

دانش آموزان عزیز ضمن تبریک برای شرکت در این مسابقه و آرزوی موفقیت شما، خواهشمند است اعضای تیم پس از فکر کردن و مشورت با یکدیگر حل کامل هر سوال را با خط خوانا زیر آن بنویسید.

***** توجه: جواب سوالات را با توضیح کامل بنویسید. *****

جمع امتیازات: (30 امتیاز)

تعداد صفحات: 4

تعداد سوالات: 10

مدرسه:

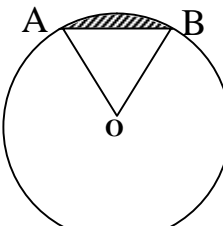
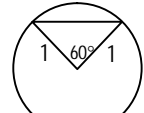

ناحیه / منطقه:

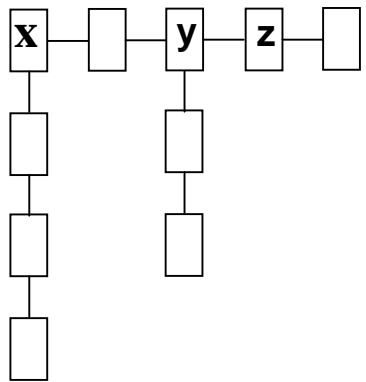
-3

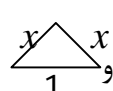
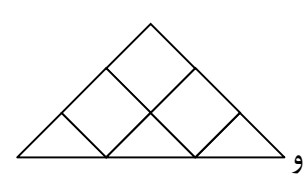
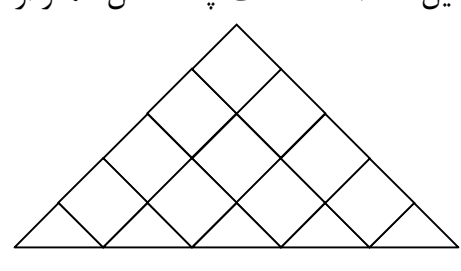
-2

نام و نام خانوادگی اعضای تیم: 1-

<p>3 امتیاز</p>	<p>1 الف) مختصات سه رأس مثلث ABC به صورت $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$ است ابتدا مثلث را رسم و سپس محیط آن را بیابید.</p> <p>ب) طول پاره خط DE که $E = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ است را بیابید.</p> <p>الف) طول BC برابر است با $BC = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$</p> <p>محیط مثلث برابر است با $4 + 5 + \sqrt{41} = 9 + \sqrt{41}$</p> <p>ب) طول DE برابر است با:</p> <p>$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ واحد</p>
<p>3 امتیاز</p>	<p>2 مقدار $\sqrt{150} + \sqrt{132}$ را تا یک رقم اعشار بیابید. (با ذکر دلیل)</p> <p>$A = \sqrt{150} + \sqrt{132}$</p> <p>$A^2 = 150 + 132 + 2\sqrt{150 \times 132} = 282 + \sqrt{19800}$</p> <p>$(140/7)^2 = 19796/49$, $(140/8)^2 = 19824/64 \rightarrow$</p> <p>$28 + 2 \times 140/7 < A^2 < 282 + 2 \times 140/8 \rightarrow 563/4 < A^2 < 563/6$</p> <p>$(23/7)^2 = 561/49$, $(23/8)^2 = 566/64 \rightarrow A \approx 23/7$</p>
<p>3 امتیاز</p>	<p>3 علی و حسن روی هم 9800 تومان پول دارند و حسن و حسین روی هم 8400 تومان دارند و علی و حسین روی هم 9000 تومان دارند. اختلاف پول علی و حسن چقدر است؟</p> <p>2 برابر پول 3 نفر $9800 + 8400 + 9000 = 272000$</p> <p>پول 3 نفر $272000 \div 2 = 13600$</p> <p>پول علی $13600 - 8400 = 5200$</p> <p>پول حسن $13600 - 9000 = 4600$</p> <p>$5200 - 4600 = 600$</p> <p>اختلاف پول آنها برابر 600 تومان می باشد.</p>

