



پاسخ آزمون بورسیه برنامه برپا (برنامه رضائی، پایدار آموزش)

طراح و برگزارکننده: محمد رضائی

مفاد آزمون: ریاضی نهم (سال سوم دوره متوسطه اول)

© riazi.jimdo.com

این آزمون در تاریخ ۹۵/۴/۱ برگزار شد. افرادی که در این آزمون شرکت کردند سه نفر بودند که هر سه از تخفیف پنجاه درصدی محصولات ریاضی دهم (فیلم در دو بخش (آموزش و تست) و همچنین فایل‌های احتمالی و ... برخوردار خواهند شد. برنامه آموزش ریاضی دهم، برای آموزش ریاضی دهم است که در ادامه برنامه‌های آموزشی ریاضی محمد رضائی اجرا خواهد شد. این برنامه موسوم به "برپا" است. نظرات، پیشنهادات و انتقادات خود را از طریق آدرس ایمیل rezaeimohamma@live.com و یا شماره تلگرام ۰۹۱۲۸۵۷۶۰۴۹ در میان بگذارید.

۱- با توجه به مجموعه‌های $A = \{a, -1, 2\}$ ، $B = \{3, a, b\}$ و $C = \{-1, 3, a, b\}$:

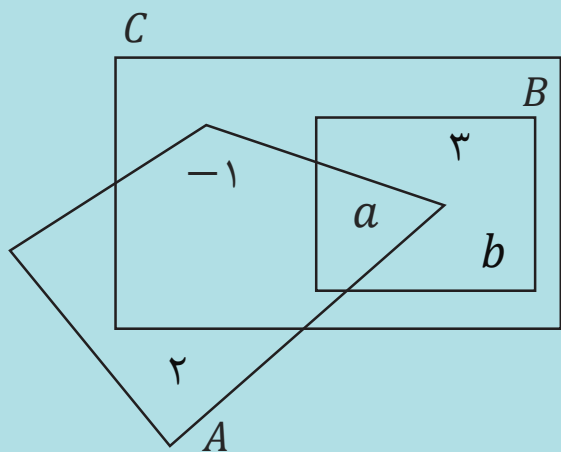
الف) این سه مجموعه را در یک نمودار ون نمایش دهید.

ب) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$(A - B) - [(A \cap B) \cup C]$$

پاسخ:

الف)



ب)

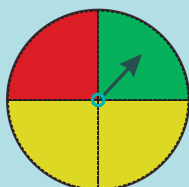
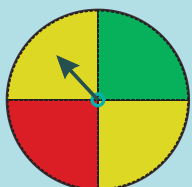
$$A - B = \{2, -1\}$$

$$A \cap B = \{a\}$$

$$(A \cap B) \cup C = \{a\} \cup \{-1, 3, a, b\} = \{-1, 3, a, b\}$$

$$(A - B) - [(A \cap B) \cup C] = \{2, -1\} - \{-1, 3, a, b\} = \{2\}$$

۲- دو چرخنده مطابق شکل زیر داریم، احتمال اینکه هر دو چرخنده روی رنگ زرد بیایند چقدر است؟



پاسخ:

مجموعه کلیه حالت‌های ممکن:

چرخنده اول

چرخنده دوم

$$S = \left\{ (1 \text{ زرد}, 1 \text{ قرمز}), (1 \text{ زرد}, 1 \text{ سبز}), (1 \text{ زرد}, 1 \text{ زرد}), (1 \text{ زرد}, 2 \text{ زرد}), (1 \text{ قرمز}, 1 \text{ سبز}), (1 \text{ سبز}, 1 \text{ سبز}), \dots, (2 \text{ زرد}, 2 \text{ زرد}) \right\}$$

مجموعه حالت‌های مطلوب:

$$A = \left\{ (1 \text{ زرد}, 1 \text{ زرد}), (1 \text{ زرد}, 2 \text{ زرد}), (2 \text{ زرد}, 1 \text{ زرد}), (2 \text{ زرد}, 2 \text{ زرد}) \right\}$$

