داستان حل دو مساله مرتبط به هم

حسین نادری بنی

چهارشنبه ۲۵ آذر ۱۳۹۴

چکیده

ابتدا در مورد دو بازی ساده بحث می کنیم تا نقطه نعادل نش را معرفی کنیم.هر یک دو بازیکن دارند و در بازی اول برخلاف بازی دوم بازیکن ها شرایط نابرابر دارند. تحلیل بازی دوم آسان تر و از نظر اجتماعی جالب تر است.در ادامه مثال هایی از زندگی واقعی آورده می شود و آن ها را به صورت دو بازی ساده صورت بندی می کنیم و نتیجه به دست آمده را با شهودی که از زندگی واقعی داریم مقایسه می کنیم.

فهرست مطالب

۱ بازی قایم کردن پول

۱.۱ صورت بازی

یک بازی دو نفره در اردکستان به این ترتیب بازی می شود که نفر اول یک اسکناس ۱۰۰ تومانی و یک اسکناس ۲۰۰ تومانی در دست دارد. یکی از اسکناس ها را انتخاب می کند و در مشت خود قایم می کند. سپس نفر دیگر حدس می زند که نفر اول کدام اسکناس را قایم کرده است. چنان چه حدس او درست بود؛ اسکناس را از نفر اول می گیر در غیر این صورت ۱۵۰ تومان به عتوان جریمه به نفر اول می پردازد. سوال این است که راهکار برد چیست و چه کسی دارد؟

۲.۱ انتخاب بسیار مشکل زاست!

اگر خودمان را جای نفر اول بگذاریم،ممکن است با خود بگوییم که اگر من همیشه اسکناس ۱۰۰ تومانی را قایم کنم گاهی اوقات ۱۰۰ تومان ضرر و گاهی دیگر ۱۵۰ تومان سود می کنم پس به نفع من این است که همواره اسکناس ۱۰۰ تومانی را قایم کنم. اگر نفر دوم نیز چنین استدلالی را دنبال کند می تواند نتیجه بگیرد چون همواره نفر اول اسکناس صد تومانی را قایم می کند او نیز همواره اسکناس ۱۰۰ تومانی را انتخاب کند.اگر نفر اول تا اینجا را دنبال کند نتیجه می گیرد که نفر دوم همیشه اسکناس ۱۰۰ تومانی را انتخاب می کند پس او نیز اگر همواره اسکناس ۲۰۰ تومانی را قایم کند سود بیشتری کسب می کند! که این برخلاف گفته اول است وبا ادامه دادن این استدلال مدام افراد راهکارشان را تغییر می دهند. به همین ترتیب می توان نتیجه گرفت که راهکاری که به طور قطعی یک عمل را انتخاب می کند نا کار آمد است. به عبارتی افراد به طرز تصادفی عملشان را انتخاب می کنند.

۳.۱ نفر اول هرگز شکست را نمی پذیرد

نظرتان راجع به این که نفر اول کاملن تصادفی انتخاب کند که کدام اسکناس را قایم کند؟

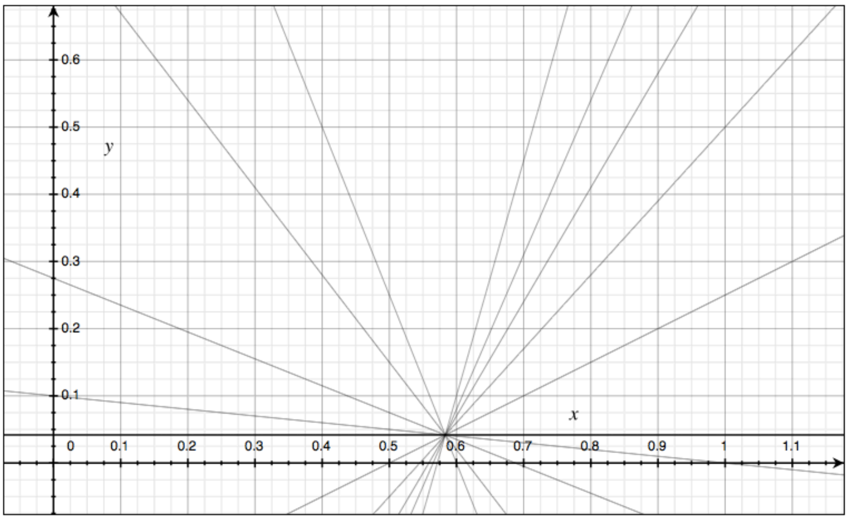
در این صورت احتمال درست بودن حدس نفر دوم با نادرست بودن آن برابر است.(چون راهکار نفر دوم کامل متمایز از انتخاب نفر اول است) در این حالت اگر امید ریاضی سود نفر اول را حساب کنیم، صفر به دست می آید که نتیجه می گیریم نفر اول راهکار نباختن دارد. راهکارش هم این است که خودش وارد بازی نشود وانتخاب رابه یک روی سکه واگذار کند!

