



نام درس : ریاضی ۱
نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)
تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۰۷/۱۵

نام و نام خانوادگی :
پایه تحصیلی : دهم
نام دبیر : نوردی
عنوان آزمون : کاربرگ ۲- متمم یک مجموعه

۱ اگر A و B دو مجموعه در مجموعه مرجع U باشند، متمم مجموعه $A \cap [(A' - B) \cup (B' - A')]$ کدام است؟

U (۱) $A - B$ (۲) $A' \cup B$ (۳) $\emptyset$ (۴)

۲ اگر $n(A \cup B) = ۱۳$ ، $n(A \cap B) = ۴$ و $n(A - B) = ۶$ ، آن گاه $B - A$ چند عضو دارد؟

۷ (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴)

۳ در یک کلاس ۴۴ نفری، ۳۹ نفر عضو تیم های فوتبال یا بسکتبال هستند. می دانیم تعداد کسانی که فقط عضو تیم فوتبال هستند، دو برابر تعداد کسانی است که فقط عضو تیم بسکتبال هستند و تعداد کسانی که عضو هر دو تیم هستند، سه برابر تعداد کسانی است که عضو هیچ تیمی نیستند. چند نفر فقط بسکتبال بازی می کنند؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۴ اگر $n(U) = ۵۰$ ، $n(B) = ۳۵$ ، $n(A' \cup B') = ۳۰$ و $n(A') = ۲۰$ باشند، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

۳۵ (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۲۰ (۴)

۵ اگر A مجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد، کدام مجموعه الزاماً متناهی است؟

$A \cap B'$ (۱) $A' \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) $A' \cup B'$ (۴)

۶ اگر $A \cup B = A \cap B$ ، آن گاه متمم مجموعه $A - (B' - (A' - B))$ کدام است؟

$A - B$ (۱) $A \cup B$ (۲) B' (۳) $B' \cup A$ (۴)

۷ در یک کلاس، دانش آموزانی که در فیزیک قبول شده اند در ریاضی رد شده اند. از این دانش آموزان ۱۲٪ فقط در ریاضی، ۸٪ فقط فیزیک و ۱۸٪ فقط در شیمی قبول شده اند. اگر ۴۵٪ در فیزیک یا ریاضی قبول شده باشند چند درصد این کلاس در شیمی قبول شده اند؟

۴۰ (۱) ۳۸ (۲) ۴۳ (۳) ۳۵ (۴)



۸ اگر $n(A - B) = 3n(A \cap B) - n(B)$ برقرار باشد، تعداد اعضای $A \cup B$ چند برابر تعداد اعضای $A \cap B$ است؟

۴ ۱

۳ ۴

۲ ۲

۳ ۱

۹ اگر $(A \cup B')'$ نامتناهی باشد، آنگاه کدام مجموعه حتماً نامتناهی است؟

$(A \cap B)'$ ۴

$A' - B$ ۳

$A - B$ ۲

B' ۱

۱۰ اگر $\{4, 5\}$ متمم مجموعه‌ی $\{a\} - (2, 5)$ باشد، آنگاه متمم مجموعه‌ی $\{a\}$ شامل کدام بازه است؟

$(2, \frac{7}{2})$ ۴

$[2, 4)$ ۳

$(\frac{5}{2}, 5]$ ۲

$(2, \frac{9}{2})$ ۱

۱۱ چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

آ) مجموعه‌ی اعداد گویای بین صفر و یک مجموعه‌ای متناهی است.

ب) مجموعه‌ی مضارب صحیح عدد ۱۲، نامتناهی است.

پ) اگر $A \cap B = B$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، A نیز نامتناهی است.

ت) اگر A مجموعه‌ای نامتناهی در N باشد، A' متناهی است.

صفر ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۲ اگر $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 6\}$ مجموعه‌ی مرجع، $A = \{x \in U \mid x \leq 0\}$ ، $B = \{x \in U \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}\}$

$C = A' - B$ باشد، تعداد اعضای مجموعه‌ی $(A \cap B') - C$ چقدر است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۳ اگر $U = (-1, \frac{5}{2}]$ و $A = [0, 1)$ باشد، A' چند عضو صحیح دارد؟

۲ ۴

۳ ۳

۱ ۲

صفر ۱

۱۴ در یک باشگاه ورزشی ۸۰ نفر حضور دارند که ۳۵ نفر از آن‌ها والیبال و ۲۵ نفر از آن‌ها بسکتبال بازی می‌کنند. اگر تعداد افرادی

که در هر دو رشته بازی می‌کنند، $\frac{1}{3}$ افرادی باشد که در هیچ‌یک از دو رشته فعالیت نمی‌کنند، در این صورت در این باشگاه چند

