

مؤسسه آموزش عالی آبادانی و توسعه روستا
وزارت علوم تحقیقات و فناوری

Shimiomd.blog.ir

مسائل حل شده مکانیک سیالات
(با ضمیمه جداول و Course plan)

دکتر مهدی بهرامی

پائیز 1390

(1)

12 - 1. يك غلاف استوانه اي بر روي محوري سوار شده است. درزبين محور و غلاف حاوي سيال نيوتني است. محور و غلاف متحد المحورند. هر گاه غلاف را با نيروي 600N در امتداد محور بکشيم، به سرعت 1m/s مي رسد. اگر آن را با نيروي 1500N بکشيم، به چه سرعتي خواهد رسيد؟ دماي غلاف ثابت مي ماند.

حل:

با توجه به ثابت بودن دما مي توان نتيجه گرفت که μ نيز ثابت مي ماند:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy}$$

با فرض اينکه توزيع سرعت خطي باشد داريم:

$$\frac{1500}{A} = \mu \frac{u-0}{y} \quad \text{در حالت دوم} \qquad \frac{600}{A} = \mu \frac{1-0}{y} \quad \text{در حالت اول}$$

دو رابطه بالا را بر هم تقسيم مي کنيم:

$$\Rightarrow u - \frac{1500}{600} = 2.5m/s$$

(2)

13 - 1. لزجت مایع 0.002Pa.s و چگالي آن 0.8 است. لزجت سيستماتيک مایع را به دست آورید

حل:

$$V = \frac{\mu}{p} = \frac{0.002}{0.8 \times 1000} = 2.5 \times 10^{-6} m^2 / s$$

(3)

14 - 1. نرخ تغيير شکل زاويه اي يك سيال نيوتني تنش برشي 4mPa برابر 1rad/s است. لزجت سيال را به دست آورید:

حل:

$$\operatorname{tg} \theta - \frac{du}{dy} \Rightarrow \frac{du}{dy} = \operatorname{tg} 1^R - 1.5574$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{\tau}{du/dy} = \frac{4 \times 10^{-3}}{1.5574} = 2.568 \times 10^3 \text{ N.s/m}^2$$

(4)

1-15. دو صفحه موازي بفاصله 0.5mm از يکديگر قرار دارند و بين آن دو سيالي وجود دارد. يکي از صفحات ثابت است و ديگري با سرعت 0.25m/s حرکت مي کند. براي حفظ اين سرعت بايستي نيرويي معادل 2N به واحد سطح صفحه متحرک وارد کرد، لزجت سيال چقدر است؟
حل :

با فرض اينکه توزيع سرعت در سيال بين دو صفحه خطي باشد داريم :

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u}{y} \Rightarrow \mu \frac{\tau y}{u} = \frac{2 \times (0.5 \times 10^{-3})}{0.25} = 0.004 \text{ N.s/m}^2$$

(5)

1-16. لزجت سيال بين محور و غلاف را براي شکل 1-19 تعيين کنيد.



حل :

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \mu \frac{F/A}{du/dy}$$

با فرض اينکه توزيع سرعت خطي باشد داريم :

$$\frac{du}{dy} = \frac{u}{y} = \frac{0.1}{0.07 \times 10^{-3}} = 1428.6 \text{ s}^{-1}$$

$$A = \pi DL = \pi \times 75 \times 10^{-3} \times 300 \times 10^{-3} = 0.0471 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1/0.0471}{1428.6} = 0.01486 \text{ N.s/m}^2$$

(6)

1-17. وزن يك چرخ طيار 600N و شعاع زيراسيون آن 300mm است. چرخ داراي محوري به قطر 20mm است که در داخل غلافي به طول 50mm دوران مي کند. درز شعاعي بين محور و غلاف

0.05mm است . هنگامی که چرخ با سرعت 600rpm دوران می کند، در اثر لزجت سیال بین غلاف و

محور ، سرعتش در هر دقیقه به اندازه 1rpm کاهش می یابد . لزجت سیال چقدر است؟

حل :

هر گاه F_k نیروی اصطکاک ، a شعاع محور و M جرم چرخ و K شعاع زیراسیون و L طول غلاف و α

شتاب زاویه ای باشند داریم :

گشتاور نیروی اصطکاک وارد از طرف محور به چرخ : $\tau = F_k . a$

از طرفی داریم : $T = I\alpha, I = MK^2$

$$F_k = \tau . A, \tau = \mu \frac{du}{dy}, A = 2\pi aL$$

بنابراین :

$$F_k . a = I\alpha \Rightarrow F_k = \frac{L\alpha}{a}$$

$$\tau = \frac{F_k}{A} \Rightarrow \mu \frac{du}{dy} = \frac{I\alpha / a}{2\pi a^2 L} \Rightarrow \mu = \frac{MK^2 \alpha}{2\pi a^2 L du / dy}$$

$$\alpha = 1rpm / \min \times \frac{2\pi}{60} \frac{Rad / s}{1rpm} \times \frac{1 \min}{60s} = 1.745 \times 10^{-3} Rad / s^2$$

$$u = r\omega = 0.01 \times 600 \times \frac{2\pi / 60 rad}{1rpm} = 0.628 m / s$$

با فرض اینکه توزیع سرعت خطی باشد داریم :

$$\frac{du}{dy} = \frac{u}{y} = \frac{0.628}{0.05 \times 10^{-3}} = 1.256 \times 10^4 s^{-1}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{600 / 9 / 806 \times 0.3^2 \times 1.745 \times 10^{-3}}{2\pi \times 0.01^2 \times 0.05 \times 1.256 \times 10^4} = 0.02435 Pa.s$$

(7)

1-50 . هوا در فشار 45kPa در يك مبدل حرارتي گرم می شود . اگر جرم هوا 4.35kg باشد مقدار حرارت

مورد نیاز جهت حرارت دادن هوا از 45C به 250C را بدست آورید.

حل :

$$Q - mc_p \Delta T - 4.35 \times 1.004 \times (250 - 45) = 895.32kj$$

(8)

1-51. مخلوط يك گاز شامل 15 گرم H_2 ، 25 گرم NH_3 و 21 گرم CO_2 است. جزء مولی های y_{H_2} ، y_{CO_2} ، y_{NH_3} و جرم مولکولی متوسط مخلوط گاز را محاسبه کنید.
حل :

$$molH_2 = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$molNH_3 = \frac{25}{17} = 1.47$$

$$molCO_2 = \frac{21}{44} = 0.48$$

$$\text{مول کل} = 7.5 + 1.47 + 0.48 = 9.45$$

$$y_{H_2} = \frac{7.5}{9.45} = 0.794 \quad y_{NH_3} = \frac{1.47}{9.45} = 0.155 \quad y_{CO_2} = \frac{0.48}{9.45} = 0.051$$

$$M_{ov} = y_{H_2}M_{H_2} + y_{NH_3}M_{NH_3} + y_{CO_2}M_{CO_2} = 0.794 \times 2 + 0.155 \times 17 + 0.051 \times 44 = 6.467$$

(9)

52- 1. حجم مخلوط گازی توصیف شده در مسئله قبل، 250cm^3 است. دانسیته مخلوط گاز چقدر است؟
فشار مخلوط گاز را در دمای 32°C بدست آورید. فشارهای جزئی P_{H_2} ، P_{CO_2} ، P_{NH_3} چقدر است؟

حل :

$$p = \frac{(15 + 25 + 21) \times 10^{-3}}{250 \times 10^{-6}} = 244 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$P = pRT$$

$$R = \frac{8312}{6.467} = 1285.3 \text{ m} \cdot \text{N} / \text{kg} \cdot \text{K}$$

$$\Rightarrow P = 244 \times 1285.3 \times (273 + 32) = 95.63 \times 10^6 \text{ Pa} = 95.63 \text{ MPa}$$

$$P_{H_2} = P_{y_{H_2}} = 95.63 \times 0.794 = 75.93 \text{ MPa}$$

$$P_{NH_3} = P_{y_{NH_3}} = 95.63 \times 0.155 = 14.82 \text{ MPa}$$

$$P_{CO_2} = P_{y_{CO_2}} = 95.63 \times 0.051 = 4.88 \text{ MPa}$$

(10)

1-53. يك مخزن روباز شامل آب در 22C شامل 32N درصد (وزني) مواد جامد معلق با وزن مخصوص 2.32 است. اگر حجم مخلوط $1.2m^3$ باشد غلظت مواد جامد معلق را برحسب $kg/m^3, lbm, ft^3$ بدست آورید.

حل :

$$\frac{1}{p_m} = \frac{\omega_w}{p_w} + \frac{\omega_s}{p_s} \Rightarrow \frac{1}{p_m} = \frac{1-0.327}{1000} + \frac{0.327}{2320} \Rightarrow p_m = 1229kg/m^3$$

$$m = p_m \Delta V = 1229 \times 1.2 = 1474.8kg \quad \Delta m_s = \omega_s m = 0.327 \times 1474.8 = 482.3kg$$

$$C_s = \frac{\Delta m_s}{\Delta V} = \frac{482.3}{1.2} = 401.9kg/m^3 \text{ یا } 401.9kg/m^3 \times \left(\frac{0.3048}{1ft}\right)^3 \times \left(\frac{1lb_m}{0.4536kg}\right) = 25.1lb/ft^3$$

(11)

1-54. مدول الاستیسیته حجمی را به جاي تغییر حجم برحسب تغییر دانسیته بیان کنید.

حل :

$$p = \frac{m}{V} \Rightarrow m = pV \Rightarrow dm - d(pV)$$

$$dm = 0 \Rightarrow d(pV) = 0 \Rightarrow pdV + Vdp = 0 \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p}$$

$$K = -\frac{dP}{dV/V} = -\frac{dP}{-dP/p} = p \left(\frac{dP}{dp}\right)$$

(12)

1-55. نحوه تغییر دانسیته يك مایع یا تغییر فشار چگونه است؟ فرض کنید مدول الاستیسیته حجمی مایع ثابت بماند.

حل :

با توجه به مسئله قبل داریم :

$$k = p \left(\frac{dP}{dp}\right) \Rightarrow dP - k \frac{dp}{p}$$

$$\int_{P_0}^P dP = \int_{P_0}^P k \frac{dp}{p} \Rightarrow P - P_0 = k \ln \frac{P}{P_0}$$

$$\Rightarrow P/P_0 = \exp[(P - P_0)/k] \Rightarrow P = P_0 \exp[(P - P_0)/k]$$

(13)

1-56. هر گاه فشار مایعی 0.6MPa افزایش یابد. دانسیته آن 0.02 درصد افزایش می یابد. مدول یالک مایع را به دست آورید.

حل :

$$k = p \left(\frac{dP}{dp} \right) = \frac{dP}{dp/p} = \frac{0.6 \times 10^6}{0.02 \times 10^{-2}} = 3 \times 10^9 \text{ Pa} = 3 \text{ GPa}$$

(14)

1-57. مدول الاستیسیته حجمی آب 2.2GPa است. چه فشاری لازم است تا حجم آب 0.5 درصد کاهش

یابد؟

حل:

$$k = -\frac{dP}{dV/V} \Rightarrow dP = -k \frac{dV}{V} = -2.2 \times 10^9 \times \frac{-0.5}{100} = 1.1 \times 10^7 \text{ Pa} = 11 \text{ MPa}$$

(15)

1-58. یک مخزن فولادی محتوی 450kg آب ($p=1000\text{kg/m}^3$) در فشار استاندارد 101.3 است. چند

کیلوگرم آب باید به مخزن افزود تا فشار به 70MPa برسد. مدول بالک آب 2.06GPa است. می دانیم که

وقتی فشار داخل مخزن تا 70MPa افزایش یابد، حجم داخلی آن 1 درصد افزایش می یابد.

حل:

$$k = p \frac{dP}{dp} = p \frac{\Delta P}{\Delta p} \Rightarrow \Delta p = \frac{p}{k} \Delta P = \frac{1000}{2.06 \times 10^9} \times (70 \times 10^9) = 33.98 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = 33.98 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow p_2 = 33.98 + 1000 = 1033.98 \text{ kg/m}^3$$

$$p_1 = \frac{m_1}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{p_1} = \frac{450}{1000} = 0.45 \text{ m}^3$$

با توجه به اینکه حجم داخلی مخزن در طی افزایش فشار تا 70MPa، 1 درصد افزایش یافته است در نتیجه

افزایش حجم آب نیز 1 درصد بوده است.

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 0.01 \Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = 0.01 \Rightarrow V_2 - 1.01V_1 = 1.01 \times 0.45 = 0.4545 \text{ m}^3$$

$$p_2 = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow m_2 = p_2 V_2 = 1033.98 \times 0.4545 = 469.94 \text{ kg}$$

بنابراین مقدار جرم آب اضافه شده برابر است با:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 469.94 - 450 = 19.94 \text{ kg}$$

(16)

1-59. برای ماده که از قانون گاز ایده ال پیروی می کند نشان دهید که: $C_v = du/dt, C_p = dh/dT$

(راهنمایی: از معادله (1.6.7) نسبت به T مشتق گرفته و نتیجه را با معادله (1.6.6) مقایسه کنید.)

حل:

با توجه به معادله (1.6.7) داریم:

$$h = u + P / p$$

$$P = pRT \Rightarrow P / p = RT \Rightarrow h = u + RT$$

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R \quad \text{از طرفین رابطه بالا نسبت به T دیفرانسیل می گیریم :}$$

از مقایسه رابطه بدست آمده با رابطه (1.6.6) که به صورت $C_p - C_v + R$ می باشد می توانیم نتیجه بگیریم :

$$C_p = \frac{dh}{dT}, C_v = \frac{du}{dT}$$

(17)

$$1-60. \text{ برای يك گاز كامل ثابت كنيد: } C_v = R/(k-1), C_p = kR/(k-1)$$

حل :

$$C_p = C_v + R \Rightarrow \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v}$$

$$\frac{C_p}{C_v} = k \Rightarrow k = 1 + \frac{R}{C_v} \Rightarrow \frac{R}{C_v} = k - 1 \Rightarrow C_v = \frac{R}{k-1}$$

$$C_p = C_v + R \Rightarrow \frac{C_p}{C_p} = \frac{C_v}{C_p} + \frac{R}{C_p} \Rightarrow 1 = \frac{1}{k} + \frac{R}{C_p}$$

$$\frac{R}{C_p} = 1 - \frac{1}{k} = \frac{k-1}{k} \Rightarrow C_p = \frac{kR}{k-1}$$

(18)

1-61. يك مجموعه پيستون مخزن شامل 6.73kg گاز نیتروژن با حجم اولیه 0.3m^3 و فشار 450kPa

است. مشخص شده است که این گاز از قانون، ثابت $PV=1.3$ و بعلاوه قانون گاز ایده ال پیروی می کند.