به عبارت دیگر راهکاری که بازیکن را مجبور به انتخاب قطعی یک عمل بکند؛ راهکار خوبی نیست. پس می توانیم در نظر بگیریم که راه کار هر کدام با احتمال p آن ها را وادار به انتخاب یکم و ۱-p وادار به انتخاب دوم می کند.

۴.۱ نفر دوم یک بازنده است

طبق آن چه در قسمت های قبل بیان شد، می توان هر راهکار را به صورت یک احتمال برای یک انتخاب نوشت (چرا؟).برای راهکار نفر اول در نظر می گیریم که با احتمال p اسکناس ۱۰۰ تومانی و با احتمال ۱-p اسکناس ۲۰۰ تومانی را قایم کند.همچنین برای نفر دوم فرض می کنیم با احتمال q اسکناس ۱۰۰ تومانی را و با احتمال ۱-q اسکناس ۲۰۰ تومانی را انتخاب می کند.

$$G(p, q) = -100pq + 150p(1 - q) - 200(1 - p)q + 150(1 - p)(1 - q) \qquad (۱)$$



شکل ۱: نمودار چند خط

$$= 350p + 350q - 6pq - 200 \quad (۲)$$

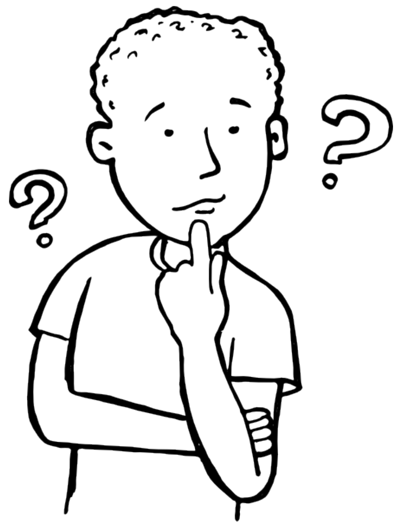
نفر اول راهکار نباختن دارد، پس تلاش می کنیم راهکار برد برای نفر اول پیدا کنیم. اگر p ای پیدا کنیم که کمینه G(p،q) بزرگ تر از صفر شود: نفراول راهکاری دارد که می تواند نفر دوم را ببرد(بردن به این معنی نیست که همواره با قطعیت نفر اول ، نفر دوم را ببرد.بلکه چنان چه تعداد زیادی بار بازی را انجام دهیم در نهایت نفر اول سود می کند. راهکار نباختن هم این طور بود که در نهایت نفر اول ضرر نمی کرد، پس نمی باخت). چنان چه این مساله راحل کنیم به p=۷/۱۲ می رسیم.(p=۰.۵۸۳۳) در قسمت بعد راجع به این که چگونه این مقدار را یافتیم بیشتر بحث می کنیم.

۵.۱ مظنون نقطه ای

در این بخش می خواهیم در مورد مساله ای را که در قسمت قبل مطرح شد بحث کنیم.
آیا p وجود دارد که به ازای آن p مقدار G(p،q) بیش از صفر باشد؟
اگربه p به عنوان یک ثابت نگاه کنیم G به صورت معادله یک خط به دست می آید واضح است که نقطه کمینه این تابع در نقاط ابتدایی یا انتهایی بازه یعنی ۰ یا ۱ رخ می دهد.با عدد گذاری و رسم نمودارهای به دست آمده به شکل یک می رسیم.
با توجه به این نمودار خطی را می یابیم که به ازای هر q مقدار مثبت دارد(خط پر رنگ) . حدسمان بهتر شد سعی می کنیم این خط را بیابیم. با تو جه به شکل یکی از خطوطی که این خاصیت را دارد (و بهترین خط ممکن است) ابتدا و انتهای برابر دارد. این خط را می یابیم:

$$g = 350p + 350 - 600p - 200 \quad (۳)$$

که مقدار p=۷/۱۲ به دست می آید.



شکل ۲: اصول اخلاقی؟؟؟

هنوز نکته (نقطه) جالبی که در این قسمت می خواستیم در مورد آن بحث کنیم مانده است.اگر دقت کرده باشید در شکل ۱ همه خطوط از نقطه ای می گذرند. این نقطه نمایانگر چه چیزی است؟؟ ابتدا طول این نقطه را حساب می کنیم:

$$350(q+\alpha) - 600q\alpha - 200 = 350(q+\beta) - 6q\beta - 200 \tag{۴}$$

$$700(\alpha-\beta) = 1200q(\alpha-\beta) \tag{۵}$$

به q=۷/۱۲ می رسیم که همان شیب خط افقی بود! به نظرتان این دو مقدار چه ارتباطی با هم دارند؟!

