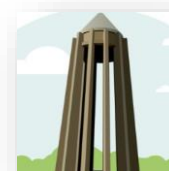


درسنامه و آزمون
ریاضی پایه ششم
فصل ششم



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان همدان
معاونت آموزش ابتدایی
اداره تکنولوژی و گروه‌های آموزشی



تناسب و درصد



برگزاری مراسم اربعین در کرپلا، پدیده‌ای بی نظیر است که از آن به عنوان بزرگ‌ترین تجمع بشری یاد می‌کنند. در سال ۱۳۹۴ حدود ۲۵ میلیون نفر در این مراسم شرکت کرده‌اند که ۲ میلیون نفر آنها ایرانی بودند.

نگاه کلی به فصل ششم : تناسب و درصد

این فصل شامل چهار درس است.

در درس اول، مفهوم نسبت با کسر و اعشار مرتبط شده است و از طریق کسرهای مساوی؛ نسبت های مساوی و جدول تناسب معرفی شده است. البته لازم به ذکر است که دانش آموزان با مفهوم نسبت و تناسب در سال گذشته آشنا شده اند، هدف این درس، آشنایی دانش آموزان با نسبت های کسری و ساده کردن و تبدیل آنها به کسر، سپس برقراری نسبت سه تایی و بیشتر بین کمیت های مرتبط است.

در شروع درس دوم، چرایی استفاده از درصد به جای نسبت، کسر یا اعشار معنادار شده است. همچنین بر ارتباط نسبت، کسر و اعشار با درصد تأکید شده است.

در درس سوم، با استفاده از مفهوم های سود، ضرر و تخفیف و... دانش آموزان کاربرد درصد در محاسبات مالی را تجربه می کنند.

در درس چهارم، کاربرد درصد در آمار و احتمال بررسی شده است. بدین صورت که در بحث آمار از درصد، برای رسم نمودارهای دایره ای استفاده شده است. در موضوع احتمال نیز دانش آموزان با استفاده از مفهوم پنجاه، پنجاه که همان 50% است برخی از احتمال ها را توصیف خواهند کرد.

اهداف درس اول : کسر، نسبت و تناسب

- ۱ - تبدیل نسبت به کسر یا اعشار و بالعکس
- ۲ - آشنایی با نسبت های دو کمیتی که در آن کمیت اول یا دوم به فرم کسری است و ساده کردن و تبدیل آنها به کسر
- ۳ - یادآوری نسبت های مساوی، کمیت های متناسب و نامتناسب
- ۴ - معرفی جدول تناسب
- ۵ - معرفی نسبت های سه تایی و بیشتر
- ۶ - روشی برای یافتن جزء مجهول در نسبت های مساوی
- ۷ - کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای کمیت های مختلف مانند طول و جرم به یکدیگر

اهداف درس دوم: درصد

- ۱ - یادآوری درصد و رابطه ی آن با عددهای اعشاری و کسری
- ۲ - تبدیل کسرهایی که نتوان کسر مساوی با آن با مخرجی با ضریب 10 را نوشت به عدد اعشاری با استفاده از تقسیم صورت بر مخرج کسر
- ۳ - معرفی درصدهای بیشتر از 100 و مضربی از 100
- ۴ - تخمین زدن درصد
- ۵ - معرفی مقیاس

اهداف درس سوم : کاربرد درصد در محاسبات مالی

- ۱ - آشنایی دانش آموزان با کاربردهای درصد در دنیای واقعی
- ۲ - آشنایی دانش آموزان با کاربرد درصد در محاسبات مالی
- ۳ - آشنایی با مفاهیم سود، تخفیف و مالیات و کاربرد آنها در زندگی واقعی
- ۴ - حل مسائل درصد با موضوع مالی

اهداف درس چهارم : کاربرد درصد در آمار و احتمال

- ۱ - آشنایی با کاربرد درصد در آمار و احتمال
- ۲ - ارتباط نمودار دایره ای و درصد
- ۳ - رسم نمودار دایره ای با کمک نقاله
- ۴ - آشنایی با احتمال 100 درصد و 50 درصد (پنجاه، پنجاه)
- ۵ - رویکرد ذهنی به احتمال و زمینه سازی برای رویکرد نظری (ریاضی) احتمال در دوره متوسطه

تناسب و درصد

کسر، نسبت و تناسب

نسبت: نسبت رابطه بین دو عدد، شیئی و ... می باشد که می توان آن را به صورت عدد طبیعی، کسری یا اعشاری نوشت.



مثال ۱: نسبت دایره به مثلث را در شکل رو به رو بنویسید.

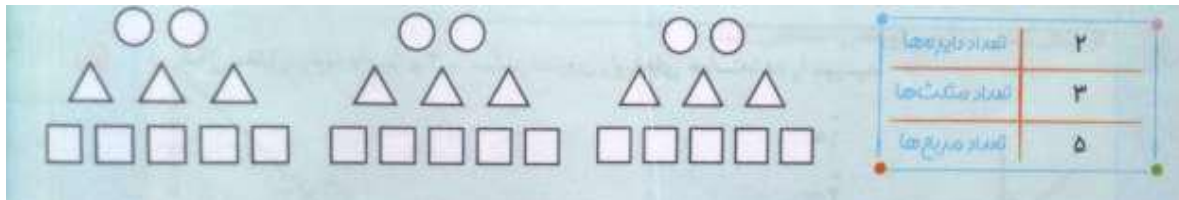
پاسخ: نسبت دایره به مثلث ۲ به ۵ و نسبت مثلث به دایره ۵ به ۲ است

$$\frac{\text{دایره}}{\text{مثلث}} = \frac{۲}{۵}$$

$$\frac{\text{مثلث}}{\text{دایره}} = \frac{۵}{۲}$$

می توانیم این نسبت ها را به صورت کسری بیان کنیم:

مثال ۲: با توجه به شکل های زیر نسبت های خواسته شده را بنویسید.



پاسخ:

(ب) نسبت مثلث ها به مربع ها ۳ به ۵ یا $\frac{3}{5}$

(الف) نسبت دایره ها به مثلث ها ۲ به ۳ یا $\frac{2}{3}$

(ج) نسبت دایره ها به کل شکل ۲ به ۱۰ یا $\frac{2}{10}$

(پ) نسبت دایره ها به مربع ها ۲ به ۵ یا $\frac{2}{5}$

(د) نسبت مربع ها به کل شکل ۵ به ۱۰ یا $\frac{5}{10}$

(چ) نسبت مثلث ها به کل شکل ۳ به ۱۰ یا $\frac{3}{10}$

نکته: هرگاه نسبت ها به صورت کسری بیان شوند آن ها را با کمک دو روش، کوچک ترین مخرج مشترک و یا روش دور در دور، نزدیک در نزدیک به ساده ترین شکل ممکن می توان تبدیل کرد.

مثال: جمله های زیر را طوری تغییر دهید که نسبت ها به ساده ترین شکل بیان شده باشند.

(الف) نسبت پیمانه ی شیر به شکر ۲ به $\frac{۲}{۳}$ است.

(ب) نسبت توپ به دانش آموزان $\frac{۱}{۴}$ به $\frac{۲}{۳}$ است.

روش اول: کوچکترین مخرج مشترک نسبت ها را یافته و آن را در هر یک از نسبت ها ضرب می کنیم.

الف) کوچکترین مخرج مشترک بین ۱ و ۳ برابر است با ۳، بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{شیر} &: \frac{2}{1} \times 3 = 6 \\ \text{شکر} &: \frac{2}{3} \times 3 = 2 \end{aligned}$$

نسبت پیمانه ی شیر به شکر ۶ به ۲ است.

ب) کوچکترین مخرج مشترک بین ۳ و ۴ برابر است با ۱۲، بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{توپ} &: \frac{1}{4} \times 12 = 3 \\ \text{دانش آموزان} &: \frac{2}{3} \times 12 = 8 \end{aligned}$$

نسبت توپ به دانش آموزان ۳ به ۸ است.

روش دوم می توان به روش دور در دور، نزدیک در نزدیک نسبت را نیز بیان کنیم.

$$\text{الف) } \frac{\text{شیر}}{\text{شکر}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{2} \quad (\text{نسبت پیمانه ی شیر به شکر ۶ به ۲ است.})$$

$$\text{ب) } \frac{\text{توپ}}{\text{دانش آموز}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8} \quad (\text{نسبت توپ به دانش آموزان ۳ به ۸ است.})$$

تناسب

هر دو نسبت مساوی، یک تناسب را تشکیل می دهند. نسبت های مساوی مانند کسره های مساوی هستند. اگر مقادیر نسبت هم زمان

در عددی ضرب یا بر عددی تقسیم شوند آن نسبت هیچ تغییری نمی کند.

هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت بین آن ها ثابت بماند، آن دو مقدار متناسب هستند.

جدولی که تناسب را نمایش می دهد، جدول تناسب نامیده می شود.

مثال : در تساوی مقابل، در جای خالی چه عددی را باید قرار داد؟

۳	□
۵	۲۵

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} = \frac{\square}{25} \\ & \square = \frac{25 \times 3}{5} = 15 \end{aligned}$$

مثال : جدول زیر را کامل کنید.

تعداد صندلی	۱	۲	۳			۱۰۰
تعداد پایه	۴			۲۴	۴۰	

به جدولی که تناسب را در آن می نویسیم، جدول تناسب می گویند.

تعداد صندلی	۱	۲	۳	۶	۱۰	۱۰۰
تعداد پایه	۴	۸	۱۲	۲۴	۴۰	۴۰۰

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{6}{24} = \frac{10}{40} = \frac{100}{400}$$

تعداد صندلی و تعداد پایه ها دو مقدار متناسب هستند، چون با تغییر تعداد صندلی و پایه ها نسبت بین آن ها $(\frac{1}{4})$ ثابت ماند.

تسهیم به نسبت: یعنی تقسیم کردن به نسبت سهم هر چیزی یا هر کسی از کل سهم. برای مثال وقتی که می گوییم می خواهیم

۵۰ تومان را نسبت ۲ به ۳ بین علی و رضا تقسیم کنیم، یعنی می خواهیم این پول را طوری تقسیم کنیم که از ۵ قسمت کل پول، ۲

قسمت به علی و ۳ قسمت به رضا برسد. این طوری:

$$(2 + 3 = 5)$$

نسبت سهم رضا نسبت سهم علی

مثال ۱: احمد ۲۸ عدد پیچ و مهره دارد. نسبت پیچ ها به مهره های او $\frac{2}{5}$ است؛ او چند پیچ و چند مهره دارد؟

پاسخ: عدد ۲۸، نه تعداد پیچ ها است و نه تعداد مهره ها، بلکه مجموع تعداد پیچ ها و مهره ها است، بنابراین باید مجموع نسبت

ها را حساب کنیم.

پیچ	۲	۸
مهره	۵	۲۰
کل (مجموع)	۷	۲۸

$\times 4$

یعنی احمد ۸ پیچ و ۲۰ مهره دارد.

مثال ۲: حاج رحیم و مشهدی سلیمان زمینی را به نسبت ۳ به ۷ شخم زدند. اگر کدخدا رجب (صاحب زمین) بخواهد ۵۰۰۰۰۰ تومان را بین آن ها تقسیم کند، سهم هر یک چه قدر می شود؟ ابتدا جمع نسبت ها را حساب کرده و سپس با کمک جدول تناسب زیر، سهم هر کدام را از مبلغ ۵۰۰۰۰۰ تومان مشخص می کنیم.

$$۱۰ = ۳ + ۷ = \text{جمع نسبت ها}$$

سهم حاج رحیم	۳	○	$\Rightarrow \bigcirc = ۳ \times ۵۰۰۰۰ = ۱۵۰۰۰۰$
سهم مشهدی سلیمان	۷	□	$\Rightarrow \square = ۷ \times ۵۰۰۰۰ = ۳۵۰۰۰۰$
سهم کل	۱۰	۵۰۰۰۰۰	

$\times ۵۰۰۰۰$

کسر، نسبت و تناسب

فعالیت

دانش آموزان کلاس ششم در یک آزمون چهار گزینه ای شرکت کرده و به ۱۰ سؤال ریاضی پاسخ داده اند. شایان به همه ی سؤال ها جواب داده است. ۷ تا از جواب هایش درست است. نسبت تعداد جواب های درست او به کل سؤال ها برابر ۷ به ۱۰ است

این نسبت را به شکل کسری و اعشاری بنویسید

$$\frac{۷}{۱۰} \text{ یا } ۰/۷$$

او به چند سؤال جواب نادرست داده است؟ ۳

نسبت تعداد جواب های نادرست او به کل سؤال ها چقدر است؟

$$۳ \text{ به } ۱۰ \text{ یا } \frac{۳}{۱۰} \text{ یا } ۰/۳$$

کمترین و بیشترین مقداری را که ممکن است برای نسبت تعداد جواب های درست به کل سؤال ها به دست بیاید، بنویسید:

$$\text{کمترین: } ۰ \text{ به } ۱۰ \text{ یا } \frac{۰}{۱۰} \text{ یا صفر} \quad \text{بیشترین: } ۱۰ \text{ به } ۱۰ \text{ یا } \frac{۱۰}{۱۰} \text{ یا یک}$$

کار در کلاس

۱ - مانند نمونه جمله های زیر را طوری تغییر دهید که نسبت ها به ساده ترین شکل بیان شده باشند:

الف) نسبت مدادها به خودکار ها در جامدادی من، $\frac{1}{2}$ به ۲ است یا به صورت ساده تر ۱ به ۴ است

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$



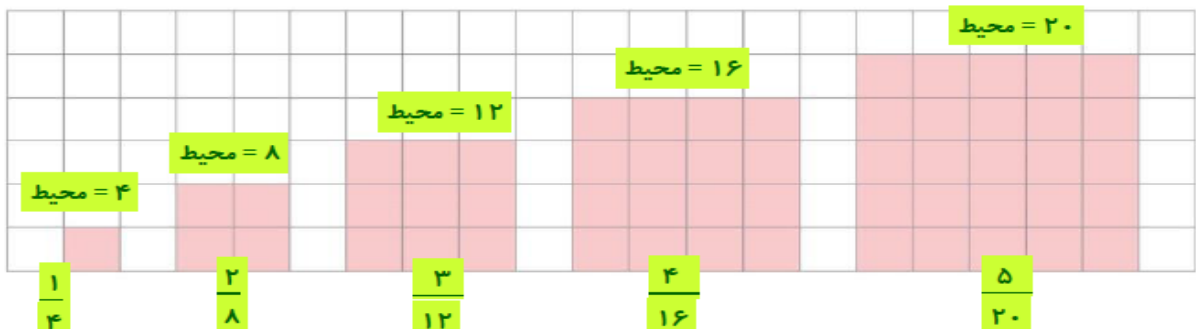
ب) نسبت تعداد خرگوش ها به شیر ها در باغ وحش، ۲ به $\frac{1}{2}$ است یا به صورت ساده تر ۶ به ۱ است

۲ - مانند نمونه چند نسبت بنویسید که هریک با ۳ به ۵ مساوی باشد. این نسبت ها را به صورت کسری و اعشاری هم نمایش دهید.

$$300 \text{ به } 500 \text{ یا } \frac{300}{500} \text{ یا } 0.6$$

$$9 \text{ به } 15 \text{ یا } \frac{3}{5} \text{ به } 0.6$$

۳ - الف) محیط هر شکل را حساب کنید و نسبت طول ضلع هر مربع به محیط آن را زیر آن مربع، به صورت کسر بنویسید.