نفر فقط والیبال بازی می‌کنند؟

۱۰ ۴

۲۰ ۳

۲۵ ۲

۱۵ ۱



۱۵

مجموعه‌ی A دارای ۳۰ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۲۴ عضو است. اشتراک این دو مجموعه، ۱۲ عضو می‌باشد. اگر از مجموعه‌ی A ، ۱۱ عضو کم شود، از اشتراک دو مجموعه، ۵ عضو کم می‌شود. تعداد اعضای مجموعه‌ی جدید $B - A$ چه قدر از تعداد اعضای مجموعه‌ی قدیم $B - A$ بیش‌تر است؟

۵ (۱)

۱۲ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۱۶

A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U هستند به طوری که $n(B') = ۱۰$ ، $n(B - A) = ۵$ ، $n(A) = ۱۳$ و $n(U) = ۲n(B)$ ، $n(A')$ کدام است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۱۷

اگر سه مجموعه A و B و C نامتناهی و $C \subset B \subset A$ و M مجموعه مرجع باشد، کدام مجموعه قطعاً متناهی است؟

(۱) $(C \cup A') \cup (B \cap A')$ (۲) $(C \cap B') \cap (A \cup B')$ (۳) $(B \cap A') \cup (B \cap C')$ (۴) $(B \cup C') \cap (A \cap C')$

۱۸

اگر M مجموعه‌ی مرجع و $n(M) = ۶۰$ و مجموعه‌های A و B زیرمجموعه‌هایی دلخواه از مجموعه‌ی مرجع باشند به طوری که $n(A) = ۳۵$ و $n(B) = ۳۰$ و $n(A \cap B') = ۲۵$ باشد، حاصل $n(M - (A' \cap B))$ کدام است؟

۴۵ (۱)

۴۰ (۲)

۳۵ (۳)

۳۰ (۴)

۱۹

مجموعه A دارای ۴۲ عضو و مجموعه B دارای ۳۵ عضو است و اشتراک آن‌ها ۱۷ عضو دارد. اگر ۱۵ عضو از مجموعه A حذف شود، از اشتراک آن‌ها ۱۰ عضو حذف خواهد شد. تعداد اعضای اجتماع مجموعه جدید A با مجموعه B کدام است؟

۵۵ (۱)

۵۴ (۲)

۴۴ (۳)

۴۵ (۴)

۲۰

در یک کلاس ۳۵ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه پژوهش و ۲۰ نفر عضو گروه ورزش هستند. اگر ۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو گروه نباشند، چند نفر فقط عضو گروه پژوهش هستند؟

۳ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۱۰ (۴)



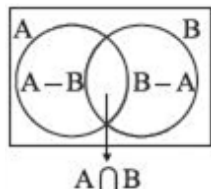
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱

$$[(A' - B) \cup (B' - A')] \cap A = [(A' \cap B') \cup (B' \cap A)] \cap A \\ = [(A \cup B)' \cup (A - B)] \cap A = B' \cap A = A - B$$

متمم مجموعه‌ی $A - B$ برابر $A' \cup B$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲

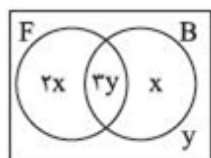
با توجه به شکل داریم:



$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) \\ \Rightarrow 13 = 6 + 4 + n(B - A) \Rightarrow n(B - A) = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳

تعداد عضوهای $F \cup B$ برابر ۳۹ است، پس با توجه به نمودار:



$$y = 44 - 39 = 5$$

در نتیجه:

$$n(F \cup B) = 39 \Rightarrow 2x + 3y + x = 39 \Rightarrow 3x + 15 = 39 \Rightarrow 3x = 24 \\ \Rightarrow x = 8$$

تعداد کسانی که فقط بسکتبال بازی می‌کنند ۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: ۴

برای به دست آوردن $n(A)$ و $n(A \cap B)$ داریم:

$$n(A' \cup B') = n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - n(A' \cup B') \\ = 50 - 30 = 20 \Rightarrow n(A) = n(U) - n(A') = 50 - 20 = 30 \Rightarrow n(A \cup B) \\ = 30 + 35 - 20 = 45$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای رد گزینه‌های نادرست فرض کنید: ۵

A = مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی

B = مجموعه اعداد طبیعی

مجموعه اعداد حقیقی U = مرجع

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: $A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$ ۶

$$A - (B' - (A' - B)) = A - (B' - \underbrace{(B' - B)}_{B'}) = A - \underbrace{\emptyset}_{\emptyset} = A = B$$

متمم B برابر B' است.