<p>2 امتیاز</p>	<p>4 الگوی عددی رو به رو را در نظر بگیرید.</p> <p>1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 000</p> <p>(الف) عدد بعدی را در این الگو بنویسید. 34</p> <p>(ب) روابط رو به رو در الگو موجود است.</p> $1^2 = 1 \times 1$ $1^2 + 1^2 = 1 \times 2$ $1^2 + 1^2 + 2^2 = 2 \times 3$ $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 3 \times 5$ <p>با توجه به الگوی موجود در این روابط طرف دوم تساوی زیر را بنویسید.</p> $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 55^2 = \dots \times \dots$
<p>3 امتیاز</p>	<p>5 با ارقام 1, 2, 3, 4, 5 و استفاده از هر عمل ریاضی عدد 6 را به دست آورید.</p> <p>(از هر 5 رقم و از هر کدام یک مرتبه باید استفاده کنید.)</p> $4 + \frac{5}{1 + \frac{3}{2}} = 4 + \frac{5}{\frac{5}{2}} = 4 + 2 = 6$
<p>3 امتیاز</p>	<p>6 (الف) مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 1 را بیابید.</p> <p>(ب) در شکل زیر دایره‌ای به شعاع 1 را مشاهده می‌کنید که در آن وتر AB به طول یک رسم شده است. مساحت قسمت هاشور خورده را بیابید.</p>  <p>(الف)</p> $h^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $s = \frac{1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ <p>(ب) مساحت کل دایره برابر $p \times 1 \times 1 = p$ است مساحت قطاع شکل بالا، $\frac{1}{6}$ کل است که برابر $\frac{p}{6}$ است و مساحت متساوی الاضلاع در شکل برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}$ است پس مساحت قسمت هاشور خورده برابر $\frac{p}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ است</p>  

<p>3 امتیاز</p>	<p>7</p> <p>اعداد طبیعی 1 تا 10 را داخل مربع‌های شکل روبه رو طوری قرار داده‌ایم که مجموع اعداد سطر و هر ستون در شکل یکسان و برابر 20 شده است. اگر $x + y + z = 13$ نشان دهید به جای z فقط یک عدد می‌توان قرار داد.</p>  $1 + 2 + 3 + \dots + 10 + x + y = 60$ $55 + x + y = 60 \rightarrow x + y = 5$ $x + y + z = 13 \rightarrow z = 8$
<p>2 امتیاز</p>	<p>8</p> <p>کسر رو به رو را ساده کنید.</p> $\frac{a^2 + ab + ac + bc}{a + c}$ $\frac{a(a+b) + c(a+b)}{a+c} = \frac{(a+b)(a+c)}{a+c} = a+b$

<p>4 امتیاز</p>	<p>9 الف) تعداد اعداد x که به ازای آنها عبارت‌های $\frac{x-10}{20}$ ، $\frac{1200}{x-10}$ اعدادی صحیح باشند چند تا است؟</p> <p>ب) اگر $\frac{\sqrt{2x-20}}{4}$ عددی صحیح باشد x کدام یک از مقادیر قسمت الف می‌باشد؟</p> <p>الف) $1200=2^4 \times 5^2 \times 3$ ، $20=2^2 \times 5$</p> <p>لذا $x-10$ به صورت $2^m \times 5^n \times 3^k$ که m و n و k اعداد صحیح و $1 \leq m \leq 4$ ، $1 \leq n \leq 3$ ، $0 \leq k \leq 1$</p> <p>پس تعداد آنها $2 \times 3 \times 4 = 24$ تا است.</p> <p>ب) $\frac{\sqrt{2x-20}}{4} = \frac{\sqrt{2(x-10)}}{4} = \frac{\sqrt{2 \times 2^3 \times 5^2 \times 3^0}}{4} \rightarrow x-10 = 8 \times 25 = 200 \rightarrow x = 210$</p>
<p>4 امتیاز</p>	<p>10 به الگوی شکل‌های زیر دقت کنید که ردیف اول هر شکل از مثلث‌های قائم‌الزاویه متساوی الساقین که طول وتر آنها 1 واحد است. تشکیل شده‌اند. مساحت چند شکل کمتر از 3500 واحد مربع است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>شکل (1)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>شکل (2)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>شکل (3)</p> </div> </div> <p>و و</p> <p>شکل n دارای 2 ضلع قائمه مساوی به طول ضلع $(2n-1)\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. پس مساحت آن برابر</p> $s_n = \frac{\left((2n-1)\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2}{2} = \frac{(2n-1)^2}{4}$ <p>است و در نتیجه:</p> $\frac{(2n-1)^2}{4} < 3500 \Rightarrow (2n-1)^2 < 14000 \Rightarrow 2n-1 < 119 \Rightarrow n < 60 \Rightarrow n = 59$
	<p>مسائل رگ‌هایی هستند که به بدن ریاضیات خون می‌رسانند «پروفسور هشترودی»</p>