ب) جدول روبه رو را کامل کنید:

ضلع مربع	۱	۲	$\frac{1}{5}$	۴	$\frac{1}{5}$	۲۵	۱۰۰
محیط مربع	۴	۸	۲	۱۶	۶	۱۰۰	۴۰۰
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1/5}{2}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1/5}{6}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{100}{400}$

پ) زیر هر ستون، نسبت طول ضلع هر مربع به محیط آن را به صورت یک کسر بنویسید. آیا این کسرها با هم برابرند؟ بله

نسبت طول ضلع هر مربع به محیط آن $\frac{1}{4}$ است و این نسبت با کمتر شدن یا بیشتر شدن ضلع مربع، تغییر نمی کند. یعنی با تغییر طول ضلع مربع، محیط آن هم به همان نسبت کم و زیاد می شود؛ پس محیط مربع با طول ضلع آن متناسب است. جدولی همانند جدول بالا که تناسب را نمایش می دهد، جدول تناسب نامیده می شود.

ت) جدول روبه رو را کامل کنید:

ضلع مربع	۱	۲	۰/۵	۴	۱/۵	۱۰	۱۰۰
مساحت مربع	۱	۴	۰/۲۵	۱۶	۲/۲۵	۱۰۰	۱۰۰۰۰
	$\frac{۱}{۱}$	$\frac{۲}{۴}$	$\frac{۰/۵}{۰/۲۵}$	$\frac{۴}{۱۶}$	$\frac{۱/۵}{۲/۲۵}$	$\frac{۱۰}{۱۰۰}$	$\frac{۱۰۰}{۱۰۰۰۰}$

ث) زیر هر ستون، نسبت طول ضلع مربع به مساحت آن را به شکل یک کسر بنویسید. آیا این کسر ها با هم برابرند؟ **خیر**

مساحت مربع با طول ضلع آن متناسب نیست. یعنی طول ضلع مربع با مساحت آن تناسب ندارد. بنابراین جدولی که رسم شده است، جدول تناسب نیست.

۴ - مانند نمونه جمله های زیر را با ذکر دلیل کامل کنید.

الف) قد هر فرد بر حسب سانتی متر با قد او بر حسب متر متناسب است.

متر	۱	۲	۱/۵	۱/۲
سانتی متر	۱۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۱۲۰

$\times 100$

ب) تعداد دوچرخه ها با تعداد چرخ های آنها، متناسب **است**

پ) تعداد خانه ها با تعداد افرادی که در آنها زندگی می کنند، متناسب **نیست**

۵ - در جدول، چند نسبت مساوی با ۱۶ به ۲۰ بنویسید و یک جدول تناسب بسازید.

۱۶	۴	۰/۴	۴۰۰	۱۲	۳۲۰
۲۰	۵	۰/۵	۵۰۰	۱۵	۴۰۰

برای راحتی، نسبت را ساده می کنیم.

$$۱۶ \text{ به } ۲۰ = ۴ \text{ به } ۵$$

۶ - کدام جدول زیر نشان دهنده ی تناسب است؟

				✓				
۹	۳	۴	۰/۵	۱۵	۱۲	۳	۶	
۱۵	۳	۸	۱	۵	۲	۵	۸	

۷- نسبت پول رضا، علی و امید به ترتیب ۳، ۲ و ۵ است. ممکن است آنها به ترتیب ۳۰۰، ۲۰۰ و ۵۰۰ تومان پول داشته باشند.

ممکن است ۱۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ و ۲۵۰۰۰ تومان پول داشته باشند.

شما هم جای خالی را پر کنید ممکن است ۳۰۰۰، ۲۰۰۰، ۵۰۰۰ تومان پول داشته باشند.

رضا	۳	۳۰۰	۱۵۰۰۰	۳۰۰۰
علی	۲	۲۰۰	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰
امید	۵	۵۰۰	۲۵۰۰۰	۵۰۰۰

فعالیت

دانش آموزان کلاس ششم دبستان رسول اکرم (ص) می خواهند برای جشن میلاد پیامبر (ص) شربت درست کنند.

چهار گروه پیشنهاد های مختلفی برای درست کردن شربت داده اند.

پیشنهاد ۴: $\frac{1}{3}$ پیمانه شهد ۱ پیمانه آب	پیشنهاد ۳: ۱ پیمانه شهد ۳ پیمانه آب	پیشنهاد ۲: ۵ پیمانه شهد ۹ پیمانه آب	پیشنهاد ۱: ۳ پیمانه شهد ۷ پیمانه آب
---	---	---	---

الف) با استفاده از پیشنهاد ۳ و ۴ شیرینی شربت یکسان می شود، چرا؟ چون نسبت شهد و آب در هر دو برابر است.

ب) جدول روبه رو بر اساس پیشنهاد ۳ نوشته شده است. در هر یک از ستون های آن نسبت شهد به آب چقدر است؟ ۱ به ۳

	۱	۲	۳	۴
شهد (پیمانه)	۱	۲	۳	۴
آب (پیمانه)	۳	۶	۹	۱۲

پ) در هر ستون از جدول روبه رو مقدار کل شربت را محاسبه کنید و بنویسید.

آیا مقدار شهد با مقدار کل شربت متناسب است؟ بله ۱ به ۴

شهد (پیمانه)	۱	۲	۳	۴
آب (پیمانه)	۳	۶	۹	۱۲
شربت (پیمانه)	۴	۸	۱۲	۱۶

ت) برای درست کردن 120 پیمانه شربت برای همه ی بچه های مدرسه، براساس پیشنهاد3، چند پیمانه شهد لازم است؟ ۳۰

شهد (پیمانه)	۱	۳۰
آب (پیمانه)	۳	۹۰
شربت (پیمانه)	۴	۱۲۰

ث) می خواهیم بدانیم شربت تهیه شده براساس کدام پیشنهاد، شیرین تر خواهد بود.

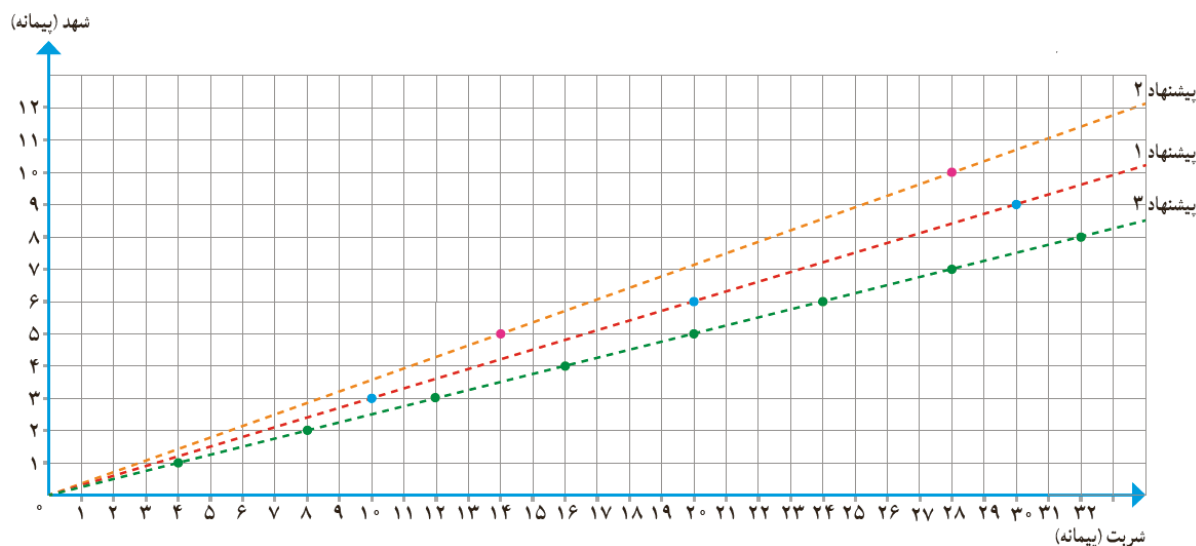
کافیست پیشنهاد ۱، ۲ و ۳ را مقایسه کنیم **راه حل مهدیه (در جدول) پیشنهاد3**

دانش آموزان راه حل های زیر را ارائه کرده اند. هر راه حل را بخوانید و در صورت لزوم کامل کنید:

راه حل مهدیه	راه حل صورا
نسبت شهد به کل شربت در هر پیشنهاد را به صورت کسری می نویسیم و کسر ها را با هم مقایسه می کنیم.	نسبت شهد به آب در هر پیشنهاد را به صورت کسری می نویسیم و کسر ها را با هم مقایسه می کنیم.
پیشنهاد ۱: $\frac{۳}{۱۰} = \frac{۴۲}{۱۴۰}$	پیشنهاد ۱: $\frac{۳}{۷} = \frac{۲۷}{۶۳}$
پیشنهاد ۲: $\frac{۵}{۱۴} = \frac{۵۰}{۱۴۰}$	پیشنهاد ۲: $\frac{۵}{۹} = \frac{۳۵}{۶۳}$
پیشنهاد ۳: $\frac{۱}{۴} = \frac{۱۰}{۱۴۰}$	پیشنهاد ۳: $\frac{۱}{۳} = \frac{۲۱}{۶۳}$
پس پیشنهاد ۲ شیرین ترین می سازد.	پس پیشنهاد ۲ شیرین ترین می سازد.
راه حل شکیا از هر شربت مقداری درست می کنیم و می چشیم و می فهمیم کدام شیرین تر است!	

ج) آیا نمودار زیر هم می تواند برای مقایسه ی شیرینی شربت ها مورد استفاده قرار گیرد؟ چگونه؟

بله - نمودار بالاتر یعنی شهد بیشتر ، پس شیرین تر است.



• کار در کلاس •

۱- یک نقاش برای درست کردن نوعی رنگ سبز، 5 واحد رنگ زرد را با 3 واحد رنگ آبی ترکیب می کند.

الف) او $\frac{2}{5}$ کیلوگرم رنگ زرد را با چند کیلوگرم رنگ آبی مخلوط می کند؟ $\frac{1}{5}$

ب) اگر مقدار رنگ آبی 9 کیلوگرم باشد، چند کیلوگرم رنگ سبز ساخته می شود؟ 24

	نسبت	(الف)	(ب)
رنگ زرد	5	$\frac{2}{5}$	15
رنگ آبی	3	$\frac{1}{5}$	9
رنگ سبز	8	4	24

۲- برای تهیه ی نوعی حلوا برای حدود 25 نفر، 2 لیوان آرد، 2 لیوان آب، $\frac{1}{2}$ لیوان گلاب و $\frac{1}{4}$ لیوان شکر استفاده می شود

الف) نسبت آب به گلاب را به ساده ترین شکل بنویسید.

ب) می خواهیم با 4 لیوان آرد حلوا درست کنیم، به کمک جدول تناسبی که با رنگ کردن برخی از خانه های جدول روبه رو

مشخص کرده ایم، مقدار شکر لازم را به دست آورید

(در جدول $\frac{1}{4}$ را به شکل $\frac{5}{4}$ نوشته ایم)

آرد	2	4
آب	2	
گلاب	$\frac{1}{2}$	1
شکر	$\frac{5}{4}$	$\frac{10}{4}$

$$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{5}{4} \times 2 = \frac{10}{4} = 2 \frac{1}{2}$$

پ) یک مسئله ی دیگر طرح کنید که برای حل آن از جدول بالا استفاده شود.

برای یک لیوان گلاب چقدر آب نیاز داریم تا حلوا خوشمزه تهیه شود ؟

۳ - جدول روبه رو یک جدول تناسب است.

جای خالی را با چه عددی پر کنیم؟ روش خود را توضیح دهید. ۲

نسبت 3 به 21 را ساده می کنیم ، که برابر است با 1 به 7

۱	۳	۲	
۷	۲۱	۱۴	

۴ - به کمک ماشین حساب در جدول تناسب روبه رو، عدد داخل و سپس عدد داخل را پیدا کنید.

۸	۱۲
۱۰	

$$\square = 12 \div 8 = 1.5$$

$$\bigcirc = 10 \times 12 \div 8 = 15$$

الف) مسیری را که برای کامل کردن جدول طی شده است، با دقت دنبال کنید.

عدد ۶ در $\frac{8}{6}$ ضرب شده است پس ۱۵ هم در $\frac{8}{6}$ ضرب می شود .

۶	۸
۱۵	?

$$? = 15 \times \frac{8}{6} = \frac{15 \times 8}{6} = \frac{20}{1} = 20$$

ب) با همین روش، جدول روبه رو را کامل کنید.

