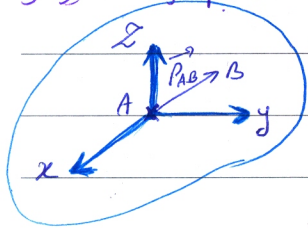


(تعیین جسم صلب)

جسم صلب جسمی است که تمامی نقاط آن از هم تغییر نکند، در نتیجه هر دو جسم با هم هم‌جریان حرکت یک نقطه از جسم حرکت خاص دارند.
 برای این منظور دستگاه مختصات xy در نقطه A روی جسم نصب می‌کنیم و می‌نویسیم:



$$\vec{v}_B = \vec{R} + \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{\rho}$$

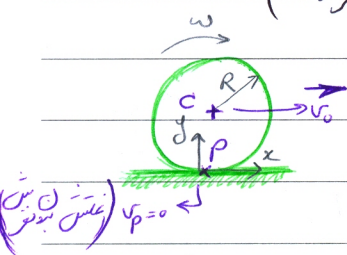
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{\rho}_{AB}$$

$$\vec{a}_B = \vec{R} + \vec{a}_r + \vec{\alpha} \times \vec{\rho} + 2\vec{\omega} \times (\vec{v}_r) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho})$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{\rho} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_{AB})$$

بر دو باقی‌مانده ω و α حرکت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای مطلق جسم صلب هستند.

فرض کنید جسم R روی زمین لغزش بدون لغزش دارد، مطلوب است سرعت زاویه‌ای این جسم، در حالی که می‌توانیم حرکت مرکز آن را ω بدانیم (متوسط از لغزش بدون لغزش حرکت مطلق نقطه‌ای عمود بر سطح زمین است)



$$\vec{v}_C = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \vec{\rho}_{PC}$$

$$\vec{v}_C = 0 + (-\omega \vec{k}) \times R \vec{j}$$

$$\vec{v}_C = \omega R \vec{i} \Rightarrow \omega = \frac{v_C}{R}$$

تصور کنید در یک سیستم نشان داده شده میله‌ی AB به میله‌ی BC وصل شده و در انتهای آن یک قطعه‌ی C لولایه‌ای دارد که می‌تواند در داخل سطح استیلاری مطابق شکل حرکت کند، مطلوب است سرعت و شتاب قطعه‌ی C در نقطه‌ی نشان داده شده (این قطعه در مختصات xy است)



$$AB \text{ case: } \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{\rho}_{AB}$$

$$\vec{v}_B = 0 + \omega_1 \vec{k} \times l_1 \vec{j} = -\omega_1 l_1 \vec{i}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\alpha}_{AB} \times \vec{\rho}_{AB} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{\rho}_{AB})$$

$$\vec{a}_B = 0 + \alpha_1 \vec{k} \times l_1 \vec{j} + \omega_1 \vec{k} \times (\omega_1 \vec{k} \times l_1 \vec{j})$$

$$\vec{a}_B = -\alpha_1 l_1 \vec{i} - \omega_1^2 l_1 \vec{j}$$

$$BC \text{ case: } \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{\rho}_{BC} = -\omega_1 l_1 \vec{i} + \omega_{BC} \vec{k} (l_2 \cos \theta \vec{i} + l_2 \sin \theta \vec{j})$$

$$\vec{v}_C = -\omega_1 l_1 \vec{i} + \omega_{BC} l_2 \cos \theta \vec{i} - \omega_{BC} l_2 \sin \theta \vec{j}$$

$$(-\omega_C \cos \beta \vec{i} + \omega_C \sin \beta \vec{j}) = (-\omega_1 L_1 - \omega_{BC} L_2 \sin \theta) \vec{i} + \omega_{BC} L_2 \cos \theta \vec{j}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\omega_C \cos \beta = -\omega_1 L_1 - \omega_{BC} L_2 \sin \theta \\ \omega_C \sin \beta = \omega_{BC} L_2 \cos \theta \end{array} \right.$$