هر گاه حجم گاز به 0.15m^3 کاهش یابد فشار در مخزن با محاسبه کنید. تشابه دمایی اولیه و نهایی در

مخزن چقدر است؟

حل :

$$P_1 V_1^{1.3} = P_2 V_2^{1.3} \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1.3} = 450 \times \left(\frac{0.3}{0.15} \right)^{1.3} = 1108 \text{ kPa}$$

$$PV = mRT \Rightarrow T_1 = \frac{450 \times 10^3 \times 0.3}{6.73 \times 297} = 67.54 \text{ k}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow T_2 = 67.54 \times \frac{1108}{450} = 166.3 \text{ k}$$

(19)

1-62. مدول الاستیسیته حجمی ایزوترم هوا در فشار مطلق 0.4MPa چقدر است؟

حل:

$$PV = RT, T = cte \Rightarrow p(PV) - d(RT) = 0 \Rightarrow PdV + VdP = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}$$

$$k = -\frac{dP}{dV/V} = -\frac{-P/V}{1/V} = P \Rightarrow k = 0.4 \text{ MPa abs}$$

(20)

1-63. پمپی آب 20°C را منتقل می کند. در چه فشاری می توان انتظار داشت که در ورودی پمپ

کاویتاسیون رخ دهد؟

حل:

$$\text{با استفاده از جدول کتاب برای آب: } \frac{P_v}{\rho} = 0.25 : 20c, \gamma = 9789 \text{ N/m}^3$$

$$\Rightarrow P_v = 0.25\gamma = 0.25 \times 9789 = 2447 \text{ Pa}$$

بنابراین در فشار فوق می توان انتظار داشت که در ورودی پمپ پدیده کاویتاسیون رخ می دهد البته باید توجه داشت که به علت افت هد ایجاد شده از سرعت سیال فشار مزبور کمتر از این مقدار خواهد بود.

(21)

1-64. در یک خط لوله روغن ایستگاههای پمپاژ در هر 60km دایر شده است. اگر افت فشار در خط لوله

100kPa/km باشد. هر پمپ چه فشاری باید تولید کند تا از تبخیر روغن جلوگیری شود؟

حل:

$$\Delta P = 100 \text{ kPa/km} \times 60 \text{ km} = 6000 \text{ kPa}$$

(22)

1-65. قطر یک قطره آب 0.05mm است. فشار داخلی قطره چقدر است؟ دمای قطره 20°C و فشار خارج

آن فشار اتمسفر استاندارد یعنی 101.3kPa می باشد.

حل:

$$\text{از جدول ضمیمه برای آب در دمای } 20^\circ\text{C} \text{ داریم: } \sigma = 7.36 \times 10^{-2} \text{ N/m}$$

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2 \times 7.36 \times 10^{-2}}{1.2 \times 0.05 \times 10^{-3}} = 5.89 Pa.gage \quad (23)$$

1-66. جت جیوه با مقطع دایره به قطر 0.1mm از یک سوراخ خارج می شود. اختلاف فشار داخل و خارج چقدر است؟ دمای جیوه 20°C است.
حل:

از جدول ضمیمه برای جیوه داریم: $\sigma = 0.51 N/m$

$$\Delta P = \frac{\sigma}{r} = \frac{0.51}{1.2 \times 0.1 \times 10^{-3}} = 10200 Pa = 10.2 kPa \quad (24)$$

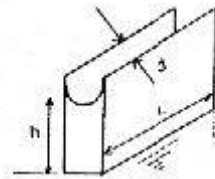
1-67. صعود موینگی آب مقطر در یک لوله شیشه ای به قطر 6mm چقدر است؟ دمای آب 40°C است.
حل:

از نمودار شکل 1-6 در دمای 40°C برای $2r=6mm$ داریم: $h=3.75mm$ (25)

1-68. می خواهیم صعود موینگی آب در لوله شیشه ای کمتر از 0.5mm باشد. قطر لوله را تعیین کنید.
حل:

از نمودار شکل 1-6 برای $h=0.5mm$ داریم: I) برای آب لوله کشی: $d=13mm$
II) برای آب مقطر: $d=17mm$ (26)

1-69. دو صفحه شیشه ای موازی به فاصله 5mm از یکدیگر، به طور قائم در آب لوله کشی شهر فرو برده می شوند. صعود موینگی را تخمین بزنید. از داده های شکل 1-6 استفاده کنید:



حل:

ابتدا باید زاویه تماس θ را در شرایط مساله پیدا کنیم اگر فرض کنیم که بجای دو صفحه شیشه ای از لوله شیشه ای به قطر 5mm استفاده می کنیم ارتفاع h برابر است با:

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho r} \Rightarrow \cos \theta = \frac{h \rho r}{2\sigma} \quad (\text{با توجه به مسئله 1-71})$$

با استفاده از منحنی 1-6 کتاب برای $d=5mm$ داریم: $h=2.25mm$ بنابراین:

$$\cos \theta = \frac{2.25 \times 10^{-3} \times 9806 \times 1/2(5 \times 10^{-3})}{2 \times 0.074} = 0.37$$

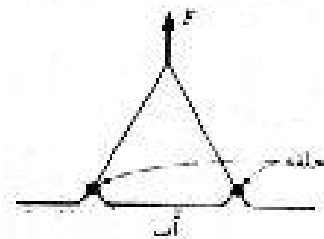
در مورد صفحات شیشه ای از موازنه نیروهای کشش سطحی و نیروی وزن داریم:

$$(hdL)\phi = (L + L)\sigma \cos\theta \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos\theta}{d\gamma}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2 \times 0.074 \times 0.37}{5 \times 10^{-3} \times 9806} = 0.0011m \Rightarrow h = 1.1mm$$

(27)

1-70. یکی از روشهای تعیین کشش سطحی مایعات اندازه گیری نیروی لازم برای بالا کشیدن یک سیم حلقوی پلاتینی از روی سطح مایع است (شکل 1-10). نیروی لازم برای جدا کردن حلقه ای به قطر 20mm از روی سطح آب در دمای 20°C را تخمین بزنید.



حل :

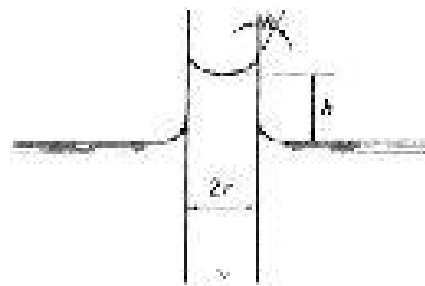
از موازنه نیروها داریم :

$$2\pi r\sigma = TC\cos\theta$$

$$F = 2TC\cos\theta - 4\pi R\sigma = 4\pi \times 0.01 \times 0.074 = 0.0093N$$

(28)

1-71. برای لوله ای که در شکل نشان داده شده ، صعود موئینگی یعنی h را برحسب r, ϕ, σ, θ به دسته آورید.



حل :

برای تعیین صعود موئینگی یک مایع در داخل یک لوله با مقطع دایره ای و کشش سطحی σ و زاویه تماس θ ، از روی شکل مقابل داریم:

مولفه عمودی نیروی کشش سطحی، در سطح مشترک حلقه ای شکل لوله باید با وزن ستون مایع به ارتفاع h برابر باشد:

$$(2\pi r \sigma) \cos \theta = \rho \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho r} \quad (29)$$

1-72. چرا فشار داخلی یک حباب به صورت $p = 4\sigma / r$ بیان می شود در حالی که برای قطره داریم $p = 2\sigma / r$ فشار داخلی، کشش سطحی و شعاع است. حل:

برای یک قطره کروی، افزایش فشار داخلی برابر با نیروی کشش سطحی در طول محیط دایره عظیمه کره است پس داریم:

$$\pi r^2 P = 2\pi r \sigma \Rightarrow P = \frac{2\sigma}{r}$$

در مورد حباب، می توان آن را به صورت دو نیم کره تصور کرد که دو سطح مشترک با هوا دارد یکی سطح داخلی و دیگری سطح خارجی با قطری تقریباً مساوی هم بنابراین داریم:

$$P_{\text{باب}} = 2P_{\text{قطره}} = \frac{4\sigma}{r} \quad (30)$$

1-73. در شکل 1-11 در اثر کشش سطحی نیرویی به لوله وارد می شود. نیروی قائم لازم برای نگهداری لوله را تعیین کنید. ضخامت دیواره لوله را ناچیز فرض کنید. حل:

دو نیروی کشش سطحی از طرف آب رو به پایین به لوله وارد می شود یکی از طرف آب داخل لوله که در اثر خاصیت موئینگی در لوله بالا رفته است و دیگری از طرف آب بیرون لوله که اندازه هر کدام از این دو نیروی مساوی برابر با $2\pi r \sigma \cos \theta$ می باشد پس نیروی لازم برای نگهداشتن لوله برابر است با:

$$F = 2 \times (2\pi r \sigma \cos \theta) = 4\pi r \sigma \cos \theta \quad (31)$$

1-74. صعود موئینگی آب در لوله قائم شیشه ای به قطر 5mm برابر 2.25mm است. زاویه بین سطح آب و شیشه را تعیین کنید. کشش سطحی آب 0.074N/m است. حل:

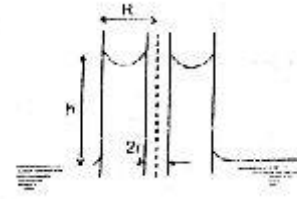
با استفاده از رابطه بدست آمده برای صعود موئینگی در لوله ها در مسئله 71 داریم

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho r}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\rho r h}{2\sigma} = \frac{9806 \times 1/2 \times 5 \times 10^{-3} \times 2.25 \times 10^{-3}}{2 \times 0.074} = 0.373 \Rightarrow \theta = 68.1^\circ$$

(32)

1-75. فرمولی برای صعود موئینگی h بین دو لوله شیشه ای متحد المحور به شعاعهای r, R و زاویه θ به دست آورید.



حل :

از موازنه نیروها داریم :

نیروی وزن = نیروی کشش سطحی

$$2\pi R \cos\theta + 2\pi r \cos\theta - \pi(R^2 - r^2)h \rho$$

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho(R - r)}$$

$$2\pi R \sigma \cos\theta + 2\pi r \sigma \cos\theta = \pi(R^2 - r^2)h \rho$$

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho(R - r)}$$

(33)

2-10. فشار 50kPa را بر حسب الف) میلی متر ستون جیوه ب) مترستون آب ج) مترستون تترابرومید استیلن (S=2.94) بیان کنید.

حل :

$$50KPa \times \frac{750mmHg}{101.325KPa} = 375mmHg \quad \text{الف)}$$

$$50KPa \times \frac{10.34mH_2O}{101.325kPa} = 5.099mH_2O \quad \text{ب)}$$

$$P = \rho h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho} = \frac{5 \times 10^4}{9806 \times 2.94} = 1.734m \quad \text{ج) تترابرمیداستیلن}$$

(34)

2-11. يك فشارسنج بوردون خلاء نسبي 15kPa را نشان مي دهد. بارومتر جیوه اي عدد 750mm را نشان مي دهد. فشار را به دو روش دیگر بیان کنید.

حل :

$$P_h = -15kPa \times \frac{760mmHg}{101.325kPa} = 0112.5mmHg$$

$$P = 15kPa + 750mmHg \times \frac{101.325kPa}{760mmHg} = 115kPa$$

(35)

2-12. 330kPa را برحسب متر ستون آب بیان کنید. بارومتر جیوه ای عدد 750mm را نشان می دهد.

حل :

$$P_{bar} = 750mmHg \times \frac{101.325kPa}{760mmHg} = 100kPa$$

$$P_{gage} = P_{atm} - P_{bar} = 300 - 100 = 200kPa$$

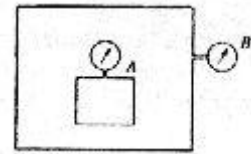
$$\Rightarrow P_{gage} = 200kPa \times \frac{10.34mH_2O}{101.325kPa} = 20.4mH_2O$$

(36)

2-13. در شکل نشان داده شده فشارسنج A عدد 80kPa و فشارسنج B عدد 120kPa را نشان می دهد .

بارومتر خشک عدد 750mmHg را نشان می دهد . فشار مطلق A برحسب سانتی متر ستون جیوه چقدر

است ؟



حل :

$$P_{bar} = 750mmHg \times \frac{101.325kPa}{760mmHg} = 100kPa$$

$$P_{A abs} = 80 + 120 + 100 = 300kPa \times \frac{76cmHg}{101.325kPa} = 225cmHg$$

(37)

2-14. چه ارتفاعی از ستون آب ، ب) چه ارتفاعی از ستون نفت سفید (S=0.83) و ج) چه ارتفاعی از

ستون تترابرومیداستیلن (S=2.94) ، با 300 میلی متر جیوه معادل است ؟

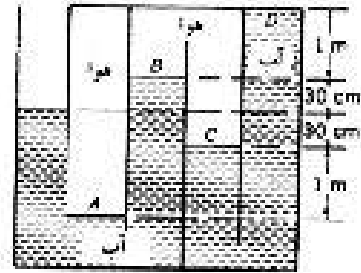
$$P = \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow S_1 \rho_w h_1 = S_2 \rho_w h_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

$$\frac{h_1}{0.3} = \frac{13.6}{1} \Rightarrow h_1 = 4.082mH_2O \quad \frac{h_1}{0.3} = \frac{13.6}{0.83} \Rightarrow h_1 = 4.92m \text{ نفت}$$

$$\frac{h_1}{0.3} = \frac{13.6}{2.94} \Rightarrow h_1 = 1.389m \text{ تترابرومیداستیلن}$$

(38)

2-15. مخزن شکل ، محتوی آب و هواست . فشار در نقاط D,C,B,A را برحسب پاسکال به دست آورید .



حل :

$$P_A = \rho h_1 = 9806 \times (1 - 0.3) = 1.275 \times 10^4 \text{ Pa} = 12.75 \text{ kPa}$$

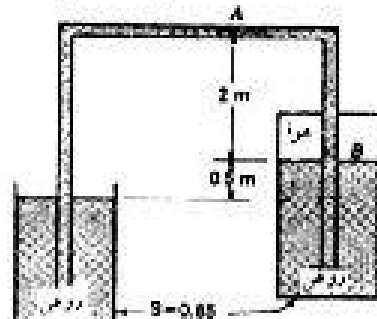
$$P_A - P_B = \rho h_2 \Rightarrow P_B = P_A - \rho h_2 = 1.275 \times 10^4 - 9806(1 + 0.3 - 0.3) = 2.94 \times 10^3 \text{ Pa} = -2.94 \text{ kPa}$$

$$P_C = P_B = -2.94 \text{ kPa}$$

$$P_D = P_C = \rho h_3 = -2.94 \times 10^3 - 9806 \times (1 + 0.3 + 0.3) = -1.863 \times 10^4 \text{ Pa} = -18.63 \text{ kPa}$$

(39)

2-16. در شکل 2-42 لوله باروغن پوشیده است. فشار در B, A را بر حسب متر ستون آب به دست آورید.