۸	
۱۲	۲۷

$$8 \times \frac{27}{12} = 18$$

تمرین

۱ - برای تهیه ی نوعی دارو سه نوع ماده ی الف، ب و ج را به نسبت ۷، ۵ و ۳ مخلوط می کنند. برای تهیه ی ۶۰ گرم از این دارو چقدر از هر ماده نیاز داریم؟

الف	۳	۱۲
ب	۵	۲۰
ج	۷	۲۸
کل	۱۵	۶۰

۲ - در مستطیل روبه رو نسبت های خواسته شده را بنویسید.



$$\begin{aligned} ۵ \text{ به } ۲ &= \text{عرض به طول} & ۲ \text{ به } ۵ &= \text{طول به عرض} \\ ۱۰ \text{ به } ۲ &= \text{عرض به مساحت} & ۱۴ \text{ به } ۵ &= \text{طول به محیط} \end{aligned}$$

۳ - قرار است برای مهمانی شب یلدا برای هر ۵ نفر ۳ عدد انار دانه کنیم. برای ۲۰ نفر چند عدد انار باید دانه کنیم؟ ۱۲

نفر	۵	۲۰
انار	۳	۱۲

۴ - مشهدی رمضان برای تقویت شالیزارش باید کودهای پتاس، نیتروژن و فسفات را به نسبت ۳، ۲ و ۲ مخلوط کند اگر در هر هکتار ۳۵ کیلوگرم کود مصرف کند، برای ۴ هکتار چند کیلوگرم از هر نوع کود نیاز دارد؟

پتاس	۳	۶۰
نیتروژن	۲	۴۰
فسفات	۲	۴۰
کل	۷	۱۴۰

برای ۴ هکتار ۴×۳۵ یعنی ۱۴۰ کیلو کود نیاز دارد.

۵ - یک دایره به شعاع دلخواه رسم و محیط آن را محاسبه کنید.



$$\text{محیط} = \frac{۲ \times ۲ \times ۳}{۱۴} = ۱۲/۵۶ \text{ سانتی متر}$$

نسبت محیط به شعاع دایره را به دست آورید و پاسخ خود را با هم کلاسی هایتان مقایسه کنید.

$$\frac{\text{محیط}}{\text{شعاع}} = \frac{۱۲/۵۶}{۲} = ۶/۲۸ \Rightarrow \text{شعاع} = ۲, \text{ شعاع} = ۱۲/۵۶ = \text{محیط}$$

برای بقیه ی دانش آموزان هم به طور تقریبی برابر با $۶/۲۸$ به دست آمده است.

آیا محیط دایره با شعاع آن متناسب است؟

بله، زیرا نسبت محیط هر دایره‌ی دلخواه به شعاع آن، تقریباً برابر با $۶/۲۸$ خواهد بود.

- ۶ - کاردستی روبه رو را با یک نوع سیم ساخته ایم. طول ۲۰ گرم از این نوع سیم ۳ متر است. جرم سیم به کار رفته در این کاردستی 70 گرم شده است. طول سیم به کار رفته در آن چقدر است؟

طول	۳	۱۰/۵
جرم	۲۰	۷۰



- ۷ - یک مسئله بنویسید که با کمک جدول تناسب روبه رو حل شود.

برای نگهداری ۲۵ عدد از یک نوع گل، ۲۰ عدد گلدان نیاز داریم. برای نگهداری ۳۵ عدد از این نوع گل، چند عدد گلدان نیاز است؟

گل	۲۵	۳۵
گلدان	۲۰	○

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{۳۵}{۲۵} \times ۲۰ = \frac{۳۵ \times ۲}{۲۵} = \frac{۷ \times ۲}{۵} = ۲۸$$

- ۸ - می دانیم که هر ۱۰۰۰ متر برابر یک کیلومتر است. ۷۵۶ متر چند کیلومتر است؟ $۰/۷۵۶$ هر متر ۱۰ دسی متر است $۵/۷$ دسی

متر چند متر است؟ $۵/۷$ هر متر ۱۰۰ سانتی متر است $۱۴۲/۷$ سانتی متر چند متر است؟ $۱/۴۲۷$

- ۹ - هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم و هر تُن ۱۰۰۰ کیلوگرم است. با استفاده از جدول تناسب جاهای خالی را پر کنید.

$۳/۲۸$ تن = ۳۲۸۰ کیلوگرم $۸۴۷/۳۵۰$ تن = ۸۴۷۳۵۰ کیلوگرم $۰/۳۲۰$ کیلوگرم = ۳۲۰ گرم

$۰/۳۲۰$ کیلوگرم = ۳۲۰ گرم

کیلوگرم	۱	○
گرم	۱۰۰۰	۳۲۰

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{۱ \times ۳۲۰}{\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰}} = \frac{۳۲}{۱۰۰} = ۰/۳۲$$

$۸۴۷/۳۵۰$ تن = ۸۴۷۳۵۰ کیلوگرم

کیلوگرم	۱۰۰۰	۸۴۷۳۵۰
تن	۱	○

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{۱ \times ۸۴۷۳۵۰}{\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰}} = \frac{۸۴۷۳۵}{۱۰۰} = ۸۴۷/۳۵$$

$۳/۲۸$ تن = ۳۲۸۰ کیلوگرم

تن	۱	۳/۲۸
کیلوگرم	۱۰۰۰	○

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{۱۰۰۰ \times ۳/۲۸}{۱} = ۳۲۸۰$$

- ۱۰ - کدام نسبت با ۲، ۳ و ۵ مساوی نیست؟

۲۰۰ و ۸۰، ۱۲۰

۱۰۵ و ۱۰۲، ۱۰۳

نیست

۵۰ و ۲۰، ۳۰

درصد

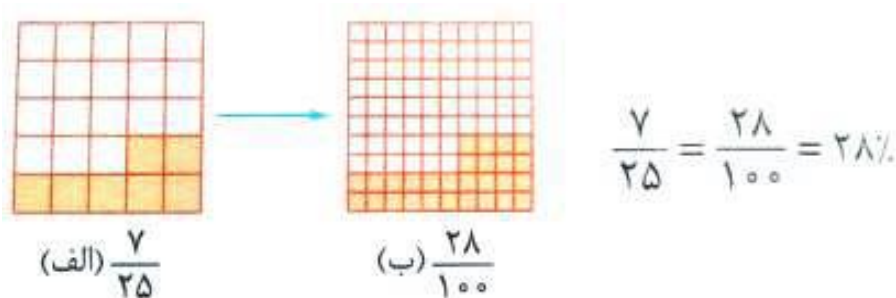
نسبت یا کسری که مخرج آن ۱۰۰ باشد، نشان دهنده ی درصد است. برای مثال، کسری $\frac{57}{100}$ را به صورت ۵۷٪ نشان می دهیم و می خوانیم پنجاه و هفت درصد. وقتی که می گوئیم شیر با چربی ۴٪، یعنی در هر ۱۰۰ گرم از این شیر، ۴ گرم چربی است یا در ۱۰۰ کیلوگرم از این شیر، ۴ کیلوگرم چربی است.

به شکل (الف) که به ۲۵ قسمت مساوی تقسیم شده است دقت کنید. در این شکل ۷ قسمت رنگ شده است،

پس $\frac{7}{25}$ شکل (الف) رنگی است. حال اگر همان شکل را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و به همان اندازه مانند شکل (الف)

رنگ کنیم، ملاحظه می کنید که $\frac{28}{100}$ شکل (ب) رنگ شده است. این دو کسر نمایش مختلفی از یک چیز هستند

در ضمن می توانیم $\frac{28}{100}$ را به صورت (۲۸٪ می خوانیم ۲۸ درصد) هم نمایش دهیم.



اگر بخواهیم کسری را به صورت درصد بنویسیم، باید کسری مساوی با آن و با مخرج ۱۰۰ پیدا کنیم.

مثال ۱: کسرهای مقابل را به صورت درصد بنویسید

$$\frac{3}{5} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{14}{25}$$

اگر بخواهیم کسری را به صورت درصد بنویسیم، اما نتوانیم مخرج آن را به سادگی با ضرب کردن در یک عدد به ۱۰۰ تبدیل کنیم، ابتدا صورت کسر را بر مخرجش تقسیم کرده و به صورت عدد اعشاری و سپس به شکل درصد می نویسیم.

مثال ۲: کسر $\frac{3}{8}$ را به صورت درصد بنویسید

$$\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{37.5}{100} = 37.5\%$$

مثال ۳: کسر $\frac{147}{500}$ را به صورت درصد بنویسید

$$\frac{147}{500} = \frac{294}{1000} = \frac{29.4}{100} = 29.4\%$$

کسرها یا عددهای بزرگ تر از واحد را نیز می توان به صورت درصد نوشت. به مثال های زیر دقت کنید.

مثال ۴: عددهای مقابل را به صورت درصد بنویسید.

$$\frac{7}{5} \text{ و } \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{140}{100} = 140\% \quad \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

نکته: بعضی از کسرها متداول و درصدهای آن ها را بهتر است به خاطر بسپاریم:

$\frac{1}{2} = 50\%$	$\frac{1}{4} = 25\%$	$\frac{3}{4} = 75\%$	
$\frac{1}{5} = 20\%$	$\frac{2}{5} = 40\%$	$\frac{3}{5} = 60\%$	$\frac{4}{5} = 80\%$

برای حل مسئله های درصد می توانیم از جدول تناسب استفاده کنیم. به مثال های زیر دقت کنید.

مثال ۱: برای تهیه ی نوعی دارو سه ماده ی شیمیایی را به نسبت ۵ ، ۴ و ۱ مخلوط می کنند. در داروی به ، دست آمده چند درصد

از هر نوع ماده وجود دارد؟ در هر ۸۰ گرم از این دارو چند گرم از هر ماده وجود دارد؟

مقدار در ۸۰ گرم درصد

ماده ی نوع ۱	۵	$5 \times 10 = 50$	$5 \times 8 = 40$
ماده ی نوع ۲	۴	$4 \times 10 = 40$	$4 \times 8 = 32$
ماده ی نوع ۳	۱	$1 \times 10 = 10$	$1 \times 8 = 8$
دارو	۱۰	۱۰۰	۸۰

مثال ۲: آلیاژی از مس و قلع و نیکل به نسبت ۲ و ۵ و ۳ ساخته ایم.

الف) در این آلیاژ چند درصد از هر نوع فلز وجود دارد؟

ب) برای تهیه ی ۱۵۰ کیلوگرم از این آلیاژ از هر فلز چه مقدار مصرف شده است؟

در سوالات هم از تسهیم به نسبت و هم از درصد سوال شده است. پس هر دو موضوع را در یک جدول قرار می دهیم.

	درصد	مقدار واقعی	نسبت
مس			۲
نیکل			۳
قلع			۵
مجموع (کل)	۱۰۰	۱۵۰	۱۰

$\times 15$
→

	درصد	مقدار واقعی	نسبت
مس	۲۰	۳۰	۲
نیکل	۳۰	۴۵	۳
قلع	۵۰	۷۵	۵
مجموع (کل)	۱۰۰	۱۵۰	۱۰

$30 = 20\%$ کیلوگرم: مس

$45 = 30\%$ کیلوگرم: نیکل

$75 = 50\%$ کیلوگرم: قلع

درصد

فعالیت

الف) می خواهیم هر یک از عدد های کسری زیر را به صورت اعشاری بنویسیم

مانند نمونه، کسری مساوی با $\frac{1}{4}$ و با مخرج ۱۰۰ پیدا کنید و سپس آن را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 0.60$$

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$$

اگر نتوانیم مخرج کسر را به سادگی، با ضرب کردن در یک عدد، به ۱۰۰ تبدیل کنیم، می توانیم از تقسیم استفاده کنیم. مثلاً:

$$\frac{7}{8} = 7 \div 8 \Rightarrow \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{=} 0.875$$

ب) هر یک از کسره های زیر را به صورت اعشاری بنویسید. تا جایی که می توانید از محاسبات ذهنی کمک بگیرید (می توانید از ماشین حساب هم استفاده کنید).

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0.04$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\frac{3}{16} = 3 \div 16 = 0.1875$$

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0.15$$

$$\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$$

پ) (عددهای بالا را با هم مقایسه کنید. مقایسه ی کسرها ساده تر است یا اعداد اعشاری؟ **اعشاری - زیرا نیازی به مخرج**

مشترک ندارند

ت) وقتی می خواهیم کسری را به صورت درصد بنویسیم، باید کسری مساوی با آن و با مخرج 100 پیدا کنیم. مانند نمونه هر کسر را به شکل درصد بنویسید.

$$\frac{1}{8} = 0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{125}{1000} \times \frac{10}{10} = \frac{1250}{10000} = 12.5\%$$

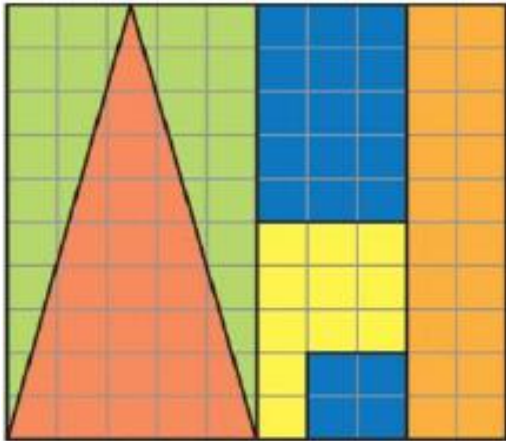
$$\frac{1}{5} = 0.2 = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

$$\frac{6}{10} = 0.6 = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{9}{16} = 0.5625 = \frac{5625}{10000} = \frac{5625}{10000} \times \frac{100}{100} = \frac{562500}{1000000} = 56.25\%$$

ث) (عددهای بالا را با هم مقایسه کنید. مقایسه ی کسرها ساده تر است یا درصد ها ؟

درصد - زیرا همه یک واحد مشترک (۱۰۰) دارند.



۱ - با توجه به شکل، جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

۲۰ خانه از ۱۰۰ خانه نارنجی است.

نسبت تعداد خانه های زرد به کل خانه ها ۱۱ به ۱۰۰ است.

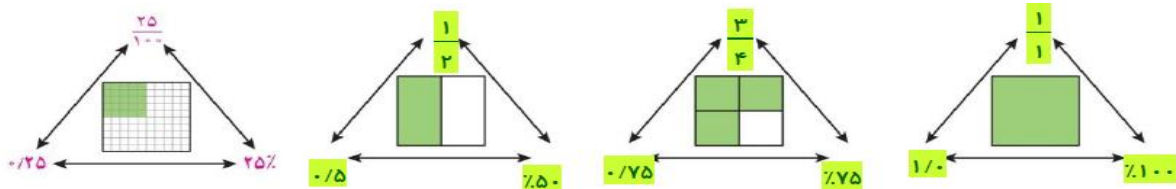
۲۵ کل خانه ها، قرمز است.

