

چرخنده‌های ساده

برای طراح مکرراً لازم می‌شود که توان را از یک شفت به شفت دیگری منتقل کند، بطوری که نسبت سرعت دورانی معینی بین دو شفت حفظ شود. همچنین ممکن است انتقال یک حرکت زاویه‌ای مشخص میان دو شفت لازم شود.

سیستم‌های چرخنده‌ای گوناگونی جهت تامین این هدف طراحی و ساخته شده‌اند، که بطور بی صدا و با افت اصطکاکی بسیار کم کار می‌کنند. برای اینکه چرخنده‌ها به نرمی و بدون نوسان کار بکنند، به دندانه‌های آنها شکل هندسی مخصوصی می‌دهند. نسبت‌های دندانه چرخنده و اندازه‌های آنها استاندارد شده‌اند. این کار باعث تسهیل محاسبات طراحی و به حداقل رسیدن تعداد ابزار لازم (تیغ فرزها) می‌گردد. برای ساخت چرخنده‌ها باید از موادی استفاده شود که استحکام، مقاومت در مقابل خستگی و سایش آنها مناسب باشد. اگر بخواهیم که هزینه‌های ساخت یک کالا به حداقل خود برسد، باید از روش ساخت و بازرسی ساده تری استفاده کرد. طراح باید همه این مسائل را مد نظر قرار دهد.

در زیر فهرستی از نمادها و اختصارات مورد استفاده در این فصل آمده است.

ارتفاع سر دندانه	<i>a</i>	اینچ (25.4mm)	<i>in.</i>
عرض پیشانی دندانه	<i>b</i>	ممان اینرسی جرم	<i>I</i>
عدد سختی برینل	<i>BHN</i>	ژول؛ نیوتن-متر (Nm)	<i>J</i>
فاصله مرکزی	<i>c</i>	کیلو (پیشوندی به معنای 1000)	<i>k</i>
قطر گام	<i>d</i>	ثابت فنری دندانه	<i>k</i>
خطای تغییر موقعیت دنده شانه‌ای مولد	<i>e</i>	کیلوگرم (2.2046 lb)	<i>kg</i>
مدول کشسانی	<i>E</i>	کیلو وات (1.341 اسب بخار)	<i>kW</i>
لقیه (فاصله آزاد)	<i>f</i>	ثابت معادله استهلاک	<i>K</i>
ظرفیت خمش دندانه	<i>F_b</i>	پاند؛ یک پاند نیرو (lbf) برابر با 4.4482 نیوتن، و یک پاند جرم (lbfm) برابر با 0.4536 kg است.	<i>lb</i>
نیروی دینامیک	<i>F_d</i>	متر (39.370 in.)	<i>m</i>
نیروی اسب بخار	<i>F_p</i>	میلی (پیشوندی به معنای یک هزارم)	<i>m</i>
ظرفیت سایشی دندانه	<i>F_w</i>	مدول نسبت قطر بر حسب میلیمتر بر تعداد دندانه	<i>m₀</i>
شتاب ثقل زمین برابر با 386 in/sec^2 یا 9.8066 m/sec^2	<i>g</i>	میلی متر (1 in. = 25.4 mm)	<i>mm</i>
اسب بخار (0.7457 kW)	<i>hp</i>	مگا (پیشوندی؛ یک میلیون)	<i>M</i>

$$i = \frac{N_2}{N_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

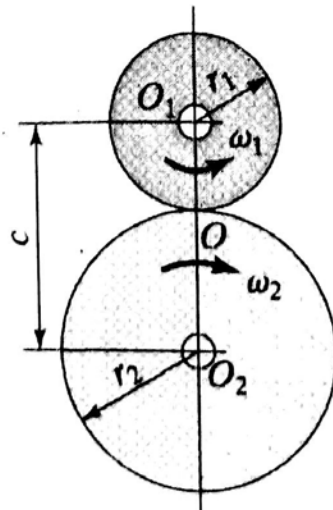
گشتاور پیچشی	T	مگا پاسکال (یک نیوتن بر میلیمتر مربع)	MPa
سرعت	V	دور بر دقیقه (rpm)	n
وات (یک ژول بر ثانیه یا یک نیوتن متر بر ثانیه)	W	تعداد دندانه چرخنده	N
ضریب فرم برای گام دایره ای	γ	گام دایره ای	p
ضریب فرم برای گام قطری	Y	گام مبنا	p_b
طول تماس برای دندانه‌های درگیر	z	گام قطری	P_d
گاما؛ وزن واحد حجم	γ	پاسکال (یک نیوتن بر متر مربع)	Pa
(سیگما)؛ تنش خمشی	σ	شعاع گام	r
تنش تحمل سطحی	σ_{ec}	دور بر دقیقه	rpm
(فی)؛ زاویه فشار	ϕ	شعاع انحنا ایینولوت	R
(امگا)؛ سرعت زاویه‌ای بر حسب رادیان بر ثانیه	ω	زمان؛ ضخامت دندانه	t

۱-۱ مقدمه

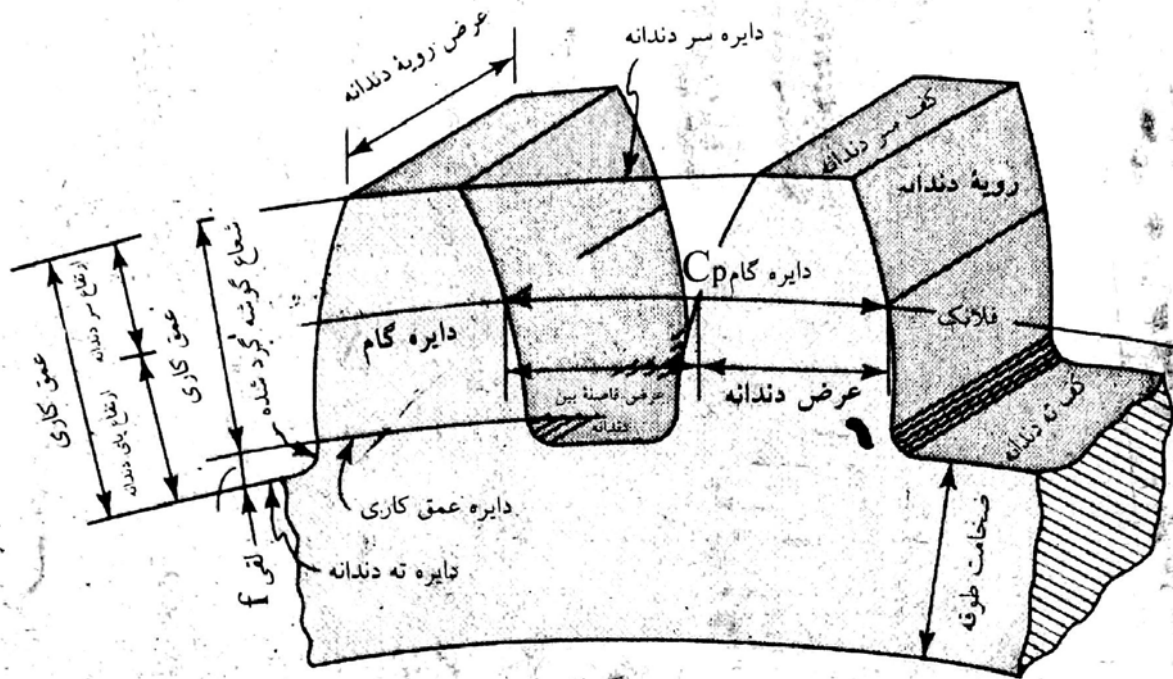
در استوانه‌های اصطکاکی شکل (۱-۱۰) اگر در نقطه تماس O لغزش وجود نداشته باشد، سرعت مماسی سطوح آنها مساوی خواهد بود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \quad (1)$$

در این فرمول r_1 و r_2 شعاعهای استوانه‌ها و ω_1 و ω_2 سرعت‌های زاویه‌ای آنها بر حسب رادیان بر ثانیه است. با گذاشتن دندانه‌هایی بطور موازی با محور می‌توان این استوانه‌ها را به چرخهای دندانه‌دار تبدیل کرد. بنابراین دایره‌های شکل (۱-۱۰) را بنام دایره‌های گام (دایره تقسیم) می‌نامند، و قطر آنها را گام چرخنده می‌گویند. دندانه‌ها هم شامل قسمت بیرونی و هم شامل قسمت داخلی دایره گام می‌شوند.



شکل ۱-۱۰: استوانه‌های اصطکاکی



شکل ۱-۲: قسمت‌های اصلی دندانه چرخنده

اسامی قسمت‌های مهم دندانه چرخنده ساده در شکل (۱-۲) نشان داده شده است. موقعی که چرخنده‌ها با هم کار می‌کنند، دندانه‌های یکی تا دایره پای دندانه چرخنده دیگر می‌رسد. لقی از سوار شدن دندانه یکی از چرخنده‌ها بر روی کف ته دندانه چرخنده دیگر، جلوگیری می‌کند.

اگر منظور ما صرفاً انتقال حرکت باشد، لازم نیست که دندانه‌ها دارای شکل مخصوص باشند، اما اگر بخواهیم چرخنده‌ها بطور بی‌صدا و بدون نوسان کار کنند باید سرعت دایره گام آنها در همه لحظات یکسان باشد. این مطلب بویژه به فاصله زمانی که در آن دو دندانه معین در تماسند، اشاره می‌کند. شکل دندانه‌های چرخنده باید طوری باشد که در صورت ثابت بودن سرعت حرکت دایره گام چرخنده محرک، سرعت حرکت دایره گام چرخنده متحرک در مدت تماس نه افزایش و نه کاهش یابد. اگر چنین شرایطی را ایجاد کنیم می‌توان گفت که قانون اساسی چرخنده‌ها را رعایت کرده‌ایم.

۱-۲ قانون سرعت چرخنده‌ها

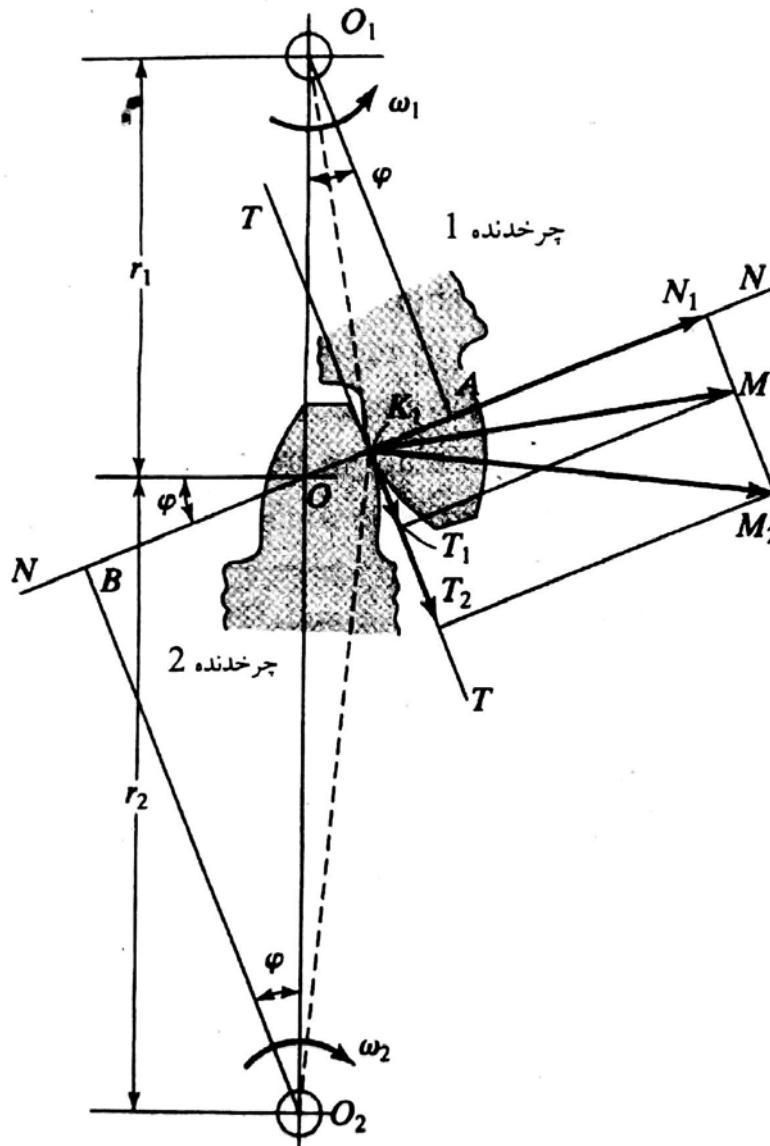
قسمت‌های مختلف دو چرخنده با مراکز O_1 و O_2 را در شکل (۱-۳) مشاهده می‌نمایید. سرعت زاویه‌ای این چرخنده‌ها به ترتیب ω_1 و ω_2 است. دندانه‌ها در نقطه K_1 با هم تماس حاصل کرده‌اند، اما هنوز شکل بخصوصی به دندانه‌ها داده نشده است. NN و TT به ترتیب خطوط مماس و قائم بر سطوح دندانه در نقطه K_1 هستند. خط قائم NN خط المکزین را در نقطه O قطع می‌کند. بردار K_1M_1 سرعت نقطه K_1 را بعنوان نقطه ای از چرخنده شماره ۱ نشان می‌دهد. این بردار بر شعاع O_1K_1 قائم است. همچنین K_1M_2 سرعت K_1 را اگر K_1 بعنوان نقطه‌ای بر روی چرخنده شماره ۲ فرض شود نشان می‌دهد. به دلیل اینکه دندانه‌ها در حال

تماس می‌ماند، تصویر K_1N_1 بردارهای سرعت بر روی عمود مشترک، در مورد هر دو چرخنده باید یکسان باشد. با استفاده از شکل داریم

$$K_1M_2 = \omega_2 \times O_2K_1 \text{ و } K_1M_1 = \omega_1 \times O_1K_1$$

بنابراین می‌توان نوشت

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1K_1}{K_1M_1} \times \frac{K_1M_2}{O_2K_1} \quad (a)$$



شکل ۳-۱۰: همانگونه که در این شکل می‌بینید مولفه‌ای از سرعت که در نقطه تماس بر سطوح دندانه قائم است، در مورد هر دو چرخنده یکسان است.

با استفاده از اضلاع مثلثهای متشابه در شکل می‌توان نوشت

$$\frac{O_1K_1}{K_1M_1} = \frac{O_1A}{K_1N_1} \quad , \quad \frac{K_1M_2}{O_2K_1} = \frac{K_1N_1}{O_2B} \quad (b)$$

با جاگذاری در معادله (a) خواهیم داشت

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1A}{O_2B} \quad (c)$$

همچنین با استفاده از مثلثهای متشابه داریم

$$\frac{O_1A}{O_2B} = \frac{O_1O}{O_2O} \quad (d)$$

با جاگذاری در معادله (c) داریم

$$\omega_1 \times O_1O = \omega_2 \times O_2O \quad (2)$$

اگر نسبت دو چرخنده ثابت باشد، مطابق معادله (۲) نسبت ω_1 / ω_2 نیز باید در تمام مدت ثابت بماند. معادلات (۱) و (۲) را نسبت به هم حل کرده و با استفاده از رابطه

$$r_1 + r_2 = O_1O + O_2O$$

نتیجه می‌گیریم

$$\begin{aligned} O_1O &= r_1 \\ O_2O &= r_2 \end{aligned} \quad (e)$$

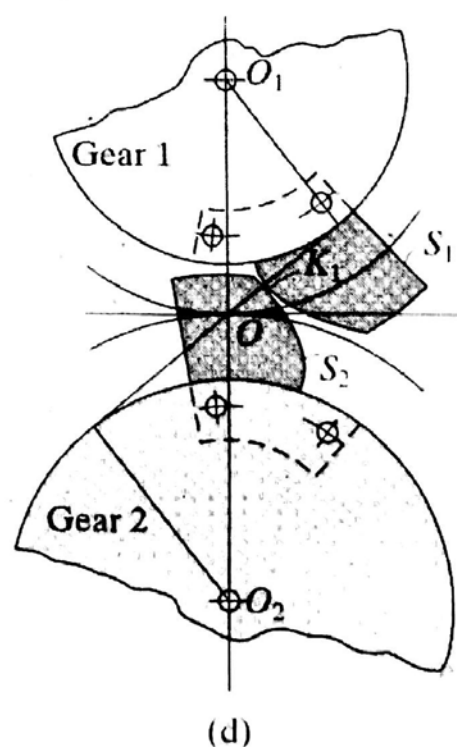
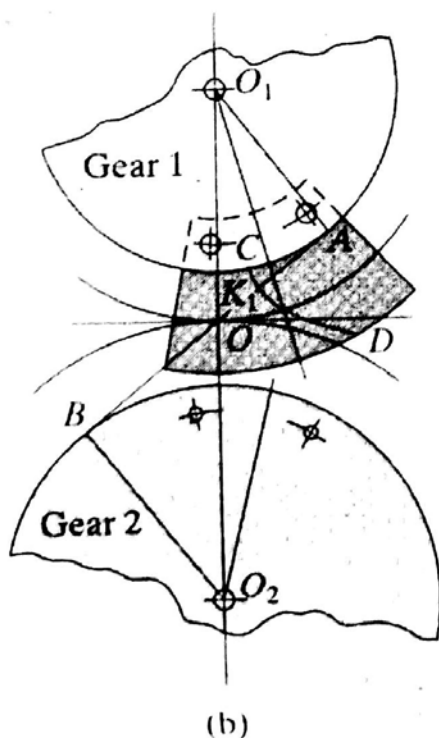
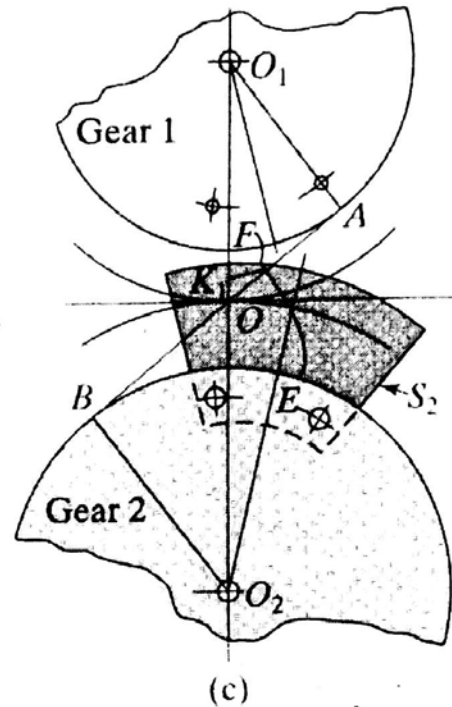
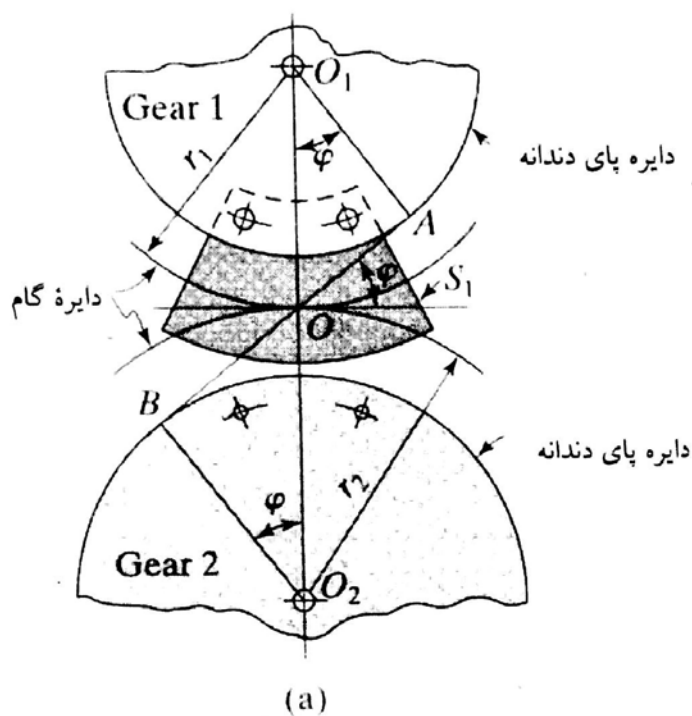
بنابراین نقطه O ثابت است و دایره‌های گام بر مبنای آن رسم می‌شوند. پس برای رعایت قانون اساسی چرخنده‌ها لازم است اضلاع دندانها طوری شکل داده شوند که در تمام اوقات خط قائم ماربر نقطه تماس از نقطه گام O بگذرد.

اختلاف $K_1T_2 - K_1T_1$ بین بردارهای مماس برابر با سرعت لغزش یکی از دندانه‌ها بر روی دندانه دیگر است. سرعت لغزش ثابت نیست و برحسب موقعیت مکانی نقطه تماس K_1 تغییر می‌کند. موقعی که K_1 بر نقطه O منطبق می‌شود سرعت لغزش به صفر می‌رسد و حرکت دندانه‌ها در این نقطه به صورت کاملاً غلتکی می‌شود. می‌توان ثابت کرد که اگر شکل دندانه‌های چرخنده به صورت منحنی اینولوت یا سیکلوئید باشد، قانون اساسی چرخنده‌ها رعایت می‌شود. در چرخنده‌های اینولوت، خط قائم NN نه تنها همواره از نقطه O عبور می‌کند بلکه با مماس مشترک دایره‌های گام زاویه تمایل ثابتی مانند ϕ می‌سازد. در چرخنده‌های سیکلوئیدی نقطه O ثابت می‌ماند اما زاویه ϕ با تغییرات موقعیت مکانی نقطه تماس K_1 تغییر می‌کند.

۳-۱۰ سینماتیک دندانه‌های اینولوت

فرض کنید نسبت سرعت لازم برای یک جفت چرخنده به ترتیب توسط دواير گام O_1O و O_2O بدست آید (شکل a ۱۰-۴). خط AB را تحت زاویه ϕ نسبت به مماس مشترک دایره‌ها رسم کنید. در عمل ϕ معمولاً $14\ 1/2^\circ$ یا 20° است. دایره‌ها به طور مماس بر خط AB رسم و بنام دایره‌های مبنای چرخنده‌ها نامیده می‌شوند. اجازه دهید استوانه‌ها را مساوی دواير مبنای چرخنده‌ها ساخته و مانند یک طرف تسمه طبیعی نخ را اول به دور چرخنده ۱ پیچانده و از نقطه A به B بگذاریم، و سپس به دور چرخنده ۲ پیچانیم. در شکل (۱۰-۴a) فرض کنید صفحه‌ی صاف S_1 به چرخنده ۱ متصل شود، همچنین فرض کنید در نقطه O یک نقطه رسام به نخ متصل باشد. حال چرخنده‌ها را در دو جهت اندکی بگردانید و سعی کنید نخ به حالت

کشیده باقی بماند، بدین ترتیب منحنی CD نشان داده شده در شکل (b ۴-۱۰) توسط نقطهٔ رسام رسم می‌شود. به ازای تمام موقعیتهای مکانی چرخنده، فاصلهٔ K_1A برابر کمان AC است. بنابراین منحنی CD یک منحنی اینولوت و در تمام اوقات بر نخ قائم است. صفحه S_1 را برداشته و یک صفحه بنام صفحه S_2 به چرخنده شماره ۲ متصل می‌کنیم و سپس عملیات فوق را عیناً در مورد چرخنده ۲ انجام می‌دهیم. بدین طریق یک منحنی EF نظیر منحنی فوق مطابق شکل (c ۴-۱۰) بدست می‌آید.



شکل ۴-۱۰: تولید دندانه‌های اینولوت. (در این شکل $Gear$ به معنی چرخنده است)

اگر بعضی از قسمتهای صفحات S_1 و S_2 را ببریم هر دو صفحه را می‌توانیم بطور همزمان بر روی چرخدنده‌ها متصل کنیم (شکل ۴-۱۰). منحنی‌های دو چرخدنده در نقطه K_1 با هم مماسند و اگر یکی از چرخدنده‌ها در این نقطه به چرخدنده دیگر فشار آورد، این چرخدنده شروع به گردش می‌کند. در این شرایط، برای ایجاد حرکت نخ لازم نمی‌شود و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. قائم مشترک بر منحنی دندانه‌ها، بر نخ منطبق است و بنابراین همیشه از نقطه ثابت O واقع بر روی خط مرکزین عبور می‌کند و بدین ترتیب قانون چرخدنده‌ها برقرار می‌شود. نسبت چرخدنده‌ها مساوی نسبت دوایر گام آنها است.

در مثلثهای متشابه O_1AO و O_2BO داریم

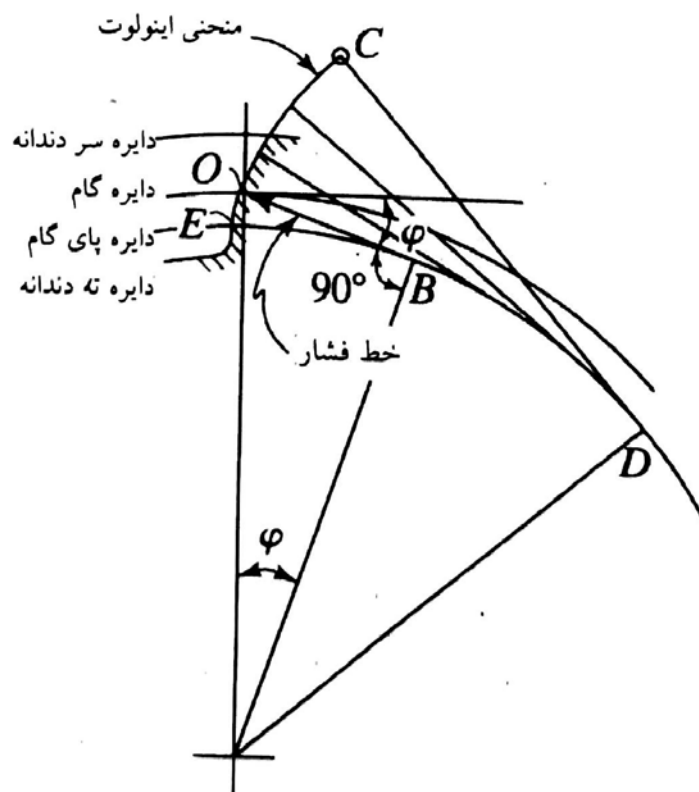
$$\frac{O_2B}{O_1A} = \frac{O_2O}{O_1O} \quad (3)$$

با جاگذاری در معادله (۲) خواهیم داشت

$$\omega_1 \times O_1A = \omega_2 \times O_2B \quad (4)$$

بدین ترتیب ملاحظه می‌شود که سرعتهای خطی دایره‌های پای دندانه در دو چرخدنده نیز با هم برابر هستند. در چرخدنده‌های اینولوت حداقل باید یک جفت از دندانه‌ها در طول خط AB بر هم مماس باشند. به همین دلیل این خط را خط کار یا خط فشار، و معمولاً زاویه ϕ را زاویه فشار می‌نامند.

برای استخراج معادله فرم یا سینماتیک یک چرخدنده، اغلب لازم می‌شود که دندانه آنرا در مقیاس بزرگتری رسم کنیم. در موقع رسم اینولوت بر روی تخته رسم، اول خط فشار بر اساس زاویه فشار لازم ϕ رسم می‌شود. بطوری که در شکل (۵-۱۰) مشاهده می‌نمایید، دایره پای دندانه بطور مماس بر خط فشار رسم می‌شود. برای نشان دادن موقعیتهای مکانی مختلف نخ در موقع باز شدن از دور استوانه‌ها مماسهایی بر دایره پایه دندانه رسم می‌کنند.