$$\omega_C = \omega_{BC} \checkmark$$

$$\vec{a}_O = \vec{a}_B + \vec{\alpha}_{BC} \times \vec{r}_{BO} + \omega_{BC} \times (\omega_{BC} \times \vec{r}_{BO})$$

$$\vec{a}_C = -\alpha_1 L_1 \vec{i} - \omega_1^2 L_1 \vec{j} + \alpha_{BC} \vec{k} \times (L_2 \cos \theta \vec{i} + L_2 \sin \theta \vec{j}) + \omega_{BC} \vec{k} \times (\omega_{BC} \vec{k} \times (L_2 \cos \theta \vec{i} + L_2 \sin \theta \vec{j}))$$

$$\vec{a}_C = (-\alpha_1 L_1 - \alpha_{BC} L_2 \sin \theta - \omega_{BC}^2 L_2 \cos \theta) \vec{i} + (-\omega_1^2 L_1 + \alpha_{BC} L_2 \cos \theta - \omega_{BC}^2 L_2 \sin \theta) \vec{j}$$

$$(-a_C \cos \beta \vec{i} + a_C \sin \beta \vec{j}) =$$

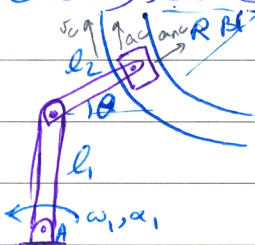
$$\left\{ \begin{array}{l} -a_C \cos \beta = -\alpha_1 L_1 - \alpha_{BC} L_2 \sin \theta - \omega_{BC}^2 L_2 \cos \theta \\ a_C \sin \beta = -\omega_1^2 L_1 + \alpha_{BC} L_2 \cos \theta - \omega_{BC}^2 L_2 \sin \theta \end{array} \right.$$

$$a_C = \alpha_{BC} \checkmark$$

در مثالی فوق فرض کنید نقطه C در داخل یک سطح خمیده شعاع R در حرکت است و مطلوب است نوشتن درجه حرکات نقطه C.

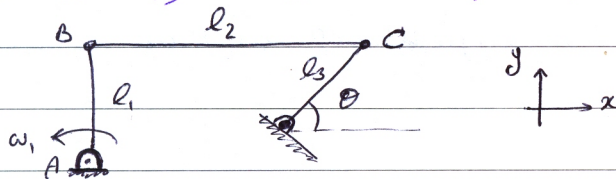
خطای آن را طوری بنویسید:

در آنجا که در دایره حرکت می کند



$$\vec{a}_n = \frac{|\vec{v}|^2}{\rho} \vec{s}$$

مسئله: در مکانیزم نشان داده شده نقاط B و C را همراه با وصلی AB با طول l_1 و در حال نوسان است. مکانیزم بر مبنای نقطه ثابت A در نظر گرفته شده است. مطلوب است برای نقطه B در لحظه نشان داده شده



$$\text{AB در لحظه: } \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB} = 0 + \omega_1 \vec{k} \times l_1 \vec{j}$$

$$\vec{V}_B = -\omega_1 l_1 \vec{i}$$

$$\text{BC در لحظه: } \vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{BC} = -\omega_1 l_1 \vec{i} + \omega_{BC} \vec{k} \times l_2 \vec{i}$$

$$\vec{V}_C = -\omega_1 l_1 \vec{i} + \omega_{BC} l_2 \vec{j}$$

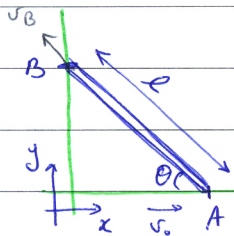
? ?

$$(-V_C \sin \theta \vec{i} + V_C \cos \theta \vec{j}) = -\omega_1 l_1 \vec{i} + \omega_{BC} l_2 \vec{j}$$

$$\left. \begin{aligned} -V_C \sin \theta &= -\omega_1 l_1 \\ V_C \cos \theta &= \omega_{BC} l_2 \end{aligned} \right\}$$

$$V_C, \omega_{BC} \checkmark$$

* مسئله: میله AB طوی حرکت می‌کند همیشه متحرک دیوارهای عمود و افقی است. مطلوب است حرکت را برای این میله در شرایط نشان داده شده (مکانیزم بر مبنای نقطه ثابت A در نظر گرفته شده است و نقطه B در لحظه حرکت می‌کند)