احتمال مطلوب:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

۳- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

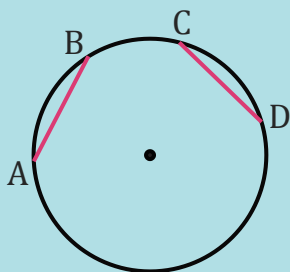
$$\frac{1}{2} \times 10^{-2}, \quad \frac{-\sqrt{2}}{2}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{5}, \quad \left(\frac{3}{10}\right)^{-2}, \quad \frac{-1/\sqrt{5}}{2}$$

پاسخ:

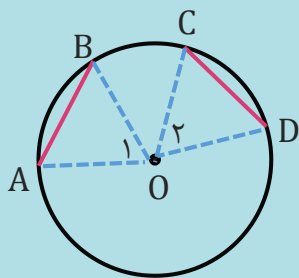
$$\frac{-1/\sqrt{5}}{2} \approx -0.175 \quad \sqrt{3} - \sqrt{5} \approx 1.7 - 2.2 = -0.5 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{-1/4}{2} = -0.17$$

$$\frac{-1/\sqrt{5}}{2}, \quad -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{5}, \quad \frac{1}{2} \times 10^{-2}, \quad \left(\frac{3}{10}\right)^{-2}$$

۴- ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر وترهای برابر باهم مساویند.



پاسخ:



فرض: $AB = CD$

حکم: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

شعاع دایره $OC = OB$

شعاع دایره $OD = OA$

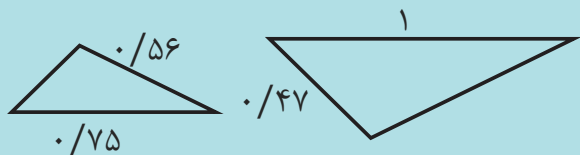
فرض $CD = AB$

$\Delta OCD \cong \Delta OBA$ ض ض ض $\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}}$ $\widehat{O_2} = \widehat{O_1}$

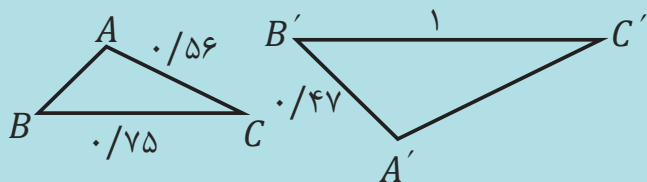
چون کمان‌های نظیر از زوایه‌های نیز باهم مساویند، پس:

$\widehat{AB} = \widehat{CD}$ بنابراین حکم ثابت شد

۵- دو مثلث زیر با هم مشابه هستند، نسبت محیط آنها بهم را بیابید. چه ارتباطی بین نسبت تشابه و نسبت محیط آنها وجود دارد؟



پاسخ:



$$\left. \begin{aligned} \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \\ \frac{BC}{B'C'} = \frac{0.75}{1} = 0.75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = 0.75$$

$$\frac{AB}{A'B'} = 0.75 \rightarrow AB = 0.75 A'B'$$

$$\frac{\text{محیط مثلث } ABC}{\text{محیط مثلث } A'B'C'} = \frac{AB + AC + BC}{A'B' + A'C' + B'C'} = \frac{0.75(A'B' + A'C' + B'C')}{A'B' + A'C' + B'C'} = 0.75$$

بنابراین نسبت محیط دو مثلث متشابه برابر با نسبت اضلاع متناظرشان است. (همان نسبت تشابه)

۶- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\frac{3^{-1} + 3^{-1}}{2^{-2} \times 3^{-1}} \times \frac{2^{-3}}{7^{-1}}$

ب) $\frac{a^2 y^{-1} \div \sqrt{-y^{-2}}}{(-ay)^{-2}} \times (ay)^{-3}$

پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{9}} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{a^r}{y} \div -y^{-1}}{\frac{1}{a^r y^r}} \times \frac{1}{a^r y^r} = \frac{\frac{a^r}{y} \times -\frac{1}{y^{-1}}}{ay} = \frac{-a^r}{ay} = \frac{-a}{y}$$

۷- حاصل را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$\frac{-1/2 \times (./\dots 1)^{-1}}{24 \times 10^{-6}}$$

