$

۲) $\Delta x = 4t^2 - 12t$

۳) $\Delta x = -2t^2 + 12t$

۴) $\Delta x = -4t^2 + 12t$

تست نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اندازهٔ شتاب حرکت در مرحلهٔ تندشونده چند برابر اندازهٔ شتاب در مرحلهٔ کُندشونده است؟



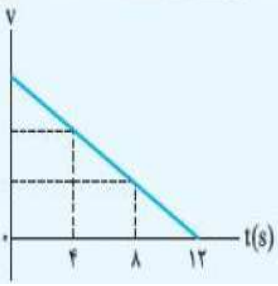
۱) ۲

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۳

۴) $\frac{1}{3}$

تست شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که بر روی محور y حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم حرکتش $3\ m/s$ باشد، شتاب حرکت در SI کدام است؟



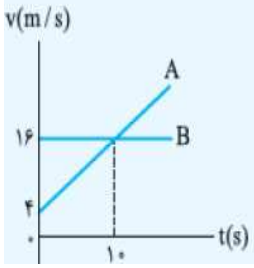
۱) $-\frac{1}{2}\vec{j}$

۲) $-2\vec{j}$

۳) $\frac{1}{2}\vec{j}$

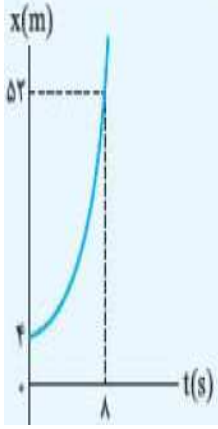
۴) $2\vec{j}$

تست نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از یک نقطه و در یک سو شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل روبه‌رو است. در چه لحظه‌ای متحرک A از B سبقت می‌گیرد و در این لحظه نسبت سرعت آن‌ها $(\frac{v_A}{v_B})$ کدام است؟



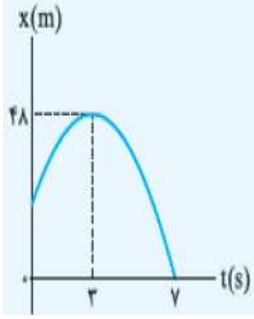
۱) ۱۰ ـ ۴
۲) ۱۰ ـ $\frac{۷}{۴}$
۳) ۲۰ ـ $\frac{۴}{۷}$
۴) ۲۰ ـ $\frac{۷}{۴}$

تست شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که حرکتش راست‌خط با شتاب ثابت است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $v_0 = ۵\ m/s$ باشد، شتاب متحرک برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



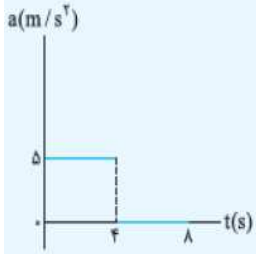
۱) $-\frac{۱}{۴}\vec{i}$
۲) $\frac{۱}{۴}\vec{i}$
۳) $-\frac{۱}{۲}\vec{i}$
۴) $\frac{۱}{۲}\vec{i}$

تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی یک سهمی مطابق شکل روبه‌رو است. شتاب حرکت و سرعت اولیهٔ این متحرک به ترتیب از راست به چپ چند متر بر مربع ثانیه و چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۸، ـ۶
۲) ـ۱۸،۶
۳) ۳۶، ـ۱۲
۴) ـ۳۶،۱۲

تست سرعت اولیهٔ متحرکی $-۱۰\ m/s$ و نمودار شتاب ـ زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. در مدت ۸ s، متحرک چه مسافتی را برحسب متر می‌پیماید؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

محاسبهٔ جابه‌جایی یا مسافت طی‌شده با روش رسم نمودار سرعت ـ زمان

در مسائل حرکت با شتاب ثابت که جابه‌جایی یا مسافت طی‌شده خواسته می‌شود، معمولاً یکی از روش‌های حل، رسم نمودار سرعت ـ زمان است. رسم نمودار سرعت ـ زمان در دو حالت امکان‌پذیر است:

الف) سرعت در دو لحظهٔ معین معلوم باشد.