$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB}$$

$$\vec{V}_B = v_0 \vec{i} + (\omega_{AB} \vec{k}) \times (-l \cos \theta \vec{i} + l \sin \theta \vec{j})$$

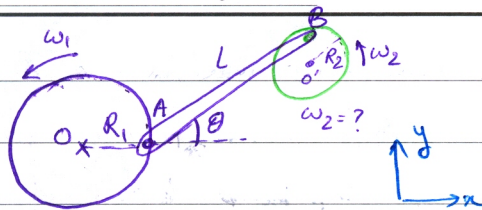
$$\vec{V}_B = v_0 \vec{i} - \omega_{AB} l \cos \theta \vec{j} - \omega_{AB} l \sin \theta \vec{i}$$

? ? ?

$$-V_B \cos \theta \vec{i} + V_B \sin \theta \vec{j} = (v_0 - \omega_{AB} l \sin \theta) \vec{i} + \omega_{AB} l \cos \theta \vec{j}$$

$$\left. \begin{aligned} -V_B \cos \theta &= v_0 - \omega_{AB} l \sin \theta \\ V_B \sin \theta &= \omega_{AB} l \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{V_B \sin \theta}{\sin \theta} = \frac{\omega_{AB} l \cos \theta}{\sin \theta}$$



مساله: چرخ های نشان داده شده حول محور ثابت
مطلوب است سرعت زاویه ای در یک 2 در شرایط نشان داده شده.

(1) محاسبه سرعت چرخ 1: $(O' \leftarrow B), (B \leftarrow A), (A \leftarrow O)$ $\vec{P}_{O' \leftarrow B}$

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_{OA} = 0 + \omega_1 \vec{k} \times R_1 \vec{i} = \omega_1 R_1 \vec{j}$$

محاسبه سرعت چرخ 2:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB} = \omega_1 R_1 \vec{j} + \omega_{AB} \vec{k} \times (L \cos \theta \vec{i} + L \sin \theta \vec{j})$$

$$\textcircled{1} \quad \vec{V}_B = \omega_1 R_1 \vec{j} + \omega_{AB} L \cos \theta \vec{j} - \omega_{AB} L \sin \theta \vec{i}$$

از سمت چپ صفت 2:

$$\textcircled{2} \quad \vec{V}_B = \vec{V}_O + \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{OB} = 0 + \omega_2 \vec{k} \times R_2 \vec{j} = -R_2 \omega_2 \vec{i}$$

از تساوی 1 و 2:

$$-\omega_{AB} L \sin \theta \vec{i} + (\omega_1 R_1 + \omega_{AB} L \cos \theta) \vec{j} = -R_2 \omega_2 \vec{i}$$

$$\begin{cases} -\omega_{AB} L \sin \theta = -R_2 \omega_2 \longrightarrow \omega_2 = -\frac{\omega_1 R_1 \tan \theta}{R_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_1 R_1 + \omega_{AB} L \cos \theta = 0 \longrightarrow \omega_{AB} = -\frac{\omega_1 R_1}{L \cos \theta} \end{cases}$$

مساله: 3 نقطه A, B, C با مشخصات داده شده مفروضه: مطلوب است تعیین روابط برای اینکه این سه نقطه روی یک خط مستقیم قرار گرفته باشند.

$$A(x_1, y_1, z_1)$$

$$B(x_2, y_2, z_2)$$

$$C(x_3, y_3, z_3)$$

قرار گرفته باشند

$$\vec{r}_A = \alpha_1 \vec{i} + \beta_1 \vec{j} + \gamma_1 \vec{k}$$

$$\vec{r}_B = \alpha_2 \vec{i} + \beta_2 \vec{j} + \gamma_2 \vec{k}$$

$$\vec{r}_C = (\alpha_3 \vec{i} + \beta_3 \vec{j} + \gamma_3 \vec{k})$$

$$\vec{r}_A = \vec{r}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA} \longrightarrow \vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$$