۲۵ % کل خانه ها، سبز است.

۱۹ % درصد کل خانه ها آبی است.

۱۰۰ % کل خانه ها رنگی است.

۲ - در هر شکل مانند نمونه، نسبت خانه های رنگی به کل را به صورت اعشار، کسر و درصد نمایش دهید.



۳ - به دلخواه چند تا از خانه های نوار زیر را سبز و چند تا را قرمز کنید.

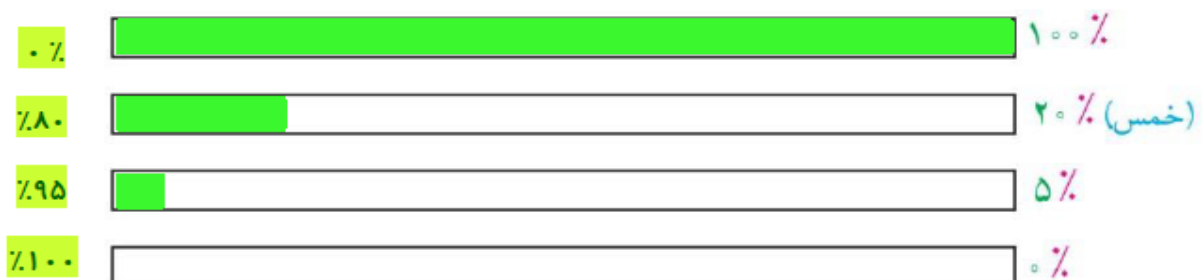
می توانید برخی از خانه ها را هم سفید باقی بگذارید. سپس جدول رو به رو را کامل کنید.



درصد	تعداد	
۳۰%	۳	سبز
۲۰%	۲	قرمز
۵۰%	۵	سفید
۱۰۰%	۱۰	مجموع

جدول هایتان را با هم مقایسه کنید. کدام سطر در همه ی جدول ها یکسان است؟ **سطر مجموع**

۴ هر کدام از نوار ها را به اندازه ای که سمت راست آن نوشته شده، رنگ کنید:



در هر نوار، چند درصد رنگ نشده است؟ سمت چپ آن بنویسید



بچه ها ۵۰ فرره برای فروش در بازارچه ی نیکوکاری مدرسه درست کرده بودند؛ ۱۶ فرره ی آبی و ۳۴ فرره ی صورتی.

الف) یکی از بچه ها گفت ۱۶ درصد فرره ها آبی و ۳۴ درصد آنها صورتی است. اما سریع فهمید که اشتباه کرده است! او چه اشتباهی کرده بود؟ دانش آموز عجله کرده و درصد و نسبت را با هم اشتباه کرده است

دانش آموز هنگام محاسبه درصد، نسبت جز را به ۱۰۰ نمی سنجد

و به کل داده است اگر چه نسبت تعداد یک چیز به کل و درصد آن با هم متناسب هستند،

ولی با هم برابر نیستند (به جز حالتی که مجموع ۱۰۰ باشد).

ب) سه نفر از بچه ها راه حل های صفحه ی بعد را برای یافتن درصد فرره های آبی و صورتی نوشته اند. راه حل آنها را کامل کنید.

مهتاب:

$$\frac{\text{فرره ی آبی}}{\text{کل فرره ها}} = \frac{16}{50} = \frac{32}{100}$$

فرره های آبی: ۳۲٪

کل فرره ها یعنی ۱۰۰٪ فرره ها که از میان آنها ۳۲٪ آبی هستند و بقیه صورتی.

$$100 - 32 = 68$$

فرره های صورتی: ۶۸٪

زهرا:

۱۶ فرره از ۵۰ فرره آبی است، پس $\frac{16}{50}$ فرره ها آبی است.

$$\frac{16}{50} = \frac{32}{100}$$

پس $\frac{32}{100}$ یعنی ۳۲٪ درصد فرره ها آبی است.

۳۴ فرره از ۵۰ فرره صورتی است، پس $\frac{34}{50}$ فرره ها صورتی است.

$$\frac{34}{50} = \frac{68}{100}$$

پس $\frac{68}{100}$ یعنی ۶۸٪ درصد فرره ها صورتی است.

شادی:

فرره ی آبی	۱۶	۳۲
فرره ی صورتی	۳۴	۶۸
کل فرره ها	۵۰	۱۰۰

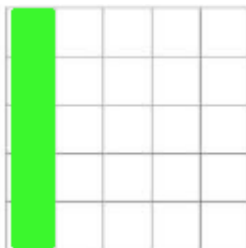
با توجه به جدول تناسب ۳۲٪ فرره ها آبی است و ۶۸٪ فرره ها صورتی.

پ) بچه ها باز هم فرره درست کردند و حالا ۲۴ فرره ی آبی دارند و ۳۶ فرره ی صورتی. چند درصد فرره ها آبی و چند

درصد آنها صورتی است؟ پاسخ و راه حل خود را با دوستانتان مقایسه کنید. ۴۰٪ آبی و ۶۰٪

۱ - در شکل رو به رو یک صفحه ی ۲۵ خانه ای می بینید.

الف) ۲۰ درصد آن را رنگ کنید.



ب) چند درصد آن سفید باقی می ماند؟

$$100\% - 20\% = 80\%$$

۸۰٪

پ) چند خانه سفید می ماند؟ ۲۰

ت) اگر ۷ خانه ی دیگر را رنگ کنیم، چند درصد شکل رنگی می شود؟ ۴۸٪

۲ - برای دفع نوعی آفت پنبه سه نوع سم را به نسبت ۳، ۴ و ۱ مخلوط می کنند .

الف) در سمّ مخلوطی که به دست می آید، چند درصد از هر نوع سم وجود دارد؟

ب) برای سم پاشی مزرعه ای به ۹۶۰ گرم سم نیاز داریم .چند گرم از هر نوع سم باید تهیه کنیم؟

این مسئله را به کمک جدول روبه رو حل کنید.



سمّ نوع ۱	۳	۳۷/۵	۳۶۰
سمّ نوع ۲	۴	۵۰	۴۸۰
سمّ نوع ۳	۱	۱۲/۵	۱۲۰
سمّ مخلوط	۸	۱۰۰	۹۶۰

۱ - امسال تولید گندم در یک مزرعه با اصلاح شیوه های کاشت، داشت و برداشت ۵/۱ برابر سال گذشته شده است نسبت گندم امسال به سال گذشته را به صورت کسر و درصد نمایش دهید .

$$1/5 = \frac{15}{10} = \frac{150}{100} = 150\%$$

۲ - خواهر علی به تازگی یک ساله شده است. جرم خواهر علی در زمان تولد ۳ کیلوگرم و در یک سالگی ۹ کیلوگرم بوده است.

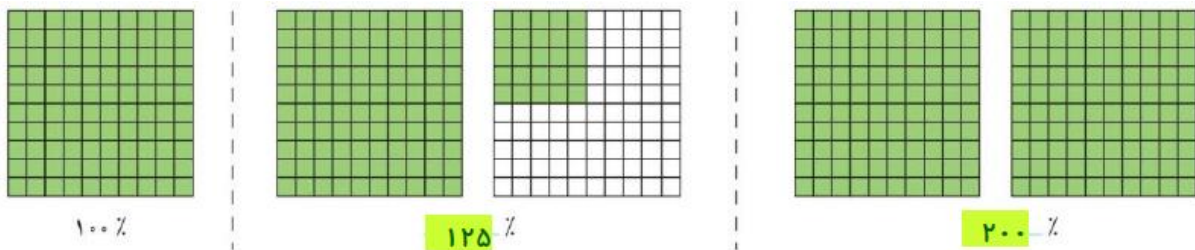


نسبت جرم او در یک سالگی به جرم او در زمان تولدش چقدر است؟ ۹ به ۳ یا ۳ به ۱ یا ۳ برابر

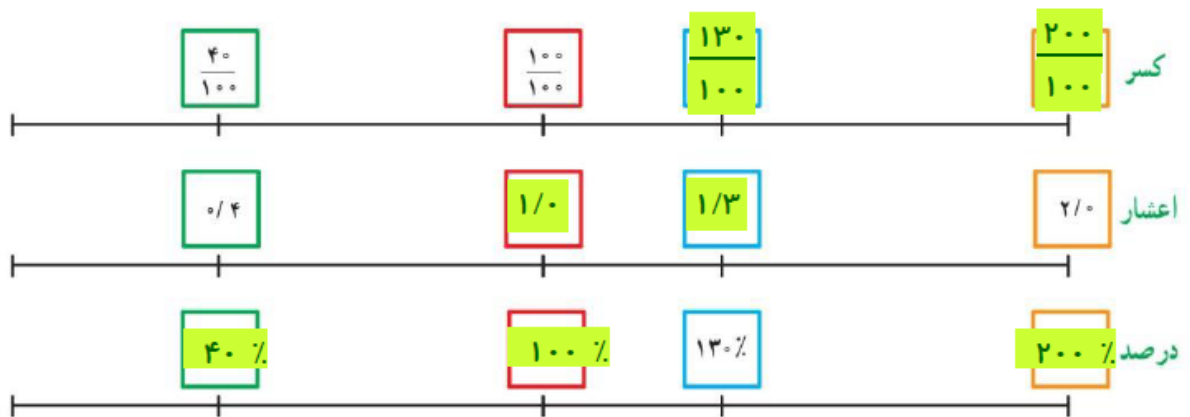
این نسبت را به شکل درصد بنویسید .

$$= \frac{3}{1} = \frac{300}{100} = 300\%$$

۱ - مانند نمونه کسر مشخص شده در هر شکل را به صورت درصد بنویسید.



۲ - جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

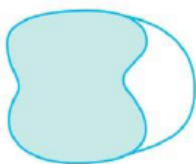


۳ در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

مدتی است که دانش آموزان گروه پژوهش، مشغول بررسی ویژگی های ظاهری یک گیاه هستند .

طول ساقه ی گیاه آنها در این مدت ۷ برابر شده است .

یعنی طول فعلی ساقه ی گیاه ۷۰۰ درصد طول اولیه ی آن است.



۴ - حدس می زنید چند درصد شکل رنگی است؟ ۳۰ % ، ۵۰ % ، ۷۰ %

۷۰ % چون بیش از نصف رنگی است.

تمرین

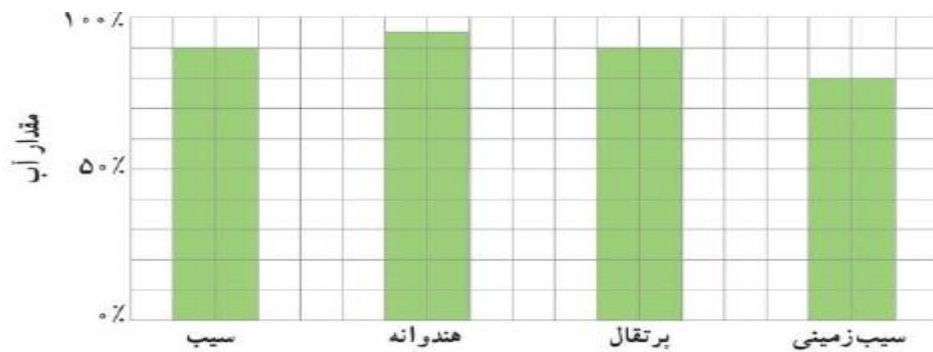
۱ - فرزاد چهار پنجم کتابی را خوانده است،

الف) چند درصد آن را خوانده است؟ **۸۰٪**

$$\frac{۸۰}{۱۰۰} = ۸۰\%$$

ب) چند درصد آن را نخوانده است؟ **۲۰٪**

۲- جدول روبه رو درصد آب موجود در چند ماده ی غذایی را نشان می دهد.



الف) تقریباً چند درصد هریک از این مواد غذایی آب است؟

سیب ۹۰٪ هندوانه ۹۵٪ پرتقال ۹۰٪ سیب زمینی ۸۰٪

ب) چند درصد هریک، آب نیست؟

سیب ۱۰٪ هندوانه ۵٪ پرتقال ۱۰٪ سیب زمینی ۲۰٪

پ) تقریباً چه مقدار از 5 کیلوگرم سیب زمینی را آب تشکیل داده است؟ **۴ کیلوگرم**

$$\frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{۴}{۵}$$

ت) تقریباً چه مقدار از یک سیب 100 گرمی، موادی غیر از آب است؟

۱۰ درصد از ۱۰۰ گرم = ۱۰ گرم

۳ - در یک کارگاه بافندگی از نوعی نخ استفاده می شود که روی بسته های آن نوشته شده است: ۶۵ درصد نخ مصنوعی و ۳۵

درصد پشم.



الف) در هر ۱۰۰ کیلوگرم از این نخ چند کیلوگرم پشم و چند کیلوگرم نخ مصنوعی وجود دارد؟

نخ مصنوعی ۶۵ کیلوگرم و پشم ۳۵ کیلوگرم

ب) در یک بلوز ۲۵۰ گرمی چند گرم پشم وجود دارد؟

$$\frac{35}{100} = \frac{87.5}{250}$$

۴ - به کمک جدول روبه رو،

درستی یا نادرستی هر عبارت را با ذکر دلیل مشخص کنید:

الف) دقیقاً یک چهارم مسافران، خانم های بالای ۱۲ سال هستند.

درصد	مسافران یک هواپیما
۸٪	خانم (زیر ۱۲ سال)
۶٪	آقا (زیر ۱۲ سال)
۴۰٪	خانم (بالای ۱۲ سال)
۴۶٪	آقا (بالای ۱۲ سال)

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$$

نادرست - یک چهارم ۱۰۰ نفر می شود ۲۵٪

ب) بیش از نصف مسافران، آقا هستند.

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$$

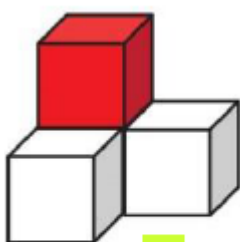
درست - مجموع درصد آقا ۵۲٪ است که بیش از نصف، یعنی ۵۰٪ است.

۵ - الگوی روبه رو با استفاده از مکعب های کوچک رنگی ساخته شده است. در هر کدام از حجم ها تنها یک مکعب قرمز است.