ب) شتاب حرکت و سرعت در یک لحظه معلوم باشد.

تست اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = 8\,s$ سرعتش به $20\,m/s$ می‌رسد. سرعت متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $(2\,s, 5\,s)$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۲۶/۲۵ ۴) ۸/۷۵

تست سرعت متحرکی که با شتاب ثابت $-10\,m/s^2$ در راستای محور y حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = 3\,s$ برابر $5\,m/s$ است. در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت، مسافت طی‌شده چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است؟

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{6}{5}$

مسائل دو متحرکه

۱) به دلخواه یک جسم را به عنوان مبدأ و دیگری را به عنوان متحرک انتخاب کنید.

۲) باز هم به دلخواه یک جهت را به عنوان جهت مثبت در نظر بگیرید.

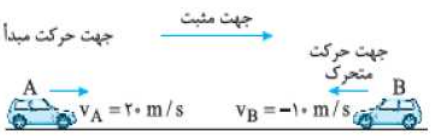
۳) با توجه به جهت مثبتی که انتخاب کرده‌اید، علامت کمیت z را برای دو جسم مبدأ و متحرک تعیین کنید.

سرعت نسبی به صورت $v_{نسبی} = v_{متحرک} - v_{مبدأ}$ و شتاب نسبی هم به صورت $a_{نسبی} = a_{متحرک} - a_{مبدأ}$

چندنکته

۱) علامت سرعت به جهت حرکت بستگی دارد. اگر متحرک یا مبدأ در جهت مثبتی که شما انتخاب کرده‌اید حرکت می‌کند، علامت سرعت مثبت و اگر در خلاف جهت مثبت حرکت می‌کند، علامت سرعت منفی است.

مثلاً در شکل روبه‌رو خودرو A را مبدأ و خودرو B را متحرک در نظر گرفته‌ایم.



با توجه به جهت حرکت مبدأ و متحرک، علامت سرعت مبدأ مثبت $(v_A > 0)$ و علامت سرعت متحرک منفی $(v_B < 0)$ است. پس داریم:

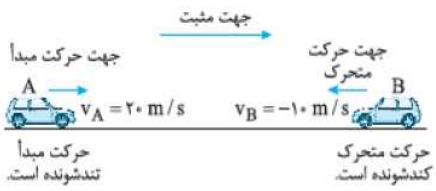
$$v_{نسبی} = v_B - v_A = (-10) - (20) = -30\,m/s$$

۲) می‌دانید که علامت شتاب به علامت سرعت و نوع حرکت وابسته است:

حرکت تندشونده ⟸ شتاب با سرعت هم‌علامت است.

حرکت کندشونده ⟸ علامت شتاب مخالف علامت سرعت است.

پس برای تعیین علامت شتاب، اول علامت سرعت را معلوم می‌کنیم و بعد با توجه به نوع حرکت و علامت سرعت، علامت شتاب را می‌فهمیم. مثلاً در شکل روبه‌رو حرکت خودرو A (مبدأ) تندشونده و علامت سرعت آن مثبت است. پس علامت شتاب مبدأ هم مثبت است:



$$v_{مبدأ} > 0 \xrightarrow{\text{تندشونده}} a_{مبدأ} > 0$$

اما حرکت خودرو B (متحرک) کندشونده و علامت سرعت آن منفی است، پس علامت شتاب متحرک مخالف علامت سرعت آن است:

$$v_{متحرک} < 0 \xrightarrow{\text{کندشونده}} a_{متحرک} > 0$$

تست دو متحرک (۱) و (۲) در مبدأ زمان به فاصلهٔ $360\,m$ از هم قرار دارند. اگر متحرک (۱) با تندی ثابت $4\,m/s$ و متحرک (۲) با تندی ثابت $5\,m/s$ به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۷۲