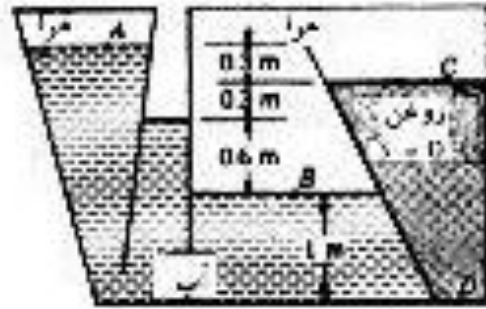
حل :

$$P_A = -\rho_1 h_1 = -0.85 \times 9806 \times 2.5 = 2.08378 \times 10^4 \text{ Pa} = -2.125 \text{ mH}_2\text{O}$$

$$P_B = P_A + \rho_1 h_2 = -\rho_1 (h_2 - h_1) = -0.85 \times 9806 \times 0.5 = -4.16755 \times 10^3 \text{ Pa} = -0.425 \text{ mH}_2\text{O}$$

(40)

2-17. برای شکل 2-43 فشار در نقاط D, C, B, A را بر حسب پاسکال به دست آورید.



حل :

$$P_A = -\rho h_1 = -9806 \times 0.6 = 5.88 \times 10^3 Pa = -5.88 kPa$$

$$P_B = \rho h_2 = 9806 \times 0.6 = 5.88 \times 10^3 Pa = 5.88 kPa \quad P_C - P_B = 5.88 kPa$$

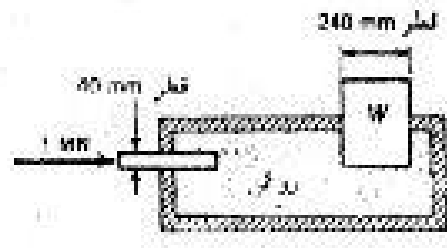
$$P_D = P_C + \rho_{oil} h_3 = 5.88 \times 10^3 - 0.9 \times 9806 \times 1.9 = 2.265 \times 10^4 Pa = 22.65 kPa$$

$$\Rightarrow \pi r_1^2 L_1 = \pi r_2^2 L_2 \Rightarrow \frac{0.05^2}{4} \times y = \frac{0.006^2}{4} \times R \Rightarrow y = 0.0144R$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 0.832 \times 9.806 \times \left(\frac{R}{2} + 0.0144R \right) = 41.97R Pa$$

(41)

2-32. در شکل وزن W که به واسطه نیروی وارده به پیستون نگهداری می شود، چقدر است؟



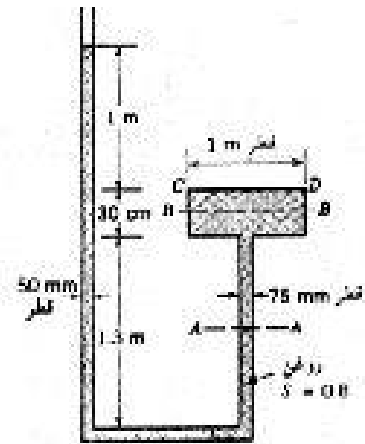
حل :

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{1}{\pi \times 20^2 / 4} = \frac{F_2}{\pi \times 120^2 / 4} \Rightarrow F_2 = 36 MN = W$$

(42)

2-33. در شکل از وزن مخزن صرفنظر کنید الف) نیرویی که به سطح دایره ای CP به طرف بالا وارد می

شود چقدر است؟ ب) در مقطع A-A نیروی فشاری وارد به دیواره لوله چقدر است؟



حل :

$$P_{CD} = \rho h = 0.8 \times 9806 \times 1 = 7844.8 Pa$$

(الف)

$$F_{CD} = P_{CD} \cdot A_{CD} = 7844.8 \times \frac{\pi \times 1^2}{4} = 6161.3 N$$

(ب)

$$P_1 = 1.3 \times 7840 = 10192 Pa \text{ در بالای لوله}$$

$$P_2 = 2.6 \times 7840 = 20384 Pa \text{ در پایین لوله}$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{10192 + 20384}{2} = 15288 Pa$$

$$F = \bar{P} \cdot A = \bar{P} \cdot (\pi \times 75 \times 10^{-3} \times 1.3) = 4682.8 N$$

(43)

2-34. در شکل 2-47 اگر سطح روغن داخل لوله به اندازه 3m پایین تر بیاید نیروی وارده از روغن به

سطح CD چقدر خواهد شد ؟

حل :

$$P = -\rho h = -0.8 \times 9806 \times 0.3 = -2353.44 Pa$$

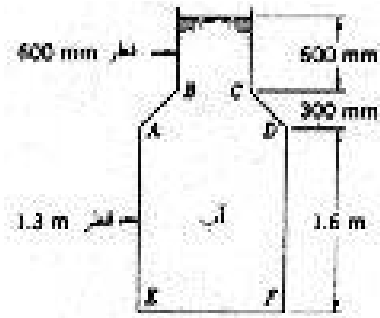
$$F = PA = 2353.44 \times \frac{\pi \times 1^2}{4} = 1848 N$$

(44)

2-35. مقطع ظرفی که در شکل 2-48 نشان داده شده دایره است. مقدار نیروی قائم روبه بالا وارد به

سطح مخروط ناقص ABCD را تعیین کنید. مقدار نیروی روبه پایین وارده به صفحه EF را تعیین کنید.

آیا این نیرو با وزن سیال برابر است ؟ چرا ؟



حل :

حجم مخروط ناقص ABCD عبارت است از :

$$V = \frac{\pi h}{3} \left(\frac{AD^2}{4} + \frac{BC^2}{4} + \frac{AD \cdot BC}{4} \right) = \frac{\pi \times 0.3}{3} \left(\frac{0.6^2}{4} + \frac{1.3^2}{4} + \frac{0.6 \times 1.3}{4} \right) = 0.222 m^3$$

حجم آب فرضی روی سطح ABCD :

$$V = \left((\pi \times 1.3^2 \times 0.3 / 4) 0.222 \right) + \left((\pi \times 1.3^2 \times 0.6 / 4) - (\pi \times 0.6^2 \times 0.6 / 4) \right) = 0.8027 m^3$$

وزن آب فرض شده ؛ $W = \rho V = 9806 \times 0.8027 = 7871 N$

$\Rightarrow ABCD = 7871 N$ نیروی رو به بالای وارد بر سطح مخروطی ABCD

محاسبه نیروی وارد بر سطح EF :

$$P = \rho h = 9806(1.6 + 0.3 + 0.6) = 24515 Pa$$

$$F = PA = 24515 \times \pi \times \frac{1.3^2}{4} = 3253 N$$

این نیروی با وزن سیال فرضی برابر است و بیشتر از وزن سیال واقعی داخل ظرف می باشد چون از طرف سطح مخروطی ناقص ABCD نیرویی به طرف پایین بر سیال وارد می شود.

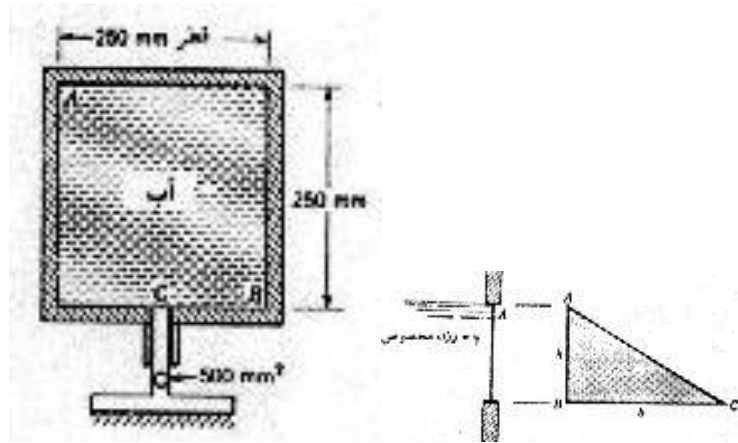
(45)

2-36. در شکل 2-49 وزن ظرف استوانه هنگامی که خالی است 400N است. ظرف با آب پر می شود و

به طور وارونه روی پیستون قرار می گیرد. الف) نیرویی که به سطح فوقانی ظرف وارد می شود چقدر

است؟ ب) اگر وزنه ای به وزن 600N روی ظرف قرار دهیم ، نیرویی که به سطح فوقانی ظرف وارد می

شود ، چقدر افزایش می یابد؟



حل :

$$W_1 = \rho V = 9806 \times \pi \times \frac{0.25^2}{4} \times 0.25 = 120.34 N$$

$$W_3 = W_1 + W_2 = 120.34 + 400 = 520.34 N$$

(الف)

$$P_C = \frac{W_1}{A_C} = \frac{520.34}{500 \times 10^{-6}} = 1040680 Pa, P_A = P_C - \rho h = 1040680 - 9806 \times 0.25 = 1038228.5 Pa$$

$$F_A = P_A \cdot A_A = 1038228.5 \times \pi \times \frac{0.25^2}{4} = 5.096 \times 10^4 N = 50.96 kN$$

$$W'_t = W_t + W' = 520.34 + 600 = 1120.34 N \quad (\text{ب})$$

$$P'_C = \frac{W'_t}{A_C} = \frac{1120.34}{500 \times 10^{-6}} = 2240680 Pa, P'_A - P'_C - \rho h = 2240680 - 9806 \times 0.25 = 2238228.5 Pa$$

$$F'_A - P'_A \cdot A_A = 2238228.5 \times \pi \times \frac{0.25^2}{4} = 10.987 \times 10^4 N = 109.8 kN$$

$$\Delta F = F'_A - F_A = 109.87 - 50.96 = 58.91 kN$$

(46)

2-37 . بشكه اي به قطر 600mm با آب پر شده است . لوله قائمي به قطر 12mm به بالاي بشكه متصل مي شود . چند كيلوگرم آب بايد به داخل لوله افزود تا نيروي معادل 4kN به سطح فوقاني بشكه وارد شود . از تراكم پذيري آب صرف نظر كنيد .

حل :

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi D^2 / 4} = \frac{4 \times 10^3}{\pi \times 0.6^2 / 4} = 14147 Pa$$

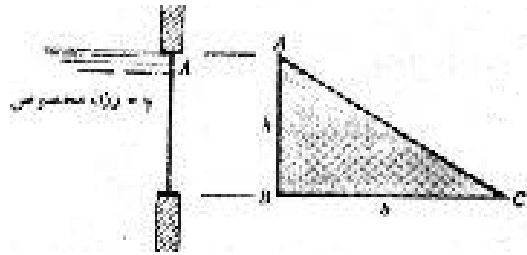
$$P_1 = P_2 = 14147 = \rho h \Rightarrow h = \frac{14147}{9806} = 1.443 m$$

$$V = hA = 1.443 \times \frac{\pi}{4} \times 0.012^2 = 1.63 \times 10^{-4} m^3$$

$$m = \rho V = 1000 \times 1.63 \times 10^{-4} = 0.163 kg$$

(47)

2-38. در شکل 2-50 مثلث قائم الزاویه ABC به طور قائم قرار دارد، به طوری که رأس آن بر سطح آزاد مایع منطبق است. نیروی وارد به یک طرف سطح را ال) انتگرال گیری ب) با استفاده از فرمول، تعیین کنید.



حل :

الف)
$$\frac{x}{b} = \frac{y}{h} \Rightarrow x = \frac{by}{h}$$
 با توجه به تشابه دو مثلث

$$dF = PdA = \rho y dA = \rho y x dy = \rho y \frac{by}{h} dy = \frac{\rho b}{h} \rho^2 dy$$

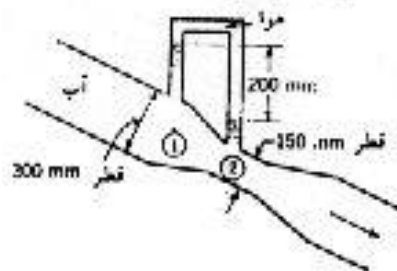
ب)
$$F = \int_0^h df = \frac{\rho b}{h} \int_0^h y^2 dy = \frac{\rho b}{h} \left(\frac{y^3}{3} \right)_0^h = \frac{\rho b h^2}{3}$$

$$F = \rho \bar{h} A, \bar{h} = \frac{2}{3} h, A = \frac{bh}{2}$$

$$\Rightarrow F = \rho \times \frac{2}{3} h \times \frac{bh}{2} = \frac{\rho b h^2}{3}$$

(48)

3-21. در شکل 3-47 دبی عبوری از لوله و انتوری را به دست آورید. از تلفات صرف نظر کنید.



حل :

نقاط 1, 2 را مطابق شکل انتخاب می کنیم البته می توان این دو نقطه را به طور هم سطح انتخاب کرد و رابطه فشار را با استفاده از مانومتر برای این دو نقطه نوشت و در معادله انرژی جاگذاری نمود اما از این دو نقطه به طور هم سطح هم انتخاب نشوند در محاسبات ایرادی وارد نخواهد گردید و این مسئله در نوشتن معادله انرژی برطرف خواهد شد زیرا می دانیم با صرف نظر نمودن از اصطکاک و تنش سرعت در کلیه نقاط یک مقطع ثابت بوده و به z بستگی ندارد.

$$P_1 - 0.2\phi = P_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = 0.2\phi \quad \text{رابطه فشار بین دو نقطه :}$$

معادله انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم :

$$\frac{P_1}{\phi} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\phi} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\phi} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \Rightarrow \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = 0.2$$

$$\Rightarrow V_2^2 - V_1^2 = 0.4 \times 9.806 = 3.9224 \quad (I)$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad \text{معادله پیوستگی بین دو مقطع (1) و (2) عبارت است از :}$$

$$\Rightarrow V_1 \times \frac{\pi}{4} (0.3)^2 - V_2 \times \frac{\pi}{4} (0.15)^2 \Rightarrow V_1 = 0.25 V_2 \quad (III)$$

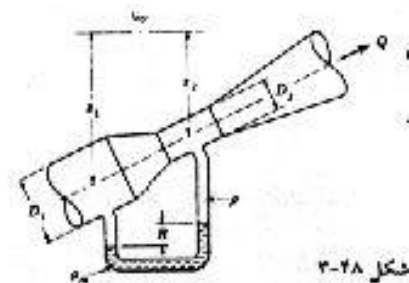
$$(II) \text{ و } (I) \Rightarrow V_2^2 - (0.25 V_2)^2 = 3.9224$$

$$\Rightarrow 0.9375 V_2^2 = 3.9224 \Rightarrow V_2 = 2.045 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow Q = V_2 A_2 = 2.045 \left(\frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \right) = 0.036 \text{ m}^3 / \text{s} = 36 \text{ L/s}$$

(49)

3-22. برای لوله و انتوری شکل 3-48 رابطه ای بنویسید که دبی حجمی جریان را بر حسب اختلاف ارتفاع مانومتری به دست دهد.



