



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۱

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- گزینه ۳ پاسخ است.

معنی درست واژه‌ها: مجامله: چرب‌زبانی و خوش‌آمدگویی، نیکویی و خوش‌رفتاری کردن (این واژه از متن خودآزمایی درس هشتم کتاب زبان فارسی (۳) انتخاب شده است.) / خطوه: گام، قدم / معارضه: ستیزه کردن / محاوره: گفت‌وگو / مراده: رفت‌وآمد، دوستی
معنی واژه‌ها در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: مطاوعه: اطاعت، فرمان‌برداری / مجادله: خصومت، ستیزه کردن، جدال کردن
گزینه ۲: قدوم: باز آمدن، وارد شدن / مکاتبه: نامه‌نگاری / مسالمت: آشتی کردن با یکدیگر، خوش‌رفتاری

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

معنی درست واژه‌ها: اِدبار: بدبختی، پشت کردن (اقبال روی آوردن) / ارتجالاً: بی‌درنگ، بدون اندیشه سخن گفتن یا شعر سرودن / افگار: آزرده، زخمی، خسته، مجروح / ابرش: اسب، اسبی که بر اعضای او نقطه‌ها باشد. / ابدال: نیک‌مردان، مردان خدا، جمع «بدل»، «بدل» و «بدیل» به معنی اولیاءالله (بدل: جانشین)

۳- گزینه ۳ پاسخ است.

معنی درست واژه‌ها: محضر: استشهادنامه / مسعی: سعی، کوشش / کهل: کسی که سنش بین سی تا پنجاه سال باشد.

۴- گزینه ۲ پاسخ است.

املاي درست واژه‌ها: زَلَّت: خطا، لغزش (ذَلَّت: خواری، پستی) / منسوب: نسبت داده شده (منسوب: گماشته)
معنی متن: و هر انسان زیرکی می‌داند که هیچ‌کسی نمی‌تواند از اشتباه و خطا محفوظ و به دور بماند و هرگاه که به تقصیر و خیانت عمدي، متهم نباشد، فرصت بیش‌تری برای کناره‌گیری و اندیشیدن در عواقب کارها و پیامدهای آن دارد.

۵- گزینه ۴ پاسخ است.

املاي درست واژه: فراق (فراق: جدایی / فراغ: آسودگی)

۶- گزینه ۱ پاسخ است.

نام پدیدآورندگان آثار: انسان و و اسرار شب: عباس خلیلی (آثار دیگر: روزگار سیاه، انتقام) / سراب: هوشنگ ابتهاج (آثار دیگر: نخستین نغمه‌ها، سیاه‌مشق، شبگیر / از زبان برگ: محمدرضا شفیعی کدکنی (آثار دیگر: شبخوانی، در کوچه‌باغ‌های نیشابور، از بودن و سرودن، مثل درخت در شب باران، بوی جوی مولیان) / سدّ و بازوان: طاهره صفارزاده (آثار دیگر: رهگذر مهتاب، طنین در دلتا، دیدار صبح، بیعت با بیداری، سفر پنجم) / در بهشت شداد: جلال رفیع (اثر دیگر: فرهنگ مهاجم فرهنگ مولد)

۷- گزینه ۳ پاسخ است.

نام پدیدآورندگان آثار: لطایف‌الطوایف: فخرالدین علی صفی (روضه‌ی خلد: مجد خوافی) / مسئولیت شیعه بودن، دکتر علی شریعتی (ترجمه‌ی نهج‌البلاغه: دکتر جعفر شهیدی) / در کوچه‌ی آفتاب: قیصر امین‌پور (دری به خانه‌ی خورشید: سلمان هراتی) / گنجشک و جبرئیل: سید حسن حسینی (به قول پرستو: قیصر امین‌پور)

۸- گزینه ۴ پاسخ است.

«می‌تراود مهتاب» اثر نیما یوشیج، نمونه‌ای از شعر نوست. می‌دانیم شعر نو وزن عروضی دارد، اما آوردن قافیه و ردیف در آن اختیاری‌ست، و اندازه‌ی بندها (مصراع‌ها) در آن، مساوی نیست.

۹- گزینه ۲ پاسخ است.

