

آزمون فرضیه (آزمون آماری)

جزوه شماره 4

در یک قسیم بندی کلی از انواع مطالعات، مطالعات نظریه کلی به دو دسته مطالعات توصیفی و مطالعات تحلیلی قسیم بندی می شوند. در مطالعات توصیفی محقق دنبال توصیف وضع موجود جامعه آماری مورد پژوهش است و در نتیجه با سؤال پژوهشی مواجه است. سئوالات پژوهشی را عمدتاً می توان با می سبب تحقیقی آماری (برآوردهای آماری) پاسخ گفت. اما زمانی که موضوع تحلیلی در راه در میان است، محقق با طرح یک یا چند ادعا در خصوص جامعه هدف، موضوع را مورد تحلیلی قرار می دهد به عبارت دیگر محقق بر اساس مطالعه حقیقی یا تجربیاتی که از جامعه مورد پژوهش کتب کرده است، مبادرت به طرح ادعا یا فرضیه پژوهشی می کند. در واقع فرضیه پژوهشی یک ادعای خود بخودانه یا آگاهانه در خصوص یک یا دو امر چه بود است و در این حالت که باید با استفاده از روشهای دقیق آماری این ادعا یا فرضیه پژوهشی را به گونه آزمون گذاراند و آن را تأیید یا رد کرد. به این مرحله آزمون آماری یا آزمون فرضیه آماری می گویند.

گزینه ایی که برای رد یا تأیید ادعای محقق، به دلیل شکی که در مورد کلی جامعه آماری وجود ندارد، محقق همیشه با انتخاب یک نمونه تصادفی از جامعه آماری مورد کتب، به بررسی ادعای خود می پردازد در حالی که این ادعا ممکن است صحیح یا غلط باشد.

تبراین اولین گام در آزمون فرضیه، بیان فرضیه های آماری است که در قالب دو نوع فرض بیان می شود. فرض  $H_1$  که همان ادعای محقق محسوب می شود و فرض  $H_0$  که خلاف ادعای محقق است و طبیعتاً است که محقق همیشه به دنبال اثبات یا تأیید ادعای خود است. در این قسمت ابتدا گامهای اولیه آزمون آماری بیان می شود و سپس به تفصیل در خصوص هر کدام از این گامها شرح داده می شود.

گاههای آزمون یک آزمون آگاری:

- ۱- تعیین فرضیه‌های صفر و یک ( $H_0$  و  $H_1$ )
- ۲- انتخاب یک نمونه  $n$  تایی از جامعه آگاری
- ۳- محاسبه آماره آگاری مورد نیاز یا استفاده از نمونه  $n$  تایی
- ۴- محاسبه سطح آگاری آزمون (معیار آزمون)
- ۵- تعیین نحوه آگاری سطح آگاری آزمون
- ۶- تعیین خطای مورد نیاز بر اساس تحقق خطای نوع اول ( $\alpha$ )
- ۷- تعیین ناحیه رد و ناحیه قبول فرض صفر ( $H_0$ ) بر اساس نحوه آگاری سطح آگاری آزمون و با توجه به مقدار خطای نوع اول
- ۸- نتیجه گیری و تصمیم گیری در مورد

حال با توجه به اهمیت موضوع، به تفصیل در خصوص هر کدام از این گامها بحث خواهیم کرد.

- ۱- تعیین فرضیه‌های صفر و یک (فرض  $H_0$  و فرض  $H_1$ )  
همچنانکه قبلاً شرح داده شد، محقق در ابتدا بر اساس مشاهده، تجربه و مطالبات که در مورد یک جامعه دارای فرضیه صفر و در نهایت در نهایت در خصوص آن جامعه بیان می‌کند، طبیعی است که طرح یک ادعای جدید در خصوص یک جامعه، متضمن رد و صحت است که تا کنون وجود داشته و یا گفته می‌شود است. بنابراین در آزمون فرضیه محقق همیشه با دو نوع فرضیه مواجه است. یکی از این فرضیه‌ها که ادعای تحقق است که در قالب  $H_1$  بیان می‌شود و دیگری خلاف این ادعا که در نهایت وضع موجود است و در قالب  $H_0$  بیان می‌شود. طبیعی است که وقتی ادعای در خصوص یک جامعه صورت می‌گیرد، محقق به ندرت به استفاده از روش‌های موجود در آزمون آن متوسل می‌گردد. اما یک فرضیه

