

۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \tan(2\pi - \alpha) = -\tan \alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha, \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \quad \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

به کمک نکته بالا عبارت را ساده می کنیم:

$$A = \frac{\cot(\frac{\Delta\pi}{6}) + \sin(-\frac{\pi}{3})}{\cos(\frac{4\pi}{3}) + \tan(\frac{7\pi}{6})} = \frac{\cot(\pi - \frac{\pi}{6}) - \sin\frac{\pi}{3}}{\cos(\pi + \frac{\pi}{3}) + \tan(2\pi - \frac{\pi}{6})} = \frac{-\cot\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}}{-\cos\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{6}} = \frac{-\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2}}{-\frac{3}{2}} = \sqrt{3}$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

مقدار $x = \frac{\pi}{12}$ را در کسر داده شده جای گذاری می کنیم:

$$A = \frac{\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{6}\cos\frac{\Delta\pi}{12}} = \frac{\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1}{\cos\frac{\pi}{12} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos\frac{\Delta\pi}{12}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos\frac{\pi}{12}\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12})} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \sin(\frac{7\pi}{2} - \alpha) = \sin(\pi + (\frac{\pi}{2} - \alpha)) = -\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\cos\alpha \quad \text{و} \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha \quad \text{و} \quad \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\text{نکته: اگر } \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \text{ آنگاه: } \sin\alpha = \cos\beta$$

عبارت را مطابق نکات ساده می کنیم:

$$A = \frac{\cos(90^\circ - 2\alpha) \times \sin(180^\circ + \Delta\alpha)}{\sin(270^\circ - 3\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha \times (-\sin\Delta\alpha)}{-\cos 3\alpha} \stackrel{\alpha = 18^\circ}{=} \frac{\sin 36^\circ \times (-\sin 90^\circ)}{-\cos 54^\circ} = \frac{36^\circ + 54^\circ = 90^\circ}{-1} \frac{-\sin 90^\circ}{-1} = 1$$

۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha \quad \text{و} \quad \sin(2\pi - \alpha) = -\sin\alpha \quad \text{و} \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$$

ابتدا مقدار هر نسبت مثلثاتی را به دست می آوریم.

$$\tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\cos 120^\circ + \sin 330^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) + \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\cos 60^\circ - \sin 30^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

$$\frac{\tan 225^\circ}{\cos 120^\circ + \sin 330^\circ} = \frac{1}{-1} = -1 \quad \text{بنابراین:}$$

۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\frac{\cos 112/5^\circ + \cos 202/5^\circ}{\cos 337/5^\circ - \cos 67/5^\circ} = \frac{\cos(90^\circ + 22/5^\circ) + \cos(180^\circ + 22/5^\circ)}{\cos(360^\circ - 22/5^\circ) - \cos(90^\circ - 22/5^\circ)} = \frac{-\sin 22/5^\circ - \cos 22/5^\circ}{\cos 22/5^\circ - \sin 22/5^\circ}$$

$$\frac{\text{صورت و مخرج کسر}}{\text{تقسیم بر } \cos 22/5^\circ} \quad \frac{-\tan 22/5^\circ - 1}{1 - \tan 22/5^\circ} = \frac{-m - 1}{1 - m} = \frac{m + 1}{m - 1}$$

۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$ و $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ و $\cot(2\pi + \alpha) = \cot(\alpha)$

با استفاده از نکته، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$A = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \times \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) \times \cot\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} \times \sin \frac{\pi}{3} \times \cot \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{1}{4}$$

۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \begin{cases} \sin(\pi + x) = -\sin x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \end{cases}$$

با توجه به نکته، عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin(\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = 2 \Rightarrow \frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = 2$$

برای به دست آوردن مقدار $\tan \alpha$ دو روش ارائه می‌کنیم:

روش اول: به کمک طرفین وسطین معادله بالا داریم:

$$-\sin \alpha - \cos \alpha = 2\cos \alpha - 2\sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3\cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

روش دوم: اگر صورت و مخرج تساوی حاصل را بر $\cos \alpha$ تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{-\tan \alpha - 1}{1 - \tan \alpha} = 2 \Rightarrow -\tan \alpha - 1 = 2 - 2\tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