ایهام (بیت «ج»): دور از تو: ۱- از تو دور باد (بلانسیب شما!) ۲- در هجران تو
حسن تعلیل (بیت «الف»): شاعر در این بیت دلیل سرخی لبان معشوق را خوردن خون‌دل مشتاقان می‌داند.

تلمیح (بیت «د»): اشاره به داستان عاشقانه‌ی فرهاد، شیرین و خسرو

تشبیه (بیت «ب»): تشبیه نسیم زلف معشوق به دم جان‌بخش حضرت عیسی علیه السلام و بناگوش معشوق به سیم (نقره) و ید بیضای حضرت موسی علیه السلام

۱۰- گزینه ۱ پاسخ است.

واژه‌های متضاد: پرسش ≠ جواب / سر به زیر افکنده بودن ≠ سربالا بودن (زیر ≠ بالا) / شیرین ≠ تلخ

بررسی واژه‌های متضاد در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: درد ≠ درمان / زخم ≠ مرهم

گزینه ۳: شکر ≠ زهر / وصل ≠ جدایی

گزینه ۴: هستی ≠ مرگ

۱۱- گزینه ۴ پاسخ است.

اغراق: شاعر مدّعی می‌شود اگر با آستین، جلوی اشک خود را نگیرد، سیل اشک‌های او تا دامنش جاری می‌شود. / حسن تعلیل: ندارد. بررسی آرایه‌ها در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: جناس تام: زنم (بزنم) و زنم (زن هستم)

گزینه ۲: جناس ناقص: می‌کنم و می‌کنم / استعاره: دیده‌ی بخت (اضافه‌ی استعاری)

گزینه ۳: مجاز (شهر: مجاز از مردم شهر) / تضاد: تیغ برکشیدن ≠ سپر افکندن

ایهام: ایهام در گزینه‌ی (۱) مبهم و شامل چند صورت است که هر کدام - یا هیچ کدام! - ممکن است مورد پسند طراح قرار گرفته باشد: روی: ۱- حرکت کنی ۲- عمل کنی / نفس: ۱- دم و بازدم ۲- حرف

ایهام دیگر که ممکن است به نظر برسد، در واژه‌ی «زنم» در پایان مصراع دوم است که براساس آن می‌توان مصراع دوم را به دو صورت معنی کرد: الف) اگر من برخلاف نظر و خوشایند تو سخنی بگویم، زن هستم (نامردم!)

ب) اگر من برخلاف نظر و خوشایند تو سخنی بگویم، [خُب] بگویم! [چه اهمیتی دارد؟]

این دو معنی تعبیری است که براساس ظاهر بیت می‌توان به آن نسبت داد، اما واقعیت این است که با توجه به ذهن و زبان سعدی و با بررسی این غزل، برداشت «ب» از این بیت، غیرممکن است: زیرا سعدی هرگز در چنین فضایی از معشوق خود سرپیچی نمی‌کند؛ بنابراین واژه‌ی «زنم» در پایان مصراع را باید براساس برداشت «الف» همان «زن هستم» معنی کرد.

نکته‌ی دیگر، بررسی آرایه‌ی «حسن تعلیل» در گزینه‌ی (۴) است. شاعر می‌گوید: اگر آستینم را از جلوی چشم‌هایم بردارم، اشکم آن‌قدر سرازیر می‌شود که دامنم را هم خیس می‌کند، اما این بیان، به این معنی نیست که علت دست بر صورت گرفتن شاعر، جلوگیری از ریختن اشک بوده باشد؛ بنابراین در گزینه‌ی (۴) حسن تعلیل وجود ندارد.

۱۲- گزینه ۱ پاسخ است.

(وابستگی) ← (وابسته+گی) ← (وا+بسته) ← (بست+ه)

۱۳- گزینه ۲ پاسخ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: سرشار از آرایه‌های ادبی

متنم اسم

گزینه ۳: لذت بردن از نمودهای طبیعت

متنم اسم

گزینه ۴: یکی از گونه‌های هنر / بهره‌گیری از عواطف خویش

متنم اسم

متنم اسم

۱۴- گزینه ۴ پاسخ است.

