

# خودآزمایی C.A.S - های آنلاین

مدت آزمون: ∞ دقیقه

سطح آزمون: استفاده مقدماتی از سازه های جبر کامپیوتری

مدرس: شین امامی پور

emamipour@bam.ac.ir

۱. الف) شکل قطبی اعداد مختلط ذیل با شناسه (آرگومان) در بازه  $[0, 2\pi)$  را پیدا کنید.

الف)  $\sqrt{3} + i$       ب)  $-\sqrt{3} + i$       ج)  $-1 - i$

ب) هر یک از اعداد مختلط ذیل را به صورت  $a + bi$  بنویسید. ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

الف)  $(\sqrt{3} + i)^{20}$       ب)  $(-\sqrt{3} + i)^{11}$       ج)  $(-1 - i)^4$

۲. هر یک از قسمت های ذیل را به صورت عدد مختلط  $a + bi$  بنویسید. ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

الف) ریشه های چهارم  $(-1 + i)$       ب) ریشه های دوم  $2i$       ج) ریشه های هشتم  $2$       د) ریشه های هشتم  $-2$

۳. همه ریشه های (مختلط و حقیقی) هر یک از معادله های جبری زیر را به شکل بسته (closed form) کسری پیدا کنید.

الف)  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$       ب)  $x^4 - 1 = 0$       ج)  $r^4 + 1 = 0$       د)  $y^4 + 2 = 0$

۴. دترمینان هر ماتریس را محاسبه کنید.

الف)  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$       ب)  $\begin{bmatrix} x^2 & x & 1 \\ 3x^2 & 1 & 0 \\ 6x & 0 & 0 \end{bmatrix}$       ج)  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

۵. دترمینان هر ماتریس را محاسبه کنید و حاصل آن را تا حد امکان ساده (simplify) کنید.

الف)  $\begin{bmatrix} e^t & te^t & e^{-t} \\ e^t & (t+1)e^t & -e^{-t} \\ e^t & (t+2)e^t & e^{-t} \end{bmatrix}$       ب)  $\begin{bmatrix} \sin(2t) & \cos(2t) & 1 \\ 2\cos(2t) & -2\sin(2t) & 0 \\ -4\sin(2t) & -4\cos(2t) & 0 \end{bmatrix}$       ج)  $\begin{bmatrix} \sin t & \cos t & t & 1 \\ \cos t & -\sin t & 1 & 0 \\ -\sin t & -\cos t & 0 & 0 \\ -\cos t & \sin t & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۶. جواب های هر دستگاه معادله جبری زیر را به صورت اعداد کسری به دست آورید.

الف)  $\begin{cases} -5A + 3B = 2, \\ -3A - 5B = 0. \end{cases}$       ب)  $\begin{cases} 0.25A + B = 3, \\ -A + 0.25B = 0. \end{cases}$

۷. جواب های هر یک از دستگاه معادلات جبری زیر را به صورت اعداد کسری به دست آورید.

الف)  $\begin{cases} c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 1, \\ c_1 - c_2 + 2c_3 - 3c_4 = 0, \\ c_1 + c_2 + 4c_3 + 9c_4 = -2, \\ c_1 - c_2 + 8c_3 - 27c_4 = -1. \end{cases}$       ب)  $\begin{cases} c_1 + c_2 + c_3 = \frac{5}{4}, \\ c_1 - c_2 + c_4 = -4, \\ c_1 + c_2 - c_3 = \frac{5}{4}, \\ c_1 - c_2 - c_4 = -2. \end{cases}$

۸. هر کسر گویای زیر را به کسرهای جزئی (partial fractions) تجزیه کنید. در صورت امکان، ضرایب عبارات در صورت هر کسر جزئی، یک عدد کسری باشد.

الف)  $\frac{s-1}{s^2-s-2}$       ب)  $\frac{s^2}{s^4-1}$       ج)  $\frac{2s^2+s^2+8s+6}{(s^2+1)(s^2+4)}$       د)  $\frac{8s^2-4s+12}{s^2+4s}$

ه)  $\frac{1}{s(2s^2+s+2)}$       و)  $\frac{1}{s^2(s^2+4)}$

۹. الف) دامنه تابع  $y = 1 + \sqrt{x^2 + 2x^2 + 2x + 4}$  را پیدا کنید.

ب) دامنه تابع ضمنی  $y = \varphi(x)$  گذرنده از نقطه  $(0, 3)$  که در رابطه  $f(x, y) = y^2 - 2y - x^2 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$  صدق می کند را پیدا کنید.