پاسخ:

$$\frac{-1/2}{24 \times 10^{-6} \times ./\dots 1} = \frac{-12 \times 10^{-1}}{24 \times 10^{-6} \times 10^{-5}} = \frac{-1}{2 \times 10^{-11}} = -\frac{1}{2} \times 10^{11} = -0.5 \times 10^{11} = -5 \times 10^9$$

۸- عبارت زیر به صورت ساده شده بنویسید.

$$2\sqrt{81} - 3\sqrt{9 \times 9} - \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt{8} + \sqrt{27}$$

پاسخ:

$$2\sqrt{9^2} - 3\sqrt{3 \times 3^2} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + \sqrt[3]{3} - \sqrt{2^2 \times 2} + \sqrt{3 \times 3^2}$$

$$= 18 - 9\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt[3]{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 18 - 8\sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

۹- مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{-2}{-a\sqrt[3]{a}}$$

پاسخ:

$$\frac{-2}{-a\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a^2}$$

۱۰- در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف) $(\sqrt{2} - \frac{a}{2})^2 = \dots - \dots + \dots$

ب) $(2a - \dots)^2 = \dots - 2a + \dots$

ج) $(4x - 1)(\dots + \dots) = 16x^2 - 4x + \dots$

پاسخ:

الف) $(\sqrt{2} - \frac{a}{2})^2 = \underline{2} - \underline{\sqrt{2}a} + \underline{\frac{a^2}{4}}$

ب) $(2a - \frac{1}{2})^2 = \underline{4a^2} - 2a + \underline{\frac{1}{4}}$

ج) $(4x - 1)(\underline{4x} + \underline{0}) = 16x^2 - 4x + \underline{0}$

۱۱- تجزیه کنید.

الف) $25x^4 + 30x^3 + 9x^2$

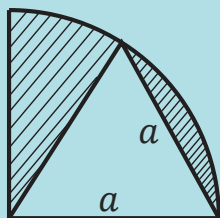
ب) $4y^4 - 4y^3 + y^2 - 1$

پاسخ:

الف) $x^2(25x^2 + 30x + 9) = x^2(5x + 3)^2 = x^2(5x + 3)(5x + 3)$

ب) $4y^3(y - 1) + (y - 1)(y + 1) = (y - 1)(4y^3 + y + 1)$

۱۲- مساحت قسمت هاشورزده را بر حسب a پیدا کنید.

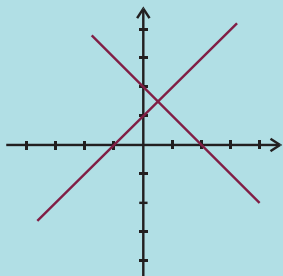


پاسخ:

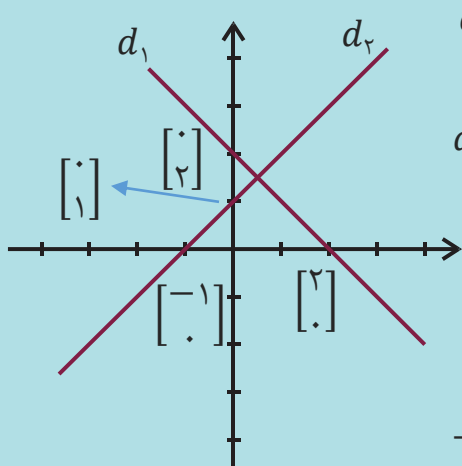
$$S_{\text{مثلث متساوی الاضلاع}} - S_{\text{قطاع دایره}} = S_{\text{هاشور خورده}}$$

$$S_{\text{هاشور خورده}} = \frac{1}{4} \pi a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{a^2}{4} (\pi - \sqrt{3})$$

۱۳- معادله خط گذرنده از محل تقاطع دو خط رسم شده و مبدا مختصات را بنویسید. همچنین شیب و عرض از مبدا این خط را مشخص کنید.