حل :

با انتخاب نقطه (1) در ارتفاع z_1 از سطح مبنا و نقطه (2) در ارتفاع z_2 از سطح مبنا داریم : معادله فشار بین دو نقطه (h_1, h_2) فواصل نقاط (1) و (2) از سطح سیال مانومتری می باشند).

$$P_1 + \rho h_1 - R \rho_m - h_2 \rho = P_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = R \rho_m + (h_2 - h_1) \rho$$

با توجه به شکل:

$$(h_2 - h_1) = |z_2 - z_1| - R$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = R \rho_m + (|z_1 - z_2| - R) \rho$$

$$z_2, z_1 < 0, \quad z_2 < z_1 \Rightarrow |z_1 - z_2| = z_2 - z_1$$

معادل انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\rho} + z_1 - z_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

با جاگذاری رابطه بدست آمده برای اختلاف فشار داریم:

$$\Rightarrow \frac{R \rho_m + [z_2 - z_1 - R] \rho}{\rho} + z_1 - z_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

$$\Rightarrow R \left(\frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right) = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \Rightarrow R \left(\frac{p_m}{p} - 1 \right) = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad (I)$$

معادله پیوستگی بین دو مقطع (1) و (2) عبارت است از:

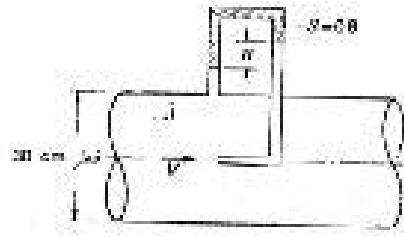
$$V_1 A_1 - V_2 A_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \frac{A_2}{A_1} = V_2 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \quad (II)$$

$$R \left(\frac{p_m}{p} - 1 \right) = \frac{V_2^2 - V_2^2 (D_2/D_1)^4}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right) \Rightarrow V_2^2 = \frac{2gR(p_m/p - 1)}{1 - (D_2/D_1)^4}$$

$$Q = V_2 A_2 \Rightarrow Q = A_2 \left(\frac{2gR(p_m/p - 1)}{1 - (D_2/D_1)^4} \right)^{1/2}$$

(50)

3-23. در شکل 2-49، $R=22\text{cm}$ است. سرعت V چقدر است؟



شکل ۳-۲۹

حل :

دو نقطه (1) و (2) را که بر روی امتداد یک خط جریان قرار دارند. مطابق شکل انتخاب می کنیم. باید توجه داشت که فشار در نقطه (2) بیش از نقطه (1) می باشد چون سرعت سیال در محل ورود به لوله صفر شده و تمام انرژی جنبشی سیال فرض عدم وجود تلف انرژی به انرژی فشاری تبدیل می شود.

$$\text{رابطه فشار} : P_1 = 0.8\rho R + \rho R = P_2 \Rightarrow P_2 - P_1 = R(\rho - 0.8\rho) \Rightarrow P_2 - P_1 = 0.2\rho R$$

معادل انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم :

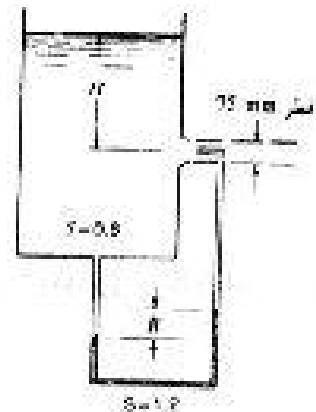
$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V^2}{2g} + 0 = \frac{P_2}{\rho} + 0 + 0 \Rightarrow \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{0.2\rho R}{\rho} \times 2g = 2g \times 0.2R = 2 \times 9.806 \times 0.2 \times 0.22 = 0.863 \Rightarrow V = 0.93 \text{ m/s}$$

(51)

3-24. در شکل 3-50، H را بر حسب R به دست آورید. از تلفات صرف نظر کنید.



حل :

نقاط (1) و (2) و (3) را مطابق شکل انتخاب می کنیم .

$$P_3 + (x + R)\rho_1 - R\rho_2 - L\rho_1 = P_2 \quad (I) \text{ معادله فشار بین } P_3, P_2 \text{ در درون لوله}$$

معادله فشار بین P_3, P_1 در درون مخزن :

$$P_3 = (L - x + H)\rho_1 + P_1, P_1 = 0 \Rightarrow P_3 = (L - x + H)\rho_1 \quad (II)$$

معادله انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم . باید توجه داشت که سرعت سیال در نقطه 2 صفر می باشد زیرا در برخورد به ابتدای لوله سیال ساکن شده و انرژی جنبشی آن (با فرض عدم تلفات) به انرژی فشاری تبدیل می شود.

$$\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_1} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \Rightarrow 0 + 0 + H = \frac{P_2}{\rho_1} + 0 + 0 \Rightarrow P_2 = \rho_1 H \quad (III)$$

با جاگذاری P_3, P_2 از دو رابطه (II) و (III) در رابطه (I) داریم:

$$(L - x + H)\rho_1 + (x + R)\rho_1 - R\rho_2 - L\rho_1 = \rho_1 H \Rightarrow R(\rho_1 - \rho_2) = 0$$

با توجه به اینکه $\rho_1 \neq \rho_2$ می باشد بنابراین $R=0$ خواهد بود.

(52)

3-25 . خط لوله ای $0.6 \text{ m}^3/\text{s}$ آب را از یک مخزن به مخزن دیگری منتقل می کند. سطح مخزن دوم 2 m پایین تر از سطح مخزن اول است . تلفات را برحسب متر- نیوتن بر کیلوگرم و همچنین برحسب کیلو وات به دست آورید.

حل:

با فرض اینکه نقطه (I) در سطح آب مخزن بالایی و نقطه (2) در سطح آب مخزن پایینی باشد معادل انرژی را بین این دو نقطه می نویسیم :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2} \Rightarrow 0 + 0 + 12 = 0 + 0 + 0 + losses_{1-2}$$

$$\Rightarrow losses_{1-2} = 12 \text{ N.m} / \text{N} = 12 \times 9.806 = 117.72 \text{ N.m} / \text{N}$$

$$m = pQ = 1000 \times 0.6 = 600 \text{ kg} / \text{s}$$

$$losses_{1-2} = 117.72 \times 600 = 70603 \text{ N.m} / \text{S} = 70603 \text{ W} = 70.603 \text{ kW}$$

(53)

3-26 . پمپی که 3 m بالاتر از سطح آب دریاچه قرار دارد، 15 L/s آب را به صورت یک جت قائم تخلیه می کند که 16 m بالا می رود. قدرت مصرفی الکتروموتور 3.5 kW است . راندمان مجموعه الکتروپمپ را به دست آورید . تلفات مجموعه اگر سطح دریاچه و نقطه اوج جت مقایسه شود، چقدر است؟ تلفات با توجه به اینکه آب دوباره به سطح دریاچه سقوط می کند، چقدر است؟

حل :

با انتخاب سطح مبناي z در سطح آب دریاچه و نقطه (1) بر روی این سطح و نقطه (2) در بالاترین نقطه جت قائم داریم :

$$z_1 = 0, z_2 = 16 + 3 = 19m$$

معادله انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم . باید توجه داشت که فشار در درون جت صفر می باشد چون انرژی فشاری به انرژی جنبشی تبدیل می شود همچنین فشار در سطح آب دریاچه هم صفر می باشد.

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2}$$

$$0 + 0 + 0 + W_p = 0 + 0 + 19 + losses_{1-2}$$

با فرض اینکه W_p کار مفید پمپ بوده و از کلیه تلفات به جز تلفات مربوط به خود پمپ (مانند تلف شدن انرژی در خطوط لوله و مقاومت هوا و ...) صرف نظر شود $losses_{1-2} = 0$ خواهد بود بنابراین داریم :

$$W_p = 19W / kg$$

$$Q = 0.015m^3 / s \Rightarrow m = \rho.Q = 0.015 \times 9806 = 147.09kg / s$$

$$\Rightarrow W_p = 147.09 \times 19 = 2794.71W \text{ کار مفید پمپ}$$

$$q = \frac{W_p}{\text{کار داده شده}} = \frac{2794.71}{3500} = 0.798 \Rightarrow q = 79.8\% \text{ راندمان}$$

اتلاف انرژی توسط پمپ و موتور عبارت است از $3500 - 2794.71 = 708.29W$

$$708.29W - 708.29kgm/s \times \frac{1}{147.09kg/s} = 4.79m.N / N$$

در برگشت آب به داخل دریاچه کلیه انرژی آب (قرار گرفته در بالاترین نقطه جت) به گرما تبدیل شده و تلف می شود و این انرژی موجود در آب که به صورت انرژی پتانسیل می باشد عبارت خواهد بود از : $19W/kg$ بنابراین تلفات انرژی در حالتی که آب دوباره به دریاچه برگردد عبارت خواهد بود از :

$$4.79 - 19 = 23.79m.N/N$$

(54)

3-27. يك دمنده $2m^3/s$ هوا ($\rho = 1.3kg/m^3$) را جابجا می کند و فشار آن را به اندازه 150 میلی متر آب می افزایش دهد. راندمان دمنده 72 درصد است. تلفات در دمنده را بر حسب متر - نیوتن بر کیلوگرم و نیز بر حسب کیلووات به دست آورید. سرعت دورانی دمنده 1800rpm است. گشتاور روی محور دمنده را تعیین کنید.

حل :

هرگاه فرض کنیم که سرعت و ارتفاع هوا در ورودی و خروجی یکسان باشد و تنها تغییر صورت گرفته در انرژی هوا به تغییرات فشار آن مربوط شود با نوشتن معادله انرژی و ساده کردن آن خواهیم داشت :

$$\Delta P = 0.15mH_2O - 0.15mH_2O \times \frac{1.01325 \times 10^5 Pa}{10.34mH_2O} = 1469.9 Pa$$

$$W = \frac{\Delta P}{P} = \frac{1469.9}{1.3} = 1130.7 N.m / kg$$

$$losses = \frac{1130.7}{0.72} \times 0.28 = 440 N.m / kg \quad \text{تلفات :}$$

$$m = pQ = 1.3 \times 2 = 2.6 kg / s$$

$$losses = 2.6 \times 440 = 1144 \frac{N.m}{s} (w) = 1.144 kW$$

$$W = T\omega \Rightarrow T \times 1800 \times \frac{2\pi}{60} = 1130.7 \times 2.6$$

$$\Rightarrow T = 15.6 N.m \quad \text{گشتاور روی محور دمنده}$$

(55)

3-28 . سرعت جریان در لوله ای به قطر 6m برابر 3m/s است . این لوله با یک زانویی کاهنده به لوله دیگری به قطر 5m متصل شده است . فرض کنید تلفات با مجذور سرعت متناسب باشد . به ازای 1000m طول لوله ، تلفات در لوله دوم چند برابر تلفات در لوله اول است .

حل :

با نوشتن معادله پیوستگی داریم :

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} = V_2 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = 3 \times \left(\frac{6}{5} \right)^2 = 4.32 m/s$$

$$losses \propto V^2 \Rightarrow \frac{losses_2}{losses_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{4.32^2}{3^2} = 2.07$$

(56)

3-29 . توزیع سرعت برای جریان آرام در لوله با رابطه زیر داده می شود:

$$v = V_{\max} \left(1 - (r/r_0)^2 \right)$$

سرعت متوسط و ضریب تصحیح انرژی جنبشی را به دست آورید.

حل : با توجه به شکل مقابل داریم:

$$dA = 2\pi r dr$$

$$V = \frac{1}{A} \int_A v dA = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} v 2\pi r dr = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} v r dr = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} V_{\max} \left(r - \frac{r^3}{r_0^2} \right) dr$$

$$= \frac{2V_{\max}}{r_0^2} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4r_0^2} \right)_0^{r_0} = \frac{2V_{\max}}{r_0^2} \times \frac{r_0^2}{4} = \frac{V_{\max}}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v}{V} \right)^3 dA = \frac{8}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)^3 2\pi r dr = \frac{16}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)^3 r dr$$

$$= \frac{16}{r_0^2} \int_0^{r_0} \left(r - \frac{3r^3}{r_0^2} + \frac{3r^5}{r_0^4} - \frac{r^7}{r_0^6} \right) dr = \frac{16}{r_0^2} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{3r^4}{4r_0^2} + \frac{1}{2} \times \frac{r^6}{r_0^4} - \frac{1}{8} \times \frac{r^8}{r_0^6} \right) = 2$$

برای جریان بسیار درهم، توزیع سرعت با رابطه زیر داده می شود:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \left(\frac{y}{r_0} \right)^{1/0}$$

r_0 شعاع لوله و y فاصله از دیواره آن است. ضریب تصحیح انرژی جنبشی را تعیین کنید.

حل :

مطابق شکل داریم :

$$r = r_0 - y \Rightarrow dr = -dy$$

$$V = \frac{1}{A} \int_A v dA = \frac{1}{\pi r_0^2} \int V_{\max} \left(\frac{y}{r_0} \right)^{1/0} 2\pi r dr$$

$$V = \frac{1}{r_0^2} \int V_{\max} \left(\frac{r_0 - r}{r_0} \right)^{1/9} 2\pi r dr - \frac{2V_{\max}}{r_0^2 r_0^{1/9}} \int_0^{r_0} r (r_0 - r)^{1/9} dr$$

$$(r_0 - r)^{1/9} = u \Rightarrow \frac{1}{9} (r_0 - r)^{-8/9} (-1) dr = du \Rightarrow dr = -9(r_0 - r)^{8/9} du, r = r_0 - u^9$$

$$\Rightarrow V = \frac{2V_{\max}}{r_0^{19/9}} \int_{r_0^{1/9}}^0 (r_0 - u^9) (-9) (r_0 - r)^{8/9} (r_0 - r)^{1/9} du$$

$$= \frac{2V_{\max}}{r_0^{19/9}} \times (-9) \int_{r_0^{1/9}}^0 (r_0 - u^9) u^9 du - \frac{18V_{\max}}{r_0^{19/9}} \int_{r_0^{1/9}}^0 \frac{1}{9} (r_0 u^9 - u^{18}) du = \frac{-18V_{\max}}{r_0^{19/9} 4} \left(\frac{r_0}{10} u^{10} - \frac{1}{19} u^{19} \right) \Big|_{r_0^{1/9}}^0$$

$$= \frac{-18V_{\max}}{r_0^{19/9}} \times \left(\frac{9}{190} \right) \times r_0^{19/9} \Rightarrow V = \frac{81}{95} V_{\max}$$

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{v}{V} \right)^8 dA = \frac{1}{\pi r_0^2} \times \left(\frac{-95}{81} \right) \int \left(\frac{y}{r_0} \right)^{1/3} 2\pi r dr - \frac{3.2266}{r_0^2 \times r_0^{1/3}} \int_0^{r_0} r (r_0 - r)^{1/3} dr$$

$$u = (r_0 - r)^{1/3} \Rightarrow du = \frac{1}{3} (r_0 - r)^{-2/3} (-1) dr \Rightarrow dr = -3(r_0 - r)^{2/3} du, r = r_0 - u^3$$

$$\alpha = \frac{-3.2266}{r_0^{7/3}} \int_{r_0^{1/3}}^0 (r_0 - u^3) (r_0 - r)^{1/3} (-3) (r_0 - r)^{2/3} du$$

$$\alpha = \frac{9.6798}{r_0^{7/3}} \int_{r_0^{1/3}}^0 (r_0 u^3 - u^3) du = \frac{9.6798}{r_0^{7/3}} \left(\frac{r_0}{4} u^4 - \frac{1}{7} u^7 \right) \Big|_{r_0^{1/3}}^0 = \frac{9.6798}{r_0^{7/3}} \times \frac{3}{28} \times r_0^{7/3} = 1.037$$

3-31. در شکل 3-43 تلفات از مقطع A تا مقطع B برابر $0.6m.N/N$ است. دو عمق ممکن در مقطع B را به دست آورید.