شمارش تکواژها: و / فلق / محراب / ی / سرخ / گون / است / / که / تو / در / آن / نماز / صبح / / شهادت / را / گزارد / ه / ا / ی (۲۱ تکواژ) بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: شیرین / ترین / لب / خند / بر / لب / آن / اراده / ای / پولاد / یں / تو / جلوه / گر / است / / (۱۸ تکواژ)

گزینه ۲: در / گذر / گه / تاریخ / ایستاد / ه / ا / ی / و / بشر / یت / ره / گذار / را / می / آشام / آن / ی (۱۹ تکواژ)

گزینه ۳: مرد / آن / ی / چون / مرگ / پیروز / مند / انه / ا / ت / غبطه / ای / بزرگ / زنده / گ / آن / ی / شد / / (۱۹ تکواژ)

۱۵- گزینه ۱ پاسخ است.

تکواژ تصریفی ← «ی» نکره

در این جا «ی» در «سوزی» پسوند تصریفی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

روایی - گرمی - گدایی: «ی» مصدری

۱۶- گزینه ۳ پاسخ است.

جمله‌ی دوم: [خار] آسان برآید.

نهاد محذوف فعل مضارع

جمله‌ی چهارم: [خار] در دل نشیند.

نهاد محذوف فعل مضارع

جمله‌ی اول: گر خاری / به پا خلد،

نهاد چرا فعل مضارع

جمله‌ی سوم: [من] به خار چه سازم؟

نهاد محذوف فعل مضارع

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: بیت از سه جمله‌ی خبری و یک جمله‌ی پرسشی تشکیل شده است:

گزینه ۲: در بیت یک قید وجود دارد (آسان) و متمم قیدی وجود ندارد (همه‌ی متمم‌ها فعلی‌اند)

گزینه ۴: در این بیت تنها سه حرف اضافه وجود دارد: به - به - در

جملات خبری: ۱- اگر به پا خاری خلد، ۲- آسان برآید. ۳- در دل نشیند. / جمله‌ی پرسشی: به خار چه سازم؟

۱۷- گزینه ۳ پاسخ است.

معنی حدیث شریف: «حکومت با کفر باقی می ماند، اما با ظلم باقی نمی ماند.»
مفهوم مشترک حدیث شریف و رباعی گزینه ی (۳): ماندگاری حکومت با کفر و ناپایداری آن با ظلم
مفهوم سایر رباعی ها:

گزینه ی ۱: ناپایداری قدرتِ ظالمان / گزینه ی ۲: ناپایداری قدرت و دعوت به عدل

گزینه ی ۴: ناپایداری قدرتِ ظالمان

در حقیقت، همه ی گزینه ها به ناپایداری ظلم اشاره می کنند، اما بیت دوم در گزینه ی (۳)، دقیقاً ترجمه ی حدیث مورد سؤال است. در پاسخ گویی به این سؤال باید به واژه ی «یکسان» در صورت سؤال توجه داشت.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ است.

مفهوم بیت های سؤال: تغییر سرشت موجودات و لزوم توجه به بهبود شرایط آن ها

مفهوم گزینه ی (۲): ضرورت تسلیم بودن در برابر صاحبان قدرت

مفهوم سایر گزینه ها: تغییرناپذیری سرشت افراد پست و فرومایه

۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.

مفهوم گزینه ی (۴): تجمل گرایی قدرتمندان / مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه ها: ناپایداری قدرت دنیوی

۲۰- گزینه ۴ پاسخ است.

مفهوم گزینه ی (۴): نکوهش بدخواهی / مفهوم مشترک سایر گزینه ها: از ماست که بر ماست.

۲۱- گزینه ۳ پاسخ است.

مفهوم گزینه ی (۳): همدمی و همراهی باد صبا با عاشق / مفهوم مشترک سایر گزینه ها: پیام رسانی باد صبا

۲۲- گزینه ۲ پاسخ است.

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ی (۲): ارزشمندی مقام درویشان

مفهوم سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: نکوهش ثابت قدم نبودن در دین

گزینه ی ۴: زیاده طلبی موجب نابودی ست.

۲۳- گزینه ۱ پاسخ است.

مفهوم گزینه ی (۱): نکوهش غیبت / مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه ها: پا از حدّ خود فراتر نگذاشتن

در حقیقت، مفهوم بیت سؤال «دعوت به گوشه نشینی» ست، اما طراح سؤال، مفاهیم «دعوت به خاموشی» (در گزینه ی ۲)، دعوت به «سجده گویی» (در گزینه ی ۳) و «دعوت به ترک گستاخی» (در گزینه ی ۴) را هم از نتایج گوشه نشینی تصوّر کرده است. روی هم رفته، مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه ها را باید «پا از حدّ خویش فراتر نگذاشتن» دانست.