تست خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب $4\,m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $72\,km/h$ از کنار خودرو می‌گذرد. در لحظه‌ای که خودرو به کامیون می‌رسد، سرعت خودرو چند متر بر ثانیه است؟ (برگرفته از تمرین کتاب درسی)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۴۰

تست متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت a، مسیر مستقیمی را در مدت $4\,s$ می‌پیماید. متحرک دیگری همین مسیر را با سرعت اولیهٔ $6\,m/s$ و با شتاب ثابت $\frac{a}{2}$ در همان مدت $4\,s$ طی می‌کند. a چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

تست در یک مسیر مستقیم، موتورسواری با سرعت ثابت $10\,m/s$ در حال حرکت است. هم‌زمان خودرویی از $8\,m$ جلوتر از موتورسوار با شتاب ثابت $4\,m/s^2$ از حال سکون و در همان جهت شروع به حرکت می‌کند. خودرو و موتورسوار در دو نقطه از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ این دو نقطه چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

(مخصوصی دوازدهم ریاضی فیزیک)

سقوط آزاد (نمونه‌ای از حرکت راست‌خط با شتاب ثابت)

سقوط آزاد حرکتی است که در آن جسم فقط تحت تأثیر نیروی گرانش زمین حرکت می‌کند. این حرکت چون فقط تحت تأثیر یک نیروی (تقریباً) ثابت است، حرکت با شتاب ثابت محسوب می‌شود.

در این حرکت، تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی گرانش و تنها شتاب جسم، شتاب گرانش است که آن را با g نشان می‌دهیم. معمولاً جهت مثبت را رو به بالا فرض می‌کنیم، برای همین در فرمول‌ها شتاب را منفی $(-g)$ می‌گذاریم.

اگر راستای سرعت اولیه هم‌راستا با نیروی گرانش (عمود بر سطح زمین) باشد، نوع حرکت جسم راست خط با شتاب ثابت است. یعنی اگر جسم را در راستای قائم به طرف بالا یا پایین پرتاب کنیم یا آن را بدون سرعت اولیه رها کنیم، حرکت راست‌خط با شتاب ثابت (در امتداد مرکز کرهٔ زمین) خواهد بود. خبر خوب این است که قرار نیست فرمول جدیدی یاد بگیرید. تمام فرمول‌هایی که در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت یاد گرفتید، این‌جا هم به کار می‌رود. با این تفاوت که در آن‌ها به جای Δx ، Δy و به جای a، $-g$ قرار می‌دهیم. کتاب درسی فقط ساده‌ترین و حالت خاصی از حرکت سقوط آزاد (یعنی سقوط آزاد بدون سرعت اولیه) را بررسی کرده است.[1] ما هم سعی می‌کنیم خیلی از کتاب درسی بیرون نزنیم.

سقوط آزاد بدون سرعت اولیه

گفتیم این حرکت، یک حرکت راست‌خط با شتاب ثابت $-g$ و در راستای قائم (محور y) است؛ پس می‌توانیم فرمول‌های این حرکت را به صورت زیر بنویسیم:

نام فرمول	رابطهٔ کلی	رابطهٔ سقوط آزاد بدون سرعت اولیه
رابطهٔ مستقل از جابه‌جایی (سرعت ـ زمان)	$v = at + v_0$	$v = -gt$
رابطهٔ مستقل از سرعت نهایی (مکان ـ زمان)	$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$	$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$
رابطهٔ مستقل از زمان	$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$	$v^2 = -2g\Delta y$
رابطهٔ مستقل از شتاب	$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}t$	$\Delta y = \frac{vt}{2}$
جابه‌جایی در ثانیهٔ nام	$\Delta x_n = (n - 0/5)a + v_0$	$\Delta y_n = -(n - 0/5)g$

در حرکت سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، جابه‌جایی همواره رو به پایین است، پس اگر جهت مثبت را رو به بالا فرض کنیم، علامت جابه‌جایی منفی می‌شود: $\Delta y < 0$