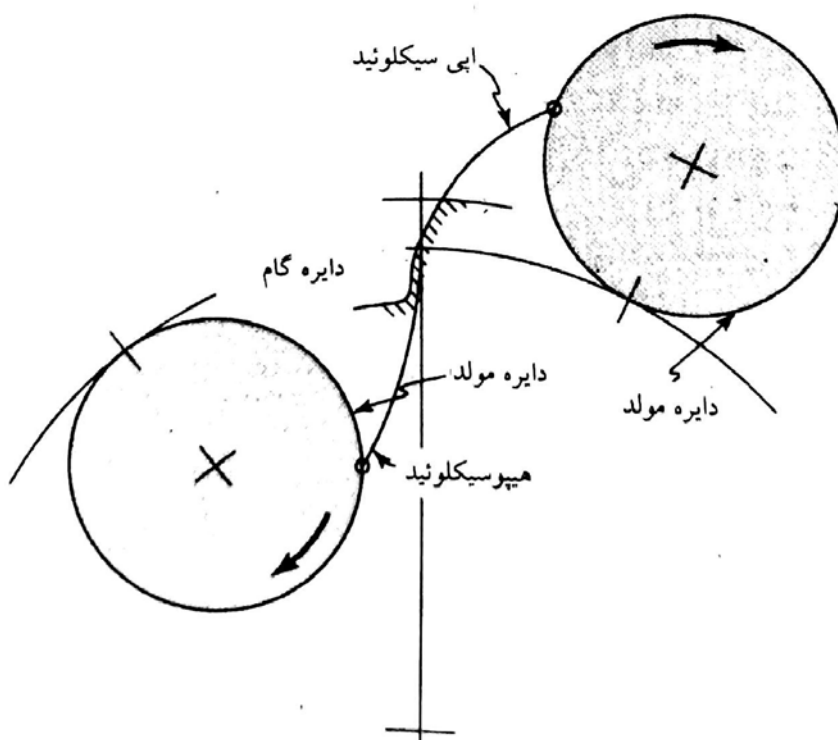
شکل ۵-۱۰: طریقه رسم منحنی اینولوت در روی تخته رسم.

نقطه آغازی E برای رسم منحنی اینولوت با مساوی قرار دادن کمان EB با خط مماس OB بدست می‌آید. نقاط دیگر منحنی اینولوت با رسم خطوط مماس با فواصل کم بر دایره پای دندان بدست می‌آیند. بعنوان مثال کمان ED باید مساوی مماس CD باشد. لازم به ذکر است در مورد چرخنده شانه‌ای (چرخنده‌ای با شعاع بی نهایت) منحنی اینولوت بصورت خط راست در می‌آید. همانگونه که از شکل (۴-۱۰) معلوم است، نیروی بین یک جفت دندان، در موقعی که توان میان دو چرخنده منتقل می‌شود، در امتداد خط AB است. بنابراین، خط AB که بر هر دو دایره پای دندان مماس است به نام خط فشار معروف است.

۴-۱۰ دندانه‌های سیکلوئید

همچنین با استفاده از قسمتهای منحنی این سیکلوئید و هیپوسیکلوئید در طرح دندان چرخنده نیز می‌توان قانون چرخنده‌ها را تامین کرد. این منحنی توسط نقطه‌ای بر محیط دایره‌ی مولد که در جدار خارجی یا داخلی دایره گام چرخنده بدون لغزش می‌غلتد، رسم می‌شود (شکل ۶-۱۰).

قبلاً چرخنده‌های سیکلوئیدی چدنی با دندانه‌های ریخته شده بطور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گرفت. اصولاً فرم ابزار برش (تیغ فرز) لازم جهت ساخت چرخنده‌های اینولوت ساده تر از فرم ابزار لازم برای ساخت چرخنده‌های سیکلوئیدی است و به همین دلیل چرخنده‌های اینولوت نسبت به چرخنده‌های سیکلوئیدی ترجیح داده می‌شوند. تغییر فاصله مرکزی چرخنده‌ها هیچگونه اثری بر دندانه‌های اینولوت ندارد، اما در مورد چرخنده‌های سیکلوئیدی اینطور نیست. یعنی اگر فاصله مراکز چرخنده‌ها دقیقاً حفظ نشود، عمل دندانه‌ها صحیح نخواهد بود.



شکل ۶-۱۰: روش رسم منحنی‌های ای سیکلوئید و هیپوسیکلوئید

در حال حاضر مهمترین دلیل استفاده از چرخنده‌های سیکلوئیدی بهره‌گیری از طرح سیکلوئیدی در مورد سیستم مرکب $14\frac{1}{2}^\circ$ است. روتورهای دمنده‌های مثبت $Root$ نیز به شکل سیکلوئید هستند.

۵-۱۰ انواع گامهای دندانه‌ها

در این کتاب حرف N در همه جا نماد تعداد دندانه چرخنده است، و برای نیوتن از نام کامل آن (نیوتن) استفاده شده است. در محاسبات چرخنده‌ها چهار گام مختلف زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

(الف) گام دایره‌ای: فاصله یک نقطه واقع بر روی یکی از دندانه‌ها از نقطه نظیر آن در روی دندانه مجاور در طول دایره گام، گام دایره‌ای نامیده می‌شود. اگر گام دایره‌ای را با p ، قطر گام را با d و تعداد دندانه‌های چرخنده را با N نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$p = \frac{\pi d}{N} \quad (5)$$

(ب) گام قطری: عبارت از تعداد دندانه‌های چرخنده به ازای یک اینچ از قطر گام است. اگر قطر گام P_d چرخنده با P_d نشان داده شود خواهیم داشت •

$$P_d = \frac{N}{d} = \frac{N}{2r} \quad (6)$$

با استفاده از معادله (۶) معادله زیر برای محاسبه فاصله مرکزی (c) بدست می‌آید

$$c = r_1 + r_2 = \frac{N_1 + N_2}{2P_d} \quad (7)$$

معمولاً در دو چرخنده درگیر، چرخنده کوچکتر را پینیون می‌نامند. با حل معادلات (۵) و (۶) نسبت به هم رابطه زیر بدست می‌آید

$$pP_d = \pi \quad (8)$$

شکل (۷-۱۰) تعدادی از دندانه‌های چرخنده‌هایی با گامهای قطری مختلف را در اندازه واقعی نشان می‌دهد.

(ج) گام مبنا (Base pitch): فاصله نقطه واقع بر روی یکی از دندانه‌ها با نقطه نظیر آن در روی دندانه مجاور در امتداد دایره مبنا را گام مبنا می‌نامند. بطوری که در شکل (۸-۱۰) نشان داده شده می‌توان گام مبنا را مساوی فاصله بین دو دندانه مجاور در طول خط مماس بر دایره مبنا فرض کرد. چون شعاع دایره مبنا برابر با $r \cos \phi$ است، گام مبنا برابر با حاصل تقسیم محیط دایره مبنا بر تعداد دندانه چرخنده است. در عبارت یاد شده، r نشانگر شعاع دایره گام است. بدین ترتیب خواهیم داشت

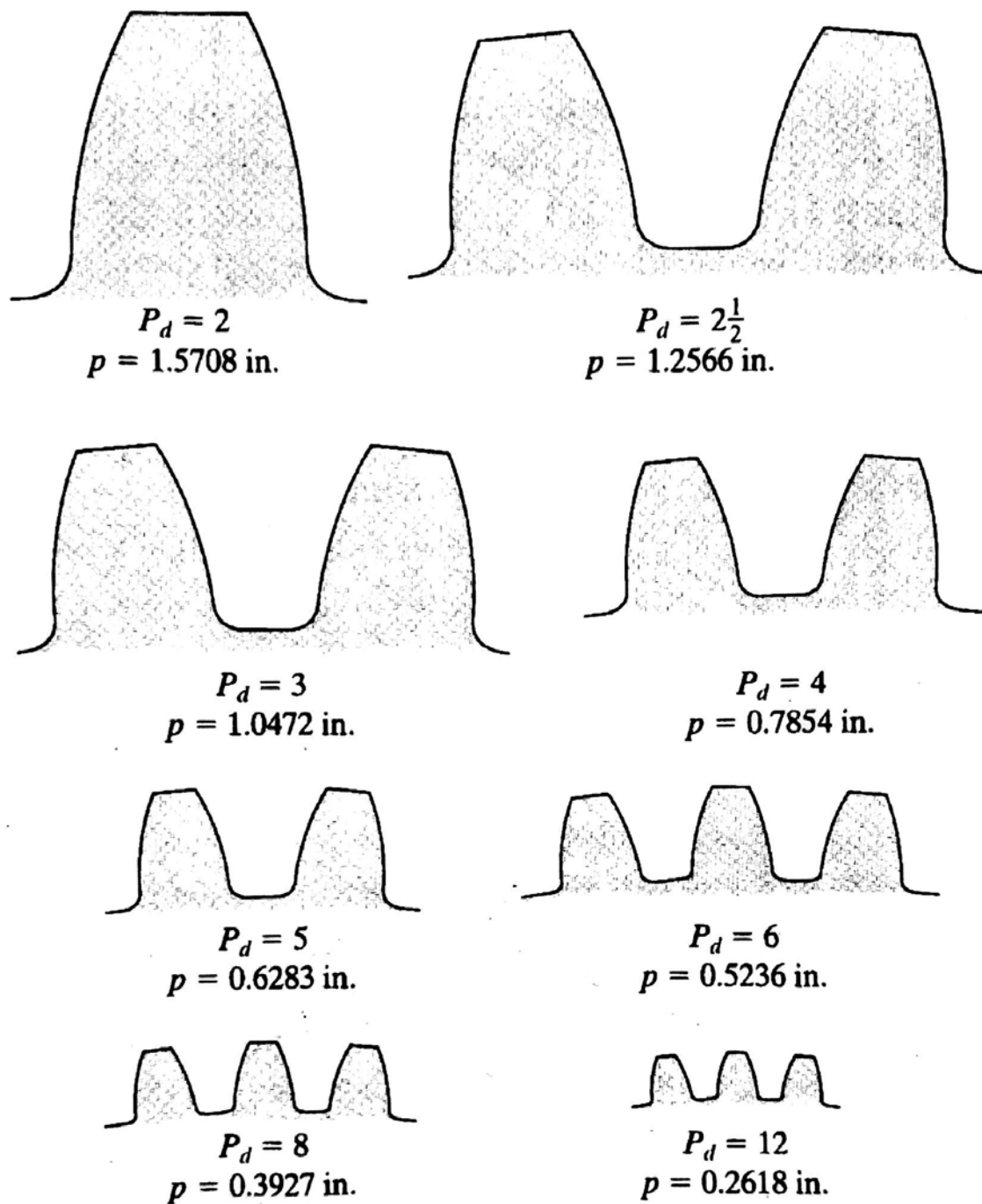
$$P_b = \frac{2\pi r \cos \phi}{N} = p \cos \phi = \frac{\pi \cos \phi}{P_d} \quad (9)$$

به ازای $\phi = 14 \frac{1}{2}^\circ$ داریم

$$P_b = \frac{3.0415}{P_d} \quad (10)$$

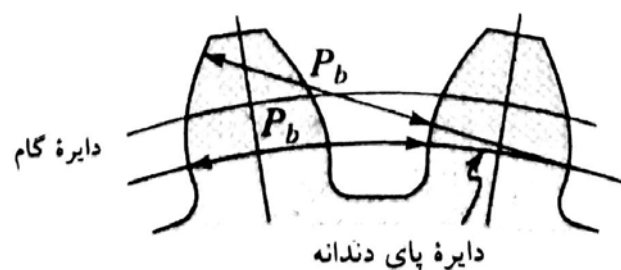
به ازای $\phi = 20^\circ$ داریم

$$P_b = \frac{2.9521}{P_d} \quad (11)$$



شکل ۷-۱۰: اندازه‌های واقعی دندانه‌های مربوط به چرخنده‌هایی با گام‌های قطری مختلف، مدول معادل

برابر با $25.4/P_d$



شکل ۸-۱۰: گام پایه دندانه

مثال ۱-۱۰

ضخامت یک دندانه از نوع $4P_d$ در امتداد دایره گام چقدر است؟

اطلاعات داده شده: $P_d = 4$

فرضها: دندانه‌های این نوع چرخنده در شکل (۲-۱۰) تعریف شده‌اند.

روش حل: از معادله (۸) استفاده می‌کنیم. این معادله گام دایره‌ای را تعریف می‌کند.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۸) می‌توان نوشت

$$p = \frac{\pi}{P_d} = \frac{\pi}{4} = 0.7854 \text{ in}$$

با صرف نظر از لقی و بازی آزاد می‌توان ضخامت دندانه را در امتداد دایره گام برابر با نصف p در نظر گرفت. بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{ضخامت دندانه} = \frac{1}{2} \times 0.7854 = 0.3927 \text{ in}$$

مثال ۲-۱۰

چرخنده‌ای به تعداد دندانه 20 دندانه با مشخصات $5P_d$ با چرخنده دیگری به تعداد دندانه 63 درگیر است. فاصله استاندارد میان مرکزهای این دو چرخنده را به دست آورید.

اطلاعات داده شده:

$$N_1 = 20, N_2 = 63, P_d = 5$$

فرضها: دندانه‌ها از نوعی است که در شکل‌های (۲-۱۰ و ۸-۱۰) تعریف شده‌اند.

روش حل: از معادله (۶) استفاده می‌کنیم. این معادله گام قطری را تعریف می‌کند.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۶)، شعاع گام r_1 به صورت زیر بدست می‌آید:

$$r_1 = \frac{N_1}{2P_d} = \frac{20}{2 \times 5} = 2.0 \text{ in}$$

شعاع گام r_2 بصورت زیر تعیین می‌شود

$$r_2 = \frac{N_2}{2P_d} = \frac{63}{2 \times 5} = 6.3 \text{ in.}$$

فاصله استاندارد میان مرکزهای دو چرخنده عبارتند از

$$c = r_1 + r_2 = 2.0 + 6.3 = 8.3 \text{ in.}$$

مثال ۳-۱۰

دو چرخنده به مشخصات $8P_d$ را می‌خواهیم به فاصله مرکزی 16 in مونتاژ کنیم. اگر نسبت سرعت برابر با 7:9 باشد، تعداد دندانه هر کدام از این چرخنده‌ها را بدست آورید.

اطلاعات داده شده: $P_d = 8, c = 16 \text{ in}, N_1 / N_2 = 7/9$

فرضها: این دو چرخنده بدون فاصله آزاد با هم درگیر خواهند شد.

روش حل: از معادله (۷) استفاده می‌کنیم. این معادله فاصله مرکزی چرخنده‌ها را برحسب گام قطری و تعداد دندانه‌های چرخنده به دست می‌دهد.

جزئیات حل: با استفاده از شرایط داده شده می‌توان نوشت

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{7}{9} \quad \text{or} \quad N_1 = \frac{7}{9} N_2$$

با کاربرد معادله (۷) داریم

$$2P_d c = N_1 + N_2 = \frac{7}{9} N_2 + N_2 = \frac{16}{9} N_2$$

$$N_2 = \frac{9}{16} \times 2P_d c = \frac{9}{16} \times 2 \times 8 \times 16 = 144 \quad (\text{تعداد دندانه})$$

$$N_1 = \frac{7}{9} \times 144 = 112$$

گامهای زیر را به عنوان قامهای استاندارد در نظر می‌گیرند

$P_d 1 - P_d 2$: که به اندازه $1/4$ گام قطری تغییر می‌کند.

$P_d 2 - P_d 3$: که به اندازه $1/2$ گام قطری تغییر می‌کند.

$P_d 3 - P_d 12$: که به اندازه 1 گام قطری تغییر می‌کند.

$P_d 12 - P_d 32$: که به اندازه 2 گام قطری تغییر می‌کند.

۶-۱ انواع دندانه‌های چرخنده در سیستم واحدهای متریک (SI)

در سیستم متریک، اندازه دندانه را با مدول m_0 مشخص می‌کنند. مدول عبارت از حاصل تقسیم قطر گام بر تعداد دندانه چرخنده است. به عبارت دیگر داریم

$$m_0 = \frac{d}{N} \quad \text{or} \quad d = m_0 N \quad (6a)$$

از بر کردن این معادله با توجه به اینکه معکوس معادله (۶) به ازای P_d است آسانتر می‌شود. بنابراین با قرار دادن $1/m_0$ به جای P_d در معادله سیستم اینچی (آمریکایی)، معادله نظیر آن در سیستم متریک به دست می‌آید. در سیستم متریک، قطر گام d و شعاع r باید برحسب میلیمتر بیان شود. N نشانگر تعداد دندانه چرخنده است. مدول m_0 دارای دیمانسیون میلیمتر است. مقدار عددی گام قطری P_d برابر با حاصل تقسیم $25.4/m_0$ برحسب میلیمتر است بنابراین می‌توان نوشت

$$P_d = \frac{25.4}{m_0} \quad (6b)$$

با استفاده از معادله (۶a) فاصله مرکزی c برای دو چرخنده درگیر به صورت زیر بدست می‌آید

$$c = r_1 + r_2 = \frac{m_0}{2}(N_1 + N_2) \quad (7a)$$

همانگونه که قبلاً گفتیم گام دایره‌ای p برابر است با محیط دایره گام πd تقسیم بر تعداد دندانه N

$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m_0 \quad (8a)$$

شکل نهایی این معادله با جاگذاری معادله (۶a) بدست می‌آید.

مثال ۱A-۱۰

ضخامت دندانه‌ای به مدول 6 را در امتداد دایره گام بدست آورید.

اطلاعات داده شده: $m_0 = 6$

فرضها: دندانه‌های این چرخنده در شکل (۱۰-۲) تعریف شده‌اند.

روش حل: از معادله (۸a) استفاده می‌کنیم. این معادله مدول چرخنده را تعریف می‌کند.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۸a) می‌توان نوشت

$$p = \pi m_0 = 6\pi = 18.85 \text{ mm}$$

در صورت صفر فرض کردن مقدار لقی، ضخامت دندانه در امتداد دایره گام برابر با نصف گام دایره‌ای است.

مثال ۱A-۲۰

یک چرخنده‌ی 20 دندانه با مدول 5 با چرخنده‌ی دیگری با تعداد دندانه 63 درگیر می‌شود. مقدار فاصله استاندارد بین مرکزهای این دو چرخنده را بدست آورید.

اطلاعات داده شده: $N_1 = 20$, $N_2 = 63$, $m_0 = 5$

فرضها: دندانه‌های این دو چرخنده از نوعی است که در شکل‌های (۱۰-۸) و (۱۰-۲) تعریف شده‌اند.

روش حل: از معادله (۶a) استفاده می‌کنیم. این معادله گام قطری را برحسب مدول تعریف می‌کند.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۶a) شعاع گام r_1 به صورت زیر بدست می‌آید

$$r_1 = \frac{1}{2} m_0 N_1 = \frac{1}{2} \times 5 \times 20 = 50 \text{ mm}$$

شعاع گام r_2 عبارت است از

$$r_2 = \frac{1}{2} m_0 N_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 63 = 157.5 \text{ mm}$$

فاصله مرکز دو چرخنده به صورت زیر تعیین می‌شود

$$c = r_1 + r_2 = 207.5 \text{ mm}$$

مثال ۱A-۳۰

می‌خواهیم دو چرخنده با مدول 3 را روی دو شفت به فاصله مرکزی 384mm سوار کنیم. اگر نسبت سرعت چرخنده‌ها 7:9 باشد، تعداد دندانه هر کدام از آنها را بدست آورید.

اطلاعات داده شده: $m_0 = 3, c = 384mm, N_1/N_2 = 7/9$

فرضها: دو چرخنده بدون فاصله آزاد یا لقی با هم درگیر می‌شوند.

روش حل: از معادله (۷a) که معرف فاصله مرکزی دو شفت یا دو چرخنده برحسب مدول و تعداد دندانه‌های چرخنده‌ها است استفاده می‌کنیم.

جزئیات حل: به ازای شرایط داده شده می‌توان نوشت

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{7}{9} \quad \text{or} \quad N_1 = \frac{7}{9} N_2$$

با استفاده از معادله (۷a) خواهیم داشت

$$c = \frac{m_0}{2} \left(\frac{7}{9} N_2 + N_2 \right) = \frac{3}{2} \times \frac{16}{9} N_2 = 384$$

$$\frac{8}{3} N_2 = 384 \quad N_2 = 144 \quad (\text{دندانه})$$

$$N_1 = \frac{7}{9} \times 144 = 112$$

مدول تیغ فرزهای هاب متریک متداول برای تولید چرخنده‌های متریک عبارتند از:

1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 6, 8, 10

۷-۱ سیستمهای استاندارد در چرخنده‌سازی

اتحادیه تولید کنندگان چرخنده در آمریکا زاویه فشار پایه ϕ را برابر با 20° یا 25° و ارتفاع سر دندانه را برابر با $1/P_d$ توصیه کرده است. این استانداردها در مورد سیستم اینولیوت تمام عمق $14\ 1/2^\circ$ و سیستم مرکب $14\ 1/2^\circ$ و همچنین در مورد سیستم اینولیوت دندانه کوتاه 20° صادق هستند. این چرخنده‌ها جایگزین چرخنده‌های قبل شده‌اند.

با افزایش تعداد دندانه چرخنده، شکل دندانه اینولیوت راست تر می‌شود، و بالاخره با میل تعداد دندانه چرخنده به سمت بی‌نهایت، چرخنده به صورت دندانه شانه‌ای با دندانه‌های راست در می‌آید.

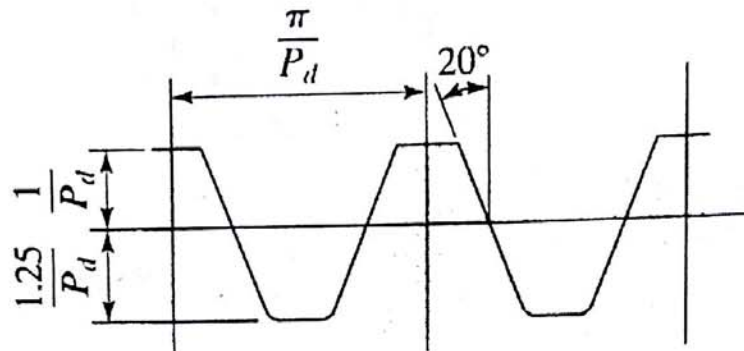
این نوع دنده شانه‌ای به واسطه اتحادیه چرخنده‌های آمریکا موسوم به (AGMA) مطابق زیر استاندارد شده‌اند

(الف) اینولیوت تمام عمق 20° : این چرخنده‌ها دارای زاویه 20° هستند و دنده شانه‌ای پایه نظیر آنها به صورت شکل (۹-۱۰) است. این سیستم چرخنده و شانه دنده‌ای به صورت گسترده به کار برده می‌شود. دنده شانه‌ای نظیر چرخنده‌های با زاویه فشار $\phi = 25^\circ$ نیز به همین شکل است و تنها تفاوت آنها در زاویه فشار است.

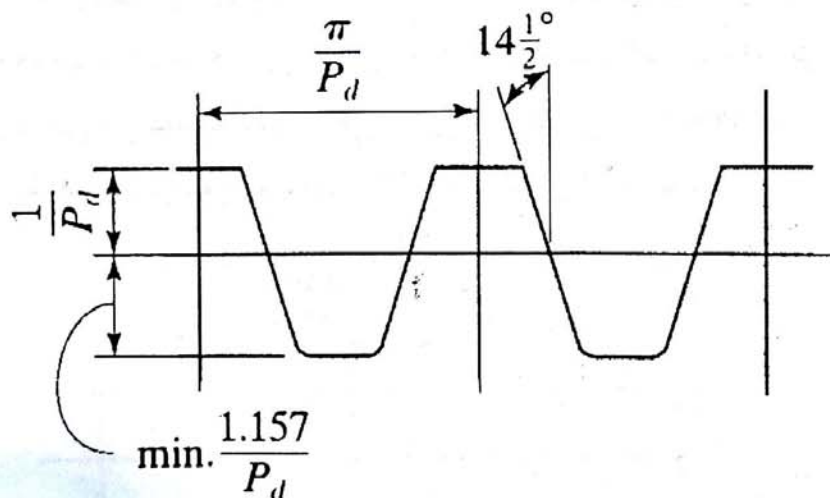
(ب) اینولیوت تمام عمق $14\ 1/2^\circ$: فرمی از دنده‌ی اینولیوت است که دنده‌ی شانه‌ای پایه نظیر آن دارای دندانه‌هایی با لبه‌های راست است (شکل ۱۰-۱۰). این سیستم چرخ دنده‌ای بسیار رضایت بخش است، البته به شرطی که تعداد دندانه‌های چرخنده بیشتر باشد. همانگونه که بعداً تشریح خواهد شد چرخنده‌هایی که تعداد دندانه کمی دارند و به یکی از روشهای ژنراتینگ ساخته شده‌اند، شامل آندرتاکنینگ هستند (به شکل ۲۵-۱۰ نگاه

چرخنده‌های ساده

کنید). به عبارت دیگر ته دندانهای آنها بیش از اندازه لازم تراشیده می‌شود و به شکل قوسی و لاغر درمی‌آید. در واقع، آندرتاکنینگ باعث کاهش زمان تماس دندانه‌های درگیر دو چرخنده می‌شود. این چرخنده با چرخنده‌های مرکب $14\frac{1}{2}^\circ$ کار نمی‌کند. شکل و طرح دندانه‌های آنها متفاوت است و به همین دلیل عمل چرخنده‌ای آنها صحیح نخواهد بود.

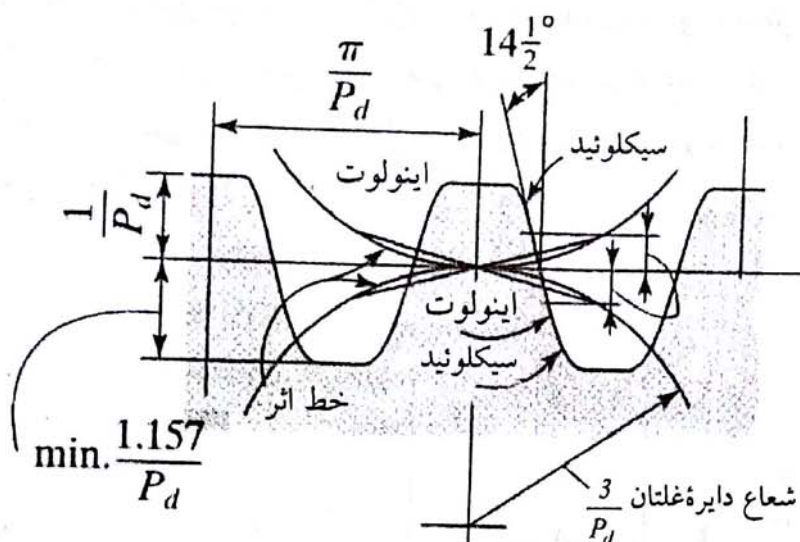


شکل ۹-۱۰: دنده شانه‌ای پایه برای چرخنده‌های سیستم اینولیوت تمام عمق 20° . دنده شانه‌ای نظیر سیستم 25° نیز به همین شکل است و تنها اختلاف آنها در زاویه فشار است.



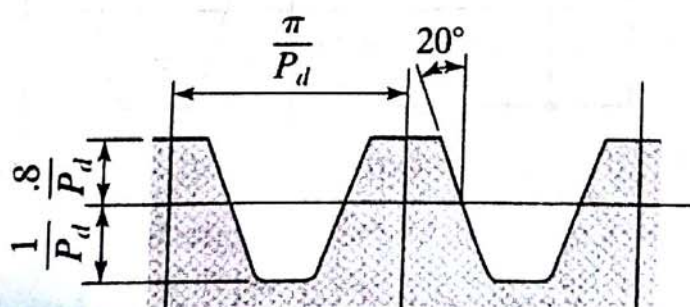
شکل ۱۰-۱۰: دنده شانه‌ای پایه برای سیستم اینولیوت تمام عمق $14\frac{1}{2}^\circ$.