تا زمانی که به طور منطقی تأیید نشده است، در حدیک فرضیه باقی می ماند و تحقق صحت  
 جدگیری از مسوگیری به توقع خود در کلیه مراحل مختلف آزمون این فرضیه، ارتباط غلط  
 دانستن ادعای خود ( $H_1$ )، تلاش می کند تا جمع آوری دلائل و شواهد کافی (با استفاده از نمونه  
 $n$ ، بی) آن را تأیید کند. به عبارت دیگر محقق در طی مراحل مختلف آزمون آماری،  
 با فرض صحت  $H_0$  (علاوه بر ادعای خودش) تا جمع آوری دلائل و شواهد قوی، تلاش می کند  
 آن را رد کند و در نتیجه ترتیب ادعای خود یعنی  $H_1$  را تأیید کند. لازم به توضیح است که چون  
 حدیکه دو فرض  $H_0$  و  $H_1$  خلاف هم هستند، رد  $H_0$  معادل با تأیید  $H_1$  محسوب  
 می شود و از آنجایی که محقق حدیکه تلاش می کند برای اثبات ادعای خود  $H_0$  را رد کند،  
 زمانی آزمون معنی دار تلقی می شود که  $H_0$  رد شود. بنابراین معنی دار بودن یا  
 بودن آزمون یعنی رد  $H_0$  و تأیید  $H_1$  می باشد.

طرح ادعای محقق و در واقع حالات مختلف فرضیه های صفر و یک می تواند به یکی از صورت  
 زیر باشد.  
 در اینجا به منظور نمونه فرضیه های صفر و یک در خصوص مسائل کیفی و کمی در جامعه  
 آورده می شوند. لازم به توضیح است که همیشه فرضیه ها در رابطه با پارامترهای جامعه می باشد  
 می شوند و لازم است از نمادهای صحیح استفاده شود. نماد  $\mu$  برای میانگین آماری  
 مورد نظر جامعه در نظر گرفته می شود.

- |    |                                       |   |
|----|---------------------------------------|---|
| 1) | $H_0 : \mu = a$<br>$H_1 : \mu \neq a$ | } فرضیه دو طرفه یا در دنباله  |
| 2) | $H_0 : \mu \leq a$<br>$H_1 : \mu > a$ |   |
| 3) | $H_0 : \mu \geq a$<br>$H_1 : \mu < a$ | } فرضیه یک طرفه یا یک دنباله<br>لازم به توضیح است که همیشه یک طرفه را در جهت علامت تساوی<br>در فرض $H_0$ در نظر گرفته می شود. |

۲- آنگاه یک نمونه  $n$  تایی از جمعیت هدف  
 از آنجا تغییر که قرار است براساس فرضیه یک سوله از طرف تحقق، حکمی در مورد  $H_0$  یا  $H_1$   
 صادر شود. طبیعتاً است که باید این حکم با استفاده از نتایج صریح آماریه از نمونه  $n$  تایی  
 قبلی از جامعه آماری که محور حکمیه خصوصیات آن جامعه است، صادر شود. بنابراین  
 لازم است تا بویژه، خصوصیات جامعه آماری هدف، نمونه  $n$  تایی بصورت تصادفی از این  
 جامعه انتخاب شود که برای این کار من توالی از روشهای مختلف نمونه گیری بکار گرفته

۳- می سیم که خصوصیات آماری مورد نیاز  
 با توجه به این مراحل مختلف تلاش برای در  $H_0$  و در نتیجه تا  $H_1$  با استفاده از نمونه  
 آنگاه یک سوله از جمعیت  $n$  می شود، لازم است که خصوصیات آماری مورد نیاز مانند  
 $\mu$  (برای میانگین)،  $\sigma^2$  (برای واریانس)،  $s$  (برای انحراف معیار)،  $\bar{p}$  (برای  
 نسبت) و سایر خصوصیات مورد نیاز به عنوان برآوردهای نقطه ای می سیم  
 شوند.