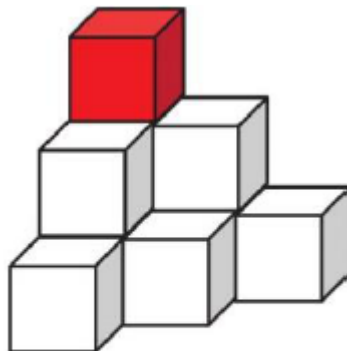
چند درصد از هر حجم با مکعب قرمز ساخته شده است؟



$$\frac{1}{1} = \frac{100}{100} = 100\%$$



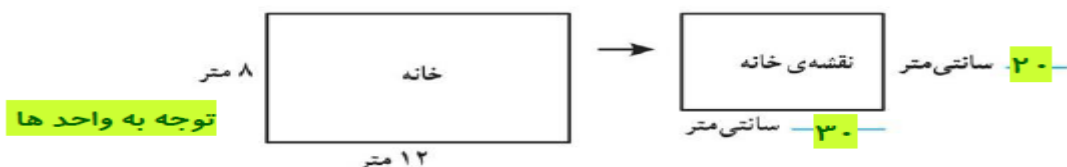
$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$



$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$$

۶ - مریم مشغول کشیدن نقشه ی یک خانه است. او مقیاس رسم نقشه را انتخاب کرده است و برای نمایش هر ۴۰ سانتی متر

(واقعی)، یک سانتی متر در نقشه در نظر گرفته است.

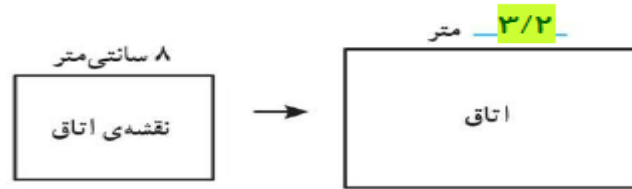


الف) نسبت طول هر خط در نقشه به طول واقعی آن را به صورت کسر، درصد و اعشار بنویسید.

$$\frac{\text{طول نقشه}}{\text{طول خانه}} = \frac{1}{40} = \frac{30}{1200} = \frac{2/5}{100} = 0.025 = 2.5\%$$

$$\frac{\text{عرض نقشه}}{\text{عرض خانه}} = \frac{1}{40} = \frac{20}{800} = \frac{2/5}{100} = 0.025 = 2.5\%$$

ب) در شکل رو به رو، جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.



$$8 \times 40 = 320 \text{ سانتی متر} = 3.2 \text{ متر}$$

۷ - الف) ۲۰ درصد یک ساعت چند دقیقه است؟ ۱۲

$$\frac{20}{100} = \frac{12}{60}$$

ب) یک دقیقه تقریباً چند درصد یک ساعت است؟ (پاسخ را تا یک رقم اعشار به دست آورید).

$$\frac{1}{60} = \frac{1/6}{100} \quad 1/6$$

۸ - نسبت طول یک زمین مستطیل شکل به عرض آن ۵ به ۲ است. محیط این زمین، ۲۸۰ متر است.

الف) طول و عرض زمین را محاسبه کنید.

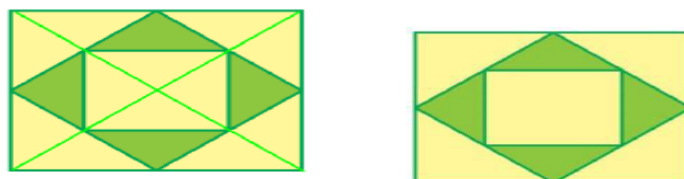
طول	۵	۱۰۰
عرض	۲	۴۰
محیط	۱۴	۲۸۰

$$\text{طول } ۱۰۰ \text{ متر و عرض } ۴۰ \text{ متر}$$

ب) مساحت زمین را به دست آورید.

$$۱۰۰ \times ۴۰ = ۴۰۰۰ \text{ مترمربع}$$

۹ - نسبت رنگ های به کار رفته در رنگ آمیزی شکل روبه رو را به صورت درصد بنویسید.



نسبت های دیگر: سبز به زرد - زرد به سبز - کل به سبز - کل به زرد

$$\frac{\text{سبز}}{\text{کل}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

$$\frac{\text{زرد}}{\text{کل}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

کاربرد درصد در محاسبات مالی

در مباحث مالی از درصد برای محاسبه ی سود، تخفیف کالاها و... استفاده می شود. برای محاسبه ی مقدار (درصد) سود و تخفیف دو روش وجود دارد:

روش اول: **روش جدول** روش دوم: **روش سنتی (قدیمی)**

جدول سود (افزایش): جدول درصد سود به صورت زیر است. در این جدول ممکن است هر کدام از خانه های

رو به رو مورد سؤال باشند. توجه کنید که در ستون درصد رابطه ی $(100 + \square = \triangle)$ همیشه برقرار است.

	درصد	مقدار واقعی
قیمت خرید (قبل از سود)	۱۰۰	☆
سود	□	◇
قیمت فروش (بعد از سود)	△	○

در مسائل سود، قیمت فروش (○) همواره از قیمت اصلی (☆) بیشتر است.

منظور از مالیات بر ارزش افزوده در مسائل همان سود است. یعنی قیمتی که به اصل کالا اضافه می شود و باید توسط خریدار به فروشنده پرداخت شود.

مثال: قیمت کالایی ۶۷۵۰۰۰ تومان است. اگر به قیمت این کالا ۴٪ مالیات بر ارزش افزوده اضافه شود قیمت فروش آن چه قدر می شود؟

روش اول: با کمک جدول مسئله را حل می کنیم.

$$100 + 4 = 104$$

درصد فروش برابر است با:

	درصد	مقدار واقعی
قیمت خرید (قبل از سود)	۱۰۰	۶۷۵۰۰۰
مالیات بر ارزش افزوده	۴	
قیمت فروش (بعد از سود)	۱۰۴	□

حالا جدول را حل می کنیم:

$$\square = 104 \times 675000 = 702000$$

قیمت فروش کالا ۷۰۲۰۰۰ تومان است.

روش دوم: برای محاسبه ی مبلغ فروش (بعد از سود) می دانیم که درصد فروش برابر است با:

$$\frac{100}{100} + \frac{4}{100} = \frac{104}{100} = 1.04$$

پس مبلغ فروش ۱/۰۴ برابر مبلغ اصلی کالا است یعنی: $1.04 \times 675000 = 702000$

مثال ۲: ساعتی را با سود ۱۵٪ نسبت به قیمت خرید، ۴۶۰۰۰ تومان فروخته ایم. قیمت خرید چند تومان بوده است؟

روش اول: درصد فروش برابر است با:

$$۱۰۰ + ۱۵ = ۱۱۵$$

مقدار واقعی درصد

قیمت خرید (قبل از سود)	۱۰۰	
سود	۱۵	
قیمت فروش (بعد از سود)	۱۱۵	۴۶۰۰۰

↗
× ۴۰۰

$$\square = ۱۰۰ \times ۴۰۰ = ۴۰۰۰۰$$

بنابراین قیمت خرید کالا می شود:

$$\frac{۱۰۰}{۱۰۰} + \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{۱۱۵}{۱۰۰} = ۱/۱۵$$

روش دوم: قیمت فروش ۱/۱۵ برابر قیمت خرید است. یعنی:

$$۴۶۰۰۰ \div ۱/۱۵ = ۴۰۰۰۰$$

مبلغ خرید قبل از سود برابر است با:

در بعضی از مسئله ها قیمت خرید و قیمت فروش کالا را اعلام می کنند و می خواهند تا درصد سود را مشخص کنیم . به مثال زیر دقت کنید.

مثال ۴: علی کالایی را به قیمت ۵۰۰۰ تومان خرید و آن را به قیمت ۶۰۰۰ تومان فروخت، او چند درصد سود کرده است؟

۵۰۰۰ تومان همان ۱۰۰ درصد قیمت خرید است ، از طرفی علی ۵۰۰۰ - ۶۰۰۰ یعنی مبلغ ۱۰۰۰ تومان سود کرده است، لذا با استفاده از

جدول تناسب زیر، درصد سود او را مشخص می کنیم:

	۱۰۰	۵۰۰۰	
قیمت خرید	۱۰۰	۵۰۰۰	
مقدار سود	?	۱۰۰۰	

$\Rightarrow ? = ۱۰۰۰ \div ۵۰ = ۲۰$ یا $? = \frac{۱۰۰ \times ۱۰۰۰}{۵۰۰۰} = ۲۰ = \text{درصد سود}$

جدول تخفیف (کاهش): جدول درصد تخفیفات به صورت زیر می باشد، در این جدول ممکن است هر کدام از پنج خانه ی آن مورد سوال می باشد. توجه کنید که در ستون درصد ($\Delta = \square - 100$) همیشه برقرار است.

	مقدار واقعی	درصد
کل (قیمت قبل از تخفیف)		۱۰۰
تخفیف		
پرداختی (قیمت بعد از تخفیف)		

بعد از گذاشتن اطلاعات مساله در جدول، به راحتی می توانیم خانه ی موردنظر را پر کنیم. در حل این جدول برای یافتن مجهول نیز می توان از روش ضربدری استفاده کرد (مجهول یابی) در مسائل تخفیف، قیمت پرداختی () همواره از قیمت اصلی () کم تر است.

مثال ۱: فروشگاهی تمام لباس های خود را با ۱۵٪ تخفیف برای فروش گذاشته است. برای خرید پالتویی که قیمت اصلی آن ۱۲۰۰۰۰ تومان است. چه قدر باید بپردازیم؟

روش اول: برای حل از جدول تخفیف استفاده می کنیم. می دانیم که در ستون درصد برای درصد پرداخته اید باید ۱۵ را از ۱۰۰ کم کنیم پس درصد پرداختی ۸۵ می شود. بنابراین:

	مقدار واقعی	درصد
کل (قبل از تخفیف)	۱۲۰۰۰۰	۱۰۰
تخفیف		۱۵
پرداختی (قیمت بعد از تخفیف)		۸۵

$\square \rightarrow = 85 \times 12000 = 102000$

مقدار پول پرداختی برای پالتو ۱۰۲۰۰۰ تومان است.

روش دوم: چون ۱۵٪ تخفیف دارد یعنی ۸۵٪ آن باید پرداخت شود: $\frac{100}{100} - \frac{15}{100} = \frac{85}{100}$

پس ۸۵٪ از قیمت اصلی را باید بپردازد: $\frac{85}{100} \times 120000 = 102000$

اگر همین سوال «مقدار تخفیف» را هم خواسته بودند، باید درصد تخفیف را در مبلغ اصلی ضرب می کردیم:

$$\frac{15}{100} \times 120000 = 18000$$

مثال ۲: کتابی را با ۳۰٪ تخفیف به قیمت ۴۹۰۰۰ تومان خریدیم. قیمت کتاب قبل از تخفیف چه قدر بوده است؟

روش اول: درصد تخفیف و قیمت پرداخته شده را داریم.

اطلاعات داده شده را درون جدول و در جای مناسب می گذاریم. برای خانه ی «درصد پرداختی» باید ۳۰(درصد تخفیف) را از ۱۰۰ کم کنیم:

$$100 - 30 = 70$$

یعنی ۳۰ درصد تخفیف گرفته ایم (پرداخته ایم) و ۷۰ درصد را پرداخته ایم.

مقدار واقعی	درصد
کل (قبل از تخفیف)	۱۰۰
تخفیف	۳۰
پرداختی (قیمت بعد از تخفیف)	۷۰
	۴۹۰۰

↗
× ۷۰

حالا جدول را حل می کنیم:

$$\square = 100 \times 70 = 7000 \text{ تومان}$$

اگر «مقدار تخفیف» را هم خواسته بود باید مبلغ پرداخته را از کل (قیمت قبل تخفیف) کم می کردیم یعنی:

$$7000 - 4900 = 2100 \text{ تومان}$$

روش دوم: چون ۳۰٪ تخفیف دارد یعنی ۷۰٪ آن پرداخت شده است.

$$\frac{100}{100} - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} = 0.70$$

پس قیمت اصلی کتاب برابر است با:

$$4900 \div 0.70 = 7000$$

در بعضی از مسئله ها قیمت اولیه و مبلغ پرداختی مشخص است و می خواهند تا مقدار تخفیف را مشخص کنیم . به مثال زیر دقت کنید.

مثال ۲: قیمت کالایی ۸۰۰۰ تومان بود، اما فروشنده آن را به مبلغ ۷۲۰۰ تومان فروخت . او چند درصد تخفیف داده است درصد؟

فروشنده ۷۲۰۰ - ۸۰۰۰ یعنی مبلغ ۸۰۰ تومان تخفیف داده است . لذا با استفاده از جدول تناسب زیر درصد تخفیف را مشخص می کنیم:

قیمت اصلی	۸۰۰۰	۱۰۰
مقدار تخفیف	۸۰۰	?

$$\Rightarrow ? = \frac{800 \times 100}{8000} = 10\%$$

کاربرد درصد در محاسبات مالی

فعالیت

با مراجعه به اخبار، مجله ها و روزنامه های مختلف مواردی از کاربرد درصد پیدا کنید و به کلاس بیاورید و درباره ی کاربرد درصد با هم گفت و گو کنید.

میزان افزایش واردات و صادرات ، میزان افزایش یا کاهش تورم و ... همگی با درصد بیان می شود .