(ج) سیستم مرکب $14\frac{1}{2}^\circ$: در این سیستم تا فاصله کمی از خط گام در دو طرف این خط، منحنی دندانه به شکل اینولیوت است، اما منحنی دندانه در قسمت داخلی و خارجی به صورت سیکلوئید است. این نوع چرخنده‌ها را معمولاً به واسطه تیغ فرزهای فرم تراش مطابق شکل (۱۰-۱۳) می‌تراشند. در شکل (۱۰-۱۱) نسبت‌های مربوط به دنده شانه‌ای پایه برای این سیستم نشان داده شده است. حداقل تعداد دندانه لازم برای کار قابل قبول این نوع چرخنده ۱۲ است. این سیستم را «اینولیوت $14\frac{1}{2}^\circ$ استاندارد» می‌نامند. اما همانگونه که در بالا گفته شد، در این سیستم تنها بخشی از دندانه به شکل منحنی اینولیوت است.



شکل ۱۱-۱۰: دنده‌ی شانه‌ای پایه برای سیستم مرکب $14\frac{1}{2}^\circ$

(د) اینولیوت کوتاه دندانه 20° : در این سیستم، چرخنده با زاویه فشار 20° کار می‌کند و هر دوی ارتفاع های سر دندانه و ته دندانه کوتاه‌تر از سیستم‌های تمام عمق است. دنده‌ی شانه‌ای پایه‌ای مربوط به این سیستم به صورت شکل (۱۰-۱۲) است. اگرچه در این سیستم مقدار آندرتایننگ کم است اما کوتاه بودن ارتفاع سر دندانه باعث کوتاه شدن زمان تماس می‌شود. به دلیل کافی نبودن همپوشانی (*overlap*)، مخصوصاً در چرخنده کم دندانه، ارتعاش ایجاد می‌شود. این موضوع در بخش (۱۰-۱۴) تشریح شده است.



شکل ۱۲-۱۰: دنده‌ی شانه‌ای پایه برای سیستم اینولیوت دندانه کوتاه 20° .

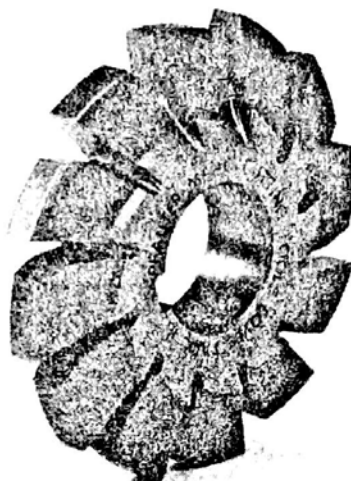
(ه) چرخنده‌های فلوز (*Fellows*): این سیستم از یک زاویه فشار 20° و یک گام قطری مانند $\frac{4}{5}, \frac{6}{8}, \dots$

استفاده می‌کند. در این اعداد کسری، صورت کسر نشانگر مقدار گام است، و گام به نوبه خود ضخامت دندانه را مشخص می‌کند. در روش معمول، مخرج کسر برای تعیین ارتفاع سر دندانه به کار می‌رود. چرخنده‌های با دندانه‌های کوتاه به این روش تولید می‌شوند. در شکل‌های (۹-۱۰) الی (۱۲-۱۰)، دنده شانه‌ای پایه برای سیستم مشخص شده در بالا نشان داده شده‌اند. دندانه‌های تیغ فرز دنده تراش باید به شکل دندانه‌های چرخنده مورد ماشینکاری باشد و کمی از آن هم طولتر باشد تا بتواند فاصله آزاد یا لقی را نیز ایجاد کند. این فاصله آزاد برای این است که در موقع درگیر شدن چرخنده‌ها، سر دندانه یکی از چرخنده‌ها با ته دندانه چرخنده‌ی دیگر تماس حاصل نکند. مقدار لقی یا فاصله آزاد یاد شده را معمولاً برابر با $0.157/P_d$ یا $0.25P_d$ انتخاب می‌کنند.

در مورد چرخنده‌های تمام عمق متریک، ارتفاع سر دندانه برحسب میلیمتر برابر با مدول چرخنده (m_0) است.

۸-۱۰ روشهای چرخنده‌سازی

دندانه‌های انواع چرخنده‌ها یا دندانه‌های شانه‌ای ها به روش فرزکاری یا روش ژنراتینگ (مولدی) ساخته می‌شود.
(الف) تیغ فرز: چرخنده‌های ساده را می‌توان در روی ماشین فرز و با براده برداری از بین دندانه‌ها توسط تیغ فرز فرم تراش ساخت. در شکل (۱۰-۱۳) نوعی تیغ فرز فرم تراش نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۱۳: تیغ فرز فرم تراش برای تراشیدن دندانه

چرخنده‌های مرکب $14\ 1/2^\circ$ معمولاً با استفاده از تیغ فرزهای فرم تراش ساخته می‌شوند. از آنجا که منحنی‌های لبه‌های دندانه با تغییر تعداد دندانه‌های چرخنده تغییر می‌کنند، برای ساخت همه اندازه‌ها به ازای هر گام ۸ نوع تیغ فرز لازم است. یادآور می‌شویم که چرخنده با اندازه‌های گوناگون می‌توانند گام یکسان داشته باشند. در زیر ۸ نوع تیغ فرز یاد شده و محدوده عمل هر کدام از آنها آمده است.

دنده شانه ای ۱۳۵ : شماره ۱

دندانه ۱۳۴-۵۵ : شماره ۲

دندانه ۵۴-۳۵ : شماره ۳

دندانه ۳۴-۲۶ : شماره ۴

دندانه ۲۵-۲۱ : شماره ۵

دندانه ۲۰-۱۷ : شماره ۶

دندانه ۱۶-۱۴ : شماره ۷

دندانه ۱۳ و دندانه ۱۲ : شماره ۸

از نقطه نظر تئوریک، تیغ فرزها در هر محدوده‌ای فقط برای حداقل تعداد دندانه صحیح هستند. هر گاه تعداد دندانه مورد ماشینکاری بیشتر باشد، بهتر است دقت فرم دندانه تیغ فرز نیز بیشتر باشد. البته تیغ فرزهایی با نصف تعداد دندانه ارائه شده در بالا نیز وجود دارند که برای تراشیدن چرخنده‌هایی با تعداد دندانه فوق‌الذکر مناسب هستند. چرخنده‌های با دندانه‌های درشت، غالباً در روی ماشین فرز و با استفاده از تیغ فرزهای فرم تراش ساخته می‌شوند. زیرا برای این نوع چرخنده معمولاً ماشین ژنراتینگ و ابزار براده برداری وجود ندارد.

مثال ۴-۱۰

نسبت سرعت دو چرخنده‌ی ساده به شکل ۳:۱ است. می‌خواهیم این دو چرخنده را با فاصله مرکزی 11.600in. تعیین کنیم. آیا می‌توانیم از چرخنده‌های به مشخصه $P_d = 4$ برای این سیستم چرخنده‌ای استفاده کنیم.

اطلاعات داده شده: $P_d = 4, c = 11.6\text{in}, N_1/N_2 = 1/3$

فرضها: تعداد دندانه چرخنده همواره باید یک عدد درست باشد.

روش حل: از معادله (۷) برای این مسئله استفاده می‌کنیم. این معادله فاصله بین مرکز دو چرخنده را برحسب گام قطری و تعداد دندانه‌های چرخنده تعریف می‌کند.

جزئیات حل:

$$N_2 = 3N_1$$

با استفاده از معادله (۷) می‌توان نوشت

$$N_1 + N_2 = N_1 + 3N_1 = 2P_d c$$

$$4N_1 = 2 \times 11.6 P_d$$

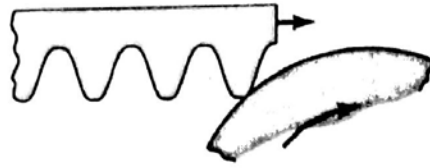
$$N_1 = 5.8 P_d$$

اگر مقدار $P_d = 4$ را در این معادله قرار دهیم، طرف راست آن عدد درست نخواهد بود. به همین دلیل از $P_d = 4$ برای این سیستم چرخنده‌ای استفاده کنیم.

(ب) ساخت دنده شانه‌ای به روش ژنراتینگ (مولدی): از آنجا که یک دنده شانه‌ای را می‌توان به عنوان چرخنده‌ای به شعاع بی‌نهایت فرض کرد، ابزار تراش آن را می‌توان از یک فولاد سخت شده ساخت و مرز لبه‌های دندانه‌ای آنرا تیز کرد. در موقع عملیات دنده تراشی، به این ابزار حرکت رفت و برگشتی به موازات محور چرخنده داده و قطعه خام چرخنده (قطعه کار) را به طور آهسته می‌چرخانند، و به طور همزمان به دنده شانه‌ای (بعنوان ابزار برنده) یک سرعت جانبی برابر با سرعت خط گام چرخنده داده می‌شود. از ترکیب این حرکات، ماده بین دندانه‌ها تراشیده شده و دندانه‌های اینولویوت تولید می‌شوند (شکل ۱۴-۱۰). در این روش، برای تراشیدن چرخنده‌ای با هر گام و هر تعداد دندانه، فقط یک ابزار لازم است.

(ج) روش هابینگ در چرخنده تراشی: در روش هابینگ، دندانه‌ها به واسطه یک ابزار راست لبه مطابق شکل (۱۵-۱۰) تولید می‌شوند. هاب را می‌توان استوانه‌ای فرض کرد که به دور آن نواری با مقطع دنده شانه به طور حلزونی پیچانده شده است. پس از تراشیدن این نوار حلزونی در دور استوانه، زاویه براده را در آن ایجاد می‌کنند و سپس سخت و سنگ‌زنی می‌نمایند. ابزار هاب را در ماشین هابینگ مطابق عمق تراش لازمه تنظیم کرده و آنرا می‌چرخانند. از نظر سینماتیک، می‌توان گفت که عمل ابزار هاب بر روی قطعه خام چرخنده، همانند عمل تیغ فرز دنده شانه‌ای است. در موقع چرخش ابزار هاب، راه ماریج آن همانند حرکت جانبی دنده شانه‌ای حرکت می‌کند. با پیشرفت عملیات براده‌برداری، ابزار هاب در موازات محور قطعه خام چرخنده حرکت می‌کند و

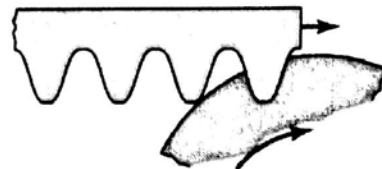
در کل عرض این قطعه شیار بین دندانه‌ای باز می‌کند. غالباً در تولید انبوه چرخدنده‌ها، از روش هابینگ استفاده می‌شود.



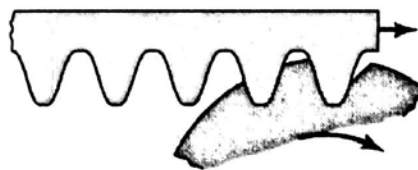
(a)



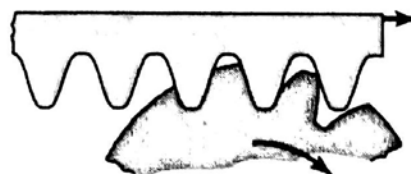
(b)



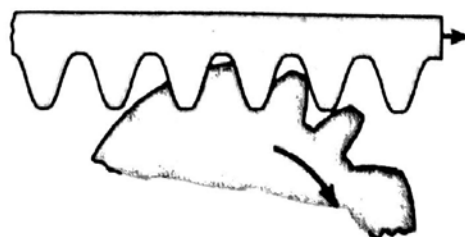
(c)



(d)



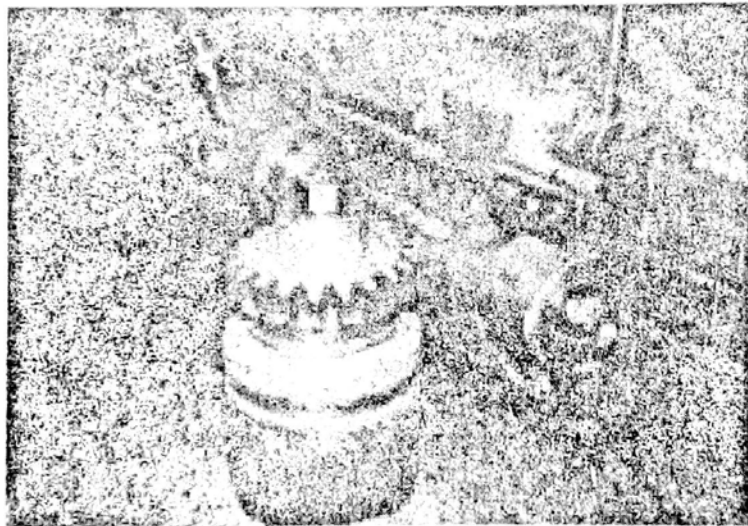
(e)



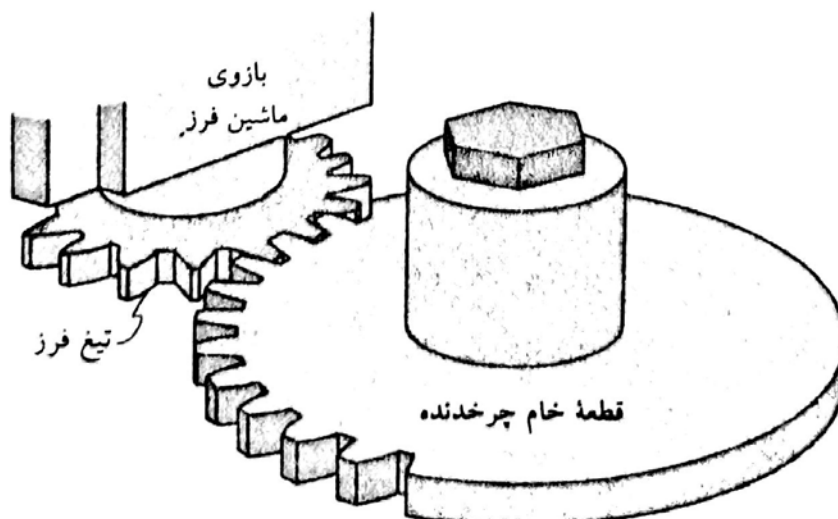
(f)

شکل ۱۰-۱۴: تولید توسط تیغ فرز شانه دنده‌ای از دندانه‌های اینولوت

(د) **روش چرخنده تراشی فلوز (روش کله‌زنی):** روش فلوز یک روش ژنراتینگ برای تولید چرخنده است. در این روش از یک تیغ فرز مشابه چرخنده‌ی سخت شده استفاده می‌شود، چرخنده سخت شده‌ای که لبه‌های آن دارای زاویه براده صحیح است. در این روش، تیغ فرز و قطعه کار (قطعه‌ی خام چرخنده) را روی محورهای موازی سوار می‌کند و آنها را به آرامی می‌چرخاند. به طور همزمان به تیغ فرز یک حرکت رفت و برگشتی در روی محور خود می‌دهند. از ترکیب این حرکات، دندانه‌ها در روی قطعه خام چرخنده مطابق شکل (۱۶-۱۰) ایجاد می‌شوند. در شروع عملیات چرخنده تراشی، تیغ فرز چرخنده تراش را به طور شعاعی و به اندازه عمق دندانه به داخل قطعه خام چرخنده نفوذ می‌دهند. از روش فلوز باید برای تراشیدن چرخنده‌های داخلی استفاده شود. این روش همچنین برای تراشیدن چرخنده‌های پلکانی مناسب است، زیرا در چرخنده‌های پلکانی در یکی از دو انتهای دندانه‌ها فاصله محدود است. برای مثال دنده کمپلت جعبه دنده اتومبیلها از نوع پلکانی است و بهتر است از روش فلوز برای تراشیدن آنها استفاده شود. تیغ فرزهای فلوز در انواع گوناگون برای تراشیدن همه سیستمهای چرخنده‌ای ساخته می‌شوند.



شکل ۱۵-۱۰: در این تصویر ابزار هاب را مشاهده می‌کنید که بخشی از قطعه خام چرخنده را دندانه کاری کرده است.

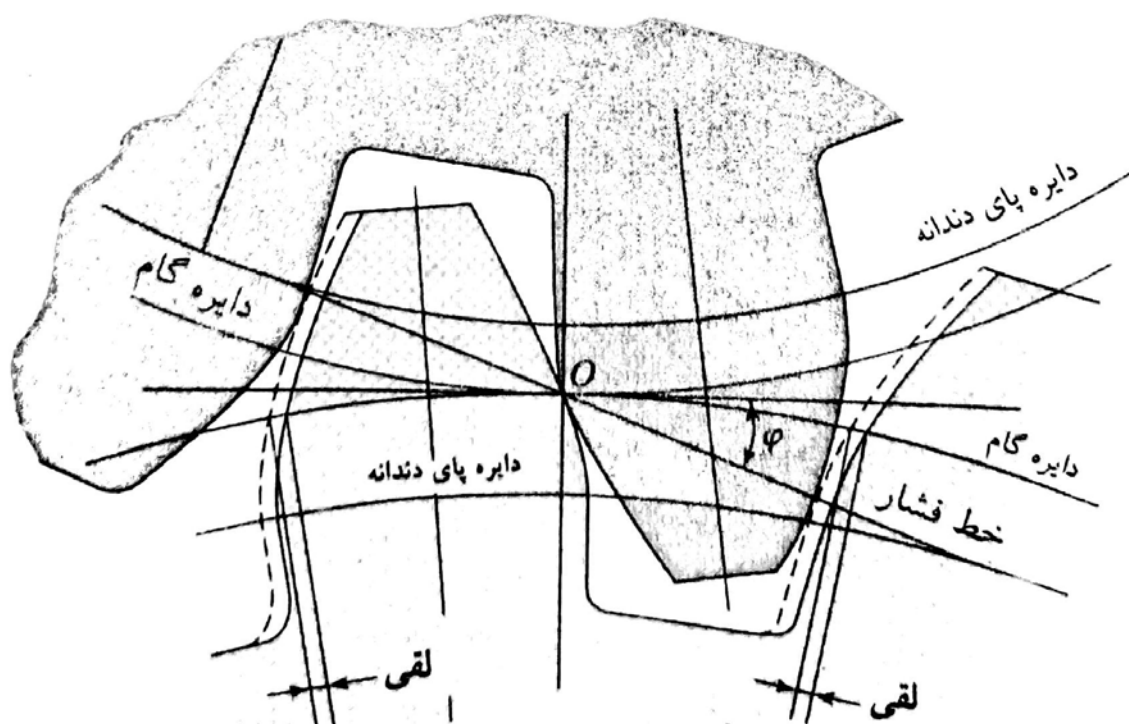


شکل ۱۶-۱۰: روش چرخنده سازی فلوز برای ایجاد دندانه در پیرامون قطعه‌ی خام چرخنده

نوک دندان‌های چرخنده‌هایی که به روشهای هابینگ و کله‌زنی ساخته می‌شوند معمولاً دارای اندکی برجستگی است. تیغ فرزهای دنده تراش را طوری می‌سازند که قسمت خارجی دندان‌ها اندکی باریکتر باشد. جفت دندان‌های که روی هم می‌نشینند بار وارده را به تدریج منتقل می‌کنند و به همین دلیل خطاهای شکل دندان و فاصله گذاری کمتر باعث صدای مزاحم و ارتعاش می‌شوند.

۹-۱۰ لقی در چرخنده‌ها

در محاسبات چرخنده‌ها، به طور استاندارد ضخامت دندان در امتداد دایره گام را دقیقاً برابر با نصف گام دایره‌ای در نظر می‌گیرند. به دلیل وجود خطاهای اجتناب ناپذیر، لازم است ضخامت دندان‌ها اندکی کمتر از نصف گام دایره‌ای چرخنده انتخاب گردد. به عبارت دیگر لازم است یک فاصله آزاد میان دندان‌ها در نظر گرفته شود تا دندان‌های درگیر در موقع کار به یکدیگر نچسبند، بلکه روی یکدیگر به نرمی بغلتند. این فاصله آزاد را لقی می‌نامند. لقی بین دو دندان در شکل (۱۷-۱۰) نشان داده شده است. مقدار لقی برابر با اختلاف فاصله بین دو دندان و ضخامت دندان درگیر است. اندازه لقی در روی دایره گام اندازه‌گیری می‌شود. اگر لقی بین دو دندان را در امتداد قائم بر پروفیل دندان اندازه‌گیری کنیم (معمولاً با استفاده از یک فیلر این کار را انجام می‌دهند) می‌توانیم با انجام محاسباتی مقدار لقی در امتداد دایره گام را بدست آوریم. برای ایجاد لقی، معمولاً تیغ فرز دنده تراش را اندکی بیشتر از مقدار محاسبه شده به قطعه خام چرخنده نفوذ می‌دهند تا دندان‌های تراشیده شده اندکی باریکتر از مقدار محاسبه شده باشد. اگرچه برای ایجاد این لقی می‌توانیم تنها دندان‌های یکی از چرخنده‌ها را باریکتر از مقدار محاسبه شده بتراشیم، اما معمولاً این کاهش ضخامت دندان در هر چرخنده صورت می‌گیرد. همچنین برای ایجاد لقی میان دندان‌های دو چرخنده درگیر، می‌توان فاصله مرکزهای دو چرخنده را تغییر داد. در جدول (۱-۱۰) مقادیر توصیه شده برای لقی ارائه شده است. در سیستم‌های چرخنده‌ای دقیق که معمولاً در دستگاه اندازه‌گیری نصب می‌شوند، غالباً لازم است مقدار لقی را بسیار کوچک انتخاب کنیم.



شکل ۱۷-۱۰: لقی در چرخنده‌ها

جدول ۱-۱۰: مقادیر لقی توصیه شده پس از سوار کردن چرخنده‌ها

فاصله مرکزهای دو چرخنده	P_d ، گام قطری		
	$2, 2\frac{1}{2}, 3$	$3\frac{1}{2}, 4, 5$	$6, 7, 8, 9$
Over 5 to 10			0.010-0.020
Over 10 to 20		0.020-0.030	0.015-0.025
Over 20 to 30	0.030-0.040	0.025-0.030	0.020-0.030
Over 30 to 40	0.035-0.045	0.030-0.040	0.025-0.035
Over 40 to 50	0.040-0.055	0.035-0.050	0.030-0.040
Over 50 to 80	0.045-0.065	0.040-0.060	

در مورد دندان‌های اینولیوت، تغییرات مقدار لقی و فاصله بین مرکزهای دو چرخنده درگیر به طور نظری اثری در عمل صحیح دندان‌های دو چرخنده ندارد.

۱-۱۰ روشهای پرداخت چرخنده‌ها

در مواردی که سرعت و بار وارد بر چرخنده‌ها زیاد است، انجام عملیات پرداختکاری بعد از تراشیدن بر روی چرخنده‌ها باعث افزایش دقت و صافی دندان‌ها می‌شود. برای پرداختکاری چرخنده‌ها از روشهای زیر استفاده می‌شود

(الف) پرداخت چرخنده به روش شیوینگ

در این روش چرخنده به واسطه تیغ فرز مخصوصی که شبیه چرخنده یا دنده شانه ای است حرکت داده می‌شود. دندان‌های ابزار شیوینگ دارای مولفه حرکت محوری در روی سطح دندان‌های چرخنده است. طی این حرکت، براده‌های مویی (بسیار ریز) از سطح دندان‌های چرخنده برداشته می‌شود. عملیات شیوینگ را قبل از تخت سازی چرخنده انجام می‌دهند و برای انجام این عملیات باید ماده کافی در روی دندان‌ها باقی گذاشته شده باشد. بنابراین، پس از عملیات شیوینگ اندازه چرخنده یا دندان‌های چرخنده به اندازه نهایی خود می‌رسد. در روشهای تولید انبوه چرخنده، بطور گسترده از روش شیوینگ جهت پرداختکاری استفاده می‌شود.

(ب) **هنگام کاری:** در این روش چرخنده سخت شده به واسطه ابزاری به شکل چرخنده حلزونی (که از جنس پلاستیک و از ذرات ساینده اشباع شده است) به حرکت در می‌آید. با استفاده از این عملیات، هم خطاهای کوچک در فرم دندان‌ها اصلاح می‌شود و هم سطح آن پرداخت می‌گردد.

(ج) **لین کاری:** در این روش، چرخنده‌ی مورد پرداختکاری همراه با ابزار لین کاری که به شکل چرخنده است، در فضای حاوی ماده ساینده می‌چرخد. در بعضی موارد، دو چرخنده‌ی درگیر نیز به همین شکل می‌گردند. در مورد چرخنده‌های ساده و حلزونی، یک حرکت نسبی محوری نیز ضرورت دارد. انجام عملیات لین کاری بیش از حد ممکن است فرم اینولیوت دندان‌ها را از بین ببرد.

(د) **سنگ زنی:** از روش سنگ زنی می‌توان برای دادن شکل نهایی به دندان‌های چرخنده بعد از عملیات حرارتی، استفاده کرد. طی این عملیات، خطاهای صورت گرفته در عملیات سخت سازی چرخنده نیز می‌توانند اصلاح شوند. در عملیات چرخنده تراشی، لازم است مقدار کافی ماده در سطح دندان‌های چرخنده جهت سنگ زنی آن باقی گذاشته شود. برخی از چرخنده‌هایی که گام ریز دارند تنها به واسطه سنگ زنی ساخته می‌شوند.

بعبارت دیگر، برای ساخت این چرخنده‌ها از عملیات تراش یا فرز کاری استفاده نمی‌شود.

(۵) روش برنیشینگ: در این روش قطعه کار را تحت فشار مالشی قرار داده و با ایجاد تغییر شکلهای پلاستیکی در آن ناهمواری‌های کوچک سطح آنرا پهن کرده و هموار می‌کنند. برای انجام عملیات برنیشینگ از ابزار ویژه‌ی سخت شده استفاده بعمل می‌آید. با کاربرد این روش نمی‌توان خطاهای ناشی از ماشینکاری چرخنده را اصلاح کرد.