۴- می سیم که خاص آماری آزمون (معیار آزمون)  
 در رابطه با هر آزمون آماری، با توجه به وابسته مورد آزمون و توزیع نمونه برداری برآورد این وابسته  
 و در نظر گرفتن این نکته که می سیم نسبت مربوط به آزمون آماری همیشه با فرض صحت  
 $H_0$  انجام می گیرد، باید یک خاص آماری خاص آن آزمون را می سیم کرد که -  
 مقدار این خاص منبای تقسیم گیری نهایی خواهد بود. این خاص از یک سوله  
 کلی برخوردار است ولی در رابطه با هر آزمون آماری، خاص آماری آزمون خاص آن  
 آزمون تعیین می سیم است. لازم است که توجه است که نقطه خاص با این خاطر بکار برده  
 می شود که اس می سیم این خاص، همان خاص است که آنگاه از نمونه  $n$  تایی  
 است.

۵- تعیین توزیع آماری از حفره های آزمون

هرگاه حفره های با توجه به این یا تغییر نموده ، قابل تغییر است نه برای یک متغیر محسوب  
می شود و هر متغیر دارای یک توزیع آماری است . ش حفره های آزمون نیز از این قاعده  
مستثنی نیست نه برای این ش حفره نیز دارای یک توزیع آماری خاص است که این  
توزیع آماری متباین توزیع فراوان بود آزمون آماری محسوب می شود .  
توزیع آماری ش حفره های آزمون بجز آزمونهای مطرح از قبل تعیین شده و با آزمونهای  
توزیع آماری مربوطه را در مسائل مختلف مشخص می سازد .

۶- تعیین خطای مورد پذیرش حقوق (خطای نوع اول ،  $\alpha$ )

در آزمون یک آزمون آماری ، همیشه از یک نمونه  $n$  داده ای برای تصمیم گیری در خصوص  
تائید یا رد ادعای حقوق ( $H_0$ ) استفاده می شود . صحتی است که در مراحل مختلف محرز است ،  
اندازه گیری می است همیشه امکان وجود خطا در از ذهن نیست و ممکن است این  
خطاها منجر به تصمیم نادرست شوند ، نه برای حقوق همیشه در میان حجم های حقوق در  
مورد یک جمعیت ، مانند یک قاضی ، و وجود چنین خطاهای را در نظر گرفته می شود .  
در آزمون آماری فرض  $H_0$  را در صورتی رد می کنیم (به عبارت دیگر  $H_1$  را تائید می کنیم) که مقدار  
ش حفره های آزمون که به فرض صحت  $H_0$  می باشد شگفت است ، احتمال وقوع آن برابر یا  
کمتر از یک مقدار کوچک  $\alpha$  باشد . به این احتمال چند کوچک سطح معنی دار  
(Significance level) می گویند . سطح معنی دار مقدار کوچکی است که معمولاً  
مقدار آن بین ۰.۰۵ تا ۰.۰۱ در نظر گرفته می شود . ش تصمیم در خصوص این مقدار به اندازه حقوق  
است که این خود به اهمیت موضوع مورد تحقیق بستگی دارد و حقوق قبل از شروع مراحل  
آزمایی خود در مورد آن تصمیم گیری می کند . در اکثر تحقیقات مربوط به حوزه علوم انسانی این مقدار حدود  
۰.۰۵ در نظر گرفته می شود .

همچنانکه گفته شد در انجام یک آزمون آماری، از آنجایی که مراحل مختلف آزمون بر اساس یک نمونه  $n$  تایی که از جمعیت هدف گرفته شده است، انجام می‌گردد، امکان خطاهای آماری وجود دارد که منشاء این خطاها ممکن است مربوط به وقت عمل حقوق در انتخاب نمونه و رد نمونه گیری، اندازه گیری متغیرها و یا می‌تواند مربوط به باشد و یا مربوط به وسیله اندازه گیری یا به بدایت دیگر ابزار گردآوری داده‌ها باشد. این خطاها که حرکتی از بی‌توانی منجر به تصمیم نادرست شوند از نظر ماهیت متفاوت هستند. دسته اول خطاها که مسئولیت مستقیم آن بر عهده حقوق است نام خطای نوع اول خوانده می‌شود و با  $\alpha$  نمایش داده می‌شود و دسته دوم خطاها که مربوط به ابزار گردآوری داده‌ها است و حقوق بطور مستقیم نمی‌تواند در آن انضامی نقش کند (ولی بطور غیر مستقیم با انتخاب ابزار اندازه گیری دقیق تر مانند انتخاب پرسش‌نامه‌ای با ردای دراز یا لیست و یا انتخاب نمونه بی‌سسته می‌تواند در مقدار آن مؤثر باشد) به نام خطای نوع دوم خوانده می‌شود و با  $\beta$  نمایش داده می‌شود. این دو نوع خطا در جدول زیر نمایش داده شده‌اند.