درصد کاربران اینترنت	درصد پاسوادی	جمعیت	
۱۷/۵	۸۴/۷۵	۷۵۱۴۹۶۶۹	کل کشور
۲۲/۵	۸۷/۷۷	۴۸۷۹۳۱۲	اصفهان
۲۲/۱	۹۰/۲۳	۲۴۱۲۵۱۳	البرز
۲۴/۰	۸۸/۴۰	۶۳۱۲۱۸	سمنان
۲۱/۲	۸۷/۷۸	۱۰۷۴۴۲۸	یزد

در سال ۱۳۹۰ حدود ۸۵ درصد از جمعیت کشورمان پاسوادی بودند. ۸۵ درصد ۷۵ میلیون نفر تقریباً می شود ۶۳۷۵۰۰۰ نفر



کار در کلاس

۱ - امسال به سهام یک شرکت حدود ۱۸ درصد سود تعلق می گیرد. اگر مبلغ سرمایه گذاری یکی از مشتریان، دو میلیون

تومان ۳۶۰.۰۰۰

تومان باشد، چقدر سود به آن اضافه می شود؟

	درصد	مقدار واقعی
سود	۱۸	۳۶۰.۰۰۰
اصل پول	۱۰۰	۲.۰۰۰.۰۰۰

۲ - در یک رستوران به مبلغ فاکتور، ۹ درصد مالیات اضافه می شود . اگر مبلغ فاکتور ۵۰۰۰۰ تومان باشد، چقدر مالیات به آن

اضافه می شود؟

	درصد	مقدار واقعی
مالیات	۹	۴۵۰۰
فاکتور	۱۰۰	۵۰.۰۰۰

۳ - مرکز آمار ایران پس از سرشماری سال ۱۳۹۰، جمعیت ایران را حدود ۷۵ میلیون نفر اعلام کرد. اگر در طول یک سال جمعیت ایران حدود ۱/۳ درصد رشد داشته باشد، جمعیت ایران در سال ۱۳۹۱ حدوداً چند نفر شده است؟ (می توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

	درصد	مقدار جمعیت
افزایش	۱/۳	۹۷۵۰۰۰
جمعیت	۱۰۰	۷۵۰۰۰۰۰۰

$$۷۵۰۰۰۰۰ \div ۹۷۵۰۰۰ = ۷۵۹۷۵۰۰۰$$

۴ - در یک نظرسنجی از ۱۲۰۰ نفر خواسته شد که تیم فوتبال محبوب خود را از میان تیم های داخلی انتخاب کنند ۹۰۵ نفر به نظرسنجی پاسخ دادند، یعنی تقریباً چند درصد پاسخ دادند؟

	تفرات	درصد
پاسخ دهندگان	۹۰۵	۷۵/۴ %
کل تفرات	۱۲۰۰	۱۰۰

فعالیت



پدر شهرزاد کتاب فروشی دارد. او مدتی است که از شهرزاد که دانش آموز کلاس ششم است، در محاسبات مالی کمک می گیرد. البته خودش هم درستی محاسبات او را بررسی می کند تا مطمئن شود که شهرزاد برای این کار آماده است. دو تا از مسئله ها در اینجا آمده است. هر جا که لازم است محاسبات را کامل کنید و درباره ی روش های حل مسئله ها با دوستانتان گفت و گو کنید.

(۱) کتابی را به قیمت ۱۵۰۰۰ تومان خریده ایم. قرار است آن را با ۲۰ درصد سود بفروشیم، قیمت فروش چقدر می شود؟ مقدار سود چند تومان است؟

محاسبات پدر :

۲۰٪ یعنی ۰/۲ و $۱ + ۰/۲ = ۱/۲$ یعنی قیمت فروش ۱/۲ برابر قیمت خرید است. پس قیمت فروش می شود :

تومان $۱۵۰۰۰ \times ۱/۲ = ۱۸۰۰۰$

و مقدار سود می شود :

تومان $۱۸۰۰۰ - ۱۵۰۰۰ = ۳۰۰۰$

محاسبات شهرزاد :

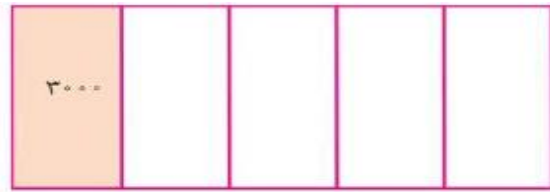
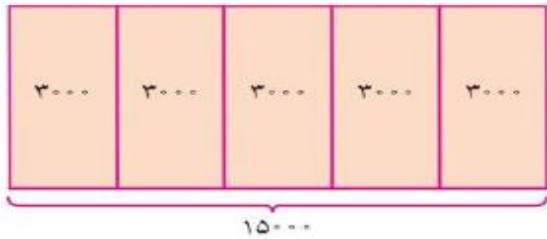
$۱۵۰۰ + ۲۰ = ۱۷۰۰$ یعنی اگر کتاب را ۱۰۰ تومان خریده باشیم، باید آن را ۱۷۰ تومان بفروشیم. مقدار واقعی درصد

قیمت خرید	۱۵۰۰۰	۱۰۰
سود	۳۰۰۰	۲۰
قیمت فروش	۱۸۰۰۰	۱۲۰

پس قیمت فروش ۱۸۰۰۰ تومان می شود و مقدار سود ۳۰۰۰ تومان.

با دقت به شکل زیر نگاه کنید. این شکل برای حل مسئله ی بالا رسم شده است.

چرا هر واحد به ۵ قسمت تقسیم شده است؟ ۲۰٪ یعنی ، یک پنجم



(۲): کتابی را با ۲۰ درصد سود نسبت به قیمت خرید فروخته ایم. قیمت فروش ۲۴۰۰۰ تومان شده است. قیمت خرید چند تومان

بوده است؟ مقدار سود چند تومان است؟

محاسبات پدر :

باز هم قیمت فروش $\frac{۱}{۲}$ برابر قیمت خرید است.

پس قیمت خرید می شود :

تومان $۲۴۰۰۰ \div \frac{۱}{۲} = ۲۰.۰۰۰$

و مقدار سود می شود :

تومان $۲۴۰۰۰ - ۲۰.۰۰۰ = ۴.۰۰۰$

محاسبات شهرزاد :

باز هم اگر کتاب را ۱۰۰ تومان خریده باشیم، باید آن را ۱۲۰ تومان بفروشیم.

مقدار واقعی درصد

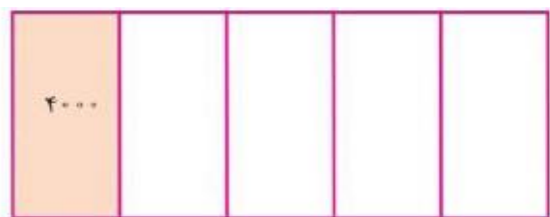
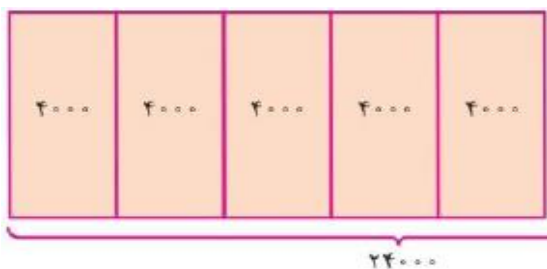
قیمت خرید	۱۰۰	۲۰.۰۰۰
سود	۲۰	۴.۰۰۰
قیمت فروش	۱۲۰	۲۴.۰۰۰

پس قیمت خرید ۲۰.۰۰۰ تومان می شود و

مقدار سود ۴.۰۰۰ تومان.

شکل زیر برای حل مسئله ی بالا رسم شده است.

یک واحد، قیمت خرید را نشان می دهد یا قیمت فروش را؟ چرا؟ خرید - زیرا قیمت فروش بیش از واحد می باشد



۱ - کتابی که به قیمت ۳۰۰۰۰ تومان خریداری شده است، ۳۳۰۰۰ تومان فروخته می شود.

الف) درصد سود این کتاب را محاسبه کنید.

	درصد	قیمت واقعی
سود	؟	۳۰۰۰
قیمت خرید	۱۰۰	۳۰۰۰۰

→ ۱۰٪

$$\text{سود هر کتاب} = ۳۰۰۰۰ - ۳۳۰۰۰ = ۳۰۰۰$$

ب) مقدار سود حاصل از فروش ۲۰ تا از این کتاب، چقدر می شود؟

$$۲۰ \times \text{سود هر کتاب} = ۲۰ \times ۳۰۰۰ = ۶۰۰۰۰$$

۲ - شغل آقای محمدی، خرید و فروش فرش است. او فرش را ۲ میلیون تومان خریده و با ۵ درصد سود فروخته است.

	درصد	قیمت واقعی
سود	۵	؟
قیمت خرید	۱۰۰	۲۰۰۰۰۰۰

→ ۱۰۰۰۰۰

فرش دیگری را ۵۰۰ هزار تومان خریده و با ۱۰ درصد سود فروخته است. مقدار سود در کدام معامله بیشتر بوده است؟

	درصد	قیمت واقعی
سود	۱۰	؟
قیمت خرید	۱۰۰	۵۰۰۰۰۰

→ ۵۰۰۰۰

نزدیک عید نوروز است و پدر شهرزاد تصمیم دارد کتاب هایش را با ۱۵ درصد تخفیف بفروشد تا هم محله ای ها بتوانند با قیمت کمتری کتاب بخرند و در تعطیلات مطالعه کنند. محاسبات را کامل کنید و درباره ی روش های حل مسئله ها با دوستانتان گفت و گو کنید.

(۱) : قیمت کتابی قبل از تخفیف ۱۷۰۰۰ تومان است. قیمت آن بعد از تخفیف چقدر است؟
مقدار تخفیف چقدر است؟

محاسبات پدر :

۱۵٪ یعنی ۰/۱۵ و $۰/۱۵ = ۰/۸۵$ و $۱ - ۰/۱۵ = ۰/۸۵$ یعنی قیمت بعد از تخفیف ۰/۸۵ قیمت اولیه است.
پس قیمت بعد از تخفیف می شود :
تومان $۱۷۰۰۰ \times ۰/۸۵ = ۱۴۴۵۰$
و مقدار تخفیف می شود :
تومان $۱۷۰۰۰ - ۱۴۴۵۰ = ۲۵۵۰$

محاسبات شهرزاد :

$۱۰۰ - ۱۵ = ۸۵$ یعنی اگر قیمت کتاب ۱۰۰ تومان باشد، قیمت بعد از تخفیف آن ۸۵ تومان است.
مقدار واقعی درصد

قیمت قبل از تخفیف	۱۰۰	۱۷۰۰۰
تخفیف	۱۵	۲۵۵۰
قیمت بعد از تخفیف	۸۵	۱۴۴۵۰

پس قیمت بعد از تخفیف ۱۴۴۵۰ تومان می شود
و مقدار تخفیف ۲۵۵۰ تومان.

(۲) : قیمت کتابی بعد از تخفیف ۱۷۰۰۰ تومان شده است. قیمت اولیه ی آن چقدر بوده است؟
مقدار تخفیف چقدر است؟

محاسبات پدر :

۱۵٪ یعنی ۰/۱۵ و $۰/۱۵ = ۰/۸۵$ و $۱ - ۰/۱۵ = ۰/۸۵$ یعنی قیمت بعد از تخفیف ۰/۸۵ قیمت اولیه است.
پس قیمت بعد از تخفیف می شود :
تومان $۱۷۰۰۰ \div ۰/۸۵ = ۲۰۰۰۰$
و مقدار تخفیف می شود :
تومان $۲۰۰۰۰ - ۱۷۰۰۰ = ۳۰۰۰$

محاسبات شهرزاد :

باز هم برای یک کتاب ۱۰۰ تومانی، قیمت بعد از تخفیف ۸۵ تومان است.
مقدار واقعی درصد

قیمت قبل از تخفیف	۱۰۰	۲۰۰۰۰
تخفیف	۱۵	۳۰۰۰
قیمت بعد از تخفیف	۸۵	۱۷۰۰۰

پس قیمت اولیه ی آن ۲۰۰۰۰ تومان بوده و
مقدار تخفیف می شود ۳۰۰۰ تومان.

۱ - جواد تعدادی لوح فشرده را با پرداخت ۸۹٪ قیمت آنها از نمایشگاه قرآن خریده است.

الف) او چند درصد تخفیف گرفته است؟

$$100\% - 89\% = 11\%$$

ب) اگر قیمت اولیه ی آنها ۱۲۰۰۰ تومان بوده باشد، جواد چند تومان پرداخته است؟

$$\frac{89}{100} = \frac{?}{12000} \rightarrow 10680$$

پ) چند تومان تخفیف گرفته است؟

$$12000 - 10680 = 1320 \text{ تومان}$$

۲ - قیمت یک کتاب ۲۴۰۰۰ تومان است. اگر فروشنده بخواهد آن را با ۲۰ درصد تخفیف بفروشد، کتاب با چه قیمتی به فروش

می رسد؟

$$\frac{80}{100} = \frac{?}{24000} \rightarrow 19200$$

۳ - یک کتاب پس از ۲۰ درصد تخفیف، به قیمت ۲۴۰۰۰ تومان به فروش می رسد. قیمت اصلی کتاب چقدر بوده است؟

$$\frac{80}{100} = \frac{24000}{?} \rightarrow 30000$$

• تمرین •

۱ - قیمت یک ساندویچ ۷۰۰۰ تومان است؛ اگر به قیمت آن ۹ درصد مالیات بر ارزش افزوده اضافه شود، چند تومان می شود؟

$$\frac{109}{100} = \frac{?}{7000} \rightarrow 7630$$

۲ - در اولین سال فعالیت یک شبکه ی آموزشی، تعداد کاربران آن حدود یک میلیون نفر بود. در سال دوم، تعداد کاربران ۷۰۰

درصد افزایش داشت. تعداد کاربران این شبکه در سال دوم فعالیت تقریباً چند نفر بوده است؟

$$\frac{700}{100} = \frac{?}{1000000} \rightarrow 7000000$$

۱ میلیون در سال اول و ۷ میلیون در سال دوم

در کل می شود ۸ میلیون

راه حل ۲ - ۷۰۰ درصد یعنی ۷ برابر، پس: افزایش ۷ میلیون = ۷ × ۱ میلیون

$$7000000 + 1000000 = 8000000$$

۳ - مانی و پدرش قرار است با هم مسابقه ی دوی ۱۰۰ متر بدهند .سرعت مانی ۸۰ درصد سرعت پدرش است، یعنی در زمانی که

پدر ۱۰۰ متر می دود، مانی می تواند ۸۰ متر بدود .پیش بینی کنید:

الف)وقتی پدر مانی به نیمه ی راه می رسد، مانی چند متر دویده است؟

$$\frac{80}{100} = \frac{?}{50} \rightarrow \text{۴۰ متر}$$

$$\text{راه حل ۲- } 80 \div 2 = 40 \text{ متر}$$

ب)وقتی مانی به نیمه ی راه می رسد، پدرش چند متر دویده است؟

$$\frac{80}{100} = \frac{50}{?} \rightarrow \text{۶۲/۵ متر}$$

۴ - الف)فروشنده ای، یک لباس را که قیمت خرید آن ۲۰۰۰۰ تومان بود، با ۲۰ درصد سود، فروخت .قیمت فروش آن را محاسبه کنید.

$$\frac{120}{100} = \frac{?}{20000} \rightarrow \text{۲۰ درصد سود، یعنی ۱۲۰ درصد افزایش}$$

ب)در پایان فصل، این لباس با ۲۰ درصد تخفیف نسبت به قیمتی که روی آن خورده بود، به فروش رسید .این قیمت را محاسبه کنید.

$$\frac{80}{100} = \frac{?}{24000} \rightarrow \text{۲۰ درصد تخفیف، یعنی ۸۰ درصد کاهش}$$

پ)قیمت فروش را با قیمت خرید مقایسه و مقدار سود یا زیان را محاسبه کنید.

$$20000 - 19200 = 800 \quad \text{۸۰۰ تومان زیان}$$

۵ - یک مسئله طرح کنید که به کمک جدول روبه رو حل شود. کدام خانه ها جواب مسئله ی شما بودند؟

خواهر ریحانه در ابتدای سال ۳۰ کیلوگرم بود اگر او در پایان سال ۲۰٪ افزایش جرم داشته باشد، چقدر به جرم او اضافه شده است؟

جرم او چقدر است؟ عدد های ۶ و ۳۶ پاسخ این مسئله هستند. ۶ کیلوگرم مقدار افزایش جرم و ۳۶ کیلو گرم جرم او در پایان سال

است .