محاسبه ضرب داخلی برای $\vec{r}_{BA}$ ضرب داخلی می گیریم.

$$(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \cdot \vec{r}_{BA} = (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}) \cdot \vec{r}_{BA} = 0$$

$$\begin{cases} (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \cdot \vec{r}_{BA} = 0 \quad \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\vec{r}_A - \vec{r}_C) \cdot \vec{r}_{CA} = 0 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\vec{r}_B - \vec{r}_C) \cdot \vec{r}_{CB} = 0 \quad \textcircled{3} \end{cases}$$

می نویسیم برای اینکه این 3 نقطه روی یک خط مستقیم باشند باید

معادلات 1 تا 3 را هم چنان به هم وصل کنیم تا بتوانیم فرض کنیم

این معادلات هم برآورد و هم صحت در نقطه نشان داده شده می تواند باشد

برای این معادله می نویسیم

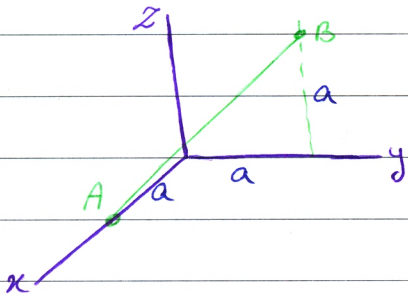
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA} \Rightarrow \alpha_1 \vec{i} + \beta_1 \vec{j} + \gamma_1 \vec{k} = \alpha_2 \vec{i} + \beta_2 \vec{j} + \gamma_2 \vec{k} + (\omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}) \times$$

$$[(x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k}]$$

با توجه داشت که برداری که بردار هم موازی است و هم عمود بر خط است. 2 بردار از هم استقلال دارند. بنابراین بین دو نقطه ای که در خط A و B برداری است هم موازی است و هم عمود بر خط است. و در برداری مستقل از بردار است. که باقی در معادله معادله است. از این معادله معادله 3 مستقل هستند که این 3 مؤلفه مستقل از بردار است.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$$

تمرین: مثالی AB برداری حرکت می کنند. A آن بردار است بر روی محور x و انتهای B آن بر روی محور معانی باشد. در معنی y به سرعت نشان داده شده حرکت کند. مطلوب است سرعت نقطه A در لحظه t را داده شده.



$$(\vec{v}_A - \vec{v}_B) \cdot \vec{r}_{BA} = 0$$

$$(-v_A \vec{i} - v_B \vec{k}) \cdot [(0-a) \vec{i} + (a-0) \vec{j} + (a-0) \vec{k}] = 0$$

$$v_A a - v_B a = 0 \rightarrow v_A = v_B$$

تمرین: صفحه مستطیل ABCD در معنی xy حرکت می کند. مختصات رئوس مستطیل و همچنین سرعت رئوس آن را معلوم کنید. مطلوب است: 1) سرعت زاویه ای این صفحه، 2) تعیین مرکز این دوران؛

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$$

هر دو برداری مستقل فوق برای نقطه جواب می دهند

مرکز آن دوران نقطه ای است فرض با سرعت صفر و در شیب آن الزام ضرورت و

مرکز آن فرض کرده ایم در هر لحظه محل آن در همان مرکز است. حال اگر این نقطه O و مختصات آن را x و y نشان دهیم خواهیم داشت

$$(x', y')$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}_{OA} \rightarrow \vec{v}_A = 0 + \omega \vec{k} \times [(x_A - x') \vec{i} + (y_A - y') \vec{j}] \rightarrow (\vec{v}_A - \vec{v}_B) \cdot \vec{r}_{BA} = 0$$