۱۱-۱۰ بار وارد بر دندانه چرخنده‌ها (بار ناشی از توان منتقله میان دو چرخنده)

همانگونه که در شکل (۴-۱۰) نشان داده شده، نیروی بین یک جفت دندانه درگیر همواره در امتداد خط AB اثر می‌کند. این خط که بر دو دایره پایه مماس است به نام خط فشار نامیده می‌شود. توان تولید شده توسط این نیرو برابر با $W_p V_b$ است. در این عبارت W_p نشانگر نیروی توان برحسب پوند و V_b نشانگر سرعت دایره پایه چرخنده برحسب فوت بر دقیقه است. بنابراین اسب بخار منتقله میان دو چرخنده از رابطه زیر بدست می‌آید

$$hp = \frac{W_p V_b}{33000} \quad (12)$$

قطر دایره پایه برابر با $d \cos \phi$ است. بنابراین سرعت آن از رابطه زیر تعیین می‌شود

$$V_b = \frac{\pi n d \cos \phi}{12} fpm \quad (13)$$

در رابطه بالا d نشانگر قطر گام چرخنده برحسب اینچ و n نشانگر سرعت دوران چرخنده برحسب دور بر دقیقه است. سرعت دایره گام عبارت از

$$V = \frac{\pi n d}{12} fpm \quad (14)$$

بنابراین خواهیم داشت

$$V_b = V \cos \phi \quad (15)$$

نیروی W_p در شکل (۱۸-۱۰) را می‌توان به دو مولفه تجزیه کرد؛ یکی از این مولفه‌ها W_t است که مماس بر دایره گام و دیگری W_r است که به سمت مرکز دایره گام می‌باشد. مولفه W_r هیچ نوع توانی را منتقل نمی‌کند. با استفاده از شکل (۱۸-۱۰) می‌توان نوشت

$$W_p = \frac{W_t}{\cos \phi} \quad (16)$$

با جاگذاری W_p و V_b از معادلات (۱۶ و ۱۵) در معادله (۱۲) خواهیم داشت

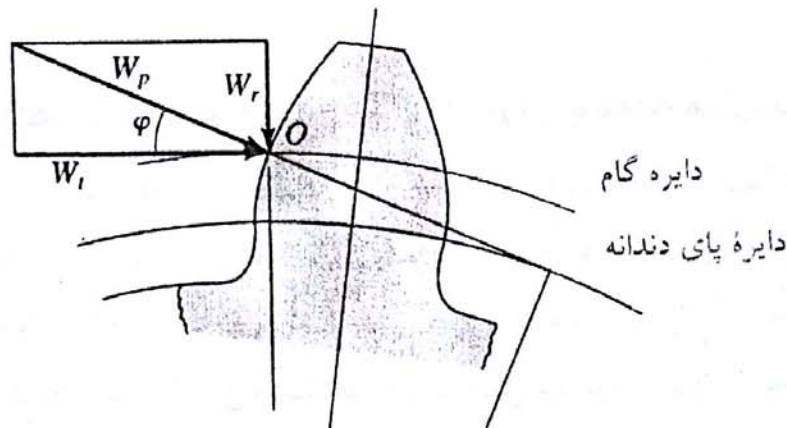
$$hp = \frac{W_t V}{33000} \quad (17)$$

معادله نظیر معادله بالا در سیستم واحدهای متریک برحسب کیلووات عبارت است از

$$kW = \frac{W_p V_b}{1000} = \frac{W_t V}{1000} \quad (18)$$

و سرعت V_b برحسب نیوتن و سرعت دایره پای دندان W_t و نیروی مماسی W_p در این معادله نیروی خط فشار برحسب متر بر ثانیه هستند. سرعت دایره پای دندان از رابطه زیر بدست می‌آید

$$V_b = \frac{\pi d n \cos \phi}{60 \times 1000} \frac{m}{\text{sec}} \quad (19)$$



شکل ۱۸-۱۰: نیروی منتقله از یک چرخنده به چرخنده دیگر.

سرعت دایره گام چرخنده از رابطه زیر بدست می‌آید

$$V_b = \frac{\pi d n}{60 \times 1000} \frac{m}{\text{sec}} \quad (19a)$$

در این رابطه قطر d برحسب میلیمتر و n برحسب دور بر دقیقه است.

رابطه میان توان برحسب اسب بخار و کیلووات به صورت زیر به دست می‌آید

$$1 \frac{\text{ft}}{\text{min}} = \frac{12 \text{ in}}{\text{min}} = \frac{12 \times 25.4 \text{ mm}}{60 \text{ sec}} = 5.08 \frac{\text{mm}}{\text{sec}} = 0.00508 \frac{m}{\text{sec}} \quad (20)$$

$$1 \frac{\text{ft lb}}{\text{min}} = 0.00508 \frac{m}{\text{sec}} \times 4.4482 \text{ (نیوتن)} \\ = 0.022597 \text{ (نیوتن بر ثانیه یا وات)} \quad (21)$$

$$1 \text{ hp} = 33000 \frac{\text{ft lb}}{\text{min}} = 33000 \times 0.022597 \\ = 745.7 \text{ W} \quad \text{or} \quad 0.7457 \text{ kW} \quad (22)$$

$$1 \text{ kW} = \frac{1 \text{ hp}}{0.7457} = 1.341 \text{ hp} \quad (23)$$

همچنین خواهیم داشت

$$1 \frac{\text{lb sec}^2}{\text{in.}} = \frac{4.4482 \text{ Newton sec}^2}{25.4 \text{ mm}} = 0.17513 \frac{\text{Newton sec}^2}{\text{mm}} \quad (24)$$

مثال ۵-۱۰

اسب یک فایتون به طور یکنواخت با سرعت ۳ مایل بر ساعت راه می‌رود. اگر توان این اسب دقیقاً یک اسب بخار باشد، نیروی وارده توسط آنرا بدست آورید.

اطلاعات داده شده:

$$V = 3 \text{ miles / hr}$$

فرضها: اسب فایتون دقیقاً توانی معادل یک اسب بخار وارد می‌کند.

روش حل: از معادله (۱۷) که معرف اسب بخار است استفاده می‌کنیم.

جزئیات حل: یک مایل برابر با ۵۲۸۰ فوت است

$$V = \frac{3 \times 5280}{60} = 264 \text{ ft / min}$$

با استفاده از معادله (۱۷) داریم

$$W_t = \frac{33000 \text{ hp}}{V} = \frac{33000 \times 1}{264} = 125 \text{ lb}$$

مثال A ۵-۱۰

سرعت و نیرو در مثال ۵-۱۰ را به واحدهای متریک (SI) تبدیل کرده و مقدار توان را برحسب کیلووات حساب کنید.

اطلاعات داده شده: $V = 3 \text{ miles / hr}$, $W_t = 125 \text{ lb}$

فرضها: اسب فایتون دقیقاً توانی معادل یک اسب بخار وارد می‌کند.

روش حل: ابتدا واحدها را به متریک (SI) تبدیل می‌کنیم. سپس توان خروجی را برحسب کیلووات حساب کرده و با معادله (۲۲) مقایسه می‌کنیم.

جزئیات حل:

$$1 \text{ mi} = \frac{5280 \times 12 \times 25.4}{1000} = 1609.344 \text{ m}$$

$$V = 3 \frac{\text{mi}}{\text{hr}} = \frac{3 \times 1609.344}{60 \times 60} = 1.34112 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$W_t = 125 \text{ lb} = 125 \times 4.4482 = 556.025 \text{ Newtones}$$

$$kW = \frac{W_t V}{1000} = \frac{556.025 \times 1.34112}{1000} = 0.7457$$

با استفاده از معادله (۲۲) مشخص می‌شود که این مقدار توان برحسب کیلووات kW برابر با 1 hp است.

نیوتن را به طور اختصاری با حرف N نشان می‌دهند. از آنجا که N برای نشان دادن تعداد دندانه چرخنده به کار رفته است، در این فصل نیوتن را به طور کامل خواهیم نوشت.

۱۲-۱۰ تعیین بارهای تحملی

بارهای وارد بر دندانه چرخنده و عکس‌العملهای تحملی آنها به ازای شفتها و سیستمهای چرخنده‌ای گوناگون با رسم شکلهای شماتیکی مناسب به دست می‌آید. در شکل (۱۹-۱۰) یک حالت متداول ارائه شده است و محاسبات مربوط به آن در مثال ۶-۱۰ انجام گرفته است.

مثال ۶-۱۰

در شکل (۱۹-۱۰ a) نیروهای وارد بر دندانه چرخنده نیروی عکس‌العملی وارد بر شفت را بدست آورید. زاویه فشار همه‌ی چرخنده‌ها 20° و گام قطری آنها برابر با ۳ است. نمای سطحی و نمای جلویی شفت را رسم کرده و بارهای وارد بر آنرا روی این نماها نشان دهید. تلفات اصطکاکی را قابل صرف‌نظر فرض کنید.

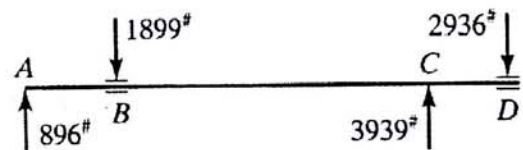
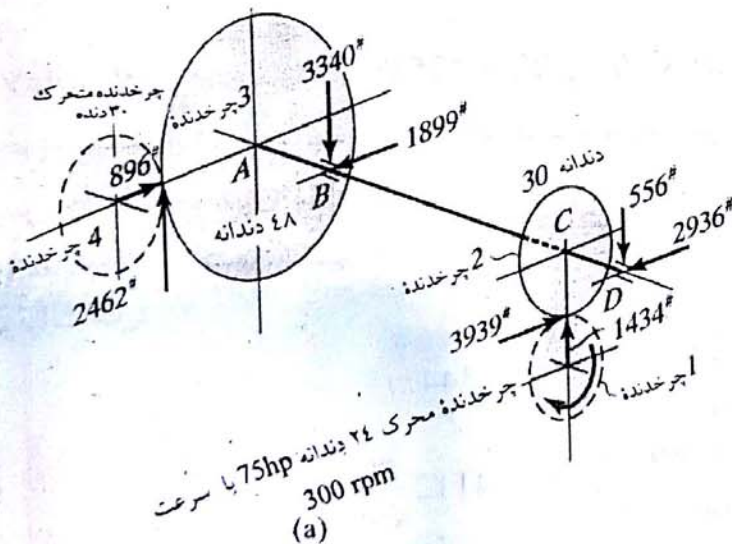
$$AB = 6\text{ in}, BC = 20\text{ in}, CD = 5\text{ in}$$

اطلاعات داده شده:

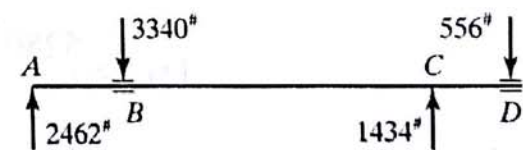
$$P_d = 3, \phi = 20^\circ$$

$$N_1 = 24, N_2 = 30, N_3 = 48, N_4 = 30$$

$$AB = 6\text{ in}, BC = 20\text{ in}, CD = 5\text{ in}$$



(b) نمای بالایی



(c) نمای جلویی

شکل ۱۹-۱۰: شفت و چرخنده‌ی مربوط به مثال ۶-۱۰.

فرضها: شفت‌ها در حالت تعادل ایستایی هستند.

روش حل: از معادلات (۶) و (۱۷) استفاده خواهیم کرد.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۶) نتیجه‌ی زیر برای چرخنده شماره ۱ بدست می‌آید

$$d = \frac{N}{P_d} = \frac{24}{3} = 8\text{ in}$$

برای چرخنده‌های شماره ۱ و ۲ می‌توان نوشت

$$V = \frac{\pi d n}{12} = \frac{\pi 8 \times 300}{12} = 628.3 \text{ fpm} \quad (\text{فوت بر دقیقه در امتداد دایره گام})$$

با استفاده از معادله (۱۷) خواهیم داشت

$$W_t = \frac{33000 \text{ hp}}{V} = \frac{33000 \times 75}{628.3} = 3939 \text{ lb}$$

مماس بر دایره گام نیروی شعاعی وارد بر چرخنده شماره ۲ عبارت است از

$$W_r = W_t \tan \phi = 3939 \times 0.36397 = 1434 \text{ lb}$$

برای چرخنده‌ی شماره ۳ داریم

$$V = \frac{48}{30} \times 628.3 = 1005.3 \text{ fpm} \quad (\text{فوت بر دقیقه در امتداد دایره گام})$$

$$W_t = \frac{33000 \times 75}{1005.3} = 2462 \text{ lb}$$

نیروی شعاعی مماس بر دایره گام چرخنده شماره ۳ بصورت زیر بدست می‌آید

$$W_r = W_t \tan \phi = 2462 \times 0.36397 = 896 \text{ lb}$$

نیروهای وارد بر دندانه توصیف شده در بالا در شکل (a) ۱۹-۱۰ نشان داده شده‌اند. نیروهای عکس‌العملی با استفاده از معادلات ساده استاتیک به دست می‌آیند. نماهای سطحی و جلویی شفتها به ترتیب در شکل‌های (b) ۱۹-۱۰ و (c) ۱۹-۱۰ نشان داده شده‌اند. تنشهای خمشی و تنشهای مربوط به شفت به روش متداول تعیین می‌شوند.

۱۳-۱۰ نسبت تماس

دندانه‌های دو چرخنده‌ی درگیر طی زمان کوتاهی در تماس باهم قرار می‌گیرند. مدت زمان یاد شده برابر با زمانی است که طی آن دایره‌های سر دندانه‌ی دو چرخنده از خط اثر عبور می‌کند. در شکل (۲۰-۱۰) خط تماس دندانه‌های دو چرخنده در طی زمان درگیری توسط A_1B_1 نشان داده شده‌اند. نسبت طول این خط تماس به

گام پایه (p_b) به نام نسبت تماس (m_p) معروف است

$$m_p = \frac{A_1B_1}{P_b} \quad \rightarrow \text{خط تماس دندانه‌های دو چرخنده درگیر}$$

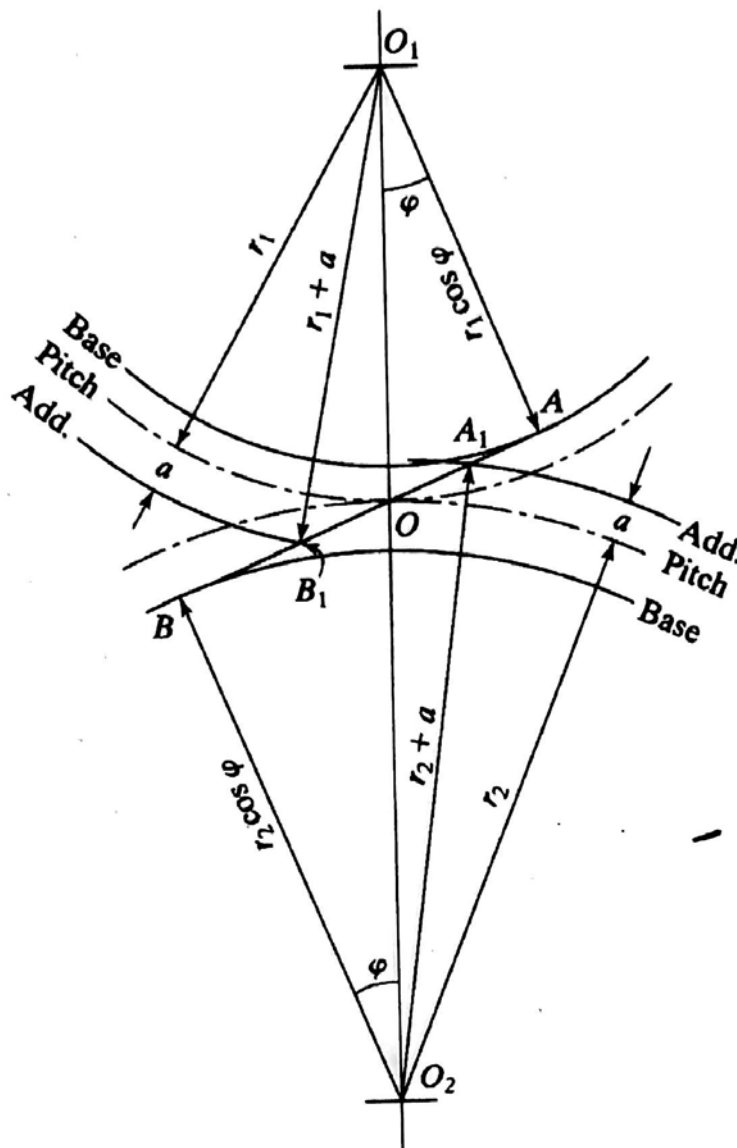
برای اینکه دو چرخنده درگیر به طور پیوسته و نرم باهم کار کنند نسبت تماس نباید کمتر از ۱.۴ باشد. طول بازه A_1B_1 را می‌توان به آسانی با استفاده از اضلاع مثلث‌های رسم شده در شکل به دست آورد. معادله مربوطه به

صورت زیر است

$$A_1B_1 = A_1O + OB_1 ; A_1O = A_1B - OB$$

$$A_1O = \sqrt{(r_2 + a)^2 - r_2^2 \cos^2 \phi} - r_2 \sin \phi \quad (25)$$

در این معادلات (a) نشانگر مقدار ارتفاع سر دندانه است. بنابراین خواهیم داشت



شکل ۲۰-۱: طرح مربوط به تعیین خط تماس A_1B_1 .

$$OB_1 = AB_1 - AC$$

$$= \sqrt{(r_1 + a)^2 - r_1^2 \cos^2 \phi} - r_1 \sin \phi \quad (26)$$

A_1B_1 یا مجموع OA_1 و OB_1 را بر گام پایه p_b یا $p \cos \phi$ تقسیم کرده و بدین وسیله تعداد دندانه‌های درگیر را تعیین می‌کنیم.

مثال ۷-۱۰

دو چرخنده از نوع تمام عمق با زاویه فشار 20° و گام قطری ۶ با هم کار می‌کنند. فاصله بین مرکزهای آنها برابر با 7.5 in است. اگر نسبت سرعت آنها $1.5/1$ به روی یک باشد، نسبت تماس را بدست آورید. اطلاعات داده شده: نوع دندانه‌های چرخنده‌های یاد شده از نوع تمام عمق است.

$$P_d = 6, N_1/N_2 = 1.5:1, \phi = 20^\circ, c = 7.5 \text{ in}$$

فرضها: این دو چرخنده در موقع کار باهم در حال تماس باقی می‌مانند.

روش حل: از معادلات (۲۵) (۱۱) و (۲۶) استفاده خواهیم کرد.

جزئیات حل:

$$c = r_1 + r_2 = r_1 + 1.5r_1 = 2.5r_1 = 7.5, \quad r_1 = 3 \text{ in}, \quad r_2 = 4.5 \text{ in}$$

در معادله (۲۵) داریم

$$OA_1 = \sqrt{\left(4.5 + \frac{1}{6}\right)^2 - (4.5)^2 \times (0.93969)^2} - 4.5 \times 0.34202$$

$$= 1.9740 - 1.5391 = 0.4349 \text{ in}$$

از معادله (۲۶) داریم

$$OB_1 = \sqrt{\left(3 + \frac{1}{6}\right)^2 - 3^2 \times 0.93969^2} - 3 \times 0.34202 = 1.4424 - 1.0261 = 0.4163 \text{ in}$$

با استفاده از معادله (۱۱) می‌توان نوشت

$$p_b = \frac{2.9521}{P_d} = \frac{2.9521}{6} = 0.4163 \text{ in}, \quad m_p = \frac{0.4349 + 0.4163}{0.4920} = 1.73 \text{ teeth}$$

هرچه تعداد چرخنده‌ها کاهش پیدا کند، به همان نسبت شعاعهای آنها کوچکتر و ارتفاعهای سر دندانها بزرگتر می‌شود. بنابراین، نقطه A_1 در شکل (۲۰-۱۰) بر نقطه A منطبق می‌شود. حتی اگر تعداد دندانها باز هم کمتر انتخاب شود، تداخل ماده‌ای بین چرخنده‌های درگیر ایجاد می‌شود و به همین جهت لازم است گونه دندانها بیش از اندازه محاسبه شده تراشیده شود. این موضوع بعداً تشریح خواهد شد. معادلات یاد شده موقعی برای محاسبه طول تماس دندانهای چرخنده‌های درگیر به کار می‌رود که دندانهای این چرخنده‌ها مطابق اندازه‌های محاسبه شده تراشیده شوند، عبارت دیگر فاقد آندرتانکینگ باشند. در شکل (۲۰-۱۰) نقاط A و B بنام نقاط تقاطع چرخنده‌ها معروف هستند. عمل چرخنده‌ای می‌تواند در طول خط فشار تا نقطه تداخل انجام بگیرد. اما در مواردی که چرخنده‌ها تحت تنش زیاد هستند، بهتر است نقاط شروع و انتهای تماس به طور قابل توجهی کوچکتر از فاصله نقاط تداخل باشد. در شکل (۵-۱۰) چگونگی کوچک شدن شعاع انحناى منحنی اینولوت بر اثر رسیدن نقطه تداخل یا شروع اینولوت، نشان داده شده است. تنشهای تماسی ناشی از بار با کاهش شعاع انحناى جسم، به سرعت افزایش می‌یابد. مقدار تنش ممکن است به قدری افزایش یابد که سطح دندان خورده‌گی پیدا کرده و تخریب آن در ناحیه‌ای که مقدار انحنا کم است اتفاق افتد.

طراح معمولاً کوچکترین دندانهای قادر به تحمل بار مورد نظر را تعیین می‌کنند، و دلیل این کار ایجاد حداکثر همپوشانی عمل چرخنده‌ای است.

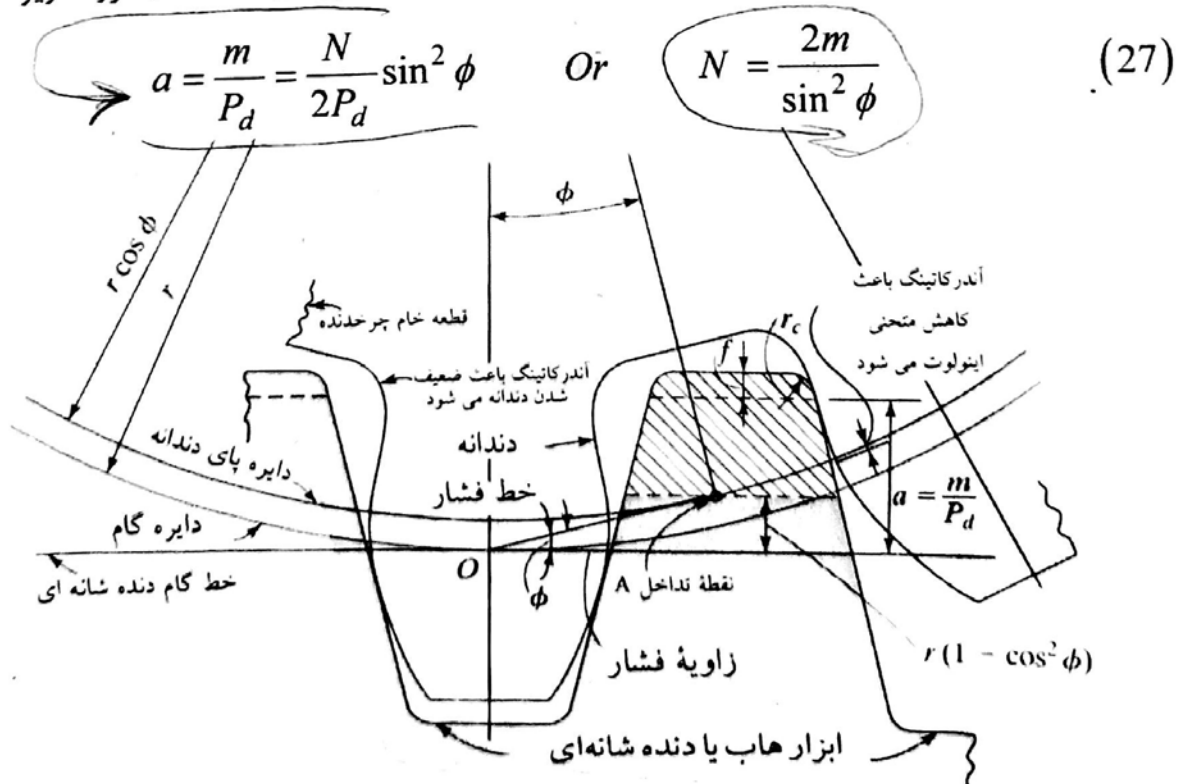
تنشهای دندانهای چرخنده‌ای ساده نسبت به میزان دقت سوار کردن آنها حساسیت زیادی دارد. اگر دو شفتی که چرخنده‌های درگیر روی آنها سوار شده‌اند با هم موازی نباشند، بار منتقله در کل عرض دندانها پخش نمی‌شود، بلکه در یک لبه دندان متمرکز شده و باعث ایجاد تنشهای بزرگ می‌گردد. در بعضی موارد دندانها را به شکل تاجدار می‌سازند. به عبارت دیگر ضخامت دندانها را در دو انتها یا لبه‌های آن اندکی نازکتر انتخاب می‌کنند تا بار وارده حتماً بر ناحیه مرکزی عرض دندان وارد گردد. برای اینکه بار منتقله بین دو چرخنده در K_2

به طور تدریجی بر دندان‌ها وارد شود، عرض دندان‌ها را اندکی کوچکتر از عرض تئوری نوک دندان انتخاب می‌کنند. این حالت را تپ رلیف (*tip relief*) می‌نامند. (شکل ۲۱ا-۱۰)

۱۴-۱۰ آندركاتینگ در دندان‌های چرخنده

هرگاه یک چرخنده با تعداد دندان کم به واسطه یکی از روشهای مولدی ساخته شود، مطابق شکل (۲۱-۱۰) دارای تهی‌گاههای آندركات خواهد بود. در این نوع چرخنده، انتهای ابزار برنده از نقطه تداخل A گذشته و به داخل چرخنده پیشروی می‌کند و بدین وسیله بیش از اندازه محاسبه شده براده برداری می‌کند. همین براده برداری بیش از اندازه را آندركات می‌نامند. نقطه تداخل A همان نقطه تماس دایره پای دندان با خط فشار است. آندركاتینگ (براده برداری بیش از اندازه محاسبه شده از سطح دندان) نه تنها باعث ضعف دندان می‌شود، بلکه مقدار کمی از منحنی اینولوت مجاور دایره پایه را حذف می‌کند. این نقص در منحنی اینولوت ممکن است باعث کاهش جدی در طول خط تماس دندان‌های درگیر گردد. عمل چرخنده‌ای تنها در روی قسمت اینولوت دندان چرخنده که منتهی به دایره پای دندان است صورت می‌گیرد. بنابراین بخشی از دندان درگیر که به درون نقطه تداخل پیشروی می‌کند، برای کار چرخنده‌ها (عمل چرخنده‌ای) لازم نیست.

اگر اندازه دندان‌ها را کوچکتر انتخاب کرده و تعداد آنها را بیشتر کنیم، می‌توان از بوجود آمدن آندركاتینگ (براده برداری بیش از اندازه محاسبه شده از سطح دندان) جلوگیری کنیم. در صورتی که ارتفاع سر دندان به داخل نقطه تداخل A گسترش نیابد، هیچ گونه آندركاتینگ به وجود نمی‌آید. در شکل (۲۱-۱۰) ارتفاع بین نقطه تداخل و مرکز چرخنده برابر با $r \cos^2 \phi$ ارائه شده است. فاصله میان خط گام دنده شانه‌ای و نقطه تداخل که برابر با $r \sin^2 \phi$ یا $r(1 - \cos^2 \phi)$ است، باید برابر با ارتفاع سر دندان a یا m/P_d مربوط به تیغ فرز چرخ دنده تراش تنظیم گردد. شعاع گام r برابر با $N/2P_d$ است. بنابراین ارتفاع سر دندان a بصورت زیر خواهد بود



شکل ۲۱-۱۰: آندركاتینگ ناشی از تولید چرخنده که به دلیل کم بودن تعداد دندان ایجاد شده است.

برای اینکه یک چرخنده ساخته شده به روش ژنراتینگ، فاقد آندركاتینگ باشد باید حداقل تعداد دندانه آن به شرح زیر باشد

	برای چرخنده‌های تمام عمق $14\frac{1}{2}^{\circ}$:
$m = 1$	$N = 32$
	برای چرخنده‌ی تمام - عمق 20° :
$m = 1$	$N = 17$
	برای چرخنده‌های دندانه کوتاه 20° :
$m = 0.8$	$N = 14$

چرخنده‌هایی که تعداد دندانه آنها از مقادیر بالا کمتر است، تنها در مواردی به کار می‌روند که افت به وجود آمده در منحنی اینولیوت دندانه آنها باعث کاهش طول تماس دو دندانه درگیر به مقداری کمتر از مقدار قابل قبول نگردد. برتری چرخنده‌های 20° را در مواردی که دندانه چرخنده کم است باید در نظر داشت.