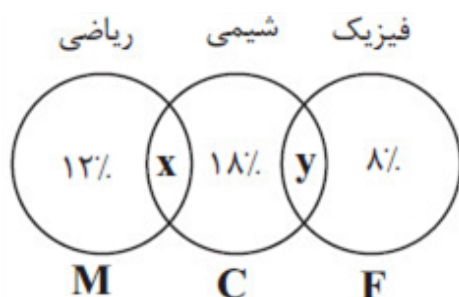
۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از این که قبولی‌ها در فیزیک، در درس ریاضی مردود شده‌اند نتیجه می‌گیریم فیزیک و ریاضی اشتراکی ندارند. پس:

F: فیزیک

C: شیمی

M: ریاضی



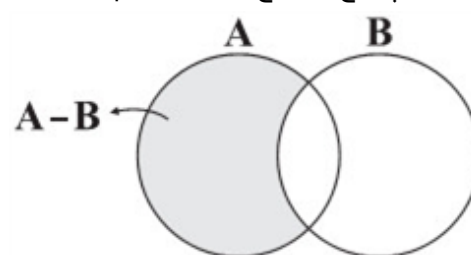
$$n(F \cup M) = 12\% + x + y + 1\% = 20\% + x + y$$

$$= 45\% \Rightarrow x + y = 25\%$$

$$n(C) = 18\% + x + y = 18\% + 25\% = 43\%$$

۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داریم:



$$(A - B) \cup B = A \cup B \Rightarrow n(A \cup B) = n(A - B) + n(B)$$

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) \Rightarrow \underbrace{n(A - B) + n(B)}_{n(A \cup B)} = n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A \cup B)$$

۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(A \cup B')' = A' \cap B$$

وقتی $A' \cap B$ نامتناهی است یعنی A' و B هر دو نامتناهی هستند. حالا گزینه (۴) را بررسی می‌کنیم:

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

چون A' نامتناهی است پس $A' \cup B'$ هم حتماً نامتناهی است.

۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای هر مجموعه دلخواه مانند A ، می‌دانیم $A \cap A' = \emptyset$. لذا مجموعه‌های $(2, 5) - \{4\}$ و $\{4, 5\}$ نباید عضو مشترک داشته باشند، در نتیجه $a = 4$ از طرفی $A \cup A' = U$ در نتیجه:

$$U = ((2, 5) - \{4\}) \cup \{4, 5\} = (2, 5]$$

بنابراین متمم مجموعه $\{4\}$ عبارت است از:

$$(\{4\})' = U - \{4\} = (2, 5] - \{4\} = (2, 4) \cup (4, 5]$$

واضح است که مجموعه به دست آمده شامل بازه $\left[2, \frac{5}{2}\right)$ می‌باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزاره‌ها:

(آ) نادرست است: بین هر دو عدد حقیقی بی‌شمار (نامتناهی) عدد گویا وجود دارد. (بین صفر و یک هم همین‌طور)
(ب) درست است.

نامتناهی است $\Rightarrow \{\pm 12, \pm 24, \pm 36, \dots\} =$ مضارب صحیح عدد ۱۲

$$A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A \xrightarrow{B \text{ نامتناهی}} A \text{ نامتناهی}$$

(پ) درست است:

(ت) نادرست است:

$$A' = \mathbb{N} - A \Rightarrow A' \text{ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد}$$

↓ نامتناهی

$$A = \text{اعداد زوج} \Rightarrow A' = \mathbb{N} - A = \text{اعداد فرد}$$

$$A = \{10, 11, 12, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 2, \dots, 9\} \text{ متناهی}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$U = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

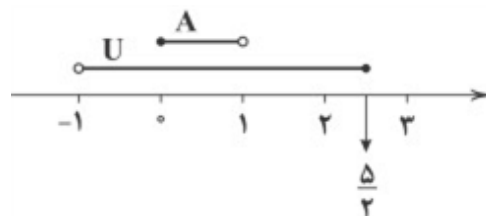
$$B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

$$C = A' - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{-3, 0, 3\} = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$(A \cap B') - C = (A - B) - C = \{-5, -4, -2, -1\} - \{1, 2, 4, 5\}$$

$$= \{-5, -4, -2, -1\} \Rightarrow 4 \text{ عضو دارد.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه‌های A و U را روی محور اعداد نمایش می‌دهیم:



$$A' = U - A = (-1, 0) \cup \left[1, \frac{5}{2}\right] \Rightarrow \text{شامل اعداد صحیح ۱ و ۲ است.}$$