۲ متهم ها: ایثار یا اقرار؟؟

۱.۲ شما بودید چه کار می کردید؟

در اتاق بازپرسی دو متهم به قتل داریم که مطمئنیم هر دو در قتل دست داشته اند ولی مدارک کافی برای اثبات این ادعا نداریم (اما می توانیم به خاطر یک جرم کوچکتر آن ها را مدتی حبس کنیم) مگر این که خودشان اعتراف کنند و شواهد کافی به ما ارائه دهند .هرکدام به اتاقی جداگانه فرستاده می شود و قوانین زیر به او گفته می شود:

- چنان چه هر دو اعتراف نکنند هرکدام به مدت یک سال حبس می شود.
- چنانچه یکی اعتراف کند و دیگری نکند فردی که اعتراف کرده آزاد می شود و نفر دیگر اعدام می شود.
- چنان چه هر دو اعتراف کنند، هر دو به حبس ابد محکوم می شوند.

اگر شما جای یکی از متهم ها بودید چه کار می کردید؟ نگران نباشید که شبیه شکل ۲ شوید!

جدول ۱: بررسی تاثیر رانندگی دیگران بر زمان رسیدن شما به مقصد

	رعایت قوانین	عدم رعایت قوانین
رعایت قوانین	زمان معقول رسیدن	خیلی دیر رسیدن
عدم رعایت قوانین	زود رسیدن	دیر رسیدن

۲.۲ حالت خوب

فرض کنید قوانین زندان به صورت زیر باشد:

- چنان چه هر دو اعتراف نکنند هرکدام به مدت یک سال حبس می شود.
- چنانچه یکی اعتراف کند و دیگری نکند فردی که اعتراف کرده آزاد می شود و نفر دیگر به سه سال حبس محکوم می شود.
- چنان چه هر دو اعتراف کنند، هر دو به دو سال حبس محکوم می شوند.

به نظر شما این سوال با سوال قبل فرقی دارد؟ (راهنمایی : امید ریاضی را به این صورت حساب کنید که هر دو با احتمال برابر انتخاب خود را می گیرند.)

۳.۲ نقطه تعادل

در بازی ها نقزه تعادل را به این صورت تعریف می کنیم که در آن هر وضعیت هر بازیکن چنان چه دیگر بازیکن ها حرکت خود را عوض نکنند تمایلی به عوض کردن حرکت خود نداشته باشد. به عبارت دیگر اگر حرکت خود را عوض کند سود بیشتری عایدش نشود.به نظر شما حالتی که هر دو متهم اعتراف نکنند نقطه تعادل است؟

حالت هایی که یک بازیکن اعتراف میکند و دیگری نه چطور؟

۳ زندگی روزمره

۱.۳ مساله رانندگی

یکی از مساله هایی که روزانه با آن مmواجه می شویم این است که خوب رانندگی کنیم یانه؟! :) به صورت دقیق تر این که آیا رانندگی با رعایت قوانین برابر خوب رانندگی کردن است. جدول ۱ را در نظر بگیرید. ستون راست رانندگی شما و سطر بالا رانندگی دیگران رامشخص می کند. هر کدام از چهارخانه شامل زمان، زمان حالت تقاطع سطر و ستون اش را بیان می کند. به طور مثال اگر شما قانون را رعایت کنید ولی دیگران رعایت نکنند شما به زمان به نسبیت دیر تری به مقصد می رسید. حال به نظر شما کدام نحوه رانندگی برایتان بهتر است؟

۲.۳ تراژدی فروشنده ها در برابر مردم

در این قسمت می خواهیم مساله ای شبیه به قسمت قبل مطرح کنیم. فرض کنید شما فروشندهکالایی هستید.می توانید کالا را گران یا ارزان بفروشید.(فرض کنید کالا جزء نیاز های ضروری مردم باشد و

مقدار خرید آن تقریبن ثابت باشد). اگر شما کالا را ارزان بفروشید و فروشنده های دیگر گران بفروشند شماه ۱۳۰۰ واحد سود می کنید .اگر آن ها نیز ارزان بفروشند شما ۶۰۰ واحد سود میکنید واگر هم شما و هم آن ها گران بفرشید ۲۲۰۰ واحد سود می برید.

اگر فرض کنیم شرکت ها رقیب یکدیگر باشند به نظر شما نقطه تعادل کجاست؟

اگرفرض کنیم شرکت ها می توانند با هم مذاکره کنند، در این صورت چه بلایی می توانند سر مردم در بیاورند؟

۳.۳ پایان

آن چه که بعضن امروزه به طور طبیعی در رفتار های اجتماعی میبینیم و شهود بسیار قوی ای نسبت به آن داریم نتیجه ای از نقطه تعادل نظریه بازی هاست. نظریه بازی ها که از ده نظریه برتر کل قرون در علم است : ابتدا توسط جان فون نویمان ابداع شد و به دست جان نش، ریاضی دان آمریکایی، به کمال رسید.بعد ها وقتی کاربرد نطریه بازی ها در علوم اقتصاد معلوم شد.جان نش جایزه نوبل اقتصاد را کسب کرد. امروزه مساله های زیادی رامی توان به صورت یک بازی صوزت بندی کرد و از نظریه بازی ها به عنوان یک ابزار ریاضی که بیشتر کاربرد در دیگر علوم دارد استفاده کرد.