۲۴- گزینه ۱ پاسخ است.

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ی (۱): آسودگی عاشق، نشانه ی بی وفایی اوست. / تقابل عشق و آسایش

مفهوم سایر گزینه ها:

گزینه ی ۲: تقابل زیبایی و وفاداری / بی وفایی در سرشت زیبارویان است.

گزینه ی ۳: پاک بازی و جان فشانی عاشق / گزینه ی ۴: ترجیح یار وفادار بر خویشاوندان

۲۵- گزینه ۴ پاسخ است.

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ی (۴): کمال بخشی عشق

مفهوم سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: تأثیر زیبایی و سخنان معشوق در وجود عاشق / کامیابی

گزینه ی ۲: تقابل عشق و عقل / گزینه ی ۳: انعطاف پذیری / سازگاری و مدارا

زبان عربی

۲۶- گزینه ۳ پاسخ است.

کلمات کلیدی: تفید / أفضل من کتاب / لا فائدة له

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها: «تفید: مفید باشد»؛ نمی تواند به صورت «پرفایده» ترجمه شود و نیز «تفید» فعل مضارع صیغه ی «لغائبة» است و نباید به صورت «بهره ببری» ترجمه شود و نیز جمله وصفیه برای «کلمة» می باشد و در ترجمه قبل از آن «که» می آید و نیز معادل دقیقی برای «فایده ای برساند» نیست. [رد سایر گزینه ها] / «أفضل من کتاب: بهتر از کتابی است»؛ «أفضل» خبر برای «کلمة» است و جمله با آن تکمیل می شود و نیز قبل از «کتاب» اسم اشاره ای نیامده که به صورت «آن یا این کتاب» ترجمه شود. [رد گزینه های (۱) و (۴)]

«لا فائدة له: که هیچ فایده ای نداشته باشد»؛ «لا»ی نفی جنس، نفی مطلق را می رساند؛ پس همراه «هیچ» ترجمه می شود و نیز معادلی برای «نرساند» وجود ندارد. [رد سایر گزینه ها]

۲۷- گزینه ۴ پاسخ است.

کلمات کلیدی: مَنْ عَرَفَ، لاتخدع / معرفة حقیقیة / قلبه / ظواهرها الخلابة

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها: «مَنْ عَرَفَ... لاتخدع: کسی که بشناسد... نمی فریبد»؛ در این جمله «مَنْ» به معنای «کسی که، آن که» است. دقت کنید هرچند «مَنْ» شرط است ولی می تواند به جای «هرکس»، به صورت «کسی که» ترجمه شود ولی نمی تواند به صورت «اگر» ترجمه شود و فعل شرط «عَرَفَ» به صورت مضارع التزامی ترجمه می شود. [رد گزینه های (۱) و (۲) و (۳)] و جواب شرط «لاتخدع» به صورت مضارع اخباری ترجمه می شود.

«معرفة حقیقیة: به طور واقعی»؛ «معرفة» مفعول مطلق نوعی است، پس با قیدهای بیانی «حقیقتاً، به طور واقعی» ترجمه می شود. [رد گزینه ی (۲)]

«قلبه: قلبش را»؛ اولاً همراه ضمیر «ه» آمده است و باید همراه آن ترجمه شود، دوماً در جمله نقش مفعول به را دارد و همراه نشانه مفعول در فارسی یعنی «را» باید ترجمه شود. [رد سایر گزینه ها]

«ظواهرها الخلابة: ظواهر دلربای آن»؛ ترکیب وصفی و اضافی است پس ابتدا صفت ترجمه می شود سپس مضاف الیه «ها» [رد سایر گزینه ها]

۲۸- گزینه ۱ پاسخ است.

کلمات کلیدی: کانت ... قد دعت / صدیقاتی

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها: «کانت ... قد دعت: دعوت کرده بود»؛ فعل ماضی، همراه «کانت» آمده است، پس به صورت ماضی بعید ترجمه می شود. [رد گزینه های (۲) و (۴)] / «صدیقاتی: دوستانم»؛ ضمیر «ی» همراه «صدیقاتی» باید در ترجمه صحیح بیاید. [رد سایر گزینه ها]

۲۹- گزینه ۲ پاسخ است.