ابتدا تک تک مقادیر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \sin \frac{11\pi}{6} = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{4\pi}{3} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A = -\frac{1}{2} - \frac{a}{2} = -\frac{a+1}{2}$$

$$\begin{cases} \cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \\ \sin \frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow B = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

$$\tan \frac{5\pi}{4} = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

A و B قرینه هم هستند، پس $A + B = 0$ ، بنابراین:

$$-\frac{a+1}{2} - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \frac{a+1}{2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(\pi \pm \alpha) = \mp \sin \alpha$, $\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha$, $\sin(\frac{\pi}{3} \pm \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(\frac{\pi}{3} \pm \alpha) = \mp \sin \alpha$

راه حل اول:

طبق فرض داریم:

$$\tan \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha \quad (*)$$

اکنون با استفاده از نکته بالا، عبارت داده شده را ساده می‌کنیم و با توجه به (*) مقدار آن را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{2 \sin(\pi - \alpha) + 2 \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{4 \cos(\pi + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)} = \frac{2 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}{-4 \cos \alpha - \sin \alpha} \stackrel{(*)}{=} \frac{2(2 \cos \alpha) + 2 \cos \alpha}{-4 \cos \alpha - 2 \cos \alpha} = \frac{4 \cos \alpha}{-6 \cos \alpha} \stackrel{\cos \alpha \neq 0}{=} -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

راه حل دوم:

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$A = \frac{2 \sin(\pi - \alpha) + 2 \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{4 \cos(\pi + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)} = \frac{2 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}{-4 \cos \alpha - \sin \alpha} \xrightarrow[\cos \alpha \neq 0]{\text{صورت و مخرج را بر تقسیم می‌کنیم}} A = \frac{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{-4 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2 \tan \alpha + 2}{-4 - \tan \alpha} \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} \frac{2 + 2}{-4 - 2} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

ابتدا تمامی زوایا را بر حسب $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{6}$ می‌نویسیم و سپس مقدار عددی آن‌ها را جایگزین می‌کنیم:

$$A = \frac{\sin(2\pi - \frac{\pi}{3}) + \tan \frac{4\pi}{3}}{\cos \frac{5\pi}{6} - \cot(\pi + \frac{\pi}{6})} = \frac{\sin(2\pi - \frac{\pi}{3}) + \tan(2\pi + \frac{\pi}{3})}{\cos(\pi - \frac{\pi}{6}) - \cot(\pi + \frac{\pi}{6})} = \frac{-\sin(\frac{\pi}{3}) + \tan \frac{\pi}{3}}{-\cos \frac{\pi}{6} - \cot \frac{\pi}{6}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}}{-\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(-\frac{1}{2} + 1)}{\sqrt{3}(-\frac{1}{2} - 1)} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha, \quad \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

ابتدا مقدار خواسته شده را ساده می کنیم:

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\pi + \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

حال با استفاده از مقدار $\cos \alpha$ ، مقدار $\tan \alpha$ را محاسبه می کنیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\frac{1}{9}} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 9 - 1 \Rightarrow \tan \alpha = \pm 2\sqrt{2}$$

با توجه به اینکه α در ربع چهارم قرار دارد، $\tan \alpha$ مقداری منفی است، پس $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha = -(-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \quad \text{و} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \text{و} \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$A = \frac{3\cos 75^\circ + 2\sin(90^\circ + 75^\circ)}{3\cos 15^\circ + \sin(180^\circ - 75^\circ)} = \frac{3\cos 75^\circ + 2\cos 75^\circ}{3\sin 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{5\cos 75^\circ}{4\sin 75^\circ}$$

$$= \frac{5}{4} \cot 75^\circ \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} \alpha \Rightarrow \cot 75^\circ = \frac{4\alpha}{5} \Rightarrow \tan 75^\circ = \frac{5}{4\alpha}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\frac{\sin(3\pi + \alpha) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\alpha - \pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{-\cos \alpha + \sin \alpha} \stackrel{\text{صورت و مخرج تقسیم بر } \cos \alpha}{=} \frac{-\tan \alpha - 1}{-1 + \tan \alpha} = \frac{-\frac{1}{3} - 1}{-1 + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{4}{3}}{-\frac{2}{3}} = 2$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\text{نکته: } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta, \quad \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

در عبارت داده شده، مقدار $\frac{3\pi}{2}$ را به صورت $\pi + \frac{\pi}{2}$ در نظر می گیریم. داریم:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\pi + \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ و $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$