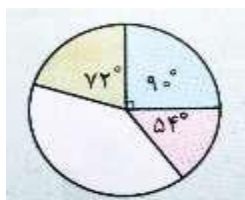
۲۰	۶
۱۰۰	۳۰
۱۲۰	۳۶

درس چهارم – کاربرد درصد در آمار و احتمال

در بیان مقادیر آمار و احتمالات از درصد استفاده می کنیم. برای رسم نمودارهای دایره ای به درصد نیاز داریم تا بتوانیم دایره را درست تقسیم بندی کنیم. یک دایره کامل زاویه ی ۳۶۰ درجه را نشان می دهد.

مثال ۱: دایره ی شکل مقابل به چند بخش با رنگ های مختلف تقسیم شده و اندازه ی زاویه ی مربوط به هر

بخش نوشته شده است. درصد مساحت هر بخش را به کل دایره بنویسید.



$$\begin{aligned} \frac{90^\circ}{360^\circ} &= \frac{1}{4} = \frac{25}{100} \rightarrow 90^\circ \rightarrow 25\% \\ \frac{54^\circ}{360^\circ} &= \frac{54^\circ \div 18}{360^\circ \div 18} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} \rightarrow 54^\circ \rightarrow 15\% \\ \frac{72^\circ}{360^\circ} &= \frac{72^\circ \div 18}{360^\circ \div 18} = \frac{4}{20} = \frac{20}{100} \rightarrow 72^\circ \rightarrow 20\% \end{aligned}$$

مثال ۲: جدول زیر نشان دهنده ی افراد یک کلاس و فصل های تولد آن هاست. نمودار دایره ای این جدول را رسم کنید.

فصل ها	بهار	تابستان	پاییز	زمستان
تعداد	۶	۸	۴	۷

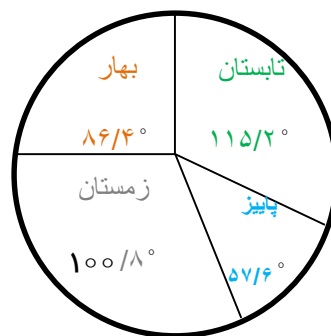
تعداد کل دانش آموزان ۲۵ نفر است. سطر درصد را به جدول اضافه کرده، سپس آن را کامل می کنیم.

فصل ها	بهار	تابستان	پاییز	زمستان	کل
تعداد	۶	۸	۴	۷	۲۵
درصد	۲۴	۳۲	۱۶	۲۸	۱۰۰

برای رسم نمودار دایره ای می توانیم کل دایره را به صد قسمت مساوی (ده تا قسمت ده تایی) تقسیم کنیم سپس با توجه به جدول درصدها را به صورت زیر روی آن نمایش دهیم.

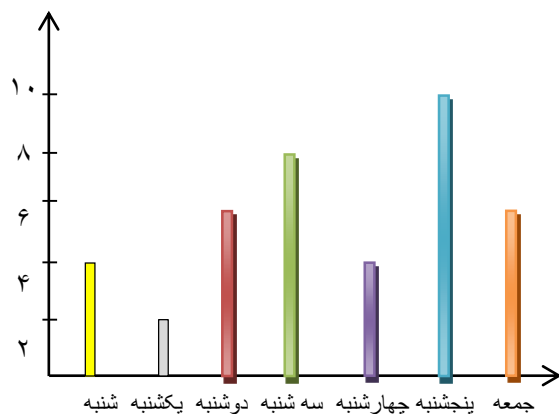
همچنین می توانیم هر یک از درصدها را به کمک جدول تناسب به درجه تبدیل کرده، سپس با استفاده از نقاله نمودار دایره ای مربوط به داده ها را رسم کنیم.

فصل ها	درصد	درجه
بهار	۲۴	۸۶/۴
تابستان	۳۲	۱۱۵/۲
پاییز	۱۶	۵۷/۶
زمستان	۲۸	۱۰۰/۸
کل	۱۰۰	۳۶۰



مثال ۳: نمودار زیر ساعت مطالعه یک دانشجو را در ایام هفته نشان می دهد؟

ساعت



الف) ساعت مطالعه در روز سه شنبه نسبت به روز شنبه چند

درصد افزایش داشته است؟

ب) در کدام روز کم ترین ساعت مطالعه و در کدام روز بیش

ترین ساعات مطالعه را داشته است؟ درصد مطالعه ی هر

کدام را محاسبه کنید.

(الف)

شنبه	۴	۱۰۰
سه شنبه	۸	
افزایش	۴	۱۰۰

هرگاه عددی دو برابر شود ۱۰۰% افزایش می یابد.

ب) کمترین ساعت مطالعه: یکشنبه

بیش ترین ساعت مطالعه: پنج شنبه

کل ساعات مطالعه $۴+۲+۶+۸+۴+۱۰+۶=۴۰$

یکشنبه	۲	
کل	۴۰	۱۰۰

$$\rightarrow \frac{۲ \times ۱۰۰}{۴۰} = ۵\%$$

پنجشنبه	۱۰	
کل	۴۰	۱۰۰

$$\rightarrow \frac{۱۰ \times ۱۰}{۴۰} = ۲۵\%$$

پس یکشنبه ۵٪ و پنجشنبه ۲۵٪ کل مطالعات در طول هفته را تشکیل می دهد.

کاربرد درصد در آمار و احتمال

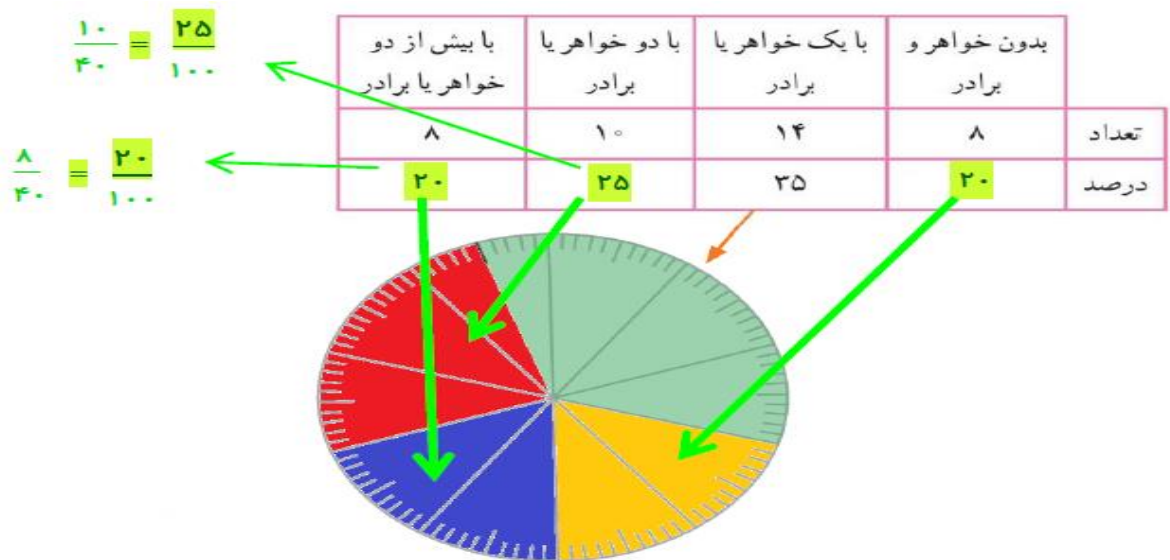
فَعَالِیت

۱ - تعداد خواهر و برادرهای هر یک از دانش آموزان کلاس ششم یک مدرسه را پرسیده و به کمک داده های به دست آمده، سطر مربوط به تعداد را در جدول روبه رو پر کرده ایم.

الف) سطر مربوط به درصد را کامل کنید.

ب) با توجه به جدول، نمودار دایره ای داده ها را با رنگ کردن دایره ی روبه رو، کامل کنید.

پ) چگونه می توانید بدون محاسبه ی درصد ها، نمودار دایره ای را کامل کنید؟

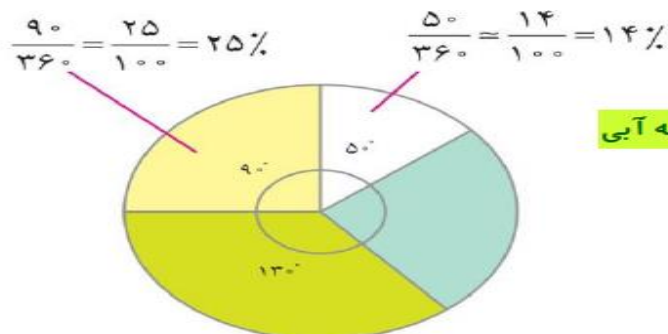


۱ - به نمودار روبه رو نگاه کنید. یک دایره ی کامل یک زاویه ی ۳۶۰ درجه را نشان می دهد.

الف) درصد دو قسمت از نمودار محاسبه شده است.

درباره ی چگونگی محاسبه در کلاس گفت و گو کنید.

ب) درصد مربوط به قسمت های دیگر نمودار را حساب کنید.



$$\text{درجه } 90 = 360 - (130 + 90 + 50)$$

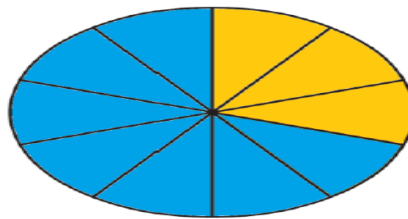
$$\frac{90}{360} = \frac{25}{100} = 25\%$$

کار در کلاس

۱ - جمعیت کل جهان حدود ۷ میلیارد نفر است. جمعیت قاره ی آسیا تقریباً چند میلیون نفر است؟



۲ - تقریباً ۷۰ درصد از سطح کره ی زمین آب و ۳۰ درصد آن خشکی است. با استفاده از نقاله، نمودار دایره ای مربوط به این داده ها را رسم کنید.



دایره باید به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شود تا هر قسمت نمایش دهنده ۱۰ درصد باشد.

$$360 \div 10 = 36 \text{ درجه}$$

پس هر قسمت ۳۶ درجه می شود که با استفاده از نقاله قسمت بندی می کنیم

با توجه به اینکه هر قسمت نمایش دهنده ۱۰ درصد باشد، پس برای ۷۰ درصد باید ۷ قسمت باید رنگ شود.

برای ۳۰ درصد خشکی؛ ۳ قسمت زرد می شود

فعالیت

در تعداد زیاد پرتاب یک سکه، انتظار داریم سکه تقریباً در نصف (۵۰ درصد) آزمایش ها، رو و در نصف ۵۰ درصد آزمایش ها پشت بیاید.

اصطلاحاً می گوییم احتمال رو آمدن و پشت آمدن سکه **پنجاه، پنجاه** است.

الف) جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

وقتی در مبحث احتمال از پرتاب یک تاس صحبت می کنیم، در تعداد زیاد آزمایش ها انتظار داریم همه ی سطح های تاس را تقریباً **برابر** مشاهده کنیم.

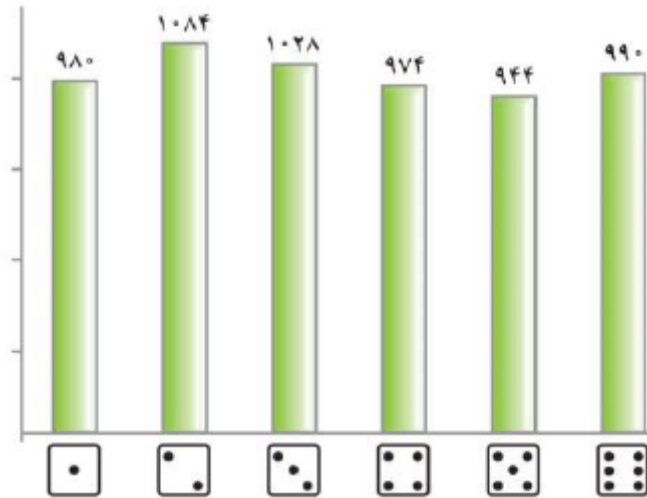
ب) در جدول زیر احتمال رخ دادن هر اتفاق را روی نوار مربوط به آن علامت بزنید.

احتمال بیشتر از نصف	احتمال برابر نصف	احتمال کمتر از نصف
	✓	
		✓
✓		

در پرتاب سکه، رو بیاید.
در پرتاب تاس، ۲ بیاید.
در پرتاب تاس، ۲ نیاید.

کار در کلاس

۱ - یک سکه را ۱۰۰۰ بار انداخته ایم. نتیجه ی این آزمایش ها در جدول زیر دیده می شود. در چند آزمایش، سکه رو آمده است؟



$$\frac{۴۳/۸}{۱۰۰} = \frac{۴۳۸}{۱۰۰۰} \quad \text{۴۳۸ بار}$$

پشت	رو
۵۶/۲٪	۴۳/۸٪

۲ - نتیجه ی ۶۰۰۰ بار پرتاب یک تاس در نمودار روبه رو آمده است.