حل :

مانند مسئله 15 معادله انرژی بین دو نقطه (1) و (2) عبارت است از :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2}$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{5^2}{2 \times 9.806} + (1.7 + 1.3) = 0 + \frac{V_2^2}{2 \times 9.806} + \rho + 0.6 \Rightarrow \rho + \frac{V_2^2}{19.612} = 3.675 \quad (I)$$

معادله پیوستگی بین دو مقطع (1) و (2): (II) $\Rightarrow V_2 = \frac{6.5}{\rho}$ از مسئله 15

$$(II) \Rightarrow \rho + \frac{6.5^2}{19.612 \times \rho^2} = 3.675 \Rightarrow \rho^3 - 3.675\rho^2 + 2.154 = 0$$

از حل معادله بال $\rho_1 = 0.88m, \rho_2 = 3.5m$

ریشه سوم از لحاظ فیزیکی بی معنی است.

(58)

3-32. در شکل 3-44 در اثر تلفات، دمای آب از A تا B به اندازه $0.0006^{\circ}C$ افزایش می یابد. عمق کمتر جریان در مقطع B را به دست آورید.

حل :

$$m = \rho VA = 1000 \times 9.806 \times 0.5 \times 2 = 9806 kg / s$$

$$q = mc_p \Delta \theta \quad c_p = 1 \frac{cal}{g^{\circ}C} = 1 \frac{cal}{g^{\circ}C} \times \frac{4.184J}{1cal} \times \frac{1000g}{1kg} = 4184 \frac{J}{kgC}$$

گرماي حاصل شده :

$$q = 9806 \times 4184 \times 0.0006 = 24617 J / s$$

$$\Rightarrow q = 4184 \times 0.0006 = 2.51 \frac{N.m}{kg} = losses$$

مانند مسئله 16 معادله انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + losses_{1-2}$$

$$0 + \frac{9.806^2}{2} + 9.806 \times 0.5 = 0 + \frac{V_2^2}{2} + 9.806(2.5 + \phi) + 2.51$$

$$\Rightarrow 9.806 + \frac{V_2^2}{2} = 25.96 \quad (I)$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_2 = \frac{4.903}{\phi} \quad (II) \quad \text{معادله پیوستگی بین دو مقطع :}$$

$$(II) \text{ و } (I) \Rightarrow 9.806\phi + \left(\frac{4.903}{\phi}\right)^2 \times \frac{1}{2} = 25.96$$

$$\Rightarrow 9.806\phi^3 - 25.96\phi^2 + 12.02 = 0 \Rightarrow \phi^3 - 2.647\phi^2 + 1.23 = 0$$

از حل معادله فوق دو ریشه $y=2.44m, y=0.821m$ حاصل می شود که جواب مورد نظر مسئله $y=0.821m$ می باشد.

(59)

3-33. در شکل 3-44 عرض کانال از 2m در مقطع A به 3m در مقطع B افزایش می یابد. تلفات بین A, B برابر 0.3m.N/N است. دو عمق ممکن در B را به دست آورید.

حل :

معادله انرژی را بین دو نقطه (1) و (2) می نویسیم :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2}$$

$$0 + \frac{9.806^2}{2 \times 9.806} + 0.5 = 0 + \frac{V_2^2}{2 \times 9.806} + (2.5 + \phi) + 0.3 \Rightarrow \phi + \frac{V_2^2}{2g} = 2.603 \quad (I)$$

معادله پیوستگی بین دو مقطع عبارت است از :

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow 9.806 \times (2 \times 0.5) = V_2 \times (3 \times \phi) \Rightarrow V_2 = \frac{3.269}{\phi} \quad (III)$$

$$(II) \text{ و } (I) \Rightarrow \phi + \left(\frac{2.269}{\phi}\right)^2 \times \frac{1}{2 \times 9.806} = 2.603 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi^3 - 2.603\phi^2 + 0.545 = 0$$

از حل معادله فوق $\phi_1 = 0.510m$, $\phi_2 = 2.517m$

ریشه سوم از لحاظ فیزیکی بی معنی است.

(60)

3-34. در يك خط انتقال آب در مقطع A ، قطر 1m ، فشار 98kPa و سرعت 1m/s است . در مقطع B ، 2m بالاتر از A است، قطر 0.5m و فشار 20kPa است . جهت جریان را تعیین کنید.

حل :

انرژی (Head) در مقطع A :

$$H_A = \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{98000}{9806} + \frac{1^2}{2 \times 9.806} + 0 = 10.045 \text{ N.m} / \text{N}$$

معادله پیوستگی:

انرژی (Head) در مقطع B :

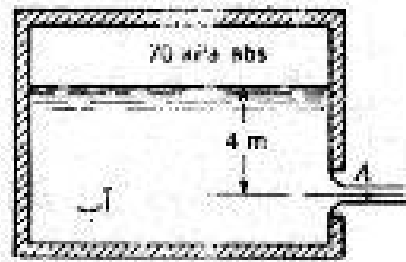
$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} = V_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = 1 \times \left(\frac{1}{0.5} \right)^2 = 4 \text{ m/s}$$

$$H_B = \frac{P_B}{\rho} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B = \frac{20000}{9806} + \frac{4^2}{2 \times 9.806} + 2 = 4.86 \text{ N.m} / \text{N}$$

بنابراین جریان از مقطع A به مقطع B خواهد بود $H_B < H_A \Rightarrow$

(61)

3-35. در شکل 5-51 سرعت جریان در A را به دست آورید. تلفات 0.1 m.N/N است . بارومتر عدد 750mmHg را نشان می دهد.



حل :

با انتخاب سطح A به عنوان سطح مبنا و انتخاب نقطه (1) در سطح آزاد آب معادله انرژی را بین نقطه (1) و A می نویسیم .

$$P_A = 750 \text{ mmHg} \times \frac{1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}}{760 \text{ mmHg}} = 99991.8 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + losses_{1-A}$$

$$\Rightarrow \frac{70000}{9806} + 0 + 4 = \frac{99991.8}{9806} + \frac{V^2}{2 \times 9.806} + 0 + 0.1$$

$$\Rightarrow V^2 = 16.49 \Rightarrow V = 4.06 \text{ m/s}$$

(62)

3-36. در شکل 52-3 به ازای $H=8m$ تلفات برابر $3V^2/2gm.N/N$ است. دبی را به دست آورید



حل :

نقطه (1) را در سطح آب و نقطه (2) را در خروجی لوله فرض می‌کنیم و معادله انرژی را برای این دو نقطه می‌نویسیم.

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2}$$

$$0 + 0 + H = 0 + \frac{V^2}{2g} + 0 + \frac{3V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{4V^2}{2g} = H \Rightarrow \frac{4V^2}{2 \times 9.806} = 8 \Rightarrow V^2 = 30.22 m/s \Rightarrow V = 6.263 m/s$$

$$Q = AV = \frac{\pi}{4} (0.15)^2 \times 6.263 = 0.1107 m^3/s = 110.7 L/s$$

(63)

3-37. در شکل 57-3 برای دبی $H=50L/s$ تلفات $10V^2/2gm.N/N$ است.

حل :

$$Q = AV \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{0.05}{\pi \times 0.15^2 / 4} = 2.83 m/s$$

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2}$$

$$0 + 0 + H = 0 + \frac{V^2}{2g} + 0 + \frac{10V^2}{2g} \Rightarrow \frac{11V^2}{2g} = \frac{11 \times 2.83^2}{2 \times 9.806} = 4.49 m$$

(64)

3-38. در شکل 52-2 برای دبی $100L/s$ و ارتفاع $H=10m$ تلفات در سیستم را بر حسب ارتفاع سرعتی

یعنی $KV^2/2g$ بیان کنید.

حل :

$$Q = AV \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{0.1}{\pi \times 0.15^2 / 4} = 5.6588 \text{ m/s}$$

معادله انرژی بین نقطه (1) و (2) عبارت است از:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{1-2}$$

$$0 + 0 + H = 0 + \frac{V^2}{2g} + 0 + \frac{kV^2}{2g}$$

$$\Rightarrow H = (k+1) \frac{V^2}{2g} \Rightarrow 10 = (k+1) \frac{5.6588^2}{2 \times 9.806} \Rightarrow k = 5.125$$

(65)

3-39. در شکل 3-53 تلفات تا مقطع A به صورت $5V_1^2/2g$ و تلفات در نازل به صورت

$0.05V_2^2/2g$ بیان می شود. دبی را به دست آورید. فشار در A را حساب کنید. $H=8\text{m}$



حل : مطابق شکل نقطه (1) را در مقطع A و نقطه (2) را در جت خروجی و نقطه (3) را در روی سطح آزاد آب انتخاب می کنیم. معادله انرژی را بین دو نقطه (2) و (3) می نویسیم:

$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + losses_{3-2}$$

$$0 + 0 + H = 0 + \frac{V_2^2}{2g} + 0 + \frac{5V_1^2}{2g} + 0.05 \times \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow 0.021V_2^2 + V_1^2 = 31.38 \quad (I)$$

معادله پیوستگی بین دو مقطع:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_1 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 = V_2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.05^2$$

$$\Rightarrow V_2 = 9V_1 \quad (II)$$

$$(II) \text{ و } (I) \Rightarrow 0.021(9V_1)^2 + V_1^2 = 31.38$$

$$V_1^2 = 1.74 \Rightarrow V_1 = 1.32 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = Q_2 = A_1 V_1 = \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \times 1.32 = 0.0233 \text{ m}^3/\text{s} = 23.3 \text{ L/s}$$

معادله انرژی بین دو نقطه (1) و (3) عبارت است از :

$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_2 + \text{losses}_{3-1}$$

$$0 + 0 + H = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + 0 + \frac{5V_1^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\rho} - 8 - \frac{6}{2g} \times 1.32^2 = 7.467 \text{ N.m/N}$$

$$\Rightarrow P_1 = 7.467 \times 9806 = 73.221 \text{ kPa (gage)}$$

(66)

3-40. در شکل 3-53 فشار در A برابر 25kPa است. تلفات در مسأله قبل داده شده است. ارتفاع، H و دبی را تعیین کنید.

حل :

معادله انرژی بین دو نقطه (1) و (2) عبارت است از :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \text{losses}_{1-2}$$

مطابق مسئله قبل :

$$\frac{25000}{9806} + \frac{V_1^2}{2 \times 9.806} + 0 = 0 + \frac{V_1^2}{2 \times 9.806} + 0 + 0.05 \frac{V_2^2}{2 \times 9.806}$$

$$\Rightarrow 1.05V_2^2 - V_1^2 = 50 \quad (I)$$

از مسئله قبل داریم

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_2 = 9V_1 \quad (II)$$

$$\Rightarrow 1.05(9V_1)^2 - V_1^2 = 50 \Rightarrow 84.05V_1^2 = 50 \Rightarrow V_1 = 0.771 \text{ m/s}$$

$$Q = Q_1 = V_1 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 = 0.0136 \text{ m}^3/\text{s} = 13.6 \text{ L/s}$$

معادله انرژی بین نقاط (3) و (1) عبارت است از :

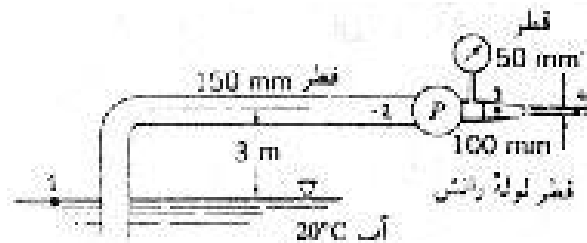
$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_2 + losses_{3-1}$$

$$0 + 0 + H = \frac{25000}{9806} + \frac{0.771^2}{2 \times 9.806} + 0 + \frac{5 \times 0.771^2}{2 \times 9.806}$$

$$\Rightarrow H = 2.731m$$

(67)

3-41. در شکل 3-54 هنگامی که فشار در لوله رانش 35kPa باشد. کاویتاسیون در دهانه ورودی پمپ در آستانه وقوع است. طول لوله مکش را به دست آورید. تلفات در لوله مکش را می توان به صورت $(V_1^2 / 2g)(0.03L/D)$ بیان کرد. توانی را که پمپ به سیال می دهد به دست آورید. چند درصد از این توان صرف غلبه بر تلفات می شود. فشار بارومتریک 760mmHg است.



حل :

با انتخاب نقاط (1) و (2) و (3) و (4) مطابق شکل بالا داریم: $P_3 = 35kPa$, $P_4 = 0$

معادله انرژی بین نقاط (3) و (4) عبارت است از :

$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_4}{\rho} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4$$

$$\frac{35000}{9806} + \frac{V_3^2}{2 \times 9.806} + 3 = 0 + \frac{V_4^2}{2 \times 9.806} + 3 \Rightarrow V_4^2 - V_3^2 = 70 \quad (I)$$

معادله پیوستگی بین دو مقطع (3) و (4) :

$$V_3 A_3 = V_4 A_4$$

$$\Rightarrow V_3 \times \frac{\pi}{4} (0.10)^2 - V_4 \times \frac{\pi}{4} (1.150)^2 \Rightarrow V_4 = 4V_3 \quad (II)$$

$$(II)(I) \Rightarrow (4V_3)^2 - V_3^2 = 70 \Rightarrow V_3 = 2.16m/s$$

معادله پیوستگی بین دو مقطع (2) و (3) :

$$V_2 A_2 = V_3 A_3 \Rightarrow V_2 = \frac{V_3 A_3}{A_2}$$

معادله انرژی بین نقاط (1) و (2) عبارت است از :

$$\Rightarrow V_2 = \frac{2.16 \times 0.1^2}{0.15^2} = 0.96m/s$$

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \left(\frac{V_2^2}{2g}\right)(0.03L/D)$$

فشار در نقطه 2 عبارت است از فشار بخار آب در دمای ذکر شده که 20°C می باشد.

$$\frac{P_v}{\rho} = 0.25, \rho = 9789 \text{ N/m}^3 \text{ داریم } 20\text{C}$$

$$\Rightarrow P_v = 0.25 \times 9789 \Rightarrow P_2 = 2447.25 \text{ Pa}$$

$$P_1 = P_{bar} = 760 \text{ mmHg} = 1.01325 \times 10^5$$

با جاگذاری در معادله انرژی داریم:

$$\frac{1.01325 \times 10^5}{9806} + 0 + 0 = \frac{2447.25}{9806} + \frac{0.96^2}{2 \times 9.806} + 3 + \frac{0.96^2}{2 \times 9.806} \times \frac{0.03L}{0.15} \Rightarrow L = 748 \text{ m}$$

معادله انرژی را بین دو نقطه (2) و (3) می نویسیم :

$$\frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + W_p = \frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + losses_{2-3}$$

$$\frac{2447.25}{9806} + \frac{0.96^2}{2 \times 9.806} + 3 + W_p = \frac{35000 + 1.01325 \times 10^5}{9806} + \frac{2.16^2}{2 \times 9.806} + 3$$

$$\Rightarrow W_p = 13.84 \text{ N.m/N}$$

$$m = \rho Q = \rho V_2 A_2 = 998.2 \times 0.96 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 = 16.93 \text{ kg/s}$$

$$\Rightarrow W_p = 13.84 \times 16.93 = 234.3 \text{ N.m/s} = 234.3 \times 9.806 = 2297.5 \text{ W}$$

$$losses = \frac{V_2^2}{2g} \times \frac{0.03L}{D} = \frac{0.96^2}{2 \times 9.806} \times \frac{0.03 \times 748}{0.15} = 7.03 \text{ Nm/N}$$

$$\Rightarrow losses = 7.03 \times 16.93 = 119 \text{ W}$$

کل توان ایجاد شده توسط پمپ که صرف سیال شده است = 2297.5 + 119 = 2416.5 W

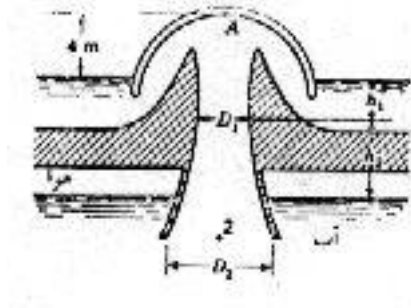
$$\text{درصد توان مصرفی جهت تلفات} = \frac{119}{2416.5} \times 100 = 4.92\%$$

(68)

3-42. در سیفون شکل 3-55 داریم $D_1 = 5 \text{ m}, D_2 = 3 \text{ m}, h_2 = 3 \text{ m}, h_1 = 1 \text{ m}$ تلفات تا مقطع 2 معادل

$2.6V_2^2/2g$ است و 10 درصد تلفات قبل از مقطع 1 رخ می دهد. دبی را تعیین کنید. فشار در مقطع 1 رخ

می دهد. دبی را تعیین کنید. فشار در مقطع 1 را به دست آورید.