اگر چرخنده‌ی شکل (۲۱-۱۰) به روشی ساخته شود که پای دندانه‌ها فاقد آندركات باشد، تداخل فلزی بوجود می‌آید و ممکن است چرخنده‌ی یاد شده نتواند با چرخنده‌ی دیگری درگیر شود و یا روی آن بغلتد. با استفاده از یک سیستم با زاویه فشار بزرگتر و یا با تراشیدن دندانه‌ها در سیستم موسوم به «ارتفاع سر دندانه طویل و کوتاه» می‌توانیم از ایجاد آندركاتینگ و تداخل جلوگیری کنیم. سیستم «ارتفاع سر دندانه طویل و کوتاه» در بخش بعدی مورد بحث قرار گرفته است. برای دندانه‌های با منحنی سیکلوئید نه آندركات لازم است و نه تداخل پیدا می‌کنند.

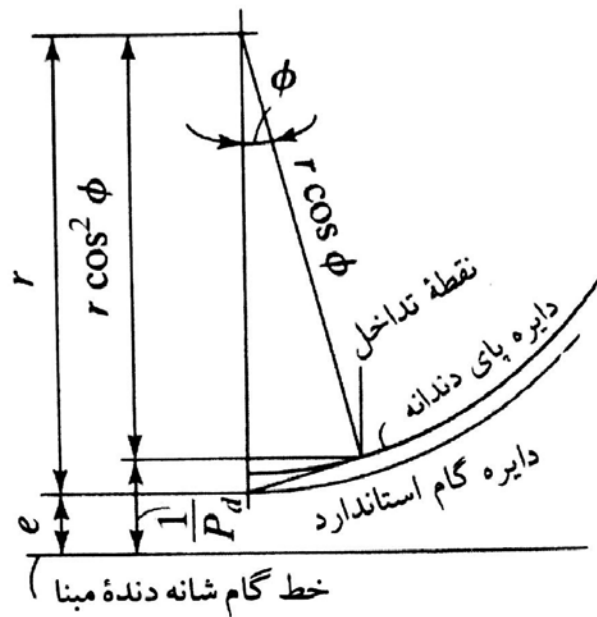
این برتری به واسطه سیستم مرکب $14\frac{1}{2}^{\circ}$ محفوظ مانده است.

البته دندانه‌های اینولیوت به واسطه همه سیستم‌های ژنراتینگ استاندارد ساخته می‌شوند. اما برای تعیین عملی شکل دندانه‌ها، لازم است که روش ساخت چرخنده و ابزار ویژه برای تولید آنرا در نظر بگیریم. با رسم چرخنده در یک مقیاس بزرگتر، می‌توانیم این گونه اطلاعات را بدست آوریم. به ویژه در مواردی که تعداد دندانه‌های چرخنده کم است، لازم است اندازه آندركاتینگ تعیین گردد. یک تیغ فرز بزرگ از کاغذ رسم درست کرده و در روی دایره‌ای که به منزله بدنه قطعه خام چرخنده است می‌غلتانیم. نقاطی از دایره بدنه چرخنده را که با تیغ فرز کاغذی تماس حاصل می‌کنند علامت می‌گذاریم و بدین ترتیب طرح دندانه‌ها در روی آن مشخص می‌کنیم. بدین وسیله دندانه‌های هر دو چرخنده می‌توانند درگیر شوند و اطلاعات معینی در مورد آندركاتینگ و از بین رفتن اینولیوت، شعاع گوشه گرد شده دندانه (فیلت)، طول تماس دندانه‌های درگیر، همپوشانی دندانه‌ها، ارتفاع سر دندانه و عمق تراش به دست می‌آیند.

۱۰-۱۵ چرخنده‌های با ارتفاع سر دندانه طویل و کوتاه

یکی از روشهای بسیار موفق برای حذف آندركاتینگ، استفاده از چرخنده‌هایی موسوم به «ارتفاع سر دندانه طویل و کوتاه است» در این چرخنده‌ها ارتفاع سر دندانه پینیون و یا چرخنده کوچکتر، طولیتر از مقدار استاندارد و ارتفاع سر دندانه چرخنده بزرگتر به همان اندازه کوتاهتر است. هر دوی این چرخنده‌ها به وسیله همان دنده شانه‌ای یا هاب مورد استفاده در تراش چرخنده‌های با ارتفاع سر دندانه استاندارد تراشیده می‌شوند. در طی کار،

مقدار زاویه فشار تغییر نمی‌کند.



شکل ۲۲-۱۰: تغییر موقعیت دنده شانه‌ای مولد گذراندن ارتفاع سر دندانه از نقطه تداخل

چرخنده $P_d = 1$

قطر خارجی پینیون افزایش می‌یابد، و چون هاب تا عمق کمتری به داخل بدنه چرخنده نفوذ می‌کند، آندركاتینگ کاهش یافته و یا کلاً حذف می‌شود. برای حذف آندركاتینگ، شعاع بدنه قطعه خام چرخنده را به اندازه e بزرگتر انتخاب می‌کنند. این موضوع در شکل (۲۲-۱۰) نشان داده شده است.

در این جا انتهای دندانه مربوط به دنده شانه‌ای، بدون توجه به فاصله آزاد f از نقطه تداخل می‌گذرد. با استفاده از شکل می‌توان نوشت

$$e = \frac{1}{P_d} - r(1 - \cos^2 \phi) = \frac{1}{P_d} - r \sin^2 \phi \quad (28)$$

مثال ۸-۱۰

مقدار تغییر مکان e لازم برای حذف آندركاتینگ در چرخنده تمام عمق $14\ 1/2^\circ$ را که دارای ۱۸ دندانه است بدست آورید. فرض کنید $P_d = 1$ باشد.

اطلاعات داده شده: چرخنده از نوع تمام عمق است،

$$P_d = 1, N = 18, \phi = 14\ 1/2^\circ$$

فرضها: دنده شانه ای طوری جابجا می‌شود که در طی ساخت چرخنده، آندركاتینگ دندانه‌ها بطور کامل حذف شود. روش حل: از معادلات (۶) و (۲۸) استفاده خواهیم کرد.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۶) می‌توان نوشت

$$r = \frac{N}{2P_d} = \frac{18}{2} = 9\text{ in.}$$

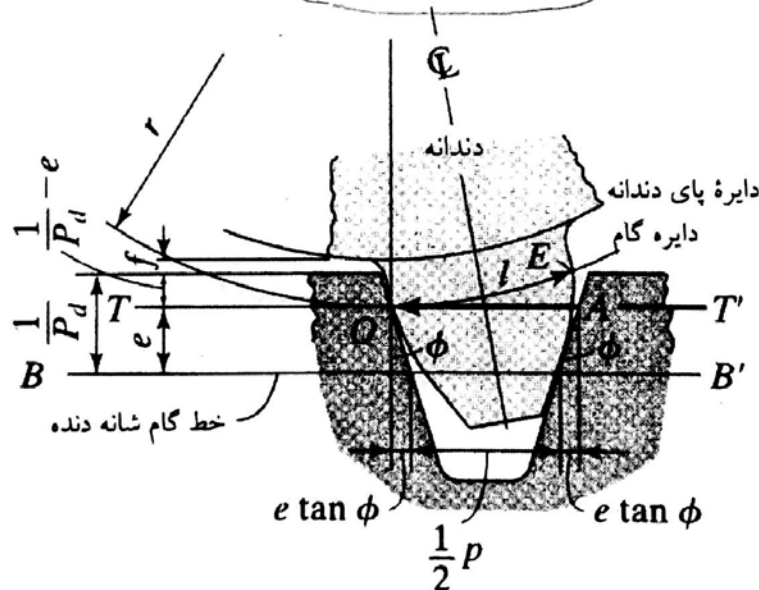
با استفاده از معادله (۲۸) داریم

$$e = \frac{1}{1} - 9(1 - 0.96815^2) = 1 - 0.5642 = 0.4358 \text{ in}$$

اگرچه مقدار e بر اساس صلاحیت طراحی انتخاب می‌گردد، اما در غالب موارد آنرا اندکی بزرگتر از مقدار داده شده توسط معادله (۲۸) انتخاب می‌کنند.

دندانه‌های شکل (۱۰-۲۲) از دندانه‌های چرخنده‌ای استاندارد کلفت تر و فاصله بین دندانه‌ها از مقدار استاندارد کمتر است. با استفاده از شکل (۱۰-۲۳) می‌توان ضخامت دندانه را به آسانی تعیین کرد. در این شکل بدنه اورسایز یک چرخنده نشان داده شده است، و در روی آن توسط یک دنده شانه‌ای که به فاصله e از گام چرخنده قرار دارد تراشی شده است. دایره گام بدون لغزش، در طول خط گام TT' دنده شانه‌ای می‌گردد. قسمت OA برابر با کمان OE است و ضخامت دندانه t در روی دایره گام به ازای مقدار انتخاب شده برای e از رابطه زیر بدست می‌آید

$$t_1 = 2e \tan \phi + \frac{1}{2}p \quad (29)$$



شکل ۱۰-۲۳: تغییر در ضخامت دندانه که از تنظیم غیراستاندارد شانه دنده مولد (تیغ فرز دنده شانه‌ای) ناشی می‌شود.

در شکل (۱۰-۲۳) نحوه تراشیدن یک پینیون اورسایز (بزرگتر از اندازه) نشان داده شده است. در موقع تراشیدن یک چرخنده‌ای آندرسایز (کوچکتر از اندازه) دنده شانه‌ای را به اندازه e در داخل دایره گام قرار می‌دهند و ضخامت دندانه آن به مقدار زیر کاهش پیدا می‌کند.

$$t_2 = -2e \tan \phi + \frac{1}{2}p \quad (30)$$

مثال ۹-۱۰

ضخامت دندانه چرخنده‌ای $14 \frac{1}{2}^\circ$ را در روی دایره گام آن به ازای $e = 0.5$ و $P_d = 1$ بدست آورید.

اطلاعات داده شده:

$$P_d = 1, e = 0.5 \text{ in}, \phi = 14 \frac{1}{2}^\circ$$

فرضها: در طی تولید چرخنده، دنده شانه‌ای یا تیغ فرز دنده شانه‌ای شکل را طوری جابجا می‌کنند که اثر آندرکاتینگ دندانه‌ها به حداقل برسد.

روش حل: از معادلات (۸)، (۲۹) و (۳۰) استفاده خواهیم کرد.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۸) می‌توان نوشت

$$p = \frac{\pi}{P_d} = 3.1416 \text{ in}$$

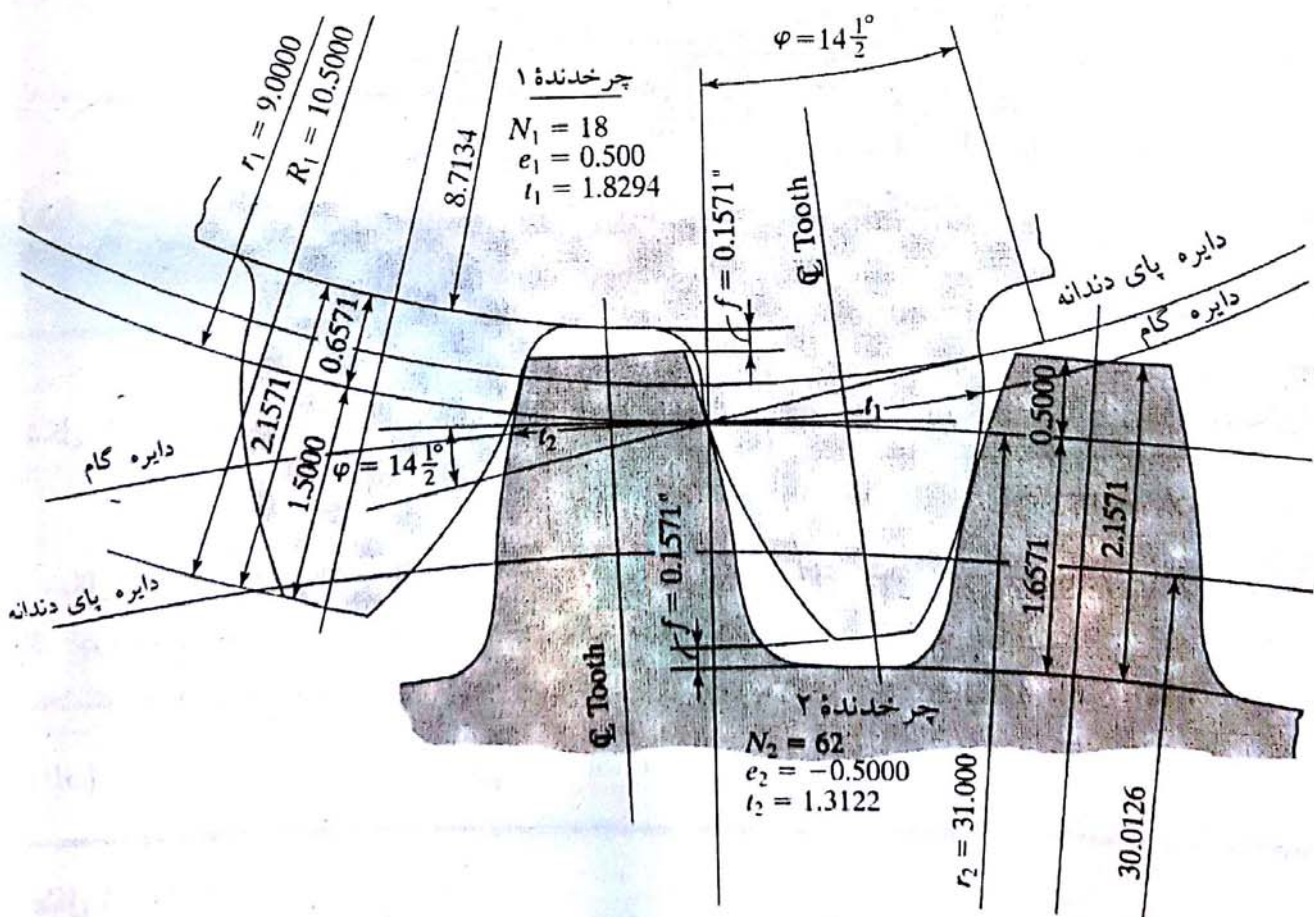
با استفاده از معادله (۲۹) در مورد پینیون خواهیم داشت

$$t_1 = 2 \times 0.5 \times 0.25862 + 0.5 \times 3.1416 = 0.2586 + 1.5708 = 1.8294 \text{ in}$$

با استفاده از معادله (۳۰) در مورد چرخنده می‌توان نوشت

$$t_2 = -2 \times 0.5 \times 0.25862 + 0.5 \times 3.1416 = -0.2586 + 1.5708 = 1.3122 \text{ in.}$$

در شکل (۲۴-۱۰)، شکل دندانه‌های مربوط به این مثال به ازای $N_1 = 18$ و $N_2 = 62$ نشان داده شده است. معمولاً دندانه‌های پینیون به شکل بدی آندرکات می‌شوند، اما همانگونه که مشاهده می‌شود در اینجا دندانه چرخنده‌ی پینیون، آندرکات نشده است.



شکل ۲۴-۱۰: چرخنده‌های با ارتفاع سر دندانه طویل و کوتاه

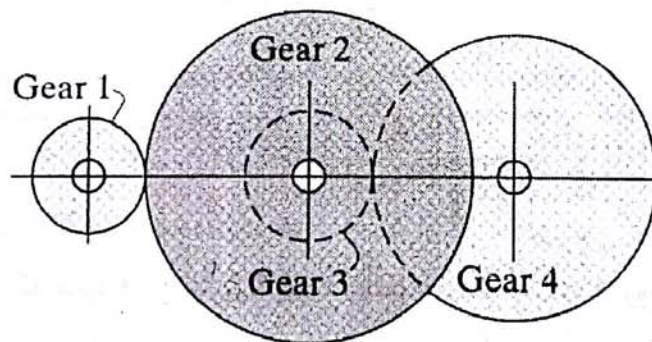
از آنجا که چرخنده بزرگ آندرسایز است و ابزار هاب به سمت داخل جابجا می‌شود تنها در صورت زیاد بودن دندانه‌ها می‌توان آندراکاتینگ را حذف کرد. تعداد دندانه چرخنده بزرگتر باید حداقل به همان مقدار از تعداد دندانه مینیمم بیشتر باشد که تعداد دندانه چرخنده‌ی کوچکتر از تعداد مینیمم کمتر است.

اگر هر دو چرخنده درگیر دارای تعداد دندانه کمی باشد، با استفاده از مقادیر مثبت e می‌توان آندراکاتینگ هر دوی آنها را حذف کرد. در مواردی که دندانه هر دو چرخنده کلفت‌تر است، مونتاژ آنها تنها با افزایش فاصله مرکزی ممکن می‌شود. محاسبات مربوط به این موضوع بسیار مشکل و از حدود این کتاب خارج است.

۱۶-۱۰ نسبت‌های سرعت در سیستم‌های چرخنده‌ای

با معلوم بودن تعداد دندانه‌ی چرخنده‌های کار گذاشته شده در یک سیستم چرخنده‌ای می‌توان نسبت سرعت این سیستم را به آسانی حساب کرد. بنابراین، در شکل (۲۵-۱۰) نسبت سرعت چرخنده n_4 نسبت به چرخنده n_1 با استفاده از معادله زیر حساب می‌شود. یادآور می‌شویم که n_4 سرعت دوران شفت چرخنده‌ی ۴ بر حسب دور بر دقیقه و n_1 سرعت دوران شفت چرخنده‌ی شماره ۱ بر حسب دور بر دقیقه یا rpm است.

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_3}{N_4}$$



شکل ۲۵-۱۰: سیستم چرخنده‌ای. (در این شکل G_{ear} به معنی چرخنده است)

در حالت کلی، فرمول محاسبه نسبت سرعت در یک سیستم چرخنده‌ای به صورت زیر است:

$$\frac{n_{last}}{n_{first}} = \frac{\text{حاصلضرب تعداد دندانه چرخنده‌های محرک}}{\text{حاصلضرب تعداد دندانه چرخنده‌های متحرک}} = G_{if} \quad (31)$$

در این رابطه n_{last} سرعت دوران چرخنده آخر، و n_{first} سرعت دوران چرخنده اول است. سمت راست این معادله را تابع سیستم چرخنده‌ای می‌نامند و با G_{if} نشان می‌دهند. اگر جهت دوران چرخنده‌های اول و آخر سیستم چرخنده‌ای یکسان باشد علامت G_{if} مثبت، و در غیر این صورت علامت آن منفی است. بنابراین اگر مطابق قرارداد، سرعت حرکت چرخنده‌ای را که در جهت ساعتگرد (CW) مثبت و سرعت چرخنده‌ای را که در جهت پادساعتگرد (CCW) در نظر بگیریم، می‌توانیم سرعت دورانی و جهت آنرا از فرمول سیستم چرخنده‌ای به صورت زیر بدست آوریم

مقادیر مناسب برای کسر u/w باید طوری انتخاب شوند که داشته باشیم

$$wG_H \approx u \quad (36)$$

در مثال قبل، حاصلضرب 61 در مقدار G عددی است که به 24 نزدیک است. بنابراین، مقدار u/w را می‌توان برابر با 24/61 در نظر گرفت. چند نسبت دیگر برای این مثال عبارتند از

$$\frac{13}{33}, \frac{35}{89}, \frac{37}{94}, \frac{41}{104}$$

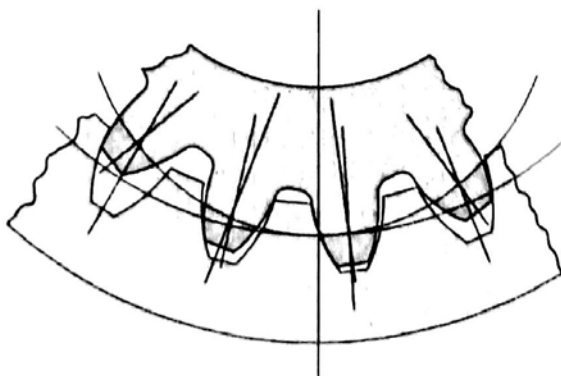
۱۷-۱۰ چرخنده‌های داخلی یا حلقوی

یک چرخنده را همچنین می‌توان به صورت حلقه‌ای که دارای دندانه‌های داخلی است ساخت. دندانه‌های داخلی در سطح داخلی حلقه شبیه فواصل بین دندانه‌های چرخنده‌های ساده خارجی است (شکل ۲۷-۱۰). مونتاژ یک چرخنده‌ی خارجی در یک چرخنده داخلی به شکل فشرده‌تر و در حجم کمتر انجام می‌گیرد. ضمناً فاصله مرکزی شفت آنها کوچکتر انتخاب می‌شود. چرخنده‌های داخلی را به واسطه ماشین چرخنده تراش کله زنی موسوم به فلوز می‌تراشند. برای جلوگیری براده‌برداری عمیق از مقدار لازم از گوشه‌های ته دندانه‌ها، لازم است تعداد دندانه‌های چرخنده بسیار بیشتر از تعداد دندانه‌های تیغ فرز دنده تراش باشد. برای بدست آوردن عمل دندانه‌ای صحیح، بدون تغییر دادن شکل دندانه‌ها لازم است کوچکترین اختلاف مجاز بین تعداد دندانه‌های پینیون و چرخنده‌های داخلی بصورت زیر باشد:

۸ دندانه برای چرخنده‌ی کوتاه دندانه 20° .

۱۰ دندانه برای دندانه‌های تمام - عمق 20° .

۱۲ دندانه برای دندانه‌های تمام - عمق $14 \frac{1}{2}^\circ$.



شکل ۲۷-۱۰ چرخنده‌های داخلی و حلقوی.

اگر حلقه دندانه‌دار چرخنده‌ی داخلی با طوقه آن به طور یکپارچه ساخته شده باشد، لازم است در گوشه‌های ته دندانه‌ها شیار برای حرکت آزاد تیغ فرز تراشیده شود. عرض این شیار باید حداقل $3/32 \text{ in.}$ باشد.

دندانه‌های چرخنده‌های داخلی مقاومتر از دندانه‌های نظیر آن در یک چرخنده‌ی خارجی است. از آنجا که در

چرخنده‌های داخلی تعداد دندانه‌های درگیر بیشتر از چرخنده‌های خارجی است، این چرخنده‌ها نرمتر و بی‌صداتر کار می‌کنند.

۱۸-۱۰ اندازه گذاری چرخنده‌ها

نقشه یک چرخنده باید نشانگر قطر خارجی و ضخامت بدنه آن همراه با تolerانسهای مناسب باشد. در روی نقشه باید تعداد دندانها، گام قطری و زاویه فشار مشخص شوند. باید مقدار لقی و ضخامت دندان در امتداد دایره گام نظری چرخنده مشخص شود. ضخامت دندان باید همراه با تolerانس بیان شود. اما قطر دایره گام به صورت یک بعد ساده در روی نقشه نشان داده می‌شود. ارتفاع سر دندان و ارتفاع کل دندان باید در روی نقشه چرخنده نشان داده شود. معمولاً بیان فاصله مرکزهای بین دو چرخنده‌ی درگیر، تعداد دندان چرخنده‌ی درگیر شونده و مقدار لقی بعد از مونتاژ چرخنده مورد نظر مفید است. اما بهتر است از بیان ابعاد غیر ضروری که معمولاً از نظر تئوری وابسته به هم هستند پرهیز شود.

۱۹-۱۰ مواد چرخنده‌ها

چرخنده‌ها از مواد گوناگونی مانند چدن خاکستری و آلیاژی، فولادهای ریخته و فولادهای جوش (شکل پذیر)، برنج، مفرغ، و پارچه‌های آغشته به مواد سخت‌ساز ساخته می‌شوند. خاصیت چدن در مقابل عوامل ساینده خوب است، اما مقاومت آن در برابر بارهای خمشی کم است. همین عامل باعث شده که دندانهای چرخنده‌های چدنی نسبتاً بزرگ انتخاب شوند. فولاد کم کربن سخت نشده و فولاد خوش‌تراش (فولادی که فسفر آن به 0.15% و گوگرد آن به 0.2% افزایش داده شده تا به راحتی با سرعت زیاد ماشین کاری شود) می‌توانند در چرخنده سازی مورد استفاده قرار گیرند. اما این فولادها برای ساخت چرخنده‌هایی که دارای مقاومت متوسط هستند و استحکام متوسطی در مقابل ضربه دارند به کار می‌روند.

مقاومت زیاد و سختی سطحی را تنها با انجام عملیات حرارتی بر روی چرخنده می‌توان به دست آورد. روشها و عملیات حرارتی اصلی بر روی چرخنده‌ها به صورت زیر هستند.

(الف) سخت سازی عمیق: هرگاه درصد کربن ماده چرخنده کافی باشد (50% - 0.35) می‌توان پس از تراشیدن چرخنده با انجام عملیات حرارتی و کشیدن آن خواص فیزیکی مناسبی ایجاد کرد. فولادهای کربن ساده مانند 1040 و 1050 و فولاد خوش تراش 1137 بطور عمیق سخت نمی‌شوند و در موقع خنک کاری تاب برمی‌دارند. فولادهای آلیاژی 4140 و 4340 طی عملیات حرارتی تا عمق زیادی سخت می‌شوند و در حین این عملیات شکل خودشان را بنحو بهتری حفظ می‌کنند.

افزایش استحکام و سختی سطحی و داخلی مواد با استفاده از عملیات حرارتی، باعث کاهش داکتیلیته (چقرمگی) ماده می‌گردد.

(ب) کربن دهی یا سخت سازی سطحی: در این عملیات، قطعات مورد سخت کاری را در درون یک جسم غنی از کربن قرار می‌دهند و تا دمای سرخی (دمایی که در آن فلز به رنگ سرخ درمی‌آید) گرم می‌کنند و به مدت طولانی در داخل کوره در دمای یاد شده نگه می‌دارند. کربن توسط لایه های سطحی فولاد جذب می‌شود. لذا این لایه ها پس از سرد و تمپره شدن بسیار سخت می‌شوند. هسته فولاد نیز مقاوم می‌شود، اما لازم است مواظب باشیم تا چرخنده تغییر شکل ندهد. فولادهای کم کربن 4620 و 4320 بطور گسترده کربن دهی می‌شود.

(ج) نیتروژن دهی: برای سخت سازی و مقاوم سازی شدید نسبت به سایش.

پس از انجام عملیات حرارتی بر روی چرخنده آنرا در حضور گاز آمونیاک به مدت طولانی در دمای 850°C تا 1000°F نگه می‌دارند، تا در سطوح چرخنده نیتريد‌های کمپلکس تشکیل می‌شود. این عملیات نسبتاً گران تمام می‌شود. فولادهای 4140 و 4340 و نیتروآلوی به طور گسترده به کار می‌روند. اما با وجود این، از برخی فولادهای دیگر نیز می‌توان به جای آنها استفاده کرد. مقاومت چرخنده‌های نیتروژن داده شده نسبت به دما، از چرخنده‌های کربن داده شده بیشتر است. هر دو عملیات کربن دهی و نیتروژن دهی باعث ایجاد تنشهای فشاری محبوس (باقی مانده) در سطح چرخنده می‌شوند. این پدیده مقاومت چرخنده را نسبت به تنشهای خستگی، که در مورد چرخنده‌ها زیاد اتفاق می‌افتد، افزایش می‌دهند.

(د) سخت سازی به روش القایی و شعله: در روش القایی، چرخنده به واسطه یک سیم پیچ القایی گرم می‌شود. سپس آنرا در درون روغن خنک می‌کنند. برای گرمایش دندان به دندانه‌ی چرخنده (گرمایش موضعی) از سیم پیچ یا شعله اکسی استیلن استفاده می‌شود. عمل خنک کاری چرخنده پس از گرمایش آن، به واسطه پاشیدن آب یا دمیدن هوا انجام می‌گیرد. فولاد چرخنده باید دارای کربن کافی باشد تا بر اثر خنک کاری سخت گردد. فولاد SAE 4140 ارزاترین فولاد، و فولاد 4340 سخت شدنی‌ترین فولاد است.