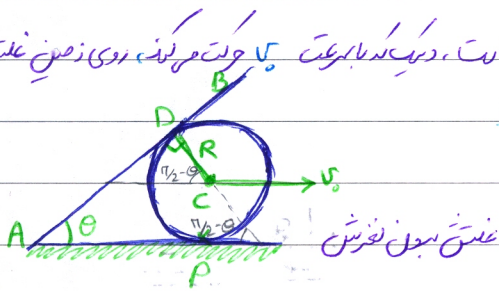
$$v_{Ax} \vec{i} + v_{Ay} \vec{j} = \omega (x_A - x') \vec{j} - \omega (y_A - y') \vec{i} \quad ; \quad (-v_A \vec{i} - v_B \vec{k}) \cdot [(0-a) \vec{i} + (a-0) \vec{j} + (a-0) \vec{k}] = 0$$

$$v_{Ax} = -\omega (y - y') \rightarrow y' \checkmark$$

$$v_A a - v_B a = 0 \rightarrow v_A = v_B$$

$$v_{Ay} = \omega (x_A - x') \rightarrow x' \checkmark$$

مسئله: چرخه AB در نقطه B لولانده و روی سطح شیب ۳۰ درجه به سمت راست حرکت می کند. در ابتدا که با سرعت v_0 حرکت می کند روی زمین غلتش بدون لغزش دارد. مطلوب سرعت زاویه ای چرخه AB در لحظه نشان داده شده:



$$\vec{v}_C = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \vec{r}_{PC}$$

$$\vec{v}_C = 0 + (-\omega \vec{k}) \times R \vec{j}$$

$$\vec{v}_C = \omega R \vec{i} \quad \boxed{\omega = \frac{v_0}{R}}$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}_{CD}$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C + (-\frac{v_0}{R} \vec{k}) \times (R \sin \theta \vec{i} + R \cos \theta \vec{j})$$

$$\vec{v}_O = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}_{CO}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}_{OA}$$

$$\vec{v}_{An} = \frac{\vec{v}_A \cdot \vec{OA}}{|\vec{OA}|} = |\vec{v}_A| \cos \theta$$

$$\vec{\omega}' = \frac{\vec{v}_{An}}{l}$$

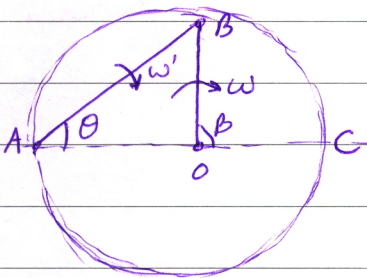
الف) تعیین v_D دو مؤلفه دارد یکی در امتداد میل AB که باعث لغزش میله AB می شود و دیگری مؤلفه عمود بر AB که باعث دوران میله AB می شود که مقدار این مؤلفه برابر است با:

$$\vec{v}_{Dn} = \vec{v}_D \cdot [-\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}]$$

$$\omega_{AB} = \frac{|\vec{v}_{Dn}|}{AD} = \frac{|\vec{v}_{Dn}|}{R \tan \frac{\theta}{2}}$$

جمله نام

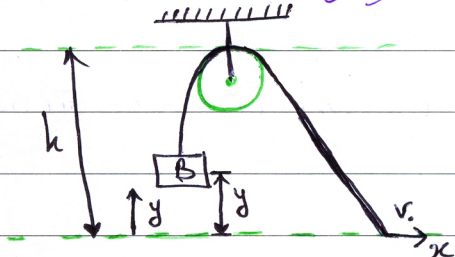
ب) تعیین چرخه AB در نقطه B لولانده و روی سطح شیب ۳۰ درجه به سمت راست حرکت می کند. در ابتدا که با سرعت v_0 حرکت می کند روی زمین غلتش بدون لغزش دارد. مطلوب سرعت زاویه ای چرخه AB در لحظه نشان داده شده:



$$\beta = 2\theta \quad \rightarrow \quad \beta' = 2\theta$$

$$\omega = 2\theta \quad \rightarrow \quad \theta = \frac{\omega}{2}$$

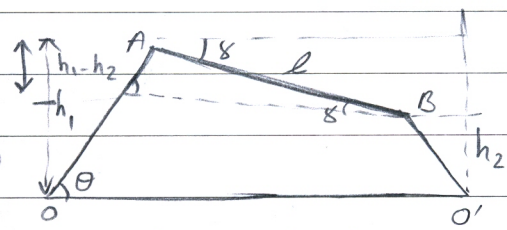
تجزیه: انتهای طناب به طبق شکل با سرعت ثابت v_0 در امتداد محور عمود کشیده می شود. مطلوب است شتاب قطعی B در وقتی نشان داده شده:



شتاب نسبی A بر اساس نقطه O جهت می‌گیریم. پس درجه‌ی شتاب AB را می‌توانیم نسبت به شتاب بین دو نقطه A و B را بنویسیم
 در این رابطه دو مجهول خواهیم داشت: a_B و a_{AB} یا a_B و a_{TB} از دو معادله‌ی همای دیگری
 در امتداد محور O'B و $\vec{a}_{NB}$ در جهت O'B می‌باشد و این مقدار مجهول نیست و برابر است با $|\vec{a}_{NB}| = \frac{|\vec{v}_B|^2}{R_3 + R_4}$
 بنابراین تنها مجهول $\vec{a}_{TB}$ و a_{AB} می‌باشد حال می‌توانیم مقدار شتاب را در این استوانه B برابر است با:

$$a_B = \frac{|\vec{a}_{TB}|}{R_3 + R_4}$$

$$\begin{cases} h_1 = (R_1 + R_2) \sin \theta \\ h_2 = (R_3 + R_4) \sin \phi \end{cases}$$



$$\begin{aligned} h_1 - h_2 &= l \sin \phi \\ \phi &= \sin^{-1} \left(\frac{h_1 - h_2}{l} \right) \end{aligned}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{AB} \times \vec{r}_{AB} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB})$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{TB} + \vec{a}_{NB}$$

دینامیک و منظور از دینامیک، مطالعه‌ی علل حرکت است که از رابطه‌ی بین نیرو و حرکت بحث می‌کند. این علم شش اصل است از یک رابطه
 تجربی که ارائه شده آن نیوتن اصل دوم و صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

که در آن $\Sigma \vec{F}$ بیانگر برکنند نیروهای خارجی وارد بر ذره است m جرم ذره و $\vec{a}$ شتاب مطلق ذره است.
 منظور از ذره جسمی است که ابعاد آن در برابر ابعاد حرکت ناچیز باشد. بنابراین در مطالعه‌ی حرکت زمین و دور خورشید
 می‌توانیم زمین را ذره در نظر گرفت. دلیلی در جهت‌های مذکور این می‌تواند زمین را ذره فرض کرد.
 به طور کلی رابطه‌ی نیوتن را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\Sigma \vec{F}_x = m \ddot{x} \quad \Sigma \vec{F}_y = m \ddot{y} \quad \Sigma \vec{F}_z = m \ddot{z}$$

برای سهولت در تحلیل و محاسبات نیروها را به طور کلی به 4 دسته زیر طبقه‌بندی می‌کنیم:

1- نیروهای ثابت (مانند نیروی جاذبه زمین)

مثال: جسمی در خلاء تحت تأثیر نیروی وزن سقوط می‌کند، معادله‌ی حرکت آن را بنویسید:
 (نیروی وزن یک نیروی ثابت است)



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F}_z = m\ddot{z} = mg$$

$$\sum F_x = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{z} = g \rightarrow \dot{z} = gt + C_1$$

$$t=0 \begin{cases} z=0 \\ \dot{z}=0 \end{cases} \Rightarrow C_1 = C_2 = 0$$

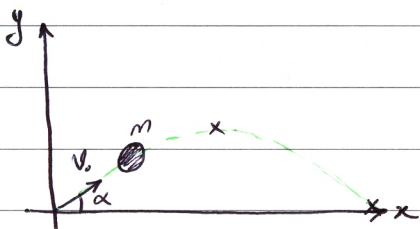
$$\sum F_y = m\ddot{y}$$

$$z = \frac{gt^2}{2} + C_1 t + C_2$$

$$\text{در حالت کلی } t=0 \begin{cases} z=z_0 \\ \dot{z}=v_0 \end{cases} \Rightarrow C_1 \text{ و } C_2 \checkmark$$

$$\sum \vec{F}_z = m\ddot{z}$$

مثال: ذره ای با سرعت اولیه v_0 تحت زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌شود. مطلوب است معادله حرکت این ذره.