وضعیت واقعی  $H_0$  (که ناسلام است)  
 $H_0$  صحیح است  $H_0$  غلط است

نتیجه انجام آزمون	رد $H_0$	بدون خطا Type I error	خطای نوع اول، $\alpha$
	قبول $H_0$	خطای نوع دوم، $\beta$ Type II error	بدون خطا

با توجه به جدول فوق خطای نوع اول و خطای نوع دوم را می‌توان بدین گونه تعریف کرد

خطای نوع اول،  $\alpha$ : احتمال رد  $H_0$  در حالی که  $H_0$  صحیح است  
 خطای نوع دوم،  $\beta$ : احتمال قبول  $H_0$  در حالی که  $H_0$  غلط است

خطای نوع دوم را میگویند نیز می‌توان تعبیر کرد که این خطا معادل است با احتمال رد ادعای محقق یعنی  $H_1$ ، در حالی که این ادعا هیچ توجیهی ندارد. یعنی علی‌رغم آنکه ادعای محقق هیچ توجیهی ندارد، وجهی خطا‌هایی که از کنترل محقق خارج است باعث شده این ادعا تأیید شود. به این خاطر (1-8) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که بتوان آن‌ها را از میان برداشته و هر قدر مقدار خطای نوع دوم کمتر باشد، (1-8) نیز کمتر در نتیجه آزمون از توان بالاتری برخوردار است. در واقع توان آزمون عبارت از:

توان آزمون، (1-8): احتمال تأیید  $H_1$  وقتی واقعاً صحیح است یا احتمال رد  $H_0$  وقتی واقعاً غلط است.

همچنانکه گفته شد، توان آزمون یا به عبارت دیگر خطای نوع دوم، بطور مستقیم در کنترل محقق مبتنی است، اما محقق می‌تواند با اندک‌اندکی تغییرات بسیار بزرگی در روش آزمون نمونه بیشتر از جمعیت هدف، بطور غیر مستقیم در آن دخالت کند که این مورد می‌تواند به افزایش خطای نوع اول بیانجامد. بعبارت دیگر یک رابطه معکوس بین این دو نوع خطا (تایید یا رد غیر مستقیم) وجود دارد و تلاش برای کاهش مقدار  $\alpha$  می‌تواند منجر به افزایش  $\beta$  شود.

۷- تعیین ناحیه رد و ناحیه قبول  $H_0$

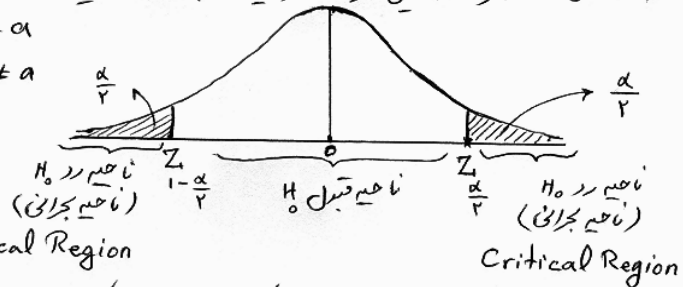
همچنانکه قبلاً گفته شد محقق قبل از انجام مراحل آزمون در مورد احتمال رد  $H_0$  در حالتی که صحیح است تصمیم‌گیری می‌کند یعنی مقدار  $\alpha$  از قبل مشخص است. بنابراین احتمال قبول  $H_1$  در حالتی که غلط است (تعیین نادرست) برابر با  $\alpha$  در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه ضرایب احتمال مقدار بدست آمده از نمونه  $n$  تایی، حداکثر برابر با  $\alpha$  باشد. فرض  $H_0$  رد می‌شود و در غیر اینصورت فرض  $H_0$  رد نمی‌شود. با این مقدمه می‌توان برای