برای کاهش دادن یا حذف پدیده تاب برداری چرخنده، بهتر است پیش از خشن تراشی دندانه‌ها، قطعه خام چرخنده را با انجام عملیات بازپخت یا نرمالیزاسیون برای عملیات ماشین کاری آماده می‌کنیم. سپس سختی چرخنده را با انجام عملیات حرارتی روی آن به حد بالای محدوده مناسب برای ماشین کاری (در حدود 300-350 برینل) می‌رسانیم و بالاخره با انجام یک تراش پرداخت بر روی آن اندازه آنرا به مقدار نهایی می‌رسانیم. در این شرایط، نیازی به انجام عملیات حرارتی بر روی چرخنده نیست. در بعضی موارد از فولاد خوش تراش با خواص فیزیکی مناسب همراه با فرایندهای یاد شده استفاده می‌شود. در این شرایط، هزینه‌های ماشین تراشی چرخنده به مقدار زیادی پایین می‌آید. یادآور می‌شویم که با افزایش سختی سطح دندانه‌ها، افزایش زیادی در ظرفیت توان میان دو چرخنده‌ی درگیر رخ می‌دهد.

۲۰-۱۰ روانکاری و سوار کردن چرخنده‌ها

چرخنده‌ها در شرایط گوناگونی کار می‌کنند و به همین دلیل روشهای روانکاری آنها نیز متفاوت است. در چرخنده‌های غیر محصور یا روباز، ماده روانکاری به واسطه یک ظرف روغن (روغندان)، روغن چکان یا به واسطه یک برس به داخل چرخنده‌ها روانه می‌شود. روانکاری مکرر حتی اگر با ماده روانکاری کمی انجام بگیرد بهتر از آن است که ماده روانکاری با حجم زیاد با وقفه‌های زمانی طولانی به میان چرخنده‌ها تغذیه شود. هرگاه چرخنده با آب یا اسید در تماس باشد، لازم است از نوعی ماده روانکاری چسبناک (چسبنده به فلز) استفاده شود. در مواردی که چرخنده‌های درگیر، در یک محفظه بسته کار می‌کنند معمولاً چرخنده بزرگتر در درون ظرف روغن قرار می‌گیرد و روغن را به سطوح دندانه‌های هر دو چرخنده می‌رساند. در بعضی موارد با استفاده از یک فواره روغن، سطوح دندانه‌های چرخنده‌های محصور (موقعی که به سمت یکدیگر می‌چرخند) روانکاری می‌شود. در صورت زیاد بودن فشار تماسی (contact presser) از مواد روانکاری پرفشار EP استفاده می‌شود. زیرا این گونه ماده روانکاری بر اثر فشار گسیخته نمی‌شود و در نتیجه از بوجود آمدن تماس فلزی میان چرخنده‌ها

جلوگیری می‌کند. ماده روانکاری پرفشار EP دارای یک سری افزودنی‌هایی است که باعث افزایش تحمل بار آن می‌شود، و به همین دلیل از له شدن این ماده بر اثر بار زیاد میان چرخنده‌ها جلوگیری می‌شود. وجود ماده خارجی در ماده روانکاری، می‌تواند باعث استهلاک سریع دندانه‌های چرخنده گردد. نحوه سوار کردن یا مونتاژ چرخنده‌ها اهمیت زیادی دارد. در موقع سوار کردن آنها، باید دقت کرد که شفتها به صورت موازی قرار گیرند. والا به جای اینکه بار در تمامی عرض پیشانی چرخنده پخش گردد تنها به یک طرف آن وارد می‌شود و باعث به وجود آمدن تنشهای زیاد می‌گردد. این موضوع باعث استهلاک سریع و بالا رفتن احتمال خطر گسیختگی می‌شود. اگر دندانه‌های چرخنده موازی محور دوران آن تراشیده نشده باشند و یا اصول چرخنده تراشی بطور کامل رعایت نشده باشد، ممکن است همان اشکال یاد شده ایجاد شود. تغییر شکل کشسان دندانه‌ها و بدنه چرخنده، شفتها و تکیه گاههای یاتاقانها نیز می‌تواند باعث ناهم محوری شوند. جرمهای دوار بالانس یا تعدیل نشده، در سیستمهای چرخنده‌ای باعث اعمال بارهای سنگین غیرمنتظره بر دندانه‌های چرخنده می‌شوند. ایجاد صداهای مزاحم و ارتعاش چرخنده‌ها و همچنین کاهش عمر آنها دلایل زیادی دارد و تعیین و تحلیل آنها ممکن است بسیار مشکل باشد. در حالت کلی، چرخنده‌های ساده با کارایی زیاد کار می‌کنند، و چرخنده‌های تجاری در صورت مونتاژ صحیح و تامین روانکاری، نباید بیش از ۱ تا ۲ درصد توان انتقالی را به صورت اصطکاک مصرف کنند.

۲۱-۱ سیستم چرخنده سیاره‌ای (خورشیدی)

در بخش (۱۶-۱۰) سیستمهای چرخنده‌ای را مورد بحث قرار دادیم که در آنها شفت چرخنده‌ها و موازی و ثابت بودند. اگر بخواهیم یک یا چند چرخنده از یک سیستم چرخنده‌ای در عین حال که شفتهای آنها موازی هم قرار دارند در روی این شفتها در امتداد محور خود حرکت کنند، لازم است از یک سیستم چرخنده‌ای دیگر موسوم به سیستم چرخنده‌ای سیاره‌ای استفاده کنیم. سیستم چرخنده‌های سیاره‌ای به طور وسیع در صنعت به کار می‌روند. در سیستمهای چرخنده‌ای سیاره‌ای یکی از چرخنده‌های همانند خورشید ثابت و چرخنده‌های دیگر همانند سیاره به دور آن دوران می‌کنند، به همین دلیل سیستمهای چرخنده‌ای یاد شده را سیستمهای چرخنده‌ای سیاره‌ای نامیده‌اند. برخلاف منظومه شمسی ما که در آن سیاره‌ها به واسطه نیروی جاذبه مسیر خود را حول خورشید حفظ می‌کنند، در سیستم چرخنده‌ای سیاره‌ای چرخنده‌های سیاره‌ای به واسطه بازویی به نام «حامل سیاره» پیرامون چرخنده خورشیدی مسیر خود را حفظ می‌کنند. برای تحلیل روابط سرعت میان چرخنده‌هایی که با چرخنده‌های سیاره‌ای درگیر هستند، لازم است فرمول سیستم چرخنده‌ای ارائه شده در بخش (۱۶-۱۰) را اصلاح کنیم. برای انجام اصلاحات لازم در فرمول یاد شده، بازوی چرخنده‌های سیاره‌ای یا حامل این چرخنده‌ها را ثابت فرض می‌کنیم و حرکت نسبی چرخنده‌ها را نسبت به حامل سیاره تحلیل می‌کنیم. در این حالت لازم است کاربر چنین تجسم کند که بعضی از چرخنده‌ها که در واقع ثابت هستند، قادر به دوران می‌باشند. موقعی که از حامل سیاره به سیستم چرخنده‌ای سیاره‌ای نگاه می‌کنیم چنین به نظر می‌آید که سیستم چرخنده‌ای سیاره‌ای مانند یک سیستم چرخنده‌ای ثابت عمل می‌کند، بنابراین معادله (۳۱) در مورد این سیستم چرخنده‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود

$$G_H = \frac{\text{(آخری نسبت به بازو)}}{\text{(اولی نسبت به بازو)}} = \frac{n_{last} - n_{arm}}{n_{first} - n_{arm}} \quad (37)$$

۲۲-۱۰ طراحی چرخنده‌ها برای جلوگیری از گسیختگی آنها

امروزه، برای طراحی چرخنده حقیقتاً هم علم و هم هنر لازم است. بهترین روش این است که از تجربیاتی که از کاربردهای عملی سیستمهای چرخنده‌ای به دست آمده است در کار طراحی به کار بگیریم. بعضی از چرخنده‌ها به خوبی کار می‌کنند و عمر آنها طولانی تر از عمر محاسبه شده توسط معادلات طراحی است. برخی دیگر پیش از عمر محاسبه شده توسط معادلات طراحی، تخریب می‌شوند.

تحلیل دقیق چرخنده‌ها برای پی بردن به علت تخریب آنها اهمیت زیادی دارد. زیرا بزرگ انتخاب کردن چرخنده‌ها باعث نجات یافتن آنها از تخریب ناشی از علل اصلی نمی‌شود. سه نوع متداول تخریب در دندانه‌های چرخنده‌ها عبارتند از شکستن دندانه، خوردگی سطح دندانه و خط انداختن سطح دندانه.

(الف) شکست دندانه: این نوع یا تخریب ممکن است در اثر اعمال بار سنگین و غیرمنتظره اتفاق افتد. معمولاً دندانه‌های چرخنده در اثر خستگی خمشی تخریب می‌شوند. این نوع تخریب، از تکرار بسیار زیاد بار بر روی دندانه (در موقع چرخش چرخنده) ناشی می‌شود.

(ب) خوردگی سطح دندانه: خوردگی سطح دندانه یک پدیده خستگی است و در اثر وارد شدن تنشهای بزرگتر از تنش حد تحمل سطح ماده، رخ می‌دهد.

پس از تکرار تعداد کافی از سیکل بار تکه‌هایی از سطح خسته شده‌ی دندانه به بیرون می‌جهند. در بعضی موارد، آهنگ بیرون جهیدن تکه‌های سطح به مرور کار چرخنده افزایش می‌یابد. زیرا نواحی سالم سطح دندانه نیز توانایی خود برای تحمل بار وارده را به تدریج از دست می‌دهند. این نوع تخریب سطح دندانه ممکن است در اثر عدم روانکاری صحیح چرخنده اتفاق افتد.

(ج) خط انداختن سطح دندانه‌ها: خط انداختن سطح دندانه‌های چرخنده ممکن است در اثر اعمال بارهای سنگین و روانکاری ناقص رخ دهد. در روانکاری ناقص، لایه روغن گسیخته می‌شود و در ناحیه گسیخته شده تماس فلز با فلز اتفاق می‌افتد. در نتیجه، دماهای بسیار زیاد ایجاد می‌شود و نقاط مرتفع سطوح دندانه‌ها به طور مکرر به هم جوش خورده و از هم جدا می‌شوند. این جوش خوردن و جدا شدنهای مکرر، باعث استهلاک سریع سطوح دندانه‌های چرخنده می‌شوند.

در شروع کار جعبه دنده‌ها، تا زمانی که سطوح دندانه‌ها بسیار صاف و پرداخت است، باید سرعت و بار چرخنده‌ها کمتر باشد. ناهم محوری شفته‌ها ممکن است باعث اعمال همه بار به یک لبه دندانه چرخنده شود. این موضوع باعث ایجاد تنشهای زیاد شده و در نتیجه ممکن است در سطح دندانه‌ها خط بیافتد. چرخنده‌هایی که گام کوچکتري دارند، سطح دندانه‌های آنها نسبت به پدیده خط اندازی مقاومتر است. به عبارت دیگر سطح دندانه‌های این گونه چرخنده‌ها به ندرت خط می‌اندازند. گام قطری، حداقل باید 10 یا بیشتر باشد. در چرخنده‌های درشت دندانه، ممکن است ضرر خط انداختن بیشتر از شکستن و خوردگی سطح دندانه باشد. در حال حاضر هیچ فرمول ساده و مطمئنی وجود ندارد که طراح بتواند با استفاده از آن احتمال خط انداختن دندانه‌ها را پیش بینی کند.

از نظر تشکیل معادلات طراحی، دو نوع تخریب دندانه‌های چرخنده به بهترین وجه قابل درک هستند و لازم است بررسی شوند. چرخنده‌هایی که بطور صحیح طراحی شده‌اند، هرگز بر اثر خستگی خمشی تخریب نمی‌شوند.

زیرا آنها را می‌توان به قدری مقاوم طراحی کرد که تنشهای خمشی وارده کمتر از حد تحمل خستگی باشند. از طرف دیگر، در حالت کلی نمی‌توانیم چرخنده‌ها را طوری طراحی کنیم که عمرشان نسبت به تنشهای ناشی از تماس سطوح دندانۀ آنها در حین کار (تنشهای تماس سطحی) بی‌نهایت باشد. بنابراین، چرخنده‌ها در نهایت تخریب می‌شوند و تخریب آنها بیشتر بر اثر خوردگی سطح دندانهایشان رخ می‌دهد، مگر در مواردی که روغنکاری آنها ناقص باشد. زیرا در این شرایط دندانهای چرخنده به روش دیگری تخریب می‌شوند.

برای تشکیل معادلۀ تنش خمشی چرخنده‌ها فرض می‌کنند دندانهای تیرهای یک سر گیرداری هستند که از انتهای خود تحت بار قرار دارند. اولین بار آقای دبلیو لویس که یک مهندس آمریکایی بود، معادلۀ تنش خمشی را برای طراحی دندانهای چرخنده به کار برد. اگرچه هم مواد چرخنده‌ها و هم روشهای ساخت آنها از زمان لویس به این طرف تغییرات زیادی پیدا کرده‌اند اما هنوز هم کارهای او در طراحی چرخنده‌های مدرن و معادلات طراحی جدید نقش اساسی دارند. این معادلات طراحی از سوی اتحادیۀ چرخنده‌سازان آمریکا موسوم به AGMA تشکیل می‌شوند.

معادلۀ تنش خمشی AGMA که در استاندارد AGMA C95-2001 تعریف شده، بر اساس فرضهای زیر در بارۀ شکل هندسی چرخنده و دندانهای آن پایه‌ریزی شده است.

(۱) هیچ کدام از دندانهای چرخنده تخریب نمی‌شوند.

(۲) نسبت تماس عرضی بین یک و دو است.

(۳) هیچگونه تداخل میان نوک دندانها و قسمت گرد شدۀ ته دندانها رخ نمی‌دهد. همچنین هیچگونه آندركاتینگ دندانها در بالای نقطۀ شروع تئوریک پروفیل فعال دندان وجود ندارد.

(۴) نوک دندانها تیز نیست.

(۵) مقدار لقی دندانها صفر است.

(۶) گوشه‌های گرد شده‌ی ته دندانها استاندارد و صاف هستند و به روش ژنراتینگ تولید می‌شوند.

مقاومت خمشی: فرمول پایه برای تنش خمشی دندانۀ چرخنده بصورت زیر است:

$$s_f = W_t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \quad (40)$$

در این معادله داریم

s_f = تنش خمشی بر حسب psi

W_t = بار مماسی منتقل شده بر حسب پاند نیرو (lbf) (بار منتقل شده)

K_o = ضریب اضافه بار

K_v = ضریب دینامیک

K_s = ضریب اندازه

$P_{nd} = P_d$ برای چرخنده‌های ساده P_{nd} گام قطری قائم و بعد آن (in^{-1}) است.

F = عرض خالص رویۀ باریکترین عضو (عرض رویۀ دندۀ)

K_m = ضریب پخش بار

K_B = ضریب ضخامت طوقه

J = ضریب هندسی برای مقاومت خمشی

برای طراحی صحیح چرخنده، این تنش خمشی نباید از مقدار تنش طراحی داده شده توسط فرمول زیر تجاوز کند

$$s_t \leq \frac{s_{at} Y_N}{S_F K_T K_R} \quad (41)$$

در این فرمول داریم

s_{at} = تنش خمشی مجاز برحسب پاند بر اینچ مربع (psi).

Y_N = ضریب سیکل تنش برای مقاومت خمشی.

S_F = ضریب اطمینان برای مقاومت خمشی.

K_T = ضریب دما.

K_R = ضریب قابلیت اعتماد.

در این معادلات، هر کدام از عبارتها باید برای هر یک از چرخنده‌های سیستم چرخنده‌ای محاسبه شود و برای تعیین تنش سیستم به کار رود و با مقادیر تنش مجاز مقایسه شود. اکنون هر کدام از این پارامترها را که به ترتیب در معادلات (۴۰) و (۴۱) ظاهر شده‌اند مورد بررسی قرار می‌دهند.

ضریب اضافه بار K_o

ضریب اضافه بار برای مشخص کردن مقدار مجاز همه بارهای خارجی است که علاوه بر بار مماسی قائم اسمی، وارد می‌شوند. مقدار ۱.۰ برای این پارامتر نشان می‌دهد که چرخنده‌ی مورد نظر می‌تواند اضافه باری معادل ۲۰۰٪ بار وارده را به طور لحظه‌ای تحمل کند. هر گاه ظرفیت لازم بیش از این مقدار باشد، باید مقدار K_o بیشتر از ۱.۰ باشد.

ضریب دینامیک K_v

ضریب دینامیک، شاخص بارهای داخلی دندانه‌های چرخنده است. این بارها، از عمل درگیری دندانه‌های هر دو چرخنده ناشی می‌شود. حتی اگر گشتاور ورودی و سرعت چرخنده‌ها ثابت باشند، باز هم چرخنده‌های درگیر مرتعش می‌شوند و متعاقب آن نیروهای دینامیکی بر دندانه‌های آنها وارد می‌آید. خطاهایی که در ساخت چرخنده‌ها و هم محوری‌سازی یا نصب دقیق آنها صورت می‌گیرد، باعث خطاهایی در انتقال بار بین چرخنده‌ها می‌شود و در نتیجه ضریب دینامیک بیشتر از ۱.۰ می‌گردد. در مواردی که اطلاعات تخصصی در رابطه با بارهای دینامیک وارد بر سیستم چرخ دندانه‌ای وجود ندارد، از رابطه تجربی $AGMA$ که برای تعیین K_v ارائه شده استفاده می‌کنیم. در این روش از سرعت خط گام چرخنده و پارامتری به نام شاخص کیفیت (Q_v) استفاده می‌شود. مقدار K_v را می‌توان از روی گراف شکل (۲۹-۱۰) خواند. رابطه مورد استفاده برای رسم این منحنی‌ها عبارت است از

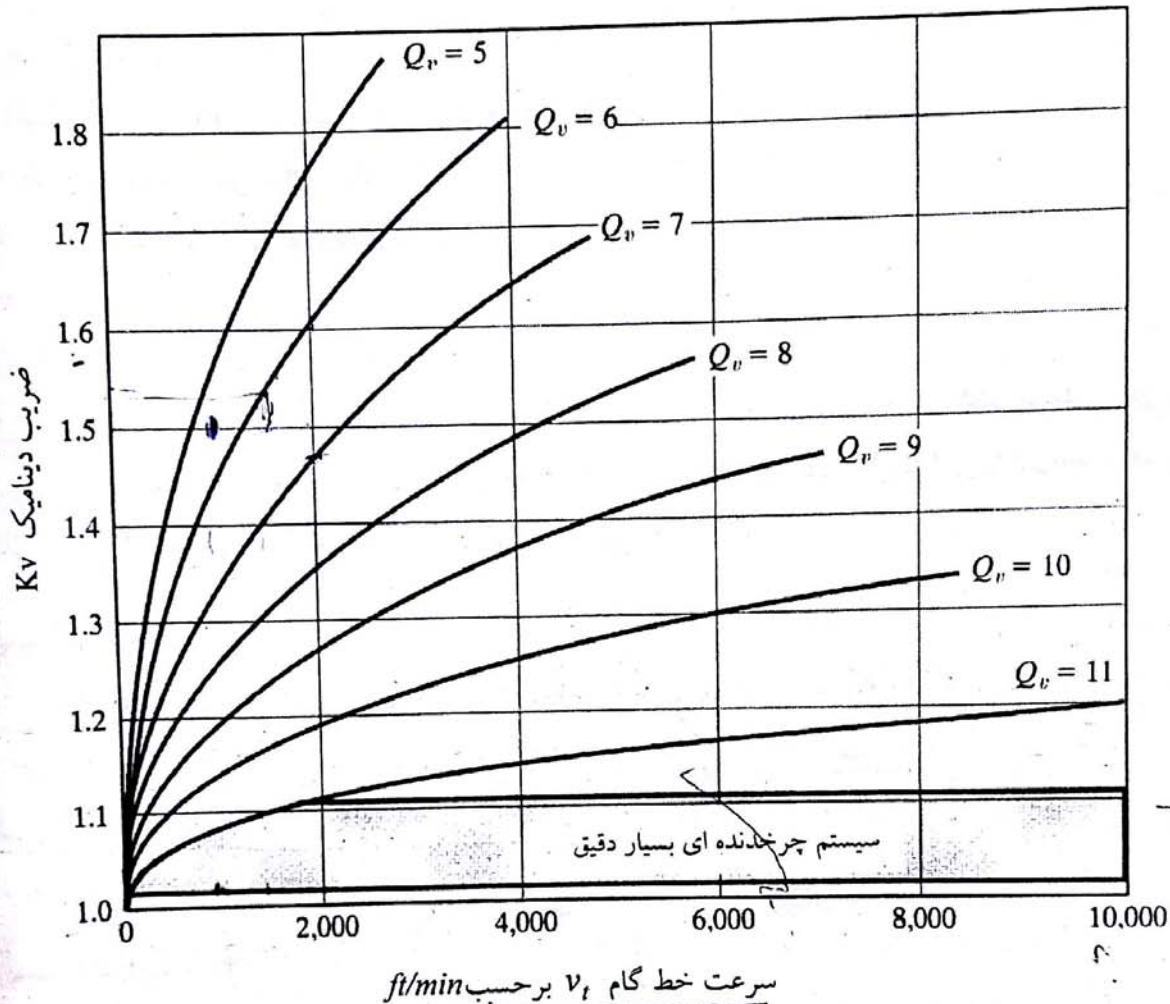
$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{v_f}}{A} \right)^B \quad (42)$$

که در این رابطه داریم

به ازای $5 \leq Q_v \leq 11$ داریم

$$A = 50 + 56(1.0 - B) \quad (43)$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{0.667} \quad (44)$$



شکل ۲۹-۱۰: ضریب دینامیک K_v . منبع: AGMA 2001-C95

حداکثر مقدار برای سرعت خط گام به ازای Q_v داده شده، از رابطه زیر بدست می آید

$$v_{t \max} = [A + (Q_v - 3)]^2 \quad (45)$$

رابطه بالا در مورد چرخنده‌های که دندانه‌های آنها به طور بسیار دقیق ساخته شده‌اند و یا طراحی و ساخت آنها طوری است که خطاهای کمی در انتقال توان صورت می‌گیرد، صدق می‌کند. مقدار K_v بین 1.02 و 1.11 انتخاب می‌شود. برای اینکه بتوانیم از این مقدار استفاده کنیم، لازم است هم محور سازی شفت‌های چرخنده‌ها با دقت کامل صورت بگیرد و با روانکاری کامل دقت یاد شده حفظ گردد.

ضریب اندازه K_s

ضریب اندازه، درواقع، شاخص میزان نایک‌نواختی خواص ماده است. سازمان استانداردهای AGMA هنوز بر K_s مقادیر استاندارد ارائه نکرده است، اما AGMA پیشنهاد می‌کند که برای اغلب چرخنده‌ها مقدار K_s برابر با 1.0 در نظر گرفته شود.

ضریب پخش بار K_m

این پخش نایک‌نواخت بار، از ناهم محوری چرخنده‌ها ناشی می‌شود، و هرچه عرض رویه دندانه بیشتر باشد به همان اندازه افزایش پیدا می‌کند. مطابق استاندارد AGMA، مقدار K_m از رابطه زیر بدست می‌آید

$$K_m = 1.0 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e) \quad (46)$$

در این رابطه C_{mc} عبارت از ضریب تصحیح بار آن است. این ضریب برای اصلاح بار اوج وارد بر چرخنده به کار می‌رود. این ضریب در مورد چرخنده‌های با لیدهای اصلاح شده برابر با 1.0، و در مورد چرخنده‌هایی که بار آنها به واسطه تاجی شدگی یا تصحیح بار اصلاح شده است برابر با 0.8 است.

C_{pf} ضریب تناسب پینیون است و از معادلات زیر بدست می‌آید

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.025 \quad (47)$$

به ازای $F \leq 1.0$ داریم
عرض رویه دندانه

به ازای $1.0 < F < 17$ داریم

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F \quad (48)$$

به ازای $17 < F \leq 40$ داریم

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2 \quad (49)$$

توجه: برای مقادیر $\frac{F}{10d} < 0.05$ ، از عدد 0.05 در این معادلات استفاده می‌کنیم.

C_{pm} عبارت از ضریب اصلاح نسبت پینیون است و برای پینیون‌هایی در دو سر شفت (نه در وسط شفت) سوار شده‌اند به ازای $(S_{1/S}) < 0.175$ برابر با 1.0 در نظر گرفته می‌شود. همچنین ضریب یاد شده برای همین پینیون‌ها به ازای $(S_{1/S}) > 0.175$ برابر با 1.2 فرض می‌شود. این موضوع در شکل (۳۰-۱۰) ارائه شده است

C_{ma} عبارت از ضریب تنظیم بودن درگیری دو چرخنده است. این ضریب برای جبران ناهم محوری و عدم تنظیم بودن محورهای دوران استوانه‌های گام چرخنده‌های درگیر به کار می‌رود. در تعیین این ضریب، غیر از تغییر شکلهای کشسان همه عواملی که دو چرخنده را از حالت تنظیم خارج می‌کند در نظر گرفته می‌شوند. مقدار این ضریب از رابطه زیر بدست می‌آید

$$C_{ma} = A + B(F) + C(F)^2 \quad (50)$$

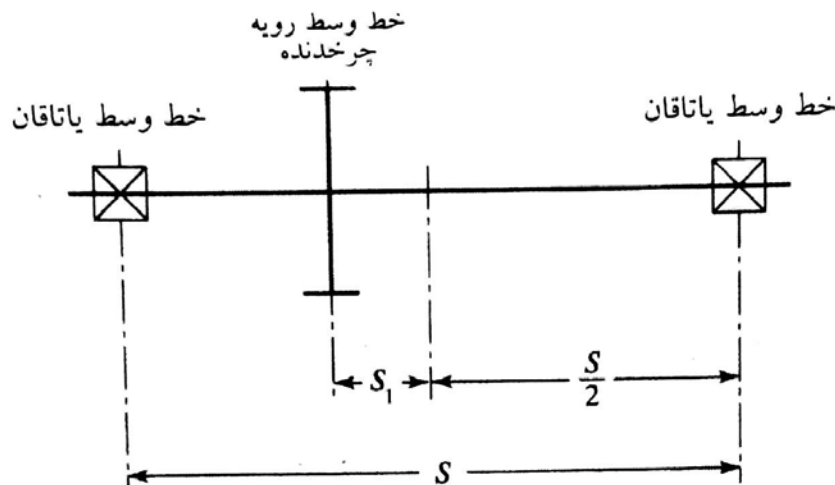
در جدول (۲-۱۰) مقادیر A, B, C برای انواع سیستم‌های چرخنده‌ای نشان داده شده است.

C_e عبارت از ضریب اصطلاح میزان تنظیم بودن درگیری دو چرخنده است. این ضریب برای جبران خطاهای ساخت چرخنده و تکنیک‌های مونتاژ آنها به کار می‌رود. مقادیر مورد استفاده برای C_e به صورت زیر است

در مواردی که سیستم چرخنده‌ای در موقع سوار کردن چرخنده‌ها تنظیم می‌شود مقدار $C_e = 0.80$ فرض می‌شود.

در مواردی که با کاربرد روش لین کاری (نوعی پرداخت چرخنده)، چرخ دنده‌های سیستم چرخنده‌ای را نسبت به هم سازگار می‌کنند. مقدار $C_e = 0.8$ فرض می‌شود.