$$m\ddot{y} = -mg$$

$$\ddot{y} = -g$$

$$\dot{y} = -gt + C_3$$

$$y = -gt^2/2 + C_3 t + C_4$$

$$t=0 \begin{cases} \dot{y} = v_0 \sin \alpha \rightarrow C_3 = v_0 \sin \alpha \\ y = 0 \rightarrow C_4 = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t$$

$$\dot{y} = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$\text{علاوه بر: } y_{\max} \rightarrow \dot{y} = 0$$

$$-gt_s + v_0 \sin \alpha = 0 \rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$y_{\max} = -\frac{1}{2}g \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)$$

$$y_{\max} = -\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\text{زمان رسیدن به زمین: } x_R: y=0 \rightarrow -\frac{1}{2}gt_R^2 + v_0 \sin \alpha t_R = 0$$

$$t_R (-\frac{1}{2}gt_R + v_0 \sin \alpha) = 0 \rightarrow t_R = 0, t_R = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h - y + \sqrt{h^2 + x^2} = l \quad (\text{طول ثابت})$$

$$\rightarrow \text{از مشتق نسبت به زمان} \quad -\dot{y} + \frac{xx'}{\sqrt{h^2 + x^2}} = 0$$

$$\dot{y} = \frac{xx'}{\sqrt{h^2 + x^2}}; \quad x' = v_x \rightarrow \dot{y} = \frac{xv_x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$\dot{y} = \frac{dv_B}{dt} = \frac{xv_x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$a_B = \frac{d}{dt} \left(\frac{dv_B}{dt} \right) = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v_x^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + h^2}} - \frac{2x^2}{2(x^2 + h^2)^{3/2}} \right) \quad a_B = ?$$

$$\sqrt{x^2 + h^2} = l - h + y$$

تقریباً سه مرحله AB در نقطه A طولانی شده و در انتهای آن نقطه B می توانست بدون اصطکاک در داخل نقطه C نفوذ و نقطه C می تواند در یک باغیچه ای عمودی حرکت کند. مرحله AB در لحظه ای نشان داده شده با ω ثابت نشان می کند، مطلوب است شتاب نقطه C در

$$x = l \cos \theta$$

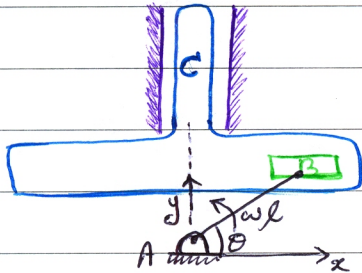
خطی نشان داده شده.

$$y = l \sin \theta$$

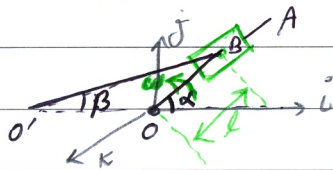
$$\dot{y} = \dot{\theta} l \cos \theta$$

$$\ddot{y} = \ddot{\theta} l \cos \theta - \dot{\theta}^2 l \sin \theta$$

لحظه آخر شتاب زاویه ای بدست می آید $\ddot{\theta} = 0$



تقریباً، مقطع و متوازی نشان داده شده بر روی مرحله OA می تواند نفوذ و فقط این مقطع با انتهای مرحله OA طولانی است. مرحله OA در نقطه ای x, y با سرعت زاویه ای ω نشان می کند، مطلوب است سرعت نقطه B در شتاب نشان داده شده:



ابتدا مبدأ دستگاه مختصات در نقطه O می بینیم

$$\vec{v}_B = \vec{R} + \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{r}_{OB}$$

$$\vec{v}_B = 0 + v_r (\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}) + \omega \vec{k} \times (l \cos \alpha \vec{i} + l \sin \alpha \vec{j})$$

$$v_B (-\sin \beta \vec{i} + \cos \beta \vec{j}) = v_r (\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}) + \omega l \cos \alpha \vec{j} - \omega l \sin \alpha \vec{i}$$

$$v_B = v_r \checkmark$$

تکین: بدنه AB در انتهای خود یک شتاب R طولانی و این شتاب باعث زوای این ω در جهت نشان داده شده می شود.