فرضیه‌های دو طرفه و فرضیه‌های یک طرفه ناحیه رد  $H_0$  و ناحیه قبول  $H_0$  را مشخص کرد. برای توضیح این موضوع شکر حالت مختلف فرضیه‌های آکامی برای آزمون -

یک طرفه و به فرض اینکه توزیع  $Z$  آکامی از آزمون سوال است در این صورت، در نظر گرفته می‌شود.

$$H_0: \mu = a$$

$$H_1: \mu \neq a$$

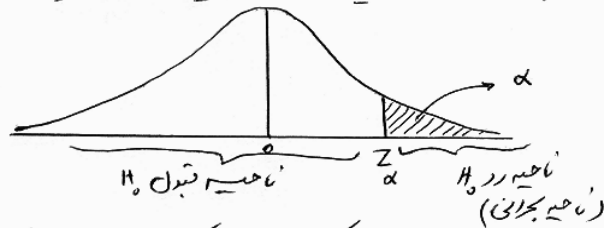


واضح است که رد  $H_0$  معنای بزرگتر بودن مقدار مشاهده از  $a$  یا کوچکتر بودن مشاهده از مقدار  $a$  باشد. بنابراین نمی‌تواند در هر جهت معنای بزرگتر یا کوچکتر بودن مشاهده از مقدار  $a$  به دست آید. در این صورت  $\alpha$  به دست آید و  $\alpha/2$  به دست آید.

چون در آزمون یک طرفه در حالی که فرضیه‌ها به صورت زیر باشند (فرضیه یک طرفه)

$$H_0: \mu \leq a$$

$$H_1: \mu > a$$



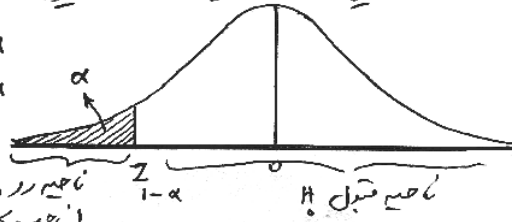
در این حالت، طبیعی است که معیار کوچک حاصل از نمونه منجر به تقویت  $H_0$  می‌شوند و زمانی ممکن است  $H_0$  به غلط رد شود که خطای  $\alpha$  باعث بزرگ شدن بیش از حد مقدار ردیت آماره از نمونه  $n$  می‌گردد و در نتیجه مقدار آزمون آکامی از آزمون گردد.



حالت سوم: اگر مولد بیگانه در حال که فرضیهها به صورت زیر باشند (فرضیه یک طرفه)

$$H_0: \mu > \alpha$$

$$H_1: \mu < \alpha$$



در این حالت نیز مقادیر بزرگ باعث تقویت فرض  $H_0$  می گردند و آنچه باعث رد فرض صفر با توجه به خطای موجه می شود (تصمیم نادرست)، مقادیر خیلی بزرگ حاصل از نمونه  $n$  تایی و در نتیجه مقدارش محض آماره آزمون می باشد.

نواحی رد و مقبول فرض صفر در آزمونهای آماره با توزیعهای آماره استقارست نیز از همین قاعده پیروی می کنند.

### ۱- نتیجه گیری و تصمیم گیری مدیریتی

در این مرحله نتایج مقدارش محض آماره آزمون در ناحیه رد  $H_0$  قرار گیرد، آزمون معنی دار تلقی می شود و گفته می شود دلیل کافی برای رد  $H_0$  و تأیید ادعای محقق یعنی  $H_1$  وجود دارد. در غیر اینصورت آزمون معنی دار نیست و فرض  $H_0$  رد نمی شود و در واقع دلیل کافی برای تأیید ادعای محقق وجود ندارد.

مراحل مختلف گامان فوق در انجام آزمون آماره، در مورد همه آزمونهای آماره صادق است و در این بخش به دنبال کردن این مراحل بطور مستقیم است، هر که آزمون آماره را با فرضیه یک طرفه در برای تعیین جان هدف باید تصمیم گیرنده بطور کامل درک و تفسیر و محقق شوند. مقادیر سطح خطاهای آماره، سطح معنی دار، ناحیه رد فرض  $H_0$ ، ناحیه آماره آزمون مربوط به آن آزمون و توزیع آماره آن محض به همراه یک آماره آماره از اهمیت ویژه ای برخوردار است.