در همه موارد دیگر مقدار $C_e = 1.0$ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳۰-۱: تعیین مقادیر S و S_1 . منبع: AGMA 2001-C95.

جدول ۲-۱: ثابتهای تجربی A, B, C برای C_{ma} . منبع: AGMA 2001-C95.

C	B	A	نوع سیستم چرخنده‌ای
-0.765×10^{-4}	0.167×10^{-1}	2.47×10^{-1}	سیستم چرخنده‌ای روباز
-1.093×10^{-4}	0.158×10^{-1}	1.27×10^{-1}	سیستمهای چرخنده‌ای بسته یا محصور تجاری
-0.926×10^{-4}	0.128×10^{-1}	0.675×10^{-1}	سیستمهای چرخنده‌ای محصور دقیق
-0.822×10^{-4}	0.102×10^{-1}	0.380×10^{-1}	سیستمهای چرخنده‌ای محصور بسیار دقیق

2.6
7.8
9.1
11.12

ضریب ضخامت طوقه چرخنده (K_B)

می‌دانیم که چرخنده‌ها را معمولاً از یک دیسک توپر یکپارچه می‌سازند. اما مواردی است که در آن از یک طوقه و یک حلقه دندانه دار برای ساخت چرخنده استفاده بعمل می‌آید. گسیختگی چرخنده‌های طوقه‌ای معمولاً در طوقه آنها اتفاق می‌افتد نه در ریشه دندانه. شرکت AGMA از پارامتری موسوم به نسبت بک آپ استفاده می‌کند. این نسبت به صورت زیر تعریف شده است

$$m_B = \frac{t_R}{h_f}$$

در این معادله t_R نشانگر ضخامت طوقه چرخنده در زیر ریشه دندانه و h_f ارتفاع کل چرخنده است. مطابق پیشنهادات شرکت AGMA می‌توان نوشت

به ازای $0.5 \leq m_B \leq 1.2$ داریم

$$K_B = 1.6 \ln \left(\frac{2.242}{m_B} \right)$$

به ازای $m_B > 1.2$ داریم

$$K_B = 1.0$$

مقادیر کوچکتر از 0.5 برای نسبت‌های بک آپ توصیه نشده‌اند. برای چرخنده‌های دیسکی یکپارچه داریم

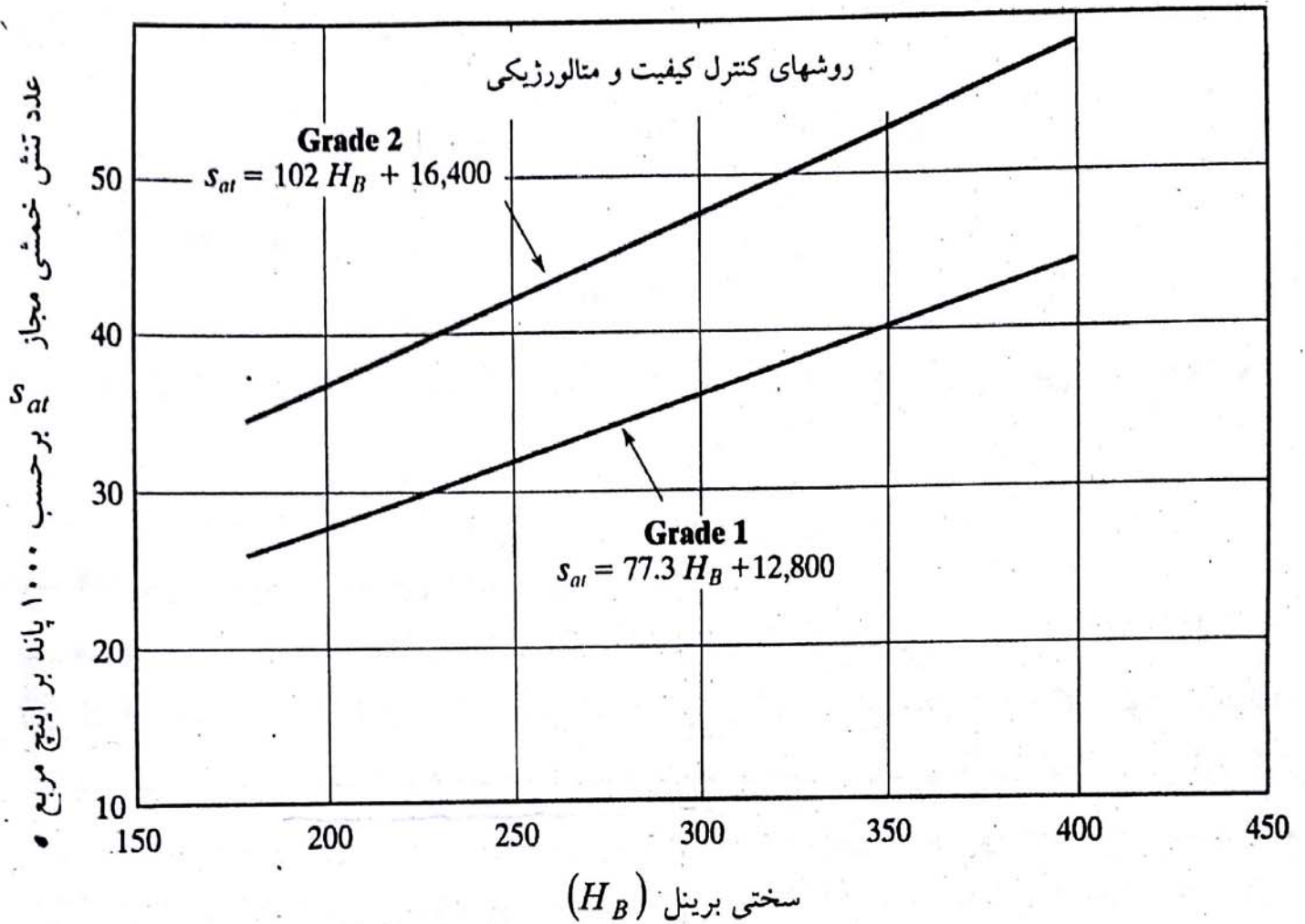
$$K_B = 1.0$$

ضریب هندسی مقاومت خمشی (J)

ضریب هندسی (J) را می‌توان با استفاده از الگوریتم داده شده توسط شرکت *AGMA* استاندارد 908-B 89 حساب کرد. به دلیل پیچیده بودن این الگوریتم، این شرکت برای انواع گوناگون چرخنده‌ها جدولی تهیه کرده است. ضریب J برحسب تعداد دندانه چرخنده تغییر می‌کند و لذا سطوح تنشی گوناگونی در پینیون و چرخنده به وجود می‌آید. به همین دلیل، لازم است مقادیر تنش هر دو چرخنده حساب شود و معلوم گردد کدام یک از این تنشها بیشتر است. نمونه‌هایی از شرکت *AGMA* در جدولهای (۳-۱۰) و (۴-۱۰) نشان داده شده است. با استفاده از این جدولها می‌توان بارهایی را که نوک دندانه تحمل می‌کند و همچنین باری را که بالاترین نقطه یک دندانه در موقعی که تنها یک دندانه از چرخنده درگیر است (*HPSTC*) تحمل می‌کند، تعیین کرد. این که از کدام یک از دو مقدار بدست آمده استفاده کنیم بستگی به دقت ساخت سیستم چرخنده‌ای مورد نظر دارد. هرگاه چرخنده از دقت بالایی برخوردار باشد، می‌توان تقسیم بار بین دندانه‌ها را در نظر گرفت و از جداول (*HPSTC*) استفاده کرد. اما اگر چرخنده‌ی مورد نظر دقیق نباشد، از بار نوک دندانه استفاده می‌کنیم. هرگاه یک طراح با داده‌هایی مواجه شود که در جداول (۳-۱۰) و (۴-۱۰) وجود ندارد، می‌تواند با *AGMA* استاندارد 908 B89 مشاوره کند.

تنش خمشی مجاز s_{at}

تنش خمشی مجاز بستگی به چند عامل دارد که عبارتند از ترکیب ماده، میزان تمیزی، تنش باقیمانده یا محبوس، ریزساختار، کیفیت، عملیات حرارتی و فرایندهای ساخت چرخنده. شرکت *AGMA* استاندارد 2001-C 95 اطلاعات قابل توجهی در رابطه با انتخاب مقدار مناسب برای s_{at} ارائه کرده است. برای مثال شکل (۳۱-۱۰) مقادیر s_{at} را برای چرخنده‌های فولادی با سخت کاری کامل به صورت تابعی از عدد سختی برینل سطح ماده چرخنده نشان می‌دهد. همچنین جدول (۵-۱۰) مقادیر s_{at} را برای چرخنده‌های آهنی و برنزی نشان می‌دهد. طراحانی که با موادی غیر از مواد ارائه شده در این جداول کار می‌کنند، می‌توانند برای کسب اطلاعات بیشتر با *AGMA* مشاوره کنند.



شکل ۳۱-۱۰: تنشهای خمشی مجاز S_{at} برای چرخنده‌های فولادی که بطور کامل سخت کاری شده‌اند

بارفوق دزدا نند

رفع بارندگی
رفع زلزله
رفع آلودگی

Addendum	Equal	Pinion Teeth															
		12		14		17		21		26		35		55		135	
Gear Teeth		P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12		U	U														
14		U	U	U													
17		U	U	U	U												
21		U	U	U	U	U	U	0.24	0.25								
26		U	U	U	U	U	U	0.24	0.25	0.25	0.25						
35		U	U	U	U	U	U	0.24	0.26	0.25	0.26	0.26	0.26				
55		U	U	U	U	U	U	0.24	0.28	0.25	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28		
135		U	U	U	U	U	U	0.24	0.29	0.25	0.29	0.26	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29

Source: AGMA 908-B89

در تمام محوطه های این منطقه با توجه به مطالعات و بررسی های انجام شده در سال ۱۳۸۹، AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۳B ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده)

Pressure Angle	20°
Teeth	Full Depth
Tooth Loading	At the Tip
Addendum	25% Long

Addendum		25% Long		Pinion Teeth															
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135				
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G			
12	U	U																	
14	U	U	U	U															
17	U	U	U	U	0.27	0.19													
21	U	U	U	U	0.27	0.21	0.27	0.21											
26	U	U	U	U	0.27	0.22	0.27	0.22	0.28	0.22									
35	U	U	U	U	0.27	0.24	0.27	0.24	0.28	0.24	0.28	0.24							
55	U	U	U	U	0.27	0.26	0.27	0.26	0.28	0.26	0.28	0.26	0.29	0.26					
135	U	U	U	U	0.27	0.28	0.27	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.29	0.28	0.30	0.28			

The letter "U" indicates a gear tooth combination that produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۳C) ضریب هندسی (J) AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle		20°	
Teeth		Full Depth	
Tooth Loading		At the Tip	
Addendum		50% Long	

Pinion Teeth																	
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	T	T															
14	T	T	0.30	0.12													
17	T	T	0.30	0.15	0.30	0.15											
21	T	T	0.30	0.17	0.30	0.17	0.31	0.17									
26	T	T	0.30	0.19	0.30	0.19	0.31	0.19	0.31	0.19							
35	T	T	0.30	0.21	0.30	0.21	0.31	0.21	0.31	0.21	0.30	0.21					
55	T	T	0.30	0.24	0.30	0.24	0.31	0.24	0.31	0.24	0.30	0.24	0.30	0.24			
135	T	T	0.30	0.27	0.30	0.27	0.31	0.27	0.31	0.27	0.30	0.27	0.30	0.27	0.30	0.27	

The letter "T" indicates a gear tooth combination that produces pointed teeth with a top land less than $0.3/P_{ad}$ in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۳D) ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle	20°
Teeth	Full Depth
Tooth Loading	HPSTC
Addendum	Equal

باری که بالاتر از نقطه دندان نهایی که وقتیکه دندان از چرخنده جدا می‌شود

Pinion Teeth

Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.33	0.33								
26	U	U	U	U	U	U	0.33	0.35	0.35	0.35						
35	U	U	U	U	U	U	0.34	0.37	0.36	0.38	0.39	0.39				
55	U	U	U	U	U	U	0.34	0.40	0.37	0.41	0.40	0.42	0.43	0.43		
135	U	U	U	U	U	U	0.35	0.43	0.38	0.44	0.41	0.45	0.45	0.47	0.49	0.49

The letter "U" indicates a gear tooth combination that produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۳E ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده)

Pressure Angle		20°															
Teeth		Full Depth															
Tooth Loading		HPSTC															
Addendum		25% Long															
Pinion Teeth																	
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	U	U													
17	U	U	U	U	0.36	0.24											
21	U	U	U	U	0.37	0.26	0.39	0.27									
26	U	U	U	U	0.37	0.29	0.39	0.29	0.41	0.30							
35	U	U	U	U	0.37	0.32	0.40	0.32	0.42	0.33	0.43	0.34					
55	U	U	U	U	0.38	0.35	0.40	0.36	0.42	0.36	0.44	0.37	0.47	0.39			
135	U	U	U	U	0.39	0.39	0.41	0.40	0.43	0.41	0.45	0.42	0.48	0.44	0.51	0.46	

The letter "U" indicates a gear tooth combination that produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۳F خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده)

Pressure Angle	20°
Teeth	Full Depth
Tooth Loading	HPSTC
Addendum	50% Long

Pinion Teeth																	
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	T																
14	T			0.14													
17	T			0.17	0.42	0.18											
21	T			0.20	0.43	0.21	0.44	0.21									
26	T			0.23	0.43	0.23	0.45	0.24	0.46	0.24							
35	T			0.26	0.43	0.27	0.45	0.27	0.46	0.28	0.48	0.29					
55	T			0.30	0.44	0.31	0.45	0.31	0.47	0.32	0.48	0.33	0.50	0.34			
135	T			0.32	0.44	0.35	0.46	0.36	0.47	0.37	0.49	0.38	0.50	0.40	0.52	0.43	

The letter "T" indicates a gear tooth combination that produces pointed teeth with a top land less than $0.3/P_{nd}$ in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۴A ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده)

Pressure Angle		25°														
Teeth		Full Depth														
Tooth Loading		At the Tip														
Addendum		Equal														
Pinion Teeth																
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.28	0.28												
17	U	U	0.28	0.30	0.30	0.30										
21	U	U	0.28	0.31	0.30	0.31	0.31	0.31								
26	U	U	0.28	0.33	0.30	0.33	0.31	0.33	0.33	0.33						
35	U	U	0.28	0.34	0.30	0.34	0.31	0.34	0.33	0.34	0.34	0.34				
55	U	U	0.28	0.36	0.30	0.36	0.31	0.36	0.33	0.36	0.34	0.36	0.36	0.36		
135	U	U	0.28	0.38	0.30	0.38	0.31	0.38	0.33	0.38	0.34	0.38	0.36	0.38	0.38	0.38

The letter "U" indicates a gear tooth combination that meets

The letter "U" indicates a gear tooth combination that produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۴B) ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle		25°	
Teeth		Full Depth	
Tooth Loading		At the Tip	
Addendum		25% Long	

Pinion Teeth																	
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	0.33	0.33													
17	U	U	0.33	0.36	0.36	0.36											
21	U	U	0.33	0.39	0.36	0.39	0.39	0.39									
26	U	U	0.33	0.41	0.37	0.42	0.40	0.42	0.43	0.43							
35	U	U	0.34	0.44	0.37	0.45	0.40	0.45	0.43	0.46	0.46	0.46					
55	U	U	0.34	0.47	0.38	0.48	0.41	0.49	0.44	0.49	0.47	0.50	0.51	0.51			
135	U	U	0.35	0.51	0.38	0.52	0.42	0.53	0.45	0.53	0.48	0.54	0.53	0.56	0.57	0.57	

The letter "U" indicates a gear tooth combination that produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۴C) ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle	25°
Teeth	Full Depth
Tooth Loading	At the Tip
Addendum	50% Long

Pinion Teeth																
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	T	T														
14	T	T	T	T												
17	T	T	T	T	T	T										
21	T	T	T	T	T	T	0.40	0.23								
26	T	T	T	T	T	T	0.40	0.25	0.40	0.25						
35	T	T	T	T	T	T	0.40	0.28	0.40	0.28	0.40	0.28				
55	T	T	T	T	T	T	0.40	0.32	0.40	0.32	0.40	0.32	0.40	0.32		
135	T	T	T	T	T	T	0.40	0.36	0.40	0.36	0.40	0.36	0.40	0.36	0.40	0.36

The letter "T" indicates a gear tooth combination that produces pointed teeth with a top land less than $0.3/P_{ad}$ in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۴D) ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle	25°
Teeth	Full Depth
Tooth Loading	HPSTC
Addendum	Equal

Pinion Teeth

Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.33	0.33												
17	U	U	0.33	0.36	0.36	0.36										
21	U	U	0.33	0.39	0.36	0.39	0.39	0.39								
26	U	U	0.33	0.41	0.37	0.42	0.40	0.42	0.43	0.43						
35	U	U	0.34	0.44	0.37	0.45	0.40	0.45	0.43	0.46	0.46	0.46				
55	U	U	0.34	0.47	0.38	0.48	0.42	0.49	0.44	0.49	0.47	0.50	0.51	0.51		
135	U	U	0.35	0.51	0.38	0.52	0.42	0.53	0.45	0.53	0.48	0.54	0.53	0.56	0.57	0.57

The letter "U" indicates a gear tooth combination that produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۴E) ضریب هندسی (J) خمشی AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle		25°															
Teeth		Full Depth															
Tooth Loading		HPSTC															
Addendum		25% Long															
Pinion Teeth																	
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	0.38	0.22															
14	0.38	0.25	0.40	0.25													
17	0.38	0.29	0.40	0.29	0.43	0.29											
21	0.38	0.32	0.41	0.32	0.43	0.33	0.46	0.33									
26	0.39	0.35	0.41	0.35	0.44	0.36	0.46	0.36	0.48	0.37							
35	0.39	0.38	0.41	0.39	0.44	0.39	0.47	0.40	0.49	0.41	0.51	0.41					
55	0.39	0.42	0.42	0.43	0.44	0.44	0.47	0.44	0.49	0.45	0.52	0.45	0.55	0.47			
135	0.40	0.47	0.42	0.48	0.45	0.49	0.48	0.49	0.50	0.50	0.53	0.51	0.56	0.53	0.59	0.55	

Source: AGMA 908-B89

(جدول ۱۰-۴F) ضریب هندسی (J) AGMA برای چرخنده‌های ساده

Pressure Angle	25°
Teeth	Full Depth
Tooth Loading	HPSTC
Addendum	50% Long

Pinion Teeth																
Gear Teeth	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	T	T														
14	T	T	T	T												
17	T	T	T	T	T	T										
21	T	T	T	T	T	T	0.52	0.27								
26	T	T	T	T	T	T	0.52	0.30	0.53	0.31						
35	T	T	T	T	T	T	0.52	0.35	0.53	0.35	0.55	0.36				
55	T	T	T	T	T	T	0.52	0.40	0.54	0.41	0.56	0.42	0.58	0.50		
135	T	T	T	T	T	T	0.53	0.46	0.54	0.47	0.56	0.48	0.58	0.50	0.60	0.53

The letter "T" indicates a gear tooth.

The letter "T" indicates a gear tooth combination that produces pointed teeth with a top land less than $0.3/P_{nd}$ in one or both components and should be avoided.

Source: AGMA 908-B89

جدول ۵-۱۰: تنش خمشی مجاز S_{at} برای چرخنده‌های آهنی و برنزی.

ماده	شاخص ماده	عملیات حرارتی	حداقل سختی سطحی	تنش خمشی مجاز $S_{at} \text{ lb/in}^2$ بر حسب
چدن خاکستری <i>ASTM A 48</i>	کلاس 20	ریخته	-	5000
	کلاس 30	ریخته	174HB	8500
	کلاس 40	ریخته	201HB	13000
آهن داکتیل دانه ای <i>ASTM A 548</i>	درجه 18-40-60	تابکاری شده	140HB	22000 - 33000
	درجه 06-55-80	سرد شده و گرم شده	179HB	23000 - 33000
	درجه 03-70-100	گرم شده و سرد شده	229HB	27000 - 40000
	درجه 02-90-120	سرد شده و گرم شده	269HB	031000 - 4400
5700	حداقل مقاومت کششی 40000 lb/in^2	ریخته در ماسه	-	برنز
23600	حداقل مقاومت کششی 90000 lb/in^2	حرارت کاری شده	<i>ASTM B - 148</i> 94 فولاد	

ضریب سیکل تنش Y_N

ضریب سیکل تنش برای تنظیم تعداد مجاز سیکل‌های تنش وارده در حین عمل چرخنده به کار می‌رود. مطابق تعریف، تعداد سیکل‌های تنش برابر با تعداد درگیری تحت بار دندانه مورد تحلیل است. طبق تعریف *AGMA*، موقعی می‌توان میزان قابلیت اطمینان یک چرخنده را 99% در نظر گرفت که دندانه‌های آن بتوانند 10^7 سیکل بار غیرجهت دار را تحمل کنند. اگر این حالت قابل قبول باشد، طراح باید مقدار $Y_N = 1.0$ را انتخاب کند. اگر تعداد سیکل بار قابل تحمل برای چرخنده غیر از 10^7 باشد، لازم است از شکل (۳۲-۱۰) برای تعیین مقدار Y_N استفاده شود.

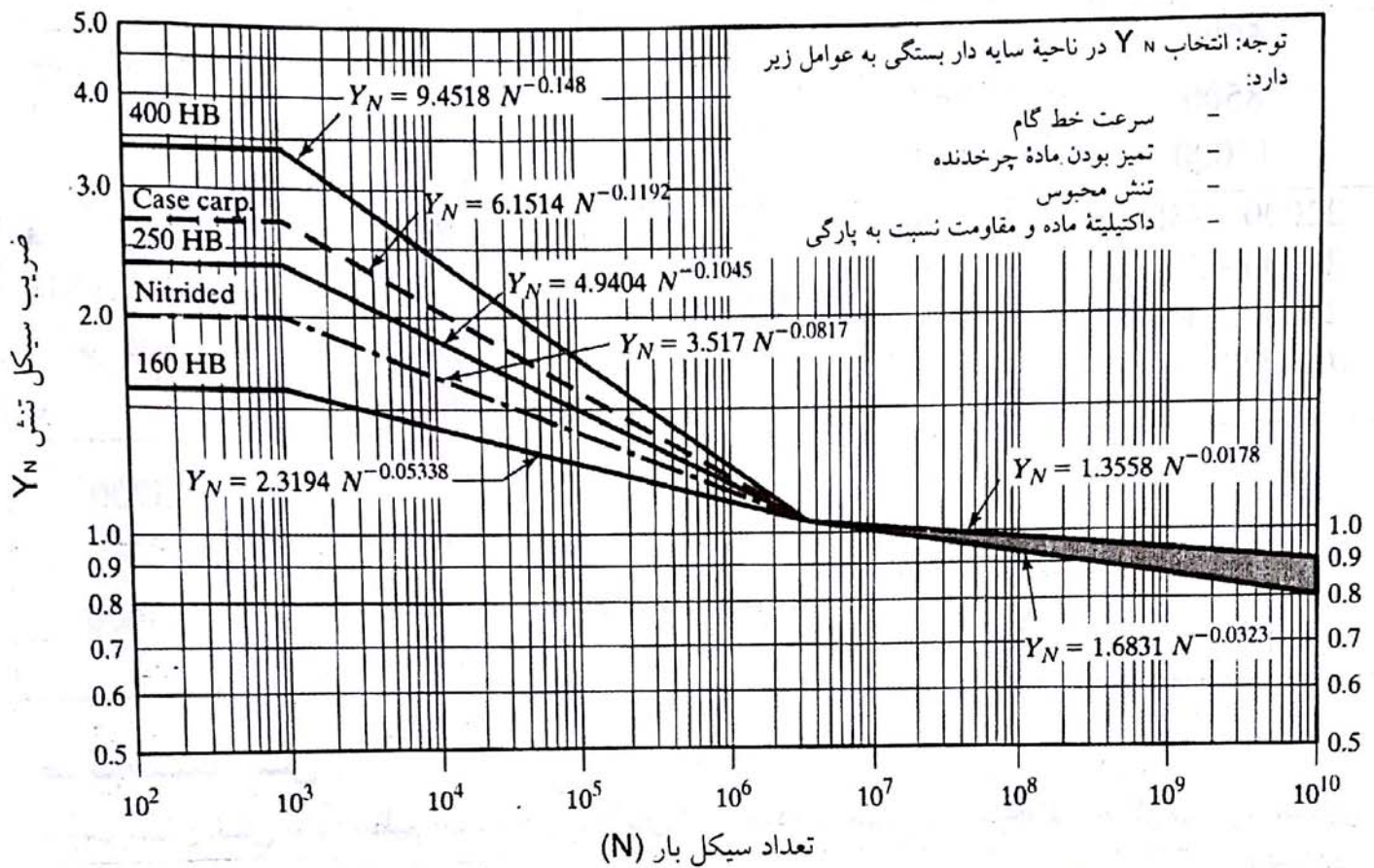
ضریب اطمینان S_F

مفهوم ضریب اطمینان در بخش‌های اولیه این کتاب بحث شد. ضریب اطمینان عددی است بزرگتر از 1.0 که برای جبران عدم اطمینانهای مربوط به عواملی مانند خواص ماده یا تolerانسهای تولید به کار می‌رود. ضریب اطمینان همچنین خطرهای جانبی به انسان و عواقب اقتصادی ناشی از گسیختگی یا تخریب چرخنده یا اجزای ماشین را در بر می‌گیرد. در بیشتر موارد، طراحان از حداقل ضریب اطمینان استفاده می‌کنند. این ضرایب از آیین نامه ها و جداول راهنمای صنعتی انتخاب می‌شوند.

ضریب دما K_T

در مواردی که چرخنده ها با دمای روغن یا دمای بدنه کمتر از $250^\circ F$ کار می‌کنند، ضریب دما را معمولاً برابر با 1.0 فرض می‌کنند. از آنجا که دمای کار چرخنده در مواردی که بیشتر از $250^\circ F$ یا کمتر از دمای انجماد آب است می‌تواند رفتار مواد روانکاری، داکتیلیته ماده و سختی ماده چرخنده را تغییر بدهد، لذا در انتخاب

ضریب دما باید توجه بیشتری مبذول داشت. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد کار چرخنده‌ها در دماهای بسیار بالا و بسیار کم، لازم است طراح با شرکت استانداردهای AGMA 2001-C 95 مشاوری کند.



شکل ۳۲-۱۰: ضریب سیکل تنش خمشی Y_N . منبع: AGMA 2001-C 95

ضریب قابلیت اعتماد K_R

ضریب قابلیت اعتماد، اثر توزیع آماری نرمال گسیختگی‌های رخ داده در آزمایش مواد را در بر می‌گیرد. مقدار ضریب قابل اعتماد $K_R = 1.0$ بر اساس احتمال گسیختگی به وجود آمده در صد قطعه، در موقعی که تحت 10^7 سیکل کاری قرار می‌گیرند به دست می‌آید. در جدول (۶-۱۰) مقادیری برای K_R ارائه شده است که می‌تواند در موارد کاربردی لازم دیگر مورد استفاده قرار گیرد.

جدول ۶-۱۰: ضرایب قابلیت اعتماد K_R

K_R	موارد کاربردی لازم
1.50	کمتر از یک تخریب در 10000 قطعه
1.25	کمتر از یک تخریب در 1000 قطعه
1.00	کمتر از یک تخریب در 100 قطعه
0.85**	کمتر از یک تخریب در 10 قطعه
0.70***	کمتر از یک تخریب در 2 قطعه

* در بعضی موارد شکست دندانه چرخنده خسارتی بیشتر از خسارت خوردگی سطح آن است. در این گونه موارد مقدار K_R ناشی از خمشی بیشتر انتخاب می شود.