حواستون باشه! اگر جهت مثبت را رو به پایین در نظر بگیرید، علامت شتاب، سرعت و جابه‌جایی هم مثبت می‌شود. *(اتفاقاً این‌جوری از شر منفی‌ها خلاص می‌شیم!)*

تست سنگی را در شرایط خلأ از ارتفاع ۸۰ متری رها می‌کنیم. این سنگ پس از چه مدت و با چه سرعتی به زمین برخورد می‌کند؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) $-20\vec{j}$ ـ ۲ s ۲) $20\vec{j}$ ـ ۲ s ۳) $-40\vec{j}$ ـ ۴ s ۴) $40\vec{j}$ ـ ۴ s

تست گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری رها می‌کنیم. این گلوله در ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر را می‌پیماید؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۲۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

تست جسمی را در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه، از ارتفاع h رها می‌کنیم و با سرعت v به زمین برخورد می‌کند. اگر جسم را با همان شرایط از ارتفاع h' رها کنیم، با سرعت $2v$ به زمین برخورد می‌کند. h' چند برابر h است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۴

تست سنگی را در شرایط خلأ از لبهٔ یک بلندی به ارتفاع h رها می‌کنیم. اگر زمان رسیدن سنگ به سطح زمین t باشد، زمان رسیدن سنگ به ارتفاع $\frac{h}{4}$ از سطح زمین چند t است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

کاربرد دنبالهٔ حسابی در حرکت سقوط آزاد

الف) دنبالهٔ حسابی در جابه‌جایی

در این‌جا هم مثل حرکت راست‌خط با شتاب ثابت افقی، می‌توانیم بگوییم که جابه‌جایی‌های متحرک در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت $a=-g$ می‌دهند. می‌دانید که جملهٔ عمومی این دنباله $\Delta y_n=-(n-0/5)\,g$ است:

ثانیهٔ اول: $\Delta y_{\text{اول}}=-0/5\,g \xrightarrow{g=10\,m/s^2} \Delta y_{\text{اول}}=-5\,m$

ثانیهٔ دوم: $\Delta y_{\text{دوم}}=-1/5\,g \xrightarrow{g=10\,m/s^2} \Delta y_{\text{دوم}}=-15\,m$

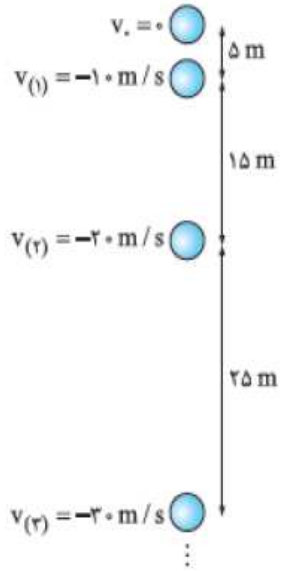
ثانیهٔ سوم: $\Delta y_{\text{سوم}}=-2/5\,g \xrightarrow{g=10\,m/s^2} \Delta y_{\text{سوم}}=-25\,m$

پس جابه‌جایی جسمی که در شرایط خلأ و با $g=10\,m/s^2$ از ارتفاعی رها می‌شود، در ثانیه‌های متوالی به ترتیب از چپ به راست برابر است با:

$-5\,m,-15\,m,-25\,m,-35\,m,\ldots$

در شکل روبه‌رو جابه‌جایی جسمی را که بدون سرعت اولیه با شتاب $-10\,m/s^2$ سقوط می‌کند، نشان داده‌ایم.

ب) دنبالهٔ حسابی در سرعت پایانی ثانیهٔ nام



طبق رابطه $v=-gt$ سرعت پایانی در ثانیه‌های متوالی برابر می‌شود با (g را برابر $-10\,m/s^2$ گرفته‌ایم.):

سرعت در لحظهٔ صفر: $v_0=-g(0)=0$

سرعت در لحظهٔ $t_1=1\,s$: $v_{(1)}=-g\times 1=-10\,m/s$

سرعت در لحظهٔ $t_2=2\,s$: $v_{(2)}=-g\times 2=-20\,m/s$

سرعت در لحظهٔ $t_3=3\,s$: $v_{(3)}=-g\times 3=-30\,m/s$

پس سرعت هم در هر ثانیه با قدرنسبت $-g$ تغییر می‌کند.