کلمات کلیدی: أخذتني الدهشة / آراء و نظريات / كان المسلمون قد طرحوها

مقایسه ی کلیدها در گزینه ها: «أخذتني الدهشة: حیرت مرا فرا گرفت»؛ «الدهشة» فاعل است و ضمیر «ی» در «أخذتني» مفعول به است، پس ضمیر «ی» باید به صورت مفعول همراه «را» ترجمه شود. [رد گزینه های (۳) و (۴)]
«كان المسلمون قد طرحوها: مسلمانان آن ها را مطرح کرده بودند»؛ اولاً فعل در «طرحوها» معلوم است و ضمیر «ها» در آن مفعول به محسوب می شود دوماً چون همراه «كان» آمده است به صورت ماضی بعید ترجمه می شود. [رد گزینه های (۱) و (۴)]
نکته: دقت کنید در گزینه ی (۱) کلمات با توجه به نقش خود در جمله ترجمه نشده اند.

۳۰- گزینه ۱ پاسخ است.

«لم يُشاهد»: دیده نشد، دیده نشده است»؛ فعل مضارع همراه «لم» به صورت ماضی منفی ترجمه می شود و نیز «المثالی» به معنای «نمونه» است. هر چند این کلمه مترادف «الناجح» به معنای «موفق» در کتاب عربی سال اول دبیرستان آمده است.
ترجمه ی صحیح: مدیر هنگامی که نشان را بر گردن دانش آموز نمونه آویزان می کرد، به او گفت: کسی مانند تو در مدرسه دیده نشده است!

نکته: «لن» به همراه فعل مضارع به صورت آینده منفی ترجمه می شود. «لن يُشاهد: دیده نخواهد شد»

۳۱- گزینه ۳ پاسخ است.

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: هیچ خبری در دوستی انسان دورو نیست: هیچ فایده ای در کسی که درونش نسبت به بیرونش متفاوت باشد، نیست.
توضیح: در گزینه ی (۳) مفهوم عبارت اول یکرنگی و نکوهش دورویی و نفاق است در حالی که در عبارت مقابل آن بر حفظ اسرار و فاش نکردن آن تأکید می کند که ارتباطی با مفهوم عبارت قسمت اول ندارد.

گزینه ی ۲: چه بسا تشنه ای که با آب گوارا گلوگیر شود: هیچ خبری در آرزوهایی که به ما ضرر می رساند نیست زیرا آن ها گاهی اوقات ما را از بین می برند.

گزینه ی ۳: نیکی آن است که در پنهان مثل آشکارا عمل کنی (ظاهر و باطن یکی باشد): قلب مؤمن ذخیره ی اسرار است و آشکار کردن آن ها برخلاف نیکی است.

گزینه ی ۴: هر وقت کسی را که دوستش داری دیدی، دنیا را رها کن و آن را واگذار: اگر محبت آفریدگار در قلب وارد شود، دوست داشتن کارهای دنیوی از آن خارج می شود.

۳۲- گزینه ۱ پاسخ است.

«پنج صفحه: خمس صفحات»؛ «پنج» از اعداد اصلی است و نیز چون «صفحة» مؤنث است «خمس» به صورت مذکر می آید. [رد گزینه های (۴) و (۳)] «چهار سال: أربع سنوات»؛ «چهار» نیز از اعداد اصلی است و نباید به صورت عدد ترتیبی بیاید. [رد گزینه های (۴) و (۲)]

۳۳- گزینه ۳ پاسخ است.

معادل «کسی که» در عبارت عربی نیامده است و نیز از نظر تقدّم و تأخّر دلیلی برای جابه جایی دو جمله ی «... هدیه کند» و «بپذیر» وجود ندارد. همچنین «به تو» به صورت ضمیر در تعریب وجود ندارد.

تعریب صحیح: مَنْ أَهْدَاكَ النَّصِيحَةَ، فَأَقْبَلْهَا.

نکته: فعل بعد از موصول عام، هر چند که ماضی باشد در زبان فارسی می تواند به صورت مضارع التزامی ترجمه شود.