نکته: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

ابتدا داریم:

$$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin(\pi + (\frac{\pi}{2} + \alpha)) = -\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha$$

با استفاده از $\tan \alpha$ ، مقدار $\cos \alpha$ را پیدا می‌کنیم. مقدار خواسته شده قرینه عدد به دست آمده است:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 9 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$$

α زاویه‌ای در ربع سوم است، پس کسینوس آن منفی است؛ یعنی $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$. بنابراین:

$$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$ و $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\frac{\cos(\pi + \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = \cot \alpha$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

$$\cos(2k\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

نکته:

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$$

نکته:

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

نکته:

مطابق نکات بالا هر یک از عبارت‌های مثلثاتی را ساده می‌کنیم:

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(3\pi + \alpha) = \sin(2\pi + \pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\frac{15\pi}{2} - \alpha) = \cos(6\pi + (\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha)) = \cos(\pi + (\frac{\pi}{2} - \alpha)) = -\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$A = \frac{-\sin \alpha - 2\sin \alpha}{-\sin \alpha} = 3$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

۱۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ و $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$

می‌دانیم دو زاویه $\frac{3\pi}{10}$ و $\frac{\pi}{5}$ متمم یکدیگر هستند؛ زیرا:

$$\frac{\pi}{5} + \frac{3\pi}{10} = \frac{2\pi}{10} + \frac{3\pi}{10} = \frac{5\pi}{10} = \frac{\pi}{2}$$

بنابراین عبارت خواسته شده برابر است با:

$$A = \frac{2\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}) - \cos \frac{\pi}{5}}{2\sin(\pi + \frac{\pi}{5})} = \frac{2\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{5}}{-2\sin \frac{\pi}{5}} = \frac{2\cos \frac{\pi}{5}}{-2\sin \frac{\pi}{5}} = -\cot \frac{\pi}{5}$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cot \theta$ و $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ و $\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$

با استفاده از نکته داریم:

$$A = \frac{\tan(90^\circ - 4\alpha) \times \cos(180^\circ - 3\alpha)}{\tan(180^\circ - \Delta\alpha)} = \frac{\cot 4\alpha \times (-\cos 3\alpha)}{-\tan \Delta\alpha} \xrightarrow{\alpha=10^\circ} \frac{\cot 40^\circ \times (-\cos 30^\circ)}{-\tan 50^\circ}$$

با توجه به اینکه زاویه‌های 40° و 50° متمم یکدیگر هستند، پس مقدار $\cot 40^\circ$ و $\tan 50^\circ$ با هم برابرند و ساده می‌شوند، داریم:

$$A = \frac{-\cos 30^\circ}{-1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$ و $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$A = \frac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 30^\circ + \sin 40^\circ}{\frac{\cos 50^\circ}{\sin 40^\circ} + \frac{\cos 60^\circ}{\sin 30^\circ} + \frac{\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} + \frac{\cos 80^\circ}{\sin 10^\circ}} = 1$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\cot(2\pi - \alpha) = -\cot \alpha$ و $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ و $\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$

نکته: $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ و $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

ابتدا زوایای داده شده را برحسب زوایای معروف $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{\pi}{3}$ یا $\frac{\pi}{4}$ می‌نویسیم و سپس حاصل را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{\sin \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{\Delta\pi}{4} - 2\sin \frac{7\pi}{4}}{\cos \frac{\Delta\pi}{6} - \sin \frac{4\pi}{3} - \cot \frac{11\pi}{6}} = \frac{\sin(\pi - \frac{\pi}{4}) + \cos(\pi + \frac{\pi}{4}) - 2\sin(2\pi - \frac{\pi}{4})}{\cos(\pi - \frac{\pi}{6}) - \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) - \cot(2\pi - \frac{\pi}{6})} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} + 2\sin \frac{\pi}{4}}{-\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

با توجه به نکته، داریم:

$$A = \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\Delta\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{9\pi}{10} = \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{2} + \cos(\pi - \frac{3\pi}{10}) + \cos(\pi - \frac{\pi}{10})$$

$$= \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + 0 - \cos \frac{3\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{10} = 0 + 0 = 0$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ ، پس $\cos(180^\circ - \alpha) + \cos \alpha = 0$

چون زاویه‌ها 3° افزایش می‌یابند، کافی است عبارت A را به صورت زیر بنویسیم.