حل :

با انتخاب نقاط (3) و (4) روی سطح آب مطابق شکل داریم

$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_4}{\rho} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 + losses_{3-4}$$

$$losses_{3-4} = losses_{3-2} + losses_{2-4} = \frac{2.6V_2^2}{2g} + losses_{2-4}$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + 4 = 0 + 0 + 0 + \frac{2.6V_2^2}{2g} + losses_{2-4} \Rightarrow losses_{2-4} = 4 - \frac{2.6V_2^2}{2g}$$

مطالعه انرژی بین دو نقطه (2) و (4) عبارت است از:

$$\frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_4}{\rho} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 + losses_{2-4}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = 0 + 0 + 0 + 4 + \frac{2.6V_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{3.6V_2^2}{2g} = 4 \Rightarrow V_2 = 4.6681 \text{ m/s}$$

$$Q = Q_1 = Q_2 = V_2 A_2 = 4.6681 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 = 91.66 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_1 \times \frac{\pi}{4} \times 3^2 = 4.6681 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \Rightarrow V_1 = 12.967 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + losses_{3-1} \quad \text{معادله انرژی بین نقاط (3) و (1) عبارت است از :}$$

$$0 + 0 + 4 = \frac{P_1}{\rho} - \frac{12.967^2}{2g} + 3 + 0.1 \times 2.6 \times \frac{4.6681^2}{2g}$$

$$\Rightarrow P_1 = -77098 \text{ Pa} = -77.098 \text{ kPa}$$

(69)

3-43. در مسأله قبل فشار در نقطه A را به دست آورید. نقطه A، نقطه سکون است (سرعت در A صفر

است)

حل:

معادله انرژی بین نقاط (3) و (4) عبارت است از:

$$\frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A$$

$$0 + 0 + 4 = \frac{P_1}{\rho} - 0 + 8$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{\rho} = -4 \Rightarrow P_A = -4 \times 9806 = -39224 Pa = -39.224 kPa$$

(70)

3-44. به انتهای سیفون شکل 3-18 در مقطع 3 يك نازل به طول 150mm متصل می کنیم که قطر دهانه خروجی آن 150mm است. با صرف نظر کردن از تلفات، دبی را تعیین کنید. فشار در مقاطع 3,2 را به دست آورید.

حل:

معادله انرژی بین نقاط (1) و (4) عبارت است از:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_4}{\rho} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 + losses_{1-4}$$

$$0 + 0 + (1.5 + 0 + 0.15) = 0 + \frac{V_4^2}{2g} + 0 + 0 \Rightarrow V_4 = 5.689 m/s$$

$$Q = V_4 A_4 = 5.689 \times \frac{\pi}{4} \times (0.15)^2 = 0.101 m^3/s = 101 \text{ liter/s}$$

$$\Rightarrow Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = V_3 \times \frac{\pi}{4} (0.2)^2 = 0.101 \Rightarrow V_3 = V_2 = 3.2 m/s$$

معادله انرژی بین نقاط (3) و (1) عبارت است از:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + (1.5 + 0.15) = \frac{P_3}{\rho} + \frac{3.2^2}{2 \times 9.806} + 0.15$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{\rho} = 0.978 \Rightarrow P_3 = 0.978 \times 9806 = 9590 \text{ Pa} = 9.59 \text{ kPa}$$

معادله انرژی بین نقاط (1) و (2) عبارت است از :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + (1.5 + 0.15) = \frac{P_2}{\rho} + \frac{3.2^2}{2 \times 9806} = (2 + 1.5 + 0.15)$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{\rho} = -2.52 \Rightarrow P_2 = -2.52 \times 9806 = -24730 \text{ Pa} = 24.73 \text{ kPa}$$

(71)

3-45. در مسأله قبل فرض کنید تلفات از 1 تا 2 به صورت $1.7V_2^2/2g$ و از 2 تا 3 به صورت $V_2^2/2g$ و در نازل به صورت $0.6 V_E^2/2g$ بیان شود. V_E سرعت خروجی از نازل است. دبی را تعیین کنید. فشار در مقاطع 2, 3 را به دست آورید.

حل :

با توجه به مسئله قبل داریم:

معادله انرژی بین دو نقطه (1) و (4) عبارت است از :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_4}{\rho} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 + \text{losses}_{1-4}$$

$$0 + 0 + (1.5 + 0.15) = 0 + \frac{V_4^2}{2g} + 0 + 1.7 \frac{V_2^2}{2g} + 0.9 \frac{V_2^2}{2g} + 0.06 \frac{V_E^2}{2g}, \quad V_2 = V_4$$

$$\Rightarrow \frac{1.06V_E^2}{2g} + \frac{2.6V_2^2}{2g} = 1.65 \quad (I)$$

$$Q_2 - Q_4 \Rightarrow V_2 \times \frac{\pi}{4} (0.2)^2 = V_E \times \frac{\pi}{4} (0.15)^2 \quad \text{معادله پیوستگی بین دو مقطع (1) و (4):}$$

$$\Rightarrow V_2 = 0.5625V_E, V_E = V_4 \quad (II)$$

$$\text{روابط (I) و (II)} \Rightarrow \frac{1.06V_E^2}{2 \times 9.806} + \frac{2.6}{2 \times 9.806} (0.5625V_E)^2 = 1.65$$

$$\Rightarrow 0.096V_E^2 = 1.65 \Rightarrow V_E = 4.146 \text{ m/s}$$

$$Q = Q_2 = Q_3 = Q_4 = V_E \times \frac{\pi}{4} \times (0.15)^2 = 0.073 \text{ m}^3/\text{s} = 73 \text{ L/s}$$

$$Q_2 = Q_4 \Rightarrow V_2 \times \frac{\pi}{4} (0.2)^2 = V_E \times \frac{\pi}{4} (0.15)^2$$

$$\Rightarrow V_2 = 2.332 \text{ m/s} \Rightarrow V_2 = V_3 = 2.332 \text{ m/s}$$

معادله انرژی بین نقاط (1) و (2) عبارت است از :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \text{losses}_{1-2}$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + (1.5 + 0.15) = \frac{P_2}{\rho} + \frac{2.332^2}{2 \times 9.806} + 3.65 + \frac{1.7 \times 2.332^2}{2 \times 9.806}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{\rho} = 2.749 \Rightarrow P_2 = 2.749 \times 9806 = 2695 \text{ Pa} = 26.95 \text{ kPa}$$

معادله انرژی بین نقاط (1) و (3) عبارت است از :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_3}{\rho} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + \text{losses}_{1-3}$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + (1.5 + 0.15) = \frac{P_3}{\rho} + \frac{2.332^2}{2 \times 9.806} + 0.15 + \frac{1.7 \times 2.332^2}{2 \times 9.806} + \frac{0.9 \times 2.332^2}{2 \times 9.806}$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{\rho} = 0.5018 \Rightarrow P_3 = 0.5018 \times 9806 = 4920 \text{ Pa} = 4.92 \text{ kPa}$$

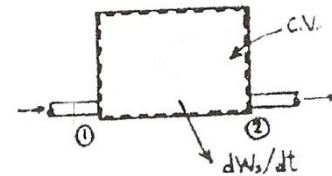
(72)

هوادر فشار مطلق 500pk و دمای 35 به یک موتور هوایی که بخوبی عایقکاری شده است ، وارد شده و آن را به صورت یک جت آزادبا دمای 5°C- ترک می کند . سرعت های ورودی خروجی به ترتیب 25m/s و 70m /s می باشند . اگر در هر دقیقه 3kg هو ا جریان داشته باشد واگر انرژی داخلی به صورت cvT بگیریم که cv ، گرمای ویژه درحجم ثابت ، ثابت فرض شود توان ایجاد شده توسط موتور هو ا چقدر است ؟ گرمای ویژه (k)(kg) / (N.M) 4.08 × 10⁻⁵ بگیرید فشار اتمسفر 101.4pa می باشد .

حل :

قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر می باشد:

شکل



$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + u_1 = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + u_2 + \frac{dw_s}{dm}$$

$$\frac{25^2}{2} + \frac{500 \times 10^3}{\rho_1} + (4.08 \times 10^{-5})(35 + 237) =$$

$$\frac{70^2}{2} + \frac{101.4 \times 10^3}{\rho_2} + (4.08 \times 10^{-5})(-5 + 273) + \frac{dw_s}{dm}$$

$$\frac{dw}{dm} + \frac{1014 \times 10^3}{\rho_2} - \frac{500 \times 10^3}{\rho_1} + 2.14 \times 10^3 = 0 \quad \text{باتعین جملات می توان نوشت :}$$

اکنون از معادله حالت در روابط (1) و (2) برای گاز کامل استفاده می کنیم :

$$p_1 = \rho_1 R T_1$$

$$500,000 = \rho_1 (278)(273 + 35)$$

$$p_2 = \rho_2 R T_2$$

$$\rho_1 = 5.66 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 1.318 \text{ kg/m}^3$$

$$101,400 = \rho_2 (278)(-5 + 273)$$

ببازگشت به معادله یک نتیجه می شود:

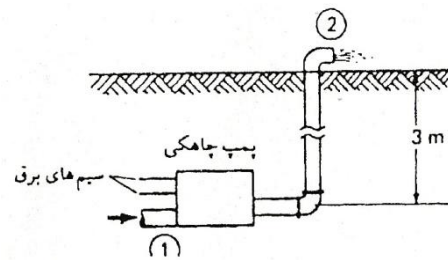
$$\therefore \frac{dw_s}{dm} = 9264 \frac{N - M}{kg}$$

$$\frac{dw_s}{dm} = -\frac{101.4 \times 10^3}{1.318} + \frac{500 \times 10^3}{5.66} - 2.14 \times 10^3$$

$$\frac{dw_s}{dt} = \frac{dw_s}{dm} \frac{dm}{dt} = (9264) \left(\frac{3}{60}\right) = 463w \quad \text{در نهایت توان برابر با 453kw می باشد.}$$

(73)

پمپ چاهکی، پمپ آبندی شده ای است که معمولاً در زیر سطح زمین نصب می شود این پمپ آب را از ورودی 1 گرفته و آن را به 2 در سطح زمین پمپاژ می کند. قطر داخلی ورودی 75mm و قطر خروجی 50mm می باشد. جریان الکتریکی 10 آمپر با ولتاژ 220V به پمپ داده می شود. حداکثر دبی ممکن پمپ چقدر است؟ از اصطکاک در لوله ها و انتقال حرارت صرف نظر کنید. P_1 را P_{atm} بگیرید.



حل:

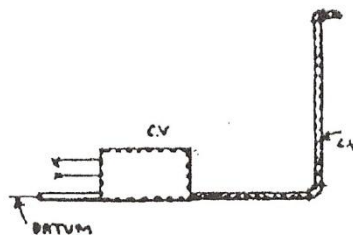
برای حجم کنترل زیر با استفاده از فشار نسبی قانون اول را می توان به صورت زیر نوشت:

(1)

$$\frac{v_1^2}{2} + 0 + 0 = \frac{v_2^2}{2} + g(3) + 0 + \frac{dw_s}{dm}$$

شکل

$$\frac{1}{2} \left[\frac{Q}{(\pi)(0.75)^2} \right]^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{Q}{(\pi)(.050)^2} \right]^2$$



$$+ 9.81(3) - [(220)(10)] / [(1000)Q]$$

$$104.1 \times 10^3 Q^2 - \frac{2.20}{Q} + (3)(9.81) = 0$$

$$Q^3 + 2.827 \times 10^4 Q - 2.113 \times 10^{-5} = 0$$

با حل از طریق حدس و خطا نتیجه می شود:

$$Q = .02425 m^3 / sec$$

$$Q = 24.25 l / sec$$

(74)

درستی روش ارتفاع را اثبات کنید.

حل:

فرض می کنیم مطابق شکل ، پیستونی از مایع در لوله در اختیار است . قطر لوله به حد کافی بزرگ بوده و اثر موئینگی حذف می گردد . اکنون اگر مقدار آب را به اندازه h جابجا کنیم و فشار $(p = \gamma h)$ را بوسیله یک پیستون اعمال کنیم فشار در هر نقطه در فاصله d پائینتر از h برابر خواهد با:

$$p = (\gamma h) + \gamma(d) = p_0 + p$$

زیرا فشار پیستون در همه جا یکنواخت است بر عکس هر گاه به علت وجود پیستون یا هر وسیله دیگری فشار p_0 وجود داشته باشد باید آن را با ستونی از مایع ، مطابق رابطه زیر عوض نمود.



شکل

$$p_0 = \gamma h_{eq}$$

$$p = \gamma(h_{eq} + d)$$

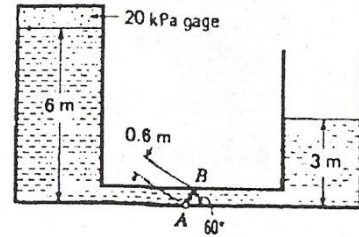
و فشار در عمق d برابر خواهد بود با:

(75)

دریچه AB در نقطه A لولا شده است . وقتی دریچه بسته باشد زاویه آن با امتداد افقی 60° است . دریچه ، مستطیلی به ابعاد 0.6m در 1m می باشد . در دو طرف دریچه آب وجود دارد . در سمت چپ آب تحت فشار هوای متراکم با فشار 20kpa قرار دارد . در حالیکه سمت راست به اتمسفر مربوط میشود . لنگر نیروی وارده از آب به دریچه حول نقطه A چقدر است ؟

راهنمایی : با کمی تأمل ، حل مسأله کوتاهتر می شود.