الف) درصد مشاهده ی هر عدد را به کمک ماشین حساب به دست آورید. اگر درست محاسبه کرده باشید این درصدها به هم نزدیک هستند.

$$\text{یک} \quad \frac{۹۸۰}{۶۰۰۰} = \frac{۱۶/۳}{۱۰۰}$$

$$\text{چهار} \quad \frac{۹۷۴}{۶۰۰۰} = \frac{۱۶/۲}{۱۰۰}$$

$$\text{دو} \quad \frac{۱۰۸۴}{۶۰۰۰} = \frac{۱۸}{۱۰۰}$$

$$\text{پنج} \quad \frac{۹۴۴}{۶۰۰۰} = \frac{۱۵/۷}{۱۰۰}$$

$$\text{سه} \quad \frac{۱۰۲۸}{۶۰۰۰} = \frac{۱۷/۱}{۱۰۰}$$

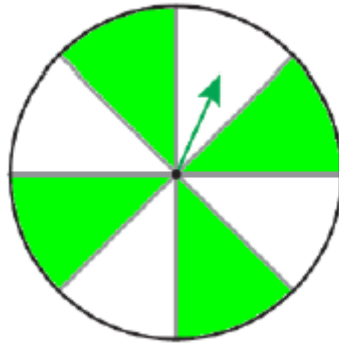
$$\text{شش} \quad \frac{۹۹۰}{۶۰۰۰} = \frac{۱۶/۵}{۱۰۰}$$

ب) چند درصد موارد  نیامده است

$$۱۰۰ - ۱۶/۵ = ۸۳/۵\%$$

تمرین

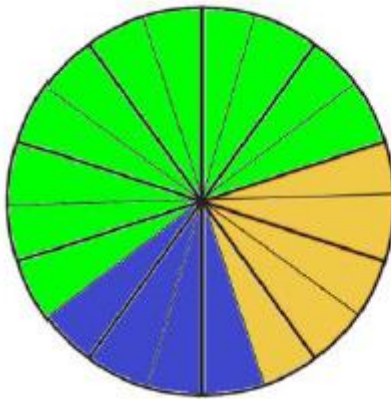
۱ - چرخنده ی رو به رو را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید برابر با احتمال ایستادن عقربه روی رنگی غیر از سفید باشد.



باید تعداد قسمت های سفید رنگ با تعداد قسمت های غیر سفید برابر شوند

$$8 \div 2 = 4$$

۲ - چرخنده ی زیر را ۲۴۰۰ بار چرخانده ایم و نتایج را در جدول ثبت کرده ایم. عددها را با تقریب رقم صدگان (نزدیک ترین عدد) بنویسید و نمودار دایره ای مربوط به داده ها را به کمک نقاله رسم کنید.



۴۰۰	۳۸۹	آبی
۱۲۰۰	۱۱۶۴	سبز
۸۰۰	۸۴۷	زرد

$$\text{آبی: } \frac{400}{2400} = 17\%$$

$$\text{سبز: } \frac{1200}{2400} = 50\%$$

$$\text{زرد: } \frac{800}{2400} = 33\%$$

$$\frac{17}{100} = \frac{?}{360^\circ} \Rightarrow ? = \frac{17 \times 360^\circ}{100} = 61^\circ$$

$$\frac{50}{100} = \frac{?}{360^\circ} \Rightarrow ? = \frac{50 \times 360^\circ}{100} = 180^\circ$$

$$\frac{33}{100} = \frac{?}{360^\circ} \Rightarrow ? = \frac{33 \times 360^\circ}{100} = 119^\circ$$

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

۱ - چند مثال از ۵۰ درصد در اطراف خود پیدا کنید و بنویسید.

۵۰ درصد تخفیف - قبولی ۵۰ درصد دانش آموزان - افزایش ۵۰ درصدی ترافیک

۲ - ۱۵۰ درصد یعنی چه؟ با یک مثال توضیح دهید.

یعنی ۱/۵ برابر

۳ - آیا ممکن است ۲۰٪ قیمت یک لباس با ۵۰٪ قیمت یک کفش برابر باشد؟ توضیح دهید.

بله - زیرا قیمت واحد مهم است. اگر قیمت لباس با کیف برابر باشد؛ این مورد امکان ندارد.

تمرین

۱- با استفاده از تقویم امسال، نسبت تعداد روزهای تعطیل در هر ماه را به کل روزهای آن ماه پیدا کنید.

الف) این نسبت در کدام ماه از بقیه ی ماه ها بیشتر است؟ **فروردین**

ب) در کدام ماه کمتر است؟ **دی**

(بر اساس تقویم سال ۹۹)

$\frac{4}{30}$ دی	$\frac{6}{30}$ مهر	$\frac{4}{31}$ تیر	$\frac{11}{31}$ فروردین
$\frac{5}{30}$ بهمن	$\frac{7}{30}$ آبان	$\frac{6}{31}$ مرداد	$\frac{4}{31}$ اردیبهشت
$\frac{5}{30}$ اسفند	$\frac{4}{30}$ آذر	$\frac{4}{31}$ شهریور	$\frac{10}{31}$ خرداد

۲ - نسبت جرم مریم به هدی ۱ به $\frac{7}{8}$ است. جرم مریم 56 کیلوگرم است. جرم هدی چقدر است؟ **۴۹**

نسبت مریم به هدی ۸ به ۷

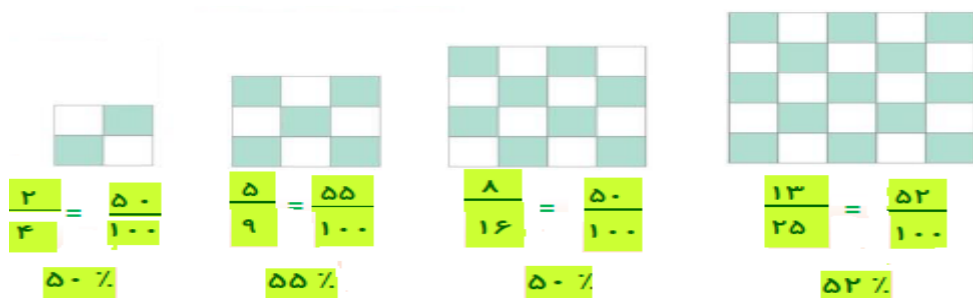
$$\frac{\text{مریم}}{\text{هدی}} = \frac{1}{\frac{7}{8}} = \frac{8}{7} = \frac{56}{49}$$

۳ - نسبت مساحت قسمت رنگی به کل شکل چقدر است؟



۴ - در هر شکل نسبت تعداد کاشی های رنگی به تعداد کل کاشی های آن شکل را به صورت درصد بنویسید.

در صورت لزوم پاسخ خود را با حذف رقم های اعشاری بنویسید



۵ - یک حروف چین، تقریباً ده کلمه را در 30 ثانیه حروف چینی می کند. او با همین سرعت در پنج دقیقه چند کلمه حروف

چینی می کند؟

کلمه 10 = 100 / 30 ثانیه 300 ثانیه = 5 دقیقه

100 کلمه

۶ - نقاشی می خواهد تصویری از یک عکس مستطیل شکل به ابعاد ۴ و ۶ سانتی متر را روی تابلویی که یک ضلع آن ۱۸ سانتی

متر است، نقاشی کند. ضلع دیگر تابلو چند سانتی متر است؟ (این سؤال بیشتر از یک پاسخ درست دارد).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{6} = \frac{12}{18} \\ \frac{4}{6} = \frac{18}{27} \end{array} \right.$$

اگر ۱۸ را برای طول بگیریم، عرض ۱۲ خواهد شد؛ ولی اگر ۱۸ را برای عرض بگیریم، طول ۲۷ می شود.

۷ - چرخى در ۱۰ دقیقه ۴۰۰ دور می زند.

الف) در یک ساعت چند دور می زند؟ ۲۴۰۰

$$\frac{400}{10 \text{ دقیقه}} = \frac{2400}{60}$$

ب) در چه مدت ۱۰۰ دور می زند؟ ۲/۵

$$\frac{400}{10 \text{ دقیقه}} = \frac{100}{2/5}$$

۸ - کسری مساوی $\frac{5}{7}$ پیدا کنید که مجموع صورت و مخرجش ۹۶ باشد.

صورت	۵	۴۰
مخرج	۷	۵۶
مجموع	۱۲	۹۶

۹ - الف) چند درصد عدد ۲۴ می شود ۳ ؟

$$\frac{3}{24} = \frac{12/5}{100}$$

ب) عدد ۳ چند درصد عدد ۱۵ است؟

$$\frac{3}{15} = \frac{20}{100}$$

پ) اگر عدد ۷ را ۳ برابر کنیم، چند درصد به آن اضافه کرده ایم؟ ۲۰۰٪

توجه داشته باشیم که ۷ سه برابر شده، یعنی ۲ برابر به آن اضافه شده

به عبارت دیگر، سیصد درصد عدد ۷ هست، ولی مقدار افزایش ۲۰۰٪ است.

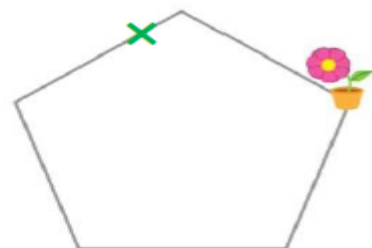
۱۰ - درسای لبه ی حوضی به شکل پنج ضلعی منتظم، در جهت حرکت عقربه های ساعت راه می رود. او حرکتش را از نقطه

ای که گلدان قرار دارد شروع کرده است. درسای پس از طی ۷۵ درصد دور حوض می ایستد. او روی کدام ضلع حوض ایستاده

است؟

$$\frac{75}{100} = \frac{3/75}{5}$$

۳/۷۵ یعنی از روی ضلع سوم رد شده و روی ضلع چهارم است.



۱۱ - جمعیت تهران در سرشماری سال ۱۳۸۵، حدود ۸/۱۰ میلیون نفر اعلام شد و در سرشماری سال ۱۳۹۰، حدود ۱۲ میلیون

نفر. در این مدت جمعیت تهران چند درصد زیاد شده است؟ (از ماشین حساب استفاده کنید).

$$\frac{1/2}{10/8} = \frac{11/11}{100}$$

افزایش جمعیت اولیه

ارزشیابی پایانی فصل ششم

الف (کامل کنید

- ۱- ۲۰ درصد عدد ۴۰ برابر است با
۲- $\frac{1}{5}$ یک کیلومتر برابر با.....دسی متر است.
۳- نسبت ضلع مربع به محیط آن همیشه به است.
۴- ۲۵ درصد یک دقیقه برابر با..... ثانیه است.
۵- ۶۰ درصد دایره برابر با..... درجه و ۷۲ درجه برابر با درصد یک دایره است.

ب (گزینه صحیح را انتخاب کنید

- ۱- نسبت قد رضا به حسین $\frac{3}{4}$ است. اگر رضا ۲۰۰ سانتی متر قد داشته باشد قد حسین چند سانتی متر است؟
الف) ۱۵۰ ☐ ب) ۱۶۵ ☐ ج) ۲۱۵ ☐ د) ۱۷۵ ☐
۲- علی ۸۰ درصد از یک کتاب ۳۷۰ صفحه ای را خوانده است . او چند صفحه از این کتاب را نخوانده است؟
الف) ۶۵ صفحه ☐ ب) ۷۴ صفحه ☐ ج) ۷۰ صفحه ☐ د) ۸۴ صفحه ☐
۳- کدام گزینه نسبت ضلع مثلث متساوی الاضلاع را به محیط آن نشان نمی دهد؟
الف) ۱ به ۳ ☐ ب) ۵ به ۱۲ ☐ ج) ۳۳۰۰۰ به ۹۹۰۰۰ ☐ د) ۸ به ۲۴ ☐

ج (کدام گزینه صحیح است

- ۱- نسبت $\frac{8}{5}$ به $\frac{9}{12}$ مثل نسبت ۹۶ به ۴۵ است .
۲- نسبت ضلع مربع به مساحت آن همیشه یکسان است .
۳- کل پول حسین ۳۰۰۰۰ تومان است ۲۰ درصد این پول ۵۰۰۰ تومان است .
۴- اگر تعداد گلدان های کلاس ۳ برابر شود یعنی ۳۰۰ درصد افزایش داشته است. صحیح
۵- ۵ درصد عدد ۶۰ با ۵۰ درصد عدد ۶ برابر است .
☐ غلط ☐ صحیح

د (پاسخ دهید

- ۱- عددی که ۸ برابر ۳۵ درصد ۸۰ باشد؟.....
۲- ۱۸ دقیقه چند درصد یک ساعت و نیم است؟.....
۳- $\frac{3}{4}$ هر ساعت چند ثانیه می شود؟.....
۴- ۸ درصد پولی ۹۰۰۰ تومان است. کل پول چند تومان است؟.....
۵- چند درصد عدد ۳۶ میشود ۹ ؟.....

۱- نسبت اندازه ی عرض به طول مستطیلی ۵ به ۸ است . محیط این مستطیل ۷۸ سانتی متر است .
اندازه ی هر ضلع مستطیل چقدر می شود؟

۲- پدر علی فروشگاه پوشاک دارد. او ۱۰ عدد پیراهن که قیمت همه ی آنها یکسان است را روی هم ۳۶۰۰۰۰ تومان خریده است و می خواهد هر پیراهن را با ۲۳ درصد سود بفروشد. حساب کنید که قیمت هر پیراهن چند تومان می شود؟

۳- علی و محمد منچ بازی می کردند. آنها ۸۰ بار تاس انداختند. ۳۰ درصد دفعات پنج آمد. حساب کنید چند دفعه پنج نیا مده است؟

۴- مهدی یک کفش فروشی دارد. او کفشی را به قیمت ۳۸۰۰۰ تومان می خرد و با ۲۰ درصد سود می فروشد. قیمت فروش او چقدر است؟

- اگر او بخواهد به مشتری خود ۱۵ درصد تخفیف دهد قیمت نهایی کفش چقدر خواهد شد؟

۵- برای تهیه شربت ، شیر، آب و آبلیمو رابه نسبت های ۷،۲ و ۳ مخلوط می کنیم. برای تهیه ۴۸ پارچ شربت به چند پارچ از هر کدام از مواد نیاز داریم؟