** در این شرایط، به جای وقوع خوردگی سطحی، سیلان خمیری در ماده چرخنده رخ می دهد.

*** از داده های آزمایشی. منبع: AGMA 2001 - C 95

پیش از بررسی موضوع خوردگی سطحی دندانه های چرخنده، می خواهیم با حل مثال ۱۲-۱۰، یکی از کاربردهای فرمولهای تنش خمشی را یاد بگیریم.

مثال ۱۲-۱۰

فرض کنید یک جفت چرخنده با مرغوبیت ۶ برای کار در شرایط زیر طراحی شده باشد: (سیستم برای روبات) زاویه فشار مساوی 25° ، دندانه ها از نوع AGMA تمام عمق، نوع بارگذاری به صورت HPSTC، گام قطری ۶ دندانه در اینچ، عرض رویه دندانه 2.00 in ، بار منتقل شده 430 lbf ، سرعت خط گام مساوی $v_f = 1527 \text{ ft/min}$ چرخنده کوچکتر یا پینیون دارای ۱۴ دندانه است و از برنز ASTM B 148 ساخته شده است. چرخنده بزرگتر دارای ۱۷ دندانه است و از فولاد درجه ۱ ساخته شده است. این فولاد به طور کامل سخت کاری شده و درجه سختی آن 200 HB است. این چرخنده ها دارای دیسکهای یکپارچه است و در دمای کمتر از 180° F کار می کنند. اگر ضریب اطمینان S_F برابر با ۲.۰ باشد، تعیین کنید که آیا این سیستم چرخنده ای در مقابل گسیختگی ناشی از خمشی مطمئن است یا نه؟

اطلاعات داده شده: $P_d = 6$ ، $\phi = 25^\circ$ ، $Q_v = 6$ ، نوع چرخنده AGMA تمام عمق

HPSTC = بار دندانه

$$F = 2.00 \text{ in.}, W_t = 430 \text{ lbf}, v_f = 1527 \text{ ft/min}, S_F = 2.0, N_p = 14, N_g = 17$$

پینیون یا چرخنده کوچک از نوع برنز ASTM B 148 است، چرخنده بزرگتر از جنس فولاد سخت درجه ۱ با سختی 200 HB است، هر دو چرخنده دارای دیسکهای توپر یک پارچه هستند و در دمای کمتر از 180° F کار می کنند.

فرضها: چرخنده ها بر اساس استانداردهای AGMA طراحی می شوند

$$C_{mc} = C_{pm} = C_e = 1.0$$

روش حل: از مدول (۱۰-۱) استفاده می کنیم.

جزئیات حل: با استفاده از اطلاعات داده شده داریم $K_O = K_S = K_B = Y_N = K_T = K_R = 1.0$ همچنین با استفاده از مدول صفحه گسترده مقادیر لازم را وارد کرده و معادله طراحی را امتحان می کنیم. خانه های سایه دار جدول خانه هایی هستند که طراح اطلاعات را در آن وارد می کند، و خانه های با فونت سیاه خانه هایی هستند که جوابها در آن ظاهر می شوند. بر اساس اطلاعات داده شده می توانیم با کاربرد شکل (۱۰-۳۱) تنش خمشی مجاز چرخنده بزرگ فولادی و با کاربرد جدول (۱۰-۵) تنش خمشی مجاز پینیون برنزی را بدست آوریم. از جدول (۱۰-۴D) برای بدست آوردن ضریب هندسی هر کدام از چرخنده ها استفاده می کنیم. با جاگذاری این مقادیر در مدول (۱۰-۱) نتایج نشان داده شده بدست می آیند. در این مدول با استفاده از درجه مرغوبیت Q_v و سرعت خط گام و معادلات (۴۲) - (۴۴)، مقدار K_v بدست می آید. با استفاده از معادلات (۴۶) -

(۵۰) مقدار K_m را در جدول قرار داده و فرض می‌کنیم $C_{mc} = C_{pm} = C_e = 1.0$ باشد و سیستم چرخنده ای مورد نظر روباز است.

Click here for instructions on how to use this spreadsheet.

Click here to learn more about this spreadsheet.

Module 10-1 Design Equation for Bending of Spur Gear Teeth				
$W_t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \leq \frac{s_{at} Y_N}{S_F K_T K_R}$				
Given information that is common to both gears in the set:				
$\phi =$	25	degrees	Pressure angle	
$P_d =$	6	teeth/in.	Diametral pitch	
Gear type =	AGMA full depth		Tooth type	
Tooth load =	HPSTC loading		Type of tooth loading	
$F =$	2.00	inches	Face width	
$W_t =$	430	lbf	Transmitted load	
$v_t =$	1527	ft/min	Pitch line velocity	
$S_F =$	2.00		Factor of safety	
$K_o =$	1.0		Overload factor	
$Q_v =$	6		Quality class of gear set	
$K_s =$	1.0		Size factor	
$K_B =$	1.0		Rim thickness factor	
$Y_N =$	1.0		Stress cycle factor	
$K_T =$	1.0		Temperature factor	
$K_R =$	1.0		Reliability factor	
Given information that may be different for each gear in the set:				
	Pinion	Gear		
$N_i =$	14	17	teeth	Number of teeth
Material =	Bronze	Steel HB200		Material type
Grade =	ASTMB148	Grade 1		Material grade
Values found from the preceding information and inserted by the designer:				
$s_{at} =$	23,600	28,260	psi	Allowable stress
$J =$	0.33	0.36		Geometry factor
Values computed using the preceding information:				
$K_v =$	1.51			Dynamic factor
$K_m =$	2.0			Load distribution factor
$s_t =$	11,936	10,942	psi	Left-hand side of eqn.
RHS	11,800	14,130	psi	Right-hand side of eqn.
Status	FAILS	SAFE		

با استفاده از صفحه گسترده مشاهده می‌شود که پینیون تخریب می‌شود اما چرخنده بزرگ سالم می‌ماند و کیفیت آن قابل قبول است. کاربرد صفحه گسترده یک مزیت بزرگ دارد و آن این است که ضرایب و مقادیر لازم

Excel

برای طراحی بر اساس تنش خمشی را در نظر گرفته است و آنها را در صفحه گسترده قرار می‌دهد. مزیت دیگر صفحه گسترده این است که طراح می‌تواند پارامترهای گذاشته شده در آنرا تغییر بدهد و تاثیر این تغییرات را در طرح خود ببیند و با تغییر دادن پارامترها چرخنده جدیدی طراحی کند. برای مثال اگر در همین مسئله بار وارده را به 425 کاهش دهیم، پینیون تخریب نمی‌شود و طراح می‌تواند از کارکرد آن مطمئن شود. البته درست است که در این شرایط جفت چرخنده مورد نظر نسبت به تنشهای خمشی مقاوم هستند، اما هنوز ممکن است تخریب ناشی از خوردگی سطح دندانها رخ دهد. بنابراین، اکنون باید، مطمئن بودن جفت چرخنده را در برابر خوردگی سطحی با کاربرد معادلات مربوطه بررسی کنیم.

مقاومت نسبت به خوردگی سطحی

می‌دانیم که خوردگی سطح دندانهای چرخنده بر اثر اعمال تنش تماسی بیش از اندازه رخ می‌دهد. فرمول پایه برای تعیین تنش به وجود آورنده خوردگی سطحی در دندانهای چرخنده بصورت زیر است

$$s_c = C_p \sqrt{W_t K_0 K_v \frac{K_m C_f}{d F I}} \quad (51)$$

در این رابطه

s_c = تنش تماسی بر حسب پاند بر اینچ مربع (psi)

C_p = ضریب کشسانی برحسب $(lbf / in^2)^{0.5}$

W_t = بار مماسی منتقل شده برحسب پاند نیرو (lbf). این پارامتر قبلاً تعریف شده است.

K_0 = ضریب اضافه بار (قبلاً تعریف شده)

K_v = ضریب دینامیک (قبلاً تعریف شده)

K_m = ضریب پخش بار (قبلاً تعریف شده)

C_f = ضریب شرایط سطح برای مقاومت نسبت به خوردگی سطحی

d = قطر گام عملی برای پینیون برحسب اینچ

$$d = \frac{2C}{m_G + 1} \quad (52) \quad \text{(برای چرخنده های خارجی)}$$

$$d = \frac{2C}{m_G - 1} \quad (53) \quad \text{(برای چرخنده های داخلی)}$$

در رابطه بالا C نشانگر فاصله مرکزی عملی و $m_G \geq 1.0$ است. m_G نشانگر نسبت چرخنده‌ها است.

F : عرض رویه باریکترین قسمت چرخنده برحسب اینچ (in) است. این پارامتر قبلاً تعریف شده است.

I : ضریب هندسی مقاومت نسبت به خوردگی سطحی است.

برای طراحی صحیح چرخنده، تنش خوردگی سطحی را باید طوری انتخاب کنیم که از مقدار تنش طراحی داده شده توسط فرمول زیر تجاوز نکند

و معادله (۱۷) می‌توانیم حداقل اسب بخار منتقله میان سیستم چرخنده‌ی مورد نظر را طوری تعیین کنیم که سرعت دورانی معینی را تحمل کرده و تحت آن کار کند.

مثال ۱۴-۱۰

در مورد سیستم چرخنده‌ای مثالهای (۱۰-۱۱) و (۱۰-۱۲)، حداکثر بار تماسی W_t برابر با ۳۸ پاند نیرو بدست آمد. مقدار داده شده برای سرعت خط گام برابر با 1527 ft/min بود. حداکثر اسب بخاری که این سیستم چرخنده‌ای می‌تواند منتقل کند بدست آورید.

اطلاعات داده شده:

$$v_f = 1527, W_t = 38 \text{ lbf}$$

فرضیه‌ها: حداکثر توان قابل انتقال میان دو چرخنده را بر اساس حداکثر باری که تحت آن چرخنده‌ها نه به روش خوردگی سطحی و نه بر اثر تنش خمشی وارده بر دندانه‌ها تخریب می‌شوند، تعیین می‌کنیم. روش حل: از معادله (۱۷) استفاده خواهیم کرد.

جزئیات حل: با استفاده از معادله (۱۷) حداکثر اسب بخار به صورت زیر بدست می‌آید

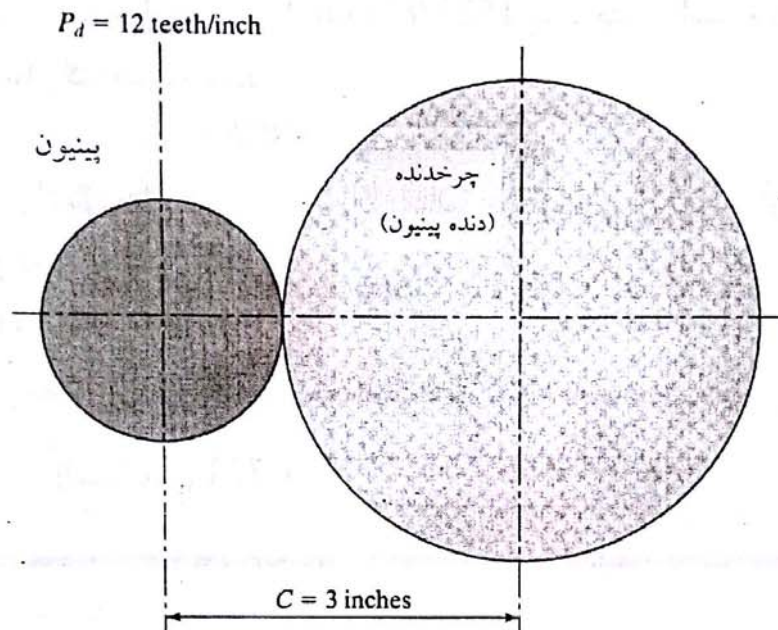
$$hp = \frac{W_t v_t}{33000} = \frac{38 \times 1527}{33000} = 1.758 \text{ (اسب بخار)}$$

مراجع

1. Buckingham, E., *Analytical Mechanics of Gears*, New York: McGraw-Hill, 1949.
2. Buckingham, E., *Spur Gears*, New York: McGraw-Hill, 1928.
3. Dudley, D.W., Ed., *Gear Handbook*, New York: McGraw-Hill, 1962.
4. Dudley, D.W., *Practical Gear Design*, New York: McGraw-Hill, 1954.
5. *Proc. Int. Conf. Gearing*, London: Institution of Mechanical Engineers, 1958.
6. "Right and Wrong of Hob Sharpening," Chicago, IL: Illinois Tool Works, 1942.
7. Rothbart, H.A., Ed., *Mechanical Design and Systems Handbook*, New York: McGraw-Hill, 1964, Section 32.
8. Spotts, M.F., *Mechanical Design Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1964.
9. *Standards of the American Gear Manufacturers Association*, Washington, DC.
10. Stutz, C.C., *Formulas in Gearing*, Providence, RI: Brown and Sharpe Mfg. Co., 1938.
11. Tuplin, W.A., "Dynamic Load on Gear Teeth," *Machine Design*, 25, Oct. 1953, p. 203.

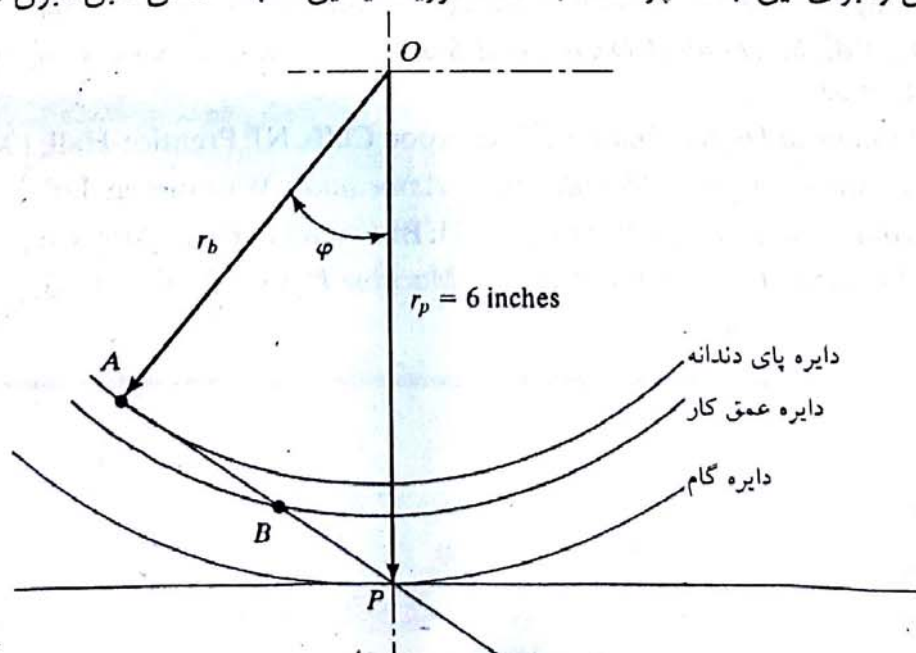
مسائل

در همهٔ مسایل زیر قطعهٔ خام چرخنده به شکل استوانهٔ مدور توپر و یکپارچه است مگر خلاف آن گفته شود.
 ۱-۱۰ دو چرخنده ی تمام عمق 20° دارای گام قطری 12 هستند و مطابق شکل (۱۰-۳۵) با فاصلهٔ مرکز به مرکز 3 in باهم درگیر هستند. نسبت سرعت این دو چرخنده $2:1$ است. آیا به نظر شما پینیون این سیستم چرخنده ای دارای آندركاتینگ است یا نه؟ نسبت تماس برای این جفت چرخنده چقدر خواهد بود؟



شکل ۱۰-۳۵: مسئله ۱

۲-۱۰ دو چرخنده که هر دو دارای شعاع گام 6 in و گام قطری $P_d = 1.0$ هستند، با زاویهٔ فشار $14\frac{1}{2}^\circ$ با هم کار می کنند. فرض کنید آندركاتینگ باعث شود که خط اثر از نقطهٔ B در شکل (۱۰-۳۶) به نقطهٔ متناظر آن در روی خط اثر چرخندهٔ درگیر دیگر با آن کشیده شود. اگر نقطهٔ B در یک سوم فاصله از دایرهٔ پایه دندانه تا دایرهٔ گام باشد، نسبت تماس را برای این جفت چرخنده به دست آورید. آیا این نسبت تماس قابل قبول است یا نه؟



شکل ۱۰-۳۶: مسئله ۲

۳-۱۰ تعداد دندانه یک چرخنده ی تمام عمق $14\ 1/2^\circ$ را طوری تعیین کنید که دایره گام آن بر دایره عمق کار منطبق باشد.

۴-۱۰ یک چرخنده 24 دندانه با $P_d = 6$ با چرخنده ی دیگری که دارای 36 دندانه است درگیر می شود. اگر مقدار لقی این دو چرخنده صفر باشد، عرض دندانه ها در امتداد دایره گام و همچنین فاصله بین مرکزهای دو چرخنده را بدست آورید.

۵-۱۰ حداقل زاویه فشار یک سیستم چرخنده ای را طوری تعیین کنید که یک پینیون تمام عمق (دندانه بلند) با تعداد دندانه 12 و بدون آندرکاتینگ تولید شود.

۶-۱۰ پینیون $14\ 1/2^\circ$ با تعداد دندانه 72 با یک چرخنده 144 دندانه با فاصله مرکزی استاندارد 18 in درگیر می شود. چرخنده ی کوچکتر یعنی پینیون دارای دندانه های تمام عمق و چرخنده ی بزرگتر دارای دندانه های کوتاه استاندارد است. نسبت تماس مربوط این جفت چرخنده را به ازای $P_d = 6$ بدست آورید.
(جواب) $= 2.90$ = نسبت تماس

۷-۱۰ در شکل (۲۰-۱۰) فاصله OA_1 برابر با سه چهارم OA است. چرخنده ی شماره 1 دارای 20 دندانه است. اگر چرخنده شماره 2 دارای ارتفاع سر دندانه تمام عمق باشد، مقدار تئوریک r_2 را بدست آورید. محاسبات را بر اساس $P_d = 1$ و $\phi = 20^\circ$ انجام دهید.
(جواب) $r_2 = 22.66\text{ in}$

۸-۱۰ دو چرخنده ی ساده 20° را که تعداد دندانه هر کدام از آنها 17 تا است در نظر بگیرید. اگر طول تماس آنها برابر با دو سوم فاصله از نقطه گام تا نقطه تداخل باشد، مقدار ارتفاع سر دندانه چقدر خواهد بود؟ فرض کنید $P_d = 1$ باشد.
(جواب) $= 0.842\text{ in}$ = ارتفاع سر دندانه

۹-۱۰ طول تماس یک چرخنده ی 20° تمام عمق با تعداد دندانه 18، برابر با دو سوم فاصله از نقطه گام تا نقطه تداخل است. اگر تعداد دندانه چرخنده درگیر با این چرخنده برابر با 72 باشد، ارتفاع سر دندانه چرخنده 72 دندانه ای را بدست آورید. فرض کنید $P_d = 1$ باشد. نسبت تماس برای این جفت چرخنده را تعیین کنید.

(جواب) $= 0.7525$ = ارتفاع سر دندانه ، $= 1.29$ = نسبت تماس

۱۰-۱۰ دو چرخنده تمام عمق 20° از فولادی با درجه سختی 1 که به طور کامل سخت شده ساخته شده اند. نوع بارگذاری این چرخنده ها $HPSTC$ است. عدد سختی برینل هر دو چرخنده برابر با $BHN = 200$ است، و هر دو با کیفیت شماره 8 استاندارد AGMA ساخته شده اند. هر دو چرخنده از دیسک توپر یکپارچه ساخته شده اند و در دمای پایین تر از $180^\circ F$ کار می کنند. اگر سرعت خط گام برابر با 395 ft/min باشد، $N_1 = 358$ ، $N_2 = 135$ ، $P_d = 4$ و عرض رویه دندانه 3 in باشد، حداکثر اسب بخاری را که این دو چرخنده می توانند به طور تئوریک منتقل کنند به دست آورید. اگر توان منتقله از این توان حداکثر بیشتر باشد، به نظر شما تخریب چرخنده ها چگونه خواهد بود (از نوع خوردگی سطحی یا ناشی از خمش دندانه ها)؟

۱۱- دو چرخنده ی فولادی تمام عمق 20° از فولاد درجه (کلاس) 1 ساخته شده اند. این فولاد به طور کامل سخت کاری شده و عدد سختی برینل آن برابر با است. نوع بارگذاری این چرخنده ها $HPSTC$ است. چرخنده

ها دارای شماره مرغوبیت 8 از استاندارد *AGMA* هستند. چرخنده‌ها از دیسک‌های توپر و یک پارچه ساخته شده اند و در دمای پایین تر از $180^{\circ}F$ کار می کنند. پینیون با سرعت $860rpm$ کار می کند. اگر $F = 60mm$ $m_o = 5$, $N_2 = 55$, $N_1 = 35$ باشد، توانی را که این دو چرخنده منتقل می کنند به دست آورید.

۱۰-۱۲ فرض کنید یک جفت چرخنده با درجه مرغوبیت 6 برای کار در شرایط زیر طراحی شده باشد زاویه فشار $= 25^{\circ}$.

دندانه های چرخنده ها از نوع تمام عمق *AGMA* هستند.
ارتفاع سر دندانه های دو چرخنده برابر و نوع بارگذاری آنها *HPSTC* هستند.
گام قطری آنها مساوی 6 دندانه در اینچ است.
عرض رویه دندانه $2.00in$ است.
بار منتقله $400lbf$ است.
سرعت خط گام $1200ft/min$ است.

پینیون دارای 14 دندانه است و از برنز *ASTM B148* ساخته شده است. اما چرخنده دارای 35 دندانه است و از فولاد با درجه سختی 1 ساخته شده است. عدد سختی برینل این فولاد برابر با 200 است و بطور کامل سخت کاری شده است. این چرخنده ها از دیسک‌های توپر یکپارچه ساخته شده اند و در دمای پایین تر از $180^{\circ}F$ کار می کنند. اگر ضریب اطمینان $S_F = 2.0$ باشد، تعیین کنید که آیا این سیستم چرخنده ای مطمئن (بدون تخریب یا گسیختگی) کار خواهد کرد یا نه.

۱۰-۱۳ فرض کنید دو چرخنده با درجه مرغوبیت 5 برای کار در شرایط زیر طراحی شده باشند. زاویه فشار 25° است.

دندانه ها از نوع تمام عمق *AGMA* هستند. ارتفاع سر دندانه ها در دو چرخنده برابر و نوع بارگذاری آنها *HPSTC* است.

گام قطری آنها مساوی 8 دندانه در اینچ است.
عرض رویه دندانه $1.00in$ است.
بار منتقله $50lbf$ است.
سرعت خط گام $200ft/min$ است.

پینیون دارای 26 دندانه است و از چدن خاکستری *ASTM A48* (کلاس 30) ساخته شده است. چرخنده ی بزرگتر دارای 55 دندانه است و از همین ماده ساخته شده است. این دو چرخنده از دیسک توپر یکپارچه ساخته شده اند و در دمای کمتر از $180^{\circ}F$ کار می کنند. اگر ضریب اطمینان $S_F = 2.0$ باشد تعیین کنید که آیا سیستم چرخنده ای مورد نظر به صورت بی خطر (مطمئن) کار خواهد کرد یا نه.

۱۰-۱۴ فرض کنید یک جفت چرخنده با درجه مرغوبیت 10 برای کار در شرایط زیر طراحی شده باشد. زاویه فشار 25° ، دندانه ها از نوع تمام عمق *AGMA* هستند. ارتفاع سر دندانه ها در دو چرخنده برابر و نوع بارگذاری آنها *HPSTC* گام قطری آنها مساوی 12 دندانه در اینچ، عرض رویه دندانه $2.00in$ ، سرعت خط گام $1000ft/min$ است.

پینیون دارای 21 دندانه است و از فولاد با درجه سختی 1 ساخته شده است. این فولاد به طور کامل سختکاری شده و عدد سختی آن برابر با $HB = 350$ است. چرخنده بزرگتر دارای 35 دندانه است و از همان ماده ساخته شده است. هر دو چرخنده از دیسک توپر یکپارچه ساخته شده و در دمای پایین تر از $180^\circ F$ کار می کنند. ضریب اطمینان آنها برابر با 2.0 است. حداکثر بار تماسی مجاز را که این دو چرخنده می توانند منتقل کنند بدست آورید. اگر زاویه فشار را برابر با 20° در نظر بگیریم، جواب این مسئله چقدر تغییر می کند؟

۱۵-۱۰ یک جفت چرخنده با شاخص مرغوبیت $Q = 8$ ساخته شده اند. حداکثر سرعت خط گام v_{tmax} را با استفاده از فرمولهای $AGMA$ برای ضریب دینامیک به دست آورید. در این سرعت ضریب دینامیک K_v چیست؟

۱۶-۱۰ با استفاده از معادلات (۴۳) تا (۴۵) حداکثر سرعت خط گام مجاز را برای چرخنده های درجه 5 تا 12 بدست آورید.

۱۷- در بخش (۲۲-۱۰) تشریح شد که برخی چرخنده های متشکل از طوقه و حلقه دنده، پیش از اینکه از دندانه های خود گسیخته شوند از طوقه گسیخته می شوند. بعبارت دیگر، طوقه این چرخنده ها تخریب می شود. در معادله طراحی خمشی $AGMA$ ، از ضریب ضخامت طوقه (K_B) برای لحاظ کردن این خطر گسیختگی استفاده شده است. با رسم یک منحنی نشان دهید که در بازه $0.5 \leq m_B \leq 1.2$ ، ضریب K_B چگونه به صورت تابعی از نسبت بک آپ m_B تغییر می کند.

۱۸-۱۰ شفت سمت چپی در شکل (۲۵-۱۰)، به ازای هر دور کامل شفت سمت راستی، 2.54 دور می زند. اگر نسبت استارت $35/89$ باشد، با فرض $z = 1$ ، یک سیستم چرخنده ای مناسب با شرط $20 \leq N_i \leq 120$ پیدا کنید.

۱۹-۱۰ می خواهیم شفت سمت چپی در شکل (۲۵-۱۰) به ازای هر دور کامل شفت سمت راستی 2.54 دور بزند. اگر نسبت استارت $41/104$ باشد، با استفاده از $z = 1$ ، یک سیستم چرخنده ای مناسب با شرط $20 \leq N_i \leq 120$ طراحی کنید.

۲۰-۱۰ می خواهیم سیستم چرخنده ای شکل (۲۵-۱۰) را با یک سیستم چرخنده ای دیگر با نسبت $53/149$ جایگزین کنیم. اگر نسبت استارت $27/75$ باشد، یک سیستم چرخنده ای مناسب متشکل از چهار چرخنده با شرط $20 \leq N_i \leq 120$ تعیین کنید.

۲۱-۱۰ در شکل (۲۵-۱۰) داریم $N_3 = 22$ ، $N_2 = 81$ ، $N_1 = 21$ و $N_4 = 82$. اگر شفت ورودی با سرعت $n_1 = 300 \text{ rpm}$ در جهت ساعتگرد (CW) بچرخد، سرعت دوران چرخنده ی چهارم n_4 را بدست آورید.

۲۲-۱۰ فرض کنید به سیستم نشان داده شده در شکل (۲۵-۱۰) یک چرخنده ی دیگر اضافه شده باشد و این چرخنده توسط چرخنده شماره 4 به حرکت در آید. اگر $N_3 = 27$ ، $N_2 = 75$ ، $N_1 = 25$ و $N_4 = 77$ ، $N_5 = 82$ باشد، سرعت دوران n_5 چرخنده ی n_5 را به ازای $n_1 = 100 \text{ rpm CCW}$ بدست آورید.