شکل



حل :

این مسئله را می توان به روش کوتاهتری نیز حل نمود . در صورتیکه دقت شود ملاحظه می گردد که آب در دو طرف ، یکدیگر را خنثی نموده بنابراین فشار یکنواخت در سمت چپ درجه بر اثر فشار (3m, kpa) آب

$$p = [(20)(1000) + (3)(9806)](.6)(1) = 29$$

باقی می ماند

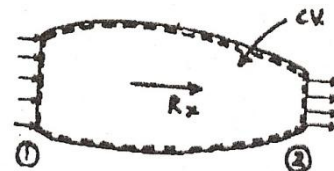
$$M = (29.65)(3) = 8.895kN - m$$

(76)

هواپیمایی با سرعت ثابت $600mi/h$ حرکت می کند . هریک از چهار موتور جت دارای سطح ورودی $10ft^2$ و سطح خروجی $3ft^2$ می باشد . نسبت سوخت به هوا 1 به 40 می باشد . سرعت خروجی محصولات احتراق نسبت به هواپیما در فشار نسبی محلی $4lb/in^2$ برابر $600ft/s$ است . ارتفاع هواپیما از سطح دریا $40,000ft$ است که در آنجا جرم مخصوص هوا $0.000594slugs/ft^3$ می باشد . نیروی درآگ وارده به هواپیما را به دست آورید .

حل :

یک موتور جت را در نظر گرفته و مطابق شکل کنترلی بر روی سطح داخلی موتور استفاده می کنیم . معادله اندازه حرکت خطی برای حجم کنترل با استفاده از فشار نسبی به صورت زیر می باشد .



شکل

$$R_x - (p_{exit})(3) = -v_1^2(\rho_1 A_1) + v_2 \left[(\rho_1 v_1 A_1) + \left(1 + \frac{1}{40}\right) \right]$$

$$R_x - (4)(144)(3) = - \left[600 \left(\frac{5280}{3600} \right) \right]^2 (.000594)(10) +$$

$$(6000) \left[\left(\frac{5280}{3600} \right) (.000594)(10) \left(1 + \frac{1}{40}\right) \right]$$

نیروی دراگ 117,200lb

$$R_x = 29,300$$

(77)

درمساله قبل فرض کنید که نیروی دراگ هواپیما ، **D** متناسب با مجذور سرعت است اگر دو موتور هواپیما از کار افتاده ونسبت به سوخت به هوا همان مقدار مسأله قبلی بماند ، سرعت پرواز هواپیما چقدر خواهد گردید ؟ نیروی رانش هر موتور که درمسأله قبل محاسبه گردیدبرابر 29,300lb می باشد . فرض کنید که فشار خروجی محصولات احتراق $4lb/in^2$ باقی بماند .

حل :

$$Dv^2$$

$$\therefore D = CV^2$$

زمانیکه $V = (600) \left(\frac{5280}{3600} \right) ft/sec$ باشد دراین صورت $D = (29,300)(4)$ می باشد.

بنابراین مقدار C به دست می آید. از این روداریم :

$$(4)(29,300) = C \left[(600) \frac{5280}{3600} \right]^2 \quad C = .1513lb/(ft/sec)$$

حال سرعت را تنها با استفاده از دوموتور به دست می آوریم . دراگ برای هواپیما به صورت

$$.1513V^2 \text{ داده شده بنابراین نیروی تر است برای هر موتور } \frac{1}{2} (.1513)V^2 \text{ می باشد . معادله اندازه}$$

حرکت درامتداد محور x برای کنترل مسئله قبل به صورت زیر می باشد:

$$\frac{1}{2} (.1513V^2) - (4)(144)(3) = -V_1^2(\rho_1 A_1) + V_2 \left[\rho_1 v_1 A_1 \left[1 + \frac{1}{40} \right] \right]$$

باقرار دادن مقادیر عددی نتیجه می شود:

$$\frac{.1513}{2} V_1^2 - 1,728 = -V_1^2 (.000594)(10) + 6000 [(.000594)(V_1)(10)] \left(1 + \frac{1}{40}\right)$$

$$V_1^2 - 447V_1 - 21179 = 0$$

$$\therefore .816V_1^2 - 36.5V_1 - 1728 = 0$$

$$V_1 = \frac{447 \pm \sqrt{447^2 + (4)(21179)}}{4} = 490 \text{ ft/sec} = 334 \text{ mph}$$

(78)

مطلوبست دراگ وارده به یک زیردریایی دونفره که زیر سطح آزاد حرکت می کند . مدلی به مقیاس $\frac{1}{10}$

نمونه اصلی مورد آزمایش قرار گرفته است . چه گروههای بی بعدی باید برای دو جریان برابر باشند ؟ اگر دراگ وارده به زیر دریایی در سرعت 1kn مورد نظر باشد مدل با چه سرعتی باید حرکت کند؟

حل:

الف) عدد رینولدز

$$\frac{\rho_M V_M D_M}{\mu} = \frac{\rho_P V_P D}{\mu}$$

ب)

$$\therefore V_M D_M = V_P D_P$$

با استفاده از تشابه از آب داریم

$$V_M = (1) \left(\frac{D_P}{D_M} \right) = 10 \text{ Knots}$$

(79)

روغنی با ویسکوزیته سینماتیک $6.05 \times 10^{-5} \text{ ft}^2 / \text{s}$ در یک لوله به قطر 10-in جریان دارد. آب 60°F

با چه سرعتی باید در لوله جریان یابد تا تشابه دینامیکی برقرار شود ؟ نسبت بین دراگهای دو جریان برای طول های یکسان چقدر است ؟ چگالی روغن 0.8 می باشد.

حل :

برای روغن داریم :

$$\begin{cases} v = 6.05 \times 10^{-5} \text{ ft}^2 / \text{sec} \\ D = 10 \text{ in} \end{cases}$$

برای آب می توان نوشت:

$$\begin{cases} v = 1.217 \times 10^{-5} \text{ ft}^2 / \text{sec} \\ D = 10 \end{cases}$$

با توجه به اعداد رینولدز داریم :

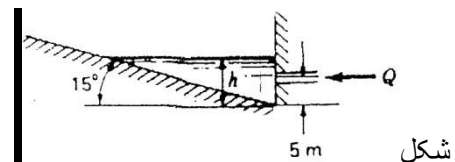
$$\text{آب} \left(\frac{VD}{\nu}\right) = \text{روغن} \left(\frac{VD}{\nu}\right)$$

$$V \text{ آب} = \left(\frac{1.217}{6.05}\right) V \text{ روغن}$$

$$V \text{ آب} = 2012 V \text{ روغن}$$

(80)

عرض یک نهر مستطیلی ، 10m و بستر آن مطابق شکل شیبدار است آب با دبی 100l/s به آن اضافه می شود . هنگامی که h=1m شود dh/dt چقدر است ؟ چقدر طول می کشد تا سطح آزاد از h=1m به h=1.2 m برسد؟



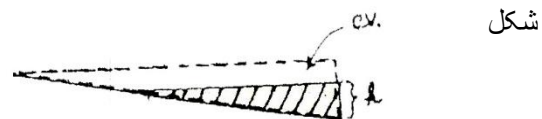
حل : حجم کنترلی را برای آب در نظر گرفته قانون بقای جرم برای c.v نشان داده شده ایجاب کند که

$$\oint \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dv$$

$$-(\rho)(100)(.001) = -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tan 15^\circ} \right) \right] (h)(10)(\rho) \right\}$$

$$l = \frac{\partial}{\partial t} [(18.66)(h^2)]$$

شود که h تابعی از زمان می باشد.



$$\therefore \frac{dh}{dt} = .00263 \frac{m}{sec}$$

$$l = 37.3h \frac{dh}{dt}$$

$$l dt = 37.3h dh$$

در این مرحله متغیرها را جدا می نمایم :

با انتگرال گیری نتیجه می شود:

$$l(t_2 - t_1) = 37.3 \frac{h^2}{2} \Big|_1^{1.2}$$

$$t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{37.3}{(0.1)(2)} [1.2^2 - 1^2]$$

$$\therefore \Delta t = 82.1 \text{ sec}$$

(81)

در مساله قبل فرض کنید نمونه در سطح زمین با سرعت 150mi/h حرکت می کند. اگر برای اندازه گیری درآگ وارده به مدل از تونل بادی که در بالا گرفته شد استفاده کنیم با توجه به اینکه اثرات لزجی حائز اهمیت است در چه سرعتی تشابه دینامیکی برقرار می شود؟ فرض کنید این سرعت V_m باشد، چرا این آزمایش بی معنی است؟ توضیح دهید که چرا برای چنین آزمایشی باید از هوای بشدت متراکم و یا از تونل آب استفاده کرد. ρ و μ را برای مدل و نمونه یکسان فرض کنید.

حل:

در اینجا می خواهیم به دست آوریم:

$$(R_{ey})_p = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(\rho)(150) \left(\frac{5280}{3600} \right) (20 L_M)}{\mu}$$

برای الگوداریم:

$$\therefore V_M = (20)(150) = 3000 \text{ mi/hr.}$$

$$(R_{ey})_M = \frac{(\rho)(V_m) \left(\frac{5280}{3600} \right) (20 L_M)}{\mu}$$

در این سرعت در تونل باد اثرات تراکم پذیری وجود دارد ولی ویسکوزیته اثری ندارد و نتایج بی معنی هستند برای رفع آن، باید $(\rho)_M$ را با گذاشتن یک فشار بالا در تونل باد یا استفاده از سیالی مانند آب در تونل آب افزایش دهیم.

(82)

مقاومت مدل یک کشتی اقیانوس پیما که به مقیاس $\frac{1}{100}$ ساخته شده است در مقابل موج مورد اندازه گیری قرار می گیرد. اگر درآگ وارده به نمونه در سرعت 20kn مورد نظر باشد، سرعت مدل چقدر باید باشد؟ نسبت نیروهای درآگ مدل و نمونه را تعیین کنید.

حل:

در این مسئله با قرار دادن اعداد فریود نتیجه می شود:

$$\left(\frac{v^2}{Lg}\right)_P = \left(\frac{v^2}{Lg}\right)_M$$

$$V_M = 2 \text{ knots}$$

$$V^2 M = (400) \left(\frac{L_M}{L_P}\right) = 4$$

$$\left(\frac{p}{\rho V^2}\right)_P = \left(\frac{p}{\rho V^2}\right)_M$$

اما

$$P \frac{F}{D^2}$$

که در این رابطه F به عنوان نیروی دراگ و D نیز به عنوان طول تلقی می گردد. بنابراین می توان نوشت:

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_P = \left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_M$$

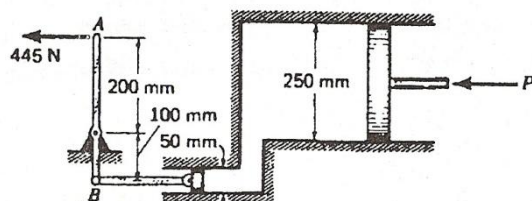
$$\frac{F_P}{F_M} = (10)^2 \times 100^2 = 10^6$$

$$\therefore \frac{F_P}{F_M} = \left(\frac{V_P}{V_M}\right)^2 \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^2$$

(83)

نیروی 455N به اهرم AB وارد می شود. انتهای دیگر اهرم، B به پیستونی متصل شده که داخل یک سیلندر به قطر 50mm قرار گرفته است. چه نیروی p باید روی پیستون بزرگ اعمال گردد تا از حرکت آن در سیلندر با قطر 250mm جلوگیری کند؟

شکل



حل :

$$A_1 = \pi r_1^2 = (\pi)(.025)^2$$

$$A_2 = \pi r_2^2 = (\pi)(.125)^2$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\therefore p_2 = [(2)(445)] \frac{\pi(.125)^2}{\pi(.025)^2} = 22,250 = 22.25kN$$

(84)

ثابت کنید که نیروی برآیند ناشی از توزیع ویکنواخت فشار روی یک صفحه ، در مرکز سطح آن صفحه وارد می شود .

حل :

برآیند نیرو برابر است با PA ، با گشتاور گیری حول محور x می توان نوشت:

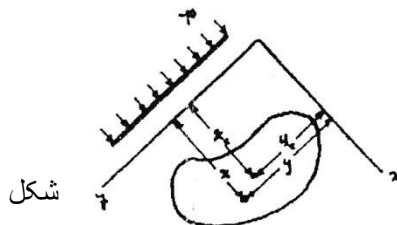
$$(pA)(y') = \int pydA = p \int ydA$$

به طور مشابه با گشتاور گیری حول محور داریم که :

$$\therefore y' = \frac{\int ydA}{A} = \frac{y_c A}{A} = y_c$$

بنابراین برآیند نیرو در مرکز اثر می کند.

$$x' = x_c$$



شکل

(85)

وزن مخصوص یک کوه یخ $900N/m^3$ و وزن مخصوص آب اقیانوس $10^4 N/m^3$ می باشد. اگر حجم کوه یخ در بالای سطح آزاد $2.8 \times 10^3 m^3$ باشد حجم کوه یخ در سطح آزاد اقیانوس چقدر است ؟

حل :

$$V_{up} = 2.8 \times 10^3 m^3$$

$$V_{up} + V_{bot} = V_T$$

$$(V_T)(9000) = (V_{bot})(10,000)$$

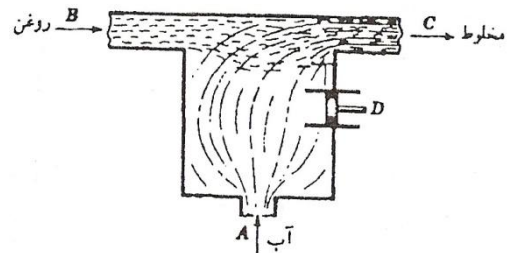
$$(2.8 \times 10^3 + V_{bot})(9000) = V_{bot}(10,000)$$

$$V_{bot} = 25.2 \times 10^3 m^3$$

(86)

آب از لوله A با دبی $0.1\text{m}^3/\text{s}$ و روغن از لوله B با دبی $0.03\text{m}^3/\text{s}$ به داخل دستگاه وارد می شوند . چگالی روغن 0.8 می باشد . اگر مایعات غیر قابل تراکم بوده و یک مخلوط همگن از ذرات روغن در آب را تشکیل دهند ، سرعت متوسط و جرم مخصوص مخلوط خروجی از لوله C چقدر خواهد بود ؟ قطر لوله C ، 0.3-m می باشد .