$$A = (\underbrace{\cos 3^\circ + \cos 177^\circ}_{=0}) + (\underbrace{\cos 6^\circ + \cos 174^\circ}_{=0}) + \dots + (\underbrace{\cos 87^\circ + \cos 93^\circ}_{=0}) + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow A = 0 + 0 + \dots + 0 + (0 + (-1)) \Rightarrow A = -1$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

نکته: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

با توجه به فرض سؤال $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ ، بنابراین $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ، پس:

$$\sin \beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

برای به دست آوردن مقدار $\cos \alpha$ با استفاده از مقدار $\sin \alpha$ داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{-24}{25}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{576}{625} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{49}{625}$$

چون α در ربع سوم است، پس: $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ ، بنابراین:

$$\sin \beta = -\frac{7}{25}$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(-x) = -\sin x$ ، $\cos(-x) = \cos x$

نکته: $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha$ ، $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$

با توجه به فرض داریم:

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + \beta$$

اکنون با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\cos(2\alpha - \beta) = \cos(\pi + 2\beta - \beta) = \cos(\pi + \beta) = -\cos \beta$$

$$\cos(2\beta - \alpha) = \cos(2\beta - \frac{\pi}{2} - \beta) = \cos(\beta - \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} - \beta) = \sin \beta$$

بنابراین:

$$\cos(2\alpha - \beta) + \cos(2\beta - \alpha) = -\cos \beta + \sin \beta$$

پس گزینه ۳ پاسخ است.

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$

با توجه به نکته، اگر زاویه را α در نظر بگیریم و به آن π رادیان اضافه کنیم، داریم:

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ درس ۲)

نکته: $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ و $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$

ابتدا a را بر حسب b نوشته و $\sin 2a$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a = b + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2a = 2b + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin 2a = \sin(2b + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \sin 2a = \sin(\pi + (\frac{\pi}{2} + 2b)) = -\sin(\frac{\pi}{2} + 2b) = -\cos 2b$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ درس ۲)

نکته:

$$\begin{cases} \sin(\pi + x) = -\sin x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases}, \begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases}, \begin{cases} \tan(\pi + x) = \tan x \\ \tan(\pi - x) = -\tan x \end{cases}, \begin{cases} \cot(\pi + x) = \cot x \\ \cot(\pi - x) = -\cot x \end{cases}$$

با توجه به نکته بالا، گزینه ۲ پاسخ است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان (فصل ۴ درس ۲)

نکته: $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$, $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$, $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$

هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

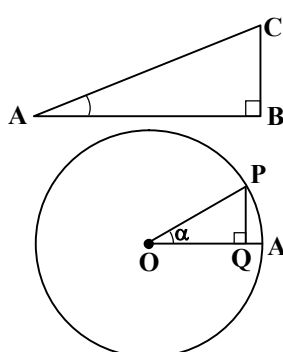
گزینه ۱: $\begin{cases} \text{طرف چپ: } \sin(\pi - \theta) = \sin \theta \\ \text{طرف راست: } \sin \pi - \sin \theta = 0 - \sin \theta = -\sin \theta \end{cases}$ ✗	گزینه ۲: $\begin{cases} \text{طرف چپ: } \cos(\pi + \theta) = -\cos \theta \\ \text{طرف راست: } \cos \pi + \cos \theta = -1 + \cos \theta \end{cases}$ ✗
گزینه ۳: $\begin{cases} \text{طرف چپ: } \tan(\pi + \theta) = \tan \theta \\ \text{طرف راست: } \tan \pi + \tan \theta = 0 + \tan \theta = \tan \theta \end{cases}$ ✓	گزینه ۴: $\begin{cases} \text{طرف چپ: } \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \\ \text{طرف راست: } \cos \pi - \cos \theta = -1 - \cos \theta \end{cases}$ ✗

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان (فصل ۴ درس ۲)

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل داریم:



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC}, \quad \cos \alpha = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB}, \quad \cot \alpha = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \alpha = \frac{PQ}{OP}$$

با توجه به نکته بالا در مثلث قائم‌الزاویه OPQ داریم:

در لحظه‌ای که $\alpha = 30^\circ$ ، داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{PQ}{OP} \xrightarrow{OP=2} \frac{1}{2} = \frac{PQ}{2} \Rightarrow PQ = 1$$