پاسخ:



$$d_1: a = \frac{0 - 2}{2 - 0} = -1 \quad b = 2 \quad y = -x + 2$$

$$d_2: a = \frac{0 - 1}{-1 - 0} = 1 \quad b = 1 \quad y = x + 1$$

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x + 1 \end{cases} \rightarrow 2y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}$$

مختصات محل تقاطع دو خط d_1 و d_2 : $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \frac{3}{2} = x + 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow a = \frac{\frac{3}{2} - 0}{\frac{1}{2} - 0} = 3 \rightarrow y = 3x$$

۱۴- علی هر هفته ۸۰۰۰ تومان پول توجیبی می گیرد. اگر او شش هزار تومان آن را خرج کند و بقیه آن را پس انداز می کند. عبارت ریاضی بنویسید که حداقل پول پس انداز شده علی ۵۰۰۰۰ تومان باشد. نامعادله آن را بنویسید و جواب را بدست آورید. جواب نامعادله چه چیزی را بیان می کند؟

پاسخ:

$$2000n \geq 50000 \rightarrow n \geq 25$$

جواب نامعادله بیان می دارد که از هفته بیست و پنجم به بعد، علی حداقل ۵۰۰۰۰ تومان پس انداز دارد.

هر هفته ۲۰۰۰ تومان پس انداز می کند.

n : تعداد هفته ها

۱۵- نامعادله زیر را حل کنید.

$$2 - \frac{p}{4} - \frac{-3p+1}{3} \leq -1$$

پاسخ:

$$12 \times \left(2 - \frac{p}{4} - \frac{-3p+1}{3} \leq -1 \right)$$

$$24 - 3p + 12p - 4 \leq -12$$

$$\rightarrow 9p \leq -32 \rightarrow p \leq -\frac{32}{9}$$

۱۵- نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{a^3 - 8}{2 - a}$$

پاسخ:

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 8 & -a + 2 \\ \hline -(a^3 - 2a^2) & -a^2 - 2a - 4 \\ \hline 2a^2 - 8 & \\ -(2a^2 - 4a) & \\ \hline 4a - 8 & \\ -(4a - 8) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

خارج قسمت

باقیمانده

۱۷- مقدار a را به قسمی تعیین کنید که $3a^2x^2 + 3x - 15$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد.

پاسخ:

$$3a^2x^2 + 3x - 15 = (x - 1)(R(x)) \xrightarrow{x=1} 3a^2 + 3 - 15 = 0$$

$$\rightarrow 3a^2 = 12 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$$

۱۸- اگر شعاع قاعده یک استوانه را دو برابر کنیم حجم آن بیشتر می شود یا ارتفاع آن را دو برابر کنیم؟ کدام بیشتر است چقدر؟

پاسخ:

$$V = \pi r^2 \times h \text{ : حجم استوانه}$$

$$\text{حجم استوانه در حالت دو برابر شدن شعاع قاعده} : \pi (2r)^2 \times h = 4\pi r^2 h = 4V$$

$$\text{حجم استوانه در حالت دو برابر شدن ارتفاع} : \pi r^2 \times 2h = 2\pi r^2 h = 2V$$

با دو برابر کردن شعاع قاعده نسبت به حالتی که ارتفاع استوانه دو برابر شود، حجم دو برابر بیشتر افزایش می‌یابد.

۱۹- حاصل عبارت زیر را بدست آورید و نتیجه را ساده کنید.

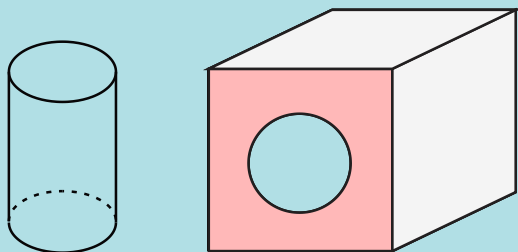
$$\frac{-a + \frac{1}{a}}{\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a-1}} \times \frac{a^2}{(a-1)^2}$$

پاسخ:

$$\frac{-a^2 + 1}{\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a-1}} \times \frac{a^2}{(a-1)^2} = \frac{(-a^2 + 1)(a^2 - 1)}{a^2} \times \frac{a^2}{(a-1)^2}$$

$$= \frac{(1-a)(1+a)(a-1)(a+1)}{(1-a)(1-a)} = -(a^2 + 1)$$

۲۰- از مکعبی به ضلع a استوانه‌ای خارج کرده‌ایم. اگر حجم معکب نصف شده باشد، چه نسبتی میان شعاع استوانه خارج شده و ضلع مکعب وجود دارد؟