شکل



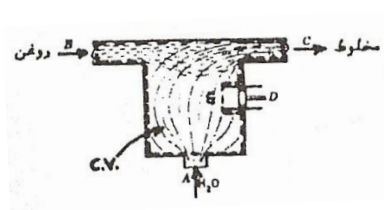
حل :

$$\iint \rho \vec{V} d\vec{A} = 0$$

$$-(100)(.1) - (800).(30) + \rho V \frac{\pi(.3)^2}{4} = 0 \quad pV = 1,754$$

فرض می کنیم هیچ واکنشی بین روغن و آب صورت نگرفته و مخلوط تراکم ناپذیر است و حجم بقاء دارد . بنابراین می توان نوشت :

$$(.1) + (.03) = Q = .13$$



$$\therefore V_C \frac{\pi(.3)^2}{4} = .13 \quad V_C = 1.893\text{m/sec}$$

$$\therefore \rho_C = \frac{1,754}{1.893} = 953.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

شکل

(87)

منظور از دستگاه مختصات اینرسیال چیست ؟

حل :

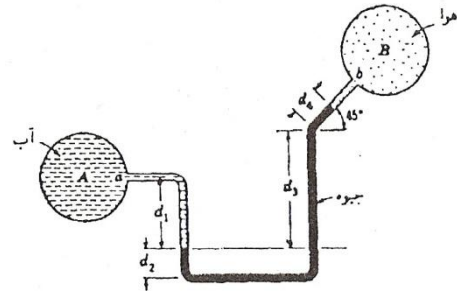
یک دستگاه مرجع قانون نیوتن به شکل $\vec{f} = m\vec{a}$ یافته می شود که \vec{a} نسبت دستگاه سنجیده می شود .

(88)

اختلاف فشار مخازن A و B را بیابید .

اگر $d_4 = 200\text{mm}$, $d_3 = 460\text{mm}$, $d_2 = 150\text{mm}$, $d_1 = 300\text{mm}$, $S_{Hg} = 13.6$ باشند.

شکل



حل :

$$p_N = p_A + \gamma_{H_2O} d_1$$

$$p_M = p_B + \gamma_{Hg} (d_4 \sin 45^\circ + d_3)$$

$$p_N = p_M \Rightarrow p_A + \gamma_{H_2O} d_1 = p_B + \gamma_{Hg} (d_4 \sin 45^\circ + d_3)$$

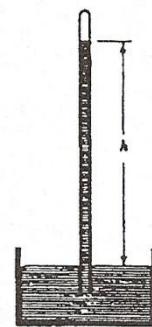
$$p_A - p_B = -(9806)(.3) + (9806)(13.6) \times [(.2)(.707) + .46] = 77,262 p_a$$

(89)

بارومتر وسیله ای برای اندازه گیری فشار اتمسفر است. اگر از مایعی به وزن مخصوص

$850\text{lb} / \text{ft}^3$ استفاده کرده و یک لوله پر از آن مطابق شکل وارونه کنیم ارتفاع h چقدر خواهد بود؟

شکل



حل:

$$p_{amt} = (3)(144) + (850)(h)$$

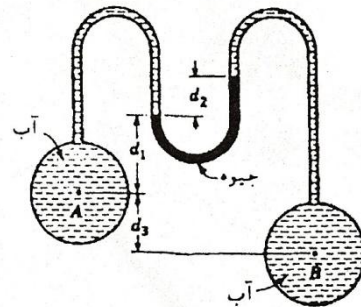
$$(14.7 - 3)(144) = 850h$$

$$h = 1.9821\text{ft} = 23.8\text{in}$$

(90)

اختلاف فشار نقاط A و B از دو مخزن چقدر است؟

شکل



حل :

$$p_N = p_A - \gamma_{H_2O} d_1$$

$$p_M = p_B - (d_1 + d_2 + d_3) \gamma_{H_2O} + d_2 \gamma_{Hg}$$

$$p_N = p_M$$

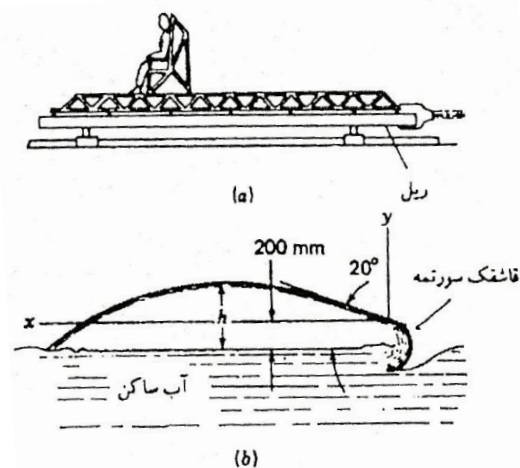
$$p_A - \gamma_{H_2O} d_1 = p_B - (d_1 + d_2 + d_3) \gamma_{H_2O} + d_2 \gamma_{Hg}$$

$$p_B - p_A = \gamma_{H_2O} (d_2 + d_3) - \gamma_{Hg} d_2$$

(91)

یک دستگاه آزمایش که محرک آن موتور موشک است ، روی ریلها می لغزد . این دستگاه برای آزمایش توانایی تحمل انسان تحت شتابهای زیاد به کار می رود برای متوقف کردن دستگاه در سرعتهای زیاد قاشقکهای کوچکی پایین آورده می شوند تا آب را از روی مخزن ساکنی منحرف کنند که این مخزن در انتهای مسیر قرار گرفته است . دستگاه با سرعت 100km/h حرکت می کند. در لحظه مورد نظر ، ارتفاع h مربوط به جریان منحرف شده را که از دیدگاه دستگاه مشاهده می شود حساب کنید سرعت آب نسبت به بشقابیک افت نکند.

شکل



حل :

در این مسأله معادله برنولی را بین تنش و بالاترین نقطه می نویسیم مبنا را در تنش فرض می کنیم .

$$\frac{V_1^2}{2} + 0 + 0 = \frac{V_1 \cos 20^\circ)^2}{2} + g(h - .200)$$

حال

$$V_1 = (100) \left(\frac{1000}{3600} \right) = 27.8 \text{ m/sec}$$

$$\therefore \frac{27.8^2}{2} = \frac{682}{2} + 9.81(h - .200) \quad h = 4.80 \text{ m}$$

(92)

در فاصله بین دو استوانه هم مرکز به قطر های 20.2Cm , 20Cm مایعی با ویسکوزیته ای برابر 5cp قرار دارد . استوانه داخلی با سرعت 120 دور در دقیقه می چرخد. نیروی وارد بر این استوانه چقدر است ؟ طول استوانه 50Cm است .

$$F = \tau A = \mu \frac{u}{y} * (2\pi r L) = \mu \frac{r\omega}{y} (2\pi r L)$$

$$y = 10.1 - 10 = 0.1 \text{ cm}, \omega = \frac{2\pi}{60} * 120 = 12.567 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$F = 5 * 10^{-3} * 0.1 * \frac{12.57}{0.1 * 10^{-2}} (2\pi * 0.1 * 0.5) = 1.97 \text{ N}$$

(93)

یک دستگاه ویسکومتر از دو استوانه هم مرکز به طول 30Cm و قطر های 20Cm و 20.2Cm تشکیل شده است . برای چرخاندن استوانه داخلی با سرعت 400 دور در دقیقه باید به آن گشتاور 0.13N.m وارد نمود. ویسکوزیته سیال موجود بین دو استوانه چقدر است ؟

$$T = \frac{2\pi R^3 L \mu \omega}{b} \Rightarrow \mu = \frac{T b}{2\pi R^3 L \omega}$$

$$b = 10.1 - 10 = 0.1 \text{ cm}, \omega = \frac{2\pi}{60} * 400 = 41.9$$

$$\mu = 0.13 * 0.1 * \frac{10^{-2}}{2\pi * 0.1^3 * 0.3 * 41.9} = 0.00165 \text{ Pa.s}$$

(94)

مطابق شکل صفحه بالایی با سرعت 2m/s به سمت راست در حرکت بوده و صفحه پایینی بین دو لایه ی روغن به لزجت های 2.1μ و به ضخامت t_1, t_2 می تواند آزادانه حرکت نماید . در صورتی که

$$\mu_1 = 0.1\text{Pa.s}, \mu_2 = 0.05\text{Pa.s}, t_1 = 2\text{mm}, t_2 = 1\text{mm}$$

باشد سرعت صفحه پایینی برابر است با؟

حل:

با توجه به اینکه صفحه پایینی بین دو روغن می تواند آزادانه حرکت کند داریم :

$$\tau_1 = \tau_2$$

$$\mu_1 \frac{\Delta u_1}{t_1} = \mu_2 \frac{\Delta u_2}{t_2} \Rightarrow \mu_1 \frac{2-v}{t_1} = \mu_2 \frac{v}{t_2}$$

$$0.1 \frac{2-v}{2 \times 10^{-3}} = 0.05 \frac{v}{1 \times 10^{-3}} \Rightarrow 2-v = v \Rightarrow v = 1\text{ m/s}$$

(95)

یک شفت به قطر 10 سانتی متر و طول 10 سانتی متر در داخل یک غلاف با سرعت 120 دور در دقیقه می چرخد. فاصله بین شفت و غلاف به میزان 0.03 سانتی متر با روغن به ویسکوزیته $\mu = 0.008\text{kg/m.s}$ پر شده است . توان لازم برای چرخش شفت برابر است با :

حل:

با فرض اینکه توزیع در روغن (بین شفت و غلاف) خطی باشد داریم :

$$P = FV$$

$$F = \tau A = \mu \frac{u}{y} A$$

$$u = r\omega = r \left[\frac{2\pi N}{60} \right] = 0.05 * \left[\frac{2\pi * 120}{60} \right] = 0.63$$

$$F = 0.008 * \frac{0.63}{0.003 * 10^{-2}} * \pi(0.1)(0.1) = 0.53\text{ N}$$

$$P = 0.53 * 0.63 = 0.33\text{w}$$

(96)

جریان آبی با سرعت حداکثر 50Cm/s روی یک سطح شیبدار تحت اثر ثقل حرکت می کند. اگر جریان ورقه ای بوده شیب کف یک درجه و توزیع سرعت در عمق خطی باشد ضخامت لایه آب در حال حرکت چند میلی متر می باشد؟ (لزجت سینماتیکی = $0.8 \cdot 10^{-6}$ و $g=9.81m/s$)

حل:

فرض می کنیم توزیع سرعت در آب خطی باشد و با سرعت ثابت به سمت پایین حرکت کند.

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_f - W \sin \theta = 0 \Rightarrow F_f = W \sin \theta$$

(جهت حرکت Z)

$$F_f = \tau A = \mu \frac{du}{dy} A = \mu \frac{u}{y} A$$

$$W = mg = \rho V g = \rho (Ay) g$$

$$\Rightarrow \rho A y g \sin \theta = \mu \frac{u}{y} A \Rightarrow y^2 = \frac{\mu u}{\rho g \sin \theta} = \frac{\rho v u}{\rho g \sin \theta} = \frac{v u}{g \sin \theta}$$

$$y = \sqrt{0.8 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{0.5}{9.81 \sin 1^\circ}} = 1.53 \text{ mm}$$

(97)

فاصله بین دو صفحه ثابت موازی افقی و بی نهایت بزرگ 25 میلی متر می باشد که به وسیله مایعی با ویسکوزیته دینامیکی (لزجت دینامیکی) 0.7 pa.s پر شده است بین این دو صفحه یک صفحه نازک به موازات صفحه های یاد شده به ابعاد 250 * 250 میلی متر با سرعت 0.15 متر بدر ثانیه و به فاصله 6 میلی متر از یکی از دو صفحه در حال حرکت می باشد. با در نظر گرفتن تغییرات خطی برای بین صفحه متحرک و جداره ها نیروی اصطکاک وارد بر دو طرف صفحه متحرک چند نیوتن می باشد

$$F_f = \tau A = \mu \frac{u}{y} A \Rightarrow \mu = \frac{F_f y}{u A}$$

$$\mu = \frac{20 \cdot [0.003]}{0.4 \cdot \pi \cdot \left[\frac{3}{12}\right] \left[\frac{8}{12}\right]} = 0.0239 \text{ lb}_m \text{ s} / \text{ft}^2$$

(98)

سیالی با لزجت 0.05 pa.s بین دو صفحه موازی بینهایت به فاصله 5 سانتی متر از یکدیگر قرار دارد. اگر صفحه بالا با سرعت 5m/s نسبت به صفحه پایین شروع به

حرکت نماید و توزیع سرعت بین دو صفحه سهمی باشد. بطوری که راس سهمی در روی صفحه بالا باشد. تنش روی صفحه پایین بر حسب نیوتن چقدر است؟

$$\text{فرض } u = ay^2 + by + c$$

$$\begin{cases} y = 0 & : u = 5 \frac{m}{s} \\ y = 5 & : u = 0 \\ y = 0 & : u = \frac{du}{dy} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -2000, \quad b = 0, \quad c = 5 \Rightarrow u = -2000y^2 + 5$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} |_{y=0.05} = -4000 * 0.05 = -200 s^{-1}$$

$$\tau = 0.05 * 200 = 10 N/m^2$$

(99)

فشار دستگاہی 10 kpa خلا اندازه گیری شده است. فشار بارومتر 620 میلی متر جیوه (s=13.6) است فشار مطلق دستگاہ کدام است؟

حل:

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{gauge}$$

$$P_{gauge} = -10 KPa = -10000 Pa = -10000/9810 = -1.02 mH2O$$

$$P_{atm} = 620 mmHg = 620 * 13.6 * 10^{-3} = 8.43 mH2O$$

$$P_{abs} = 8.43 - 1.02 = 7.41 mH2O$$

(100)

یک تانک با استفاده از یک صفحه عمودی از وسط به دو قسمت تقسیم شده است و در یک دریچه به ارتفاع 1 متر و عرض 0.5 متر در پایین تانک و بر روی صفحه عمودی تعبیه شده است. دریچه از بالا لولا شده است. در سمت چپ آب به ارتفاع 06 متر و در سمت راست محلولی با S.G=1.5 و به ارتفاع 1 متر وجود دارد. برای بسته نگه داشتن دریچه چه نیرویی به پایین دریچه می بایست اعمال شود؟ مخزن رو باز می باشد

حل:

برای سیال سمت چپ داریم:

$$F_1 = \gamma \bar{h} A = 9810 * \left(\frac{0.6}{2}\right) (0.6 * 0.5) = 882.9N$$

$$y_{P_1} = \bar{y} + \frac{I_{\bar{y}}}{\bar{y} A} = 0.3 + \frac{\frac{1}{12} * 0.6^3 * 0.5}{0.3 * 0.6 * 0.5} = 0.4m$$

$$L_{P_1} = 0.4 + 0.4 = 0.8m$$

$$F_2 = \gamma \bar{h} A = 1.5 * 9810 * \left(\frac{1}{2}\right) (1 * 0.5) = 3678.75N$$

$$y_{P_2} = \bar{y} + \frac{I_{\bar{y}}}{\bar{y} A} = 0.5 + \frac{\frac{1}{12} * 1^3 * 0.5}{0.3 * 1 * 0.5} = 0.667m = L_{P_2}$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow M - F_2 L_{P_2} + F_1 L_{P_1} = 0$$

$$\Rightarrow F * 1 - 3678.75 * 0.667 + 882.9 * 0.8 = 0$$

$$\Rightarrow F = 1747N \approx 1.75KN$$