در شکل روبه‌رو، سرعت در لحظه‌های پایانی هر ثانیه را نشان داده‌ایم.

پس سرعت جسمی که در شرایط خلأ و با $g=10\,m/s^2$ از ارتفاع h رها می‌شود، در پایان ثانیه‌های متوالی به ترتیب از چپ به راست برابر می‌شود با:

$0,-10\,m/s,-20\,m/s,-30\,m/s,\ldots$

اگر سرعت در ابتدا و انتهای ثانیهٔ nام به‌ترتیب v_{n-1} و v_n باشد، می‌توانیم جابه‌جایی در این ثانیه را حساب کنیم.

$$\Delta y = \frac{v + v_0}{2}\Delta t = \frac{v_n + v_{n-1}}{2} \times 1 \Rightarrow \Delta y = \frac{v_n + v_{n-1}}{2}$$

به عبارت دیگر، جابه‌جایی در مدت یک ثانیه برابر است با میانگین سرعت‌ها در ابتدا و انتهای همان یک ثانیه.

تکنیک در حرکت سقوط آزاد با $g = 10\ m/s^2$، جابه‌جایی در یک ثانیه برابر است با اندازهٔ سرعت پایین منهای ۵ یا اندازهٔ سرعت بالا به اضافهٔ ۵:

$|\Delta y \text{ یک ثانیه‌ای}| = |v_{\text{پایین}}| - 5$

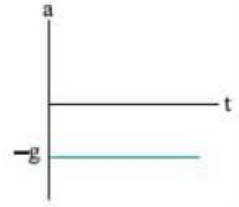
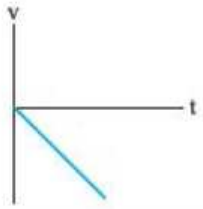
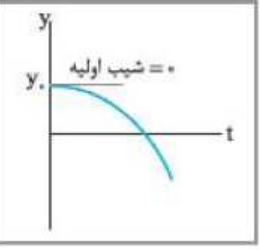
$|\Delta y \text{ یک ثانیه‌ای}| = |v_{\text{بالا}}| + 5$

تست **گلوله‌ای در شرایط خلأ در راستای قائم سقوط می‌کند و با سرعت $49\ m/s$ به زمین برخورد می‌کند. ۲ ثانیه قبل از برخورد، گلوله در ارتفاع چند متری از سطح زمین بوده است؟ $(g = 10\ m/s^2)$**

۱) ۷۸ ۲) ۴۴ ۳) ۹۸ ۴) ۵۴

نمودارهای حرکت سقوط آزاد بدون سرعت اولیه

در جدول مقابل، نمودارهای شتاب ـ زمان، سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان این حرکت را رسم کرده‌ایم. توجه کنید که در این حرکت همواره $a = -g < 0$، $\Delta y < 0$ و $v_0 = 0$ است.

ویژگی \ معادله	$a = -g$	$v = -gt$	$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$
$a < 0, v_0 = 0, y_0 > 0$			

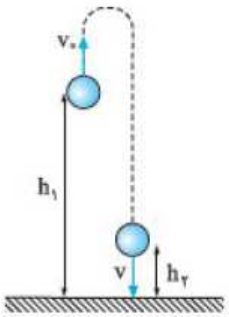
کاربرد اصل پایستگی انرژی مکانیکی در مسائل سقوط آزاد