راه حل اول: اگر مجموعه افرادی که والیبال بازی می کنند را A و مجموعه افرادی که بسکتبال بازی می کنند را B بنامیم، در این صورت با فرض $n(A \cap B) = k$ خواهیم داشت:

$$n(A) = 35, n(B) = 25, n(A \cap B) = k$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 35 + 25 - k = 60 - k$$

تعداد افرادی که ورزش نمی کنند برابر $3k$ خواهد بود (یعنی در هیچ یک از دو رشته فعالیت ندارند)، بنابراین داریم:

$$n((A \cup B)') = 3k$$

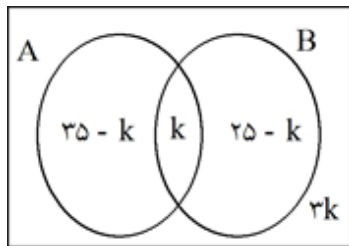
از طرفی چون $n((A \cup B)') + n(A \cup B) = 80$ پس خواهیم داشت:

$$3k + 60 - k = 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$n(A - B)$ = تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می کنند

$$= n(A) - n(A \cap B) = 35 - 10 = 25$$

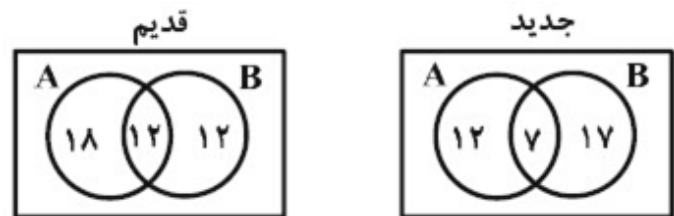
راه حل دوم:



$$(35 - k) + (k) + (25 - k) + 3k = 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10$$

$$= 35 - k = 35 - 10 = 25$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه های جدید و قدیم را با نمودار ون نمایش می دهیم:



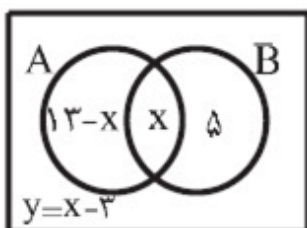
بنابراین مجموعه ی جدید $B - A$ ، ۱۷ عضو و مجموعه ی قدیم $B - A$ ، ۱۲ عضو دارد. بنابراین اختلاف تعداد اعضای این دو مجموعه، ۵ عضو است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای مشترک دو مجموعه ی A و B را x و تعداد اعضای U که در A و B نیستند را y در نظر می گیریم. با توجه به فرض های سؤال و نمودار ون داریم:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 13 - x \Rightarrow n(B') = n(U) - n(B)$$

$$\Rightarrow 10 = (13 + 5 + y) - (5 + x) \Rightarrow y = x - 3$$

از طرفی:



$$n(U) = 2n(B) \Rightarrow 13 + 5 + (x - 3) = 2(x + 5)$$

$$\Rightarrow 15 + x = 2x + 10 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow n(A') = 5 + (x - 3) = 5 + 2 = 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$C \cap B' = C - B = \phi$$

متناهی است. $\phi \cap (A \cup B') = \phi$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B') = 35 - 25 = 10$$

$$n(A' \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 10 = 20$$

$$n(M - (A' \cap B)) = 60 - 20 = 40$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

اگر مجموعه جدید که از حذف ۱۵ عضو از مجموعه A به دست می‌آید را با F نمایش دهیم:

$$n(A) = 42 \Rightarrow n(F) = 42 - 15 = 27$$

$$n(B) = 35, n(A \cap B) = 17 \Rightarrow n(F \cap B) = 17 - 10 = 7$$

$$n(F \cup B) = n(F) + n(B) - n(F \cap B)$$

$$n(F \cup B) = 27 + 35 - 7$$

$$n(F \cup B) = 55$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

اگر $A \cap B = x$ فرض شود:

پژوهش: A

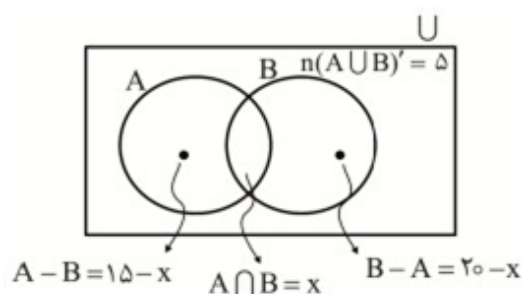
ورزش: B

$$n(U) = n(A \cup B) + n(A \cup B)'$$

$$35 = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) + 5$$

$$35 = (15 - x) + x + (20 - x) + 5 \Rightarrow x = 5$$

$n(A - B) = 15 - x = 15 - 5 = 10$ تعداد افرادی که فقط عضو گروه پژوهش هستند.



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