پاسخ:

$$V = a^3 \text{ : حجم مکعب}$$

$$a = h \text{ (ارتفاع استوانه = ضلع مکعب)}$$

$$\text{حجم استوانه} : \pi r^2 h = \pi r^2 a$$

$$\frac{a^3}{2} = \pi r^2 a \rightarrow \frac{a^2}{2\pi a} = r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{a^2}{2\pi}} = \frac{a}{\sqrt{2\pi}}$$

دانش‌آموزان عزیز!

برپا (برنامه رضائی، پایدار آموزش) برنامه محمد رضائی برای آموزش ریاضی دهم است که در ادامه سری فیلم‌های آموزشی ریاضی محمد رضائی با بهره‌گیری از فیلم، فایل‌های نمونه سوال به صورت پی‌دی‌اف و برگزاری کلاس‌های رفع اشکال اینترنتی و آزمون‌های اینترنتی در سال تحصیلی ۹۶-۹۵ با حول و قوه الهی برگزار خواهد شد.

تا این لحظه هزاران دانش‌آموز از سایت‌های مختلف توام با نظرات مثبت (لایک) نشان از موفقیت آموزش از این طریق دارد. زمانی که بازخوردهای فیلم‌های آموزشی حاکی از نتیجه‌گرفتن دانش‌آموزان و مخاطبان است، این رضایت برای من فراهم می‌شود که سعی در بهترکردن کیفیت و کمیت کار داشته باشم.

انجام چنین وظیفه‌ای نیازمند حمایت شماست. در جهت اینکه این کار (ساخت فیلم آموزشی) یک کار حرفه‌ای است، علی‌رغم اینکه کیفیت کار و تقاضاهای زیادی برای همکاری با موسسات و در دسترس قرار گرفتن فیلمها از طریق آنها مطرح شد، حتی برخی مطرح ساختند که فیلم‌های رایگان (که بیش از هشتاد فیلم از پایه اول دبستان تا سوم دبیرستان) بود را از پولی کنم و کسب درآمدی داشته باشم، به جهت هدفی که داشته‌ام، این آموزش عمومی را همچنان رایگان در دسترس قرار داده‌ام.

آموزش ریاضی دهم اما تخصصی است و با توجه به اینکه می‌خواهم درآمدی معقول داشته باشم، بایست شما عزیزان نیز همکاری داشته باشید. لذا از شما تقاضا می‌کنم که اولاد در همراهی با این برنامه تعلل نداشته باشید، چون به هیچ وجه فیلم‌ها رایگان نخواهد شد، ثانیاً از انتشار و قراردادن فیلمها در اختیار افراد خودداری کنید، این حق تولیدکننده است که از حقوق خود برخوردار باشد. سایت اختصاصی برای آموزش ریاضی دهم تاسیس کرده‌ام که دو سایت است که هر دو محتوایی مشابه اما در ظاهری متفاوت هست:

riazi.jimdo.com

riazi.blog.ir

کانال تلگرامی مخصوص پایه ریاضی دهم هم با هدف اطلاع‌رسانی در مورد روند اجرایی این برنامه (برپا) با همین نام از چند هفته قبل فعالیت خود را داشته است.

<https://telegram.me/barpa>

به محض اینکه کتاب درسی ریاضی دهم در نسخه نهائی‌اش در دسترس عمومی قرار گیرد، اطلاع‌رسانی در مورد جزئیات دقیق‌تر برنامه از طریق [سایت](#) و [کانال تلگرامی](#) برپا انتشار خواهد یافت.

هرگونه نظر، پیشنهاد و انتقاد و یا سوالی در مورد این برنامه را از طریق شماره من در تلگرام، واتس‌آپ، لاین، و ای‌مو مطرح بفرمائید:

۰۹۱۲۸۵۷۶۰۴۹

با تشکر

محمد رضائی

۹۵/۴/۵