بعضی از مسائل سقوط آزاد را (حتی اگر سرعت اولیه‌شان صفر نباشد) می‌توانیم به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی پاسخ دهیم؛ پس این مدل تست‌ها در چهارچوب کتاب‌های درسی قرار دارند و می‌توانند در کنکور هم مطرح شوند. ویژگی مشترک این تست‌ها مستقل از زمان بودنشان است. در واقع به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی به راحتی می‌توانیم به فرمول مستقل از زمان برسیم. مثلاً اگر مطابق شکل روبه‌رو گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع h_1 با سرعت اولیهٔ v_0 (به طرف بالا یا پایین) پرتاب کنیم و گلوله با سرعت v به ارتفاع h_2 برسد، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(mgh_2 - mgh_1) \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -mg(h_2 - h_1) \Rightarrow v^2 - v_0^2 = -2g\Delta h$$

همین‌طور که دیدید، از فرمول $E_1 = E_2$ به فرمول مستقل از زمان برای حرکت سقوط آزاد رسیدیم. تست‌های زیر را ببینید:



تست گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع ۶۰ متری سطح زمین با سرعت $۲۰\,m/s$ به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله با تندی چند متر بر ثانیه به سطح زمین برخورد می‌کند؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$

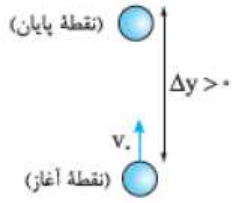
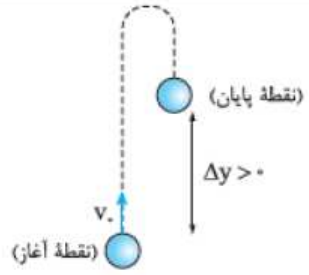
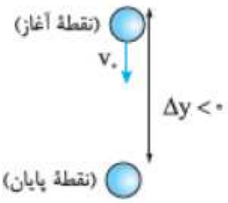
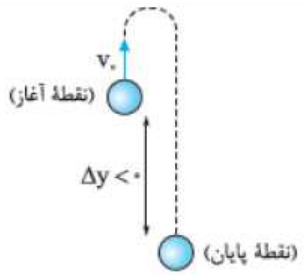
۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

تست گلوله‌ای را از سطح زمین با سرعت $۳۰\,m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله حداکثر تا ارتفاع چند متر از سطح زمین فاصله می‌گیرد؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید و $g = ۱۰\,m/s^۲$)

۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

از این درس‌نامه نتیجه می‌گیریم باید با مسائل سقوط آزاد که زمان در آن‌ها مطرح نیست (چه سرعت اولیه‌شان صفر باشد و چه نباشد) آشنا باشیم و بتوانیم آن‌ها را با فرمول مستقل از زمان حرکت پرتابی (همان فرمول مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت) حل کنیم، یعنی این: $v^۲ - v_۰^۲ = -۲g\Delta y$

فقط **حواستون باشه!** اگر جابه‌جایی کل گلوله رو به بالا باشد، $\Delta y > ۰$ و اگر رو به پایین باشد، $\Delta y < ۰$ است. مثلاً در شکل‌های الف و ب، $\Delta y > ۰$ و شکل‌های پ و ت، $\Delta y < ۰$ است.

			
شکل الف ـ گلوله را به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و حرکت آن را تا لحظهٔ تغییر جهت یا قبل از آن بررسی می‌کنیم.	شکل ب ـ گلوله را به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و حرکت آن را تا قبل از رسیدن به محل پرتاب بررسی می‌کنیم.	شکل پ ـ گلوله را از ارتفاعی به طرف پایین پرتاب می‌کنیم.	شکل ت ـ گلوله را از ارتفاعی به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و حرکت آن را تا لحظه‌ای بعد از گذشتن از محل پرتاب بررسی می‌کنیم.

اگر در شرایط خلأ جسمی را با سرعت اولیهٔ $v_۰$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب کنیم، در ارتفاع اوج سرعت صفر می‌شود و ارتفاع اوج از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$v^۲ - v_۰^۲ = -۲g\Delta y \xrightarrow{\Delta y = H,\ v = ۰} -v_۰^۲ = -۲gH \Rightarrow H = \frac{v_۰^۲}{۲g}$$