در بدنه ای زمین غلتش بدون لغزش دارد. مطلوب است سرعت زوای بدنه AB:

$$\omega' = ?$$

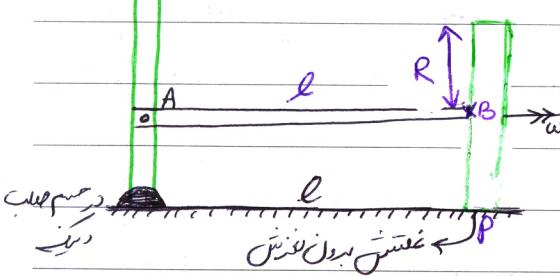
$$\vec{V}_B = \vec{V}_P + \vec{\omega} \times \vec{r}_{PB} = 0 + \vec{\omega} \times R \vec{j}$$

$$\vec{V}_B = \omega R \vec{k}$$

$$\text{AB در هم صلب است: } \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}' \times \vec{r}_{AB}$$

$$\omega R \vec{k} = 0 + \vec{\omega}' \times l \vec{i} = -\omega' l \vec{k}$$

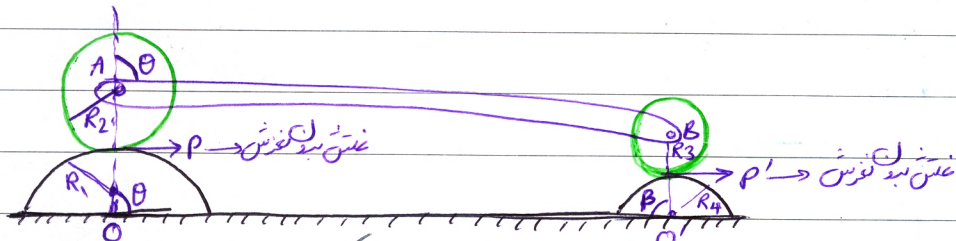
$$\omega' = \frac{R}{l} \omega$$



تکین: استوانه های A و B توسط میله ای AB در هم متصل شده اند. این استوانه ها روی سطحی غلتش بدون لغزش دارند.

در نقطه ای نشان داده شده شعاع OA با سرعت زوای ثابت ω در حال چرخش است. مطلوب است زوای بدنه ای و هم چنین مقدار

شیب زوای این استوانه B. (سیم در هم نمی یخیزد و نقاط A و B طولانی باشند)



از نقطه ای نسبت به هم صلب حرکت نقطه ای OA با سرعت زوای ω در حال چرخش است. حال بین A و B رابطه ای بین ω و ω' بنویسید.

این رابطه دو مجهول خواهیم داشت. با ω و ω' در امتداد محور شعاع OB می باشد. با این معلوم است $\vec{V}_B$ و $\vec{V}_A$ نسبت به هم

حال با فرض غلتش بدون لغزش استوانه B داریم:

$$|\vec{\omega}_B| = \frac{|\vec{V}_B|}{R_3 + R_4}$$

$$\text{برای استوانه A: } \vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{\omega}_A \times \vec{r}_{PA}$$

$$\text{برای نقطه A: } \vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{\omega}_A \times \vec{r}_{OA} = 0 + \omega \vec{k} \times (R_1 + R_2) [\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}]$$

$$\vec{V}_A = \omega (R_1 + R_2) \cos \theta \vec{j} - \omega (R_1 + R_2) \sin \theta \vec{i}$$

$$\text{AB در هم صلب است: } \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB}$$

$$\vec{V}_B (-\sin \theta \vec{i} - \cos \theta \vec{j}) = \omega (R_1 + R_2) \sin \theta \vec{i} + \omega_{AB} \vec{k} \times (l \cos \theta \vec{i} - l \sin \theta \vec{j})$$

$$\vec{V}_B (-\sin \theta \vec{i} - \cos \theta \vec{j}) = \vec{V}_A + \omega_{AB} \vec{k} \times \vec{r}_{AB}$$