■ ترجمه ی درک مطلب:

إِنَّ فَلَاحاً (همانا کشاورزی) کان یعمل فی حقله (در مزرعه ی خود کار می کرد) و لم تکن له أموال (و دارایی نداشت) و لا أولاد تساعده (و نه فرزندی که به او کمک کند). فکُبر و ضَعُف (تا این که پیر و ضعیف شد) و کان من آماله (و از آرزوهایش بود) أن یری حقله (که مزرعه اش را ببیند) ملیئاً بالأشجار و النباتات (پر از درختان و گیاهان) مثل البساتین المجاورة له! (مانند باغ های اطراف آن!) و قد أصبح الحقل فارغاً (در حالی که مزرعه خالی شده است) لم یکن فیہ نبات أو شجر! (که در آن گیاه و درختی نبود). کلّ یوم کان یمشی فی بستانه (هر روز در باغش راه می رفت) و کانت الحسرة رفیق ساعاته و آیامه (و حسرت، قرین و همراه ساعت ها و روزهایش بود) یری هنا و هناك فأرات فی إیاب و ذهاب ... (در این جا و آن جا موش هایی را در آمد و شد می دید...) کان یتصوّر (گمان می کرد) أنّها من أسباب بروز هذه المشكلة (که آن ها از علت های بروز این مشکل هستند). الموت لها (مرگ بر آن ها) لماذا خلقها الله العلیم؟ (چرا خداوند دانا آن ها را خلق کرده است؟) ألهذه الفأرات اللعینة خیر؟ (آیا این موش های ملعون [نفرین شده] خیری دارند؟) مرّت الأيام و مضت السنوات ... (روزها و سال ها گذشت ...) جاء الشتاء (زمستان آمد ...) قرب الربیع ... (بهار نزدیک شد ...) یا للعجب! (واشگفتا) کأنّ الحقل علی وشک تغییر عظیم (گویا مزرعه در آستانه ی تغییر بزرگی است) ما هذه النباتات؟! (این گیاهان چیست؟! من کان ذلک الموجود الطیب الّذی (چه کسی بود آن موجود پاکی که) غرس بذور هذه الأشجار ... (بذرهای این درختان را کاشته است) مرّت الأيام (روزها گذشت) و إمتلأ الحقل بالأوراق و بالأغصان (و مزرعه با برگ ها و شاخه ها پر شد ...) و أخيراً كشف السرّ ... (و سرانجام راز برملا شد) کانت تلك اللعینات تأتي بالحبوب (آن ملعون ها دانه ها را می آوردند) و تدفنها تحت التراب (و آن ها را زیر خاک دفن می کردند) لکنّها تنساها (ولی آن ها، آن [دانه ها] را فراموش می کردند) فبعد مرور زمن ... حدث ما حدث (و بعد از گذشت زمان ... شد آن چه که شد).

دقت کنید لغت «حقل» در کتاب های درسی نیست اما می توان از سیاق متن به معنای آن پی برد.

۳۴- گزینه ۴ پاسخ است.

از علت های خشکی باغ و نابودی آن این است که ...

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: بذرها روی خاک بود و موش ها آن ها را می خوردند! (توضیح: موش ها خودشان بذرها را به زیر خاک می بردند). توضیح: در متن آمده صاحب باغ پیر و ضعیف بود و فرزند ی نداشت که از باغ نگهداری کند، پس علت خشکی باغ تنها بودن صاحب مزرعه بوده است.

گزینه ی ۲: موش ها مانع رسیدن مواد لازم به درختان می شوند!

توضیح: موش ها بذرها را می کاشتند.

گزینه ی ۳: فرزندان صاحب باغ از آن نگهداری نمی کردند! (توضیح: صاحب مزرعه اصلاً فرزند نداشت).

گزینه ی ۴: کسی نبود که بتواند از آن مراقبت و نگهداری کند.

۳۵- گزینه ۱ پاسخ است.

برای ما صاحب باغ را توصیف کن: بود ...

ترجمه ی گزینه ها:

گزینه ی ۱: در کارش تنها بود ولی ناامید نبود.

گزینه ی ۲: ثروتمند و بد اخلاق بود در حالی که هر چیزی را که می دید، دشنام می داد (ناسزا می گفت)! (توضیح: او مرد ثروتمندی نبوده است). گزینه ی ۳: بدبین و کینه توز بود که از زندگی و هر آنچه از مخلوقات در آن بود، احساس نفرت می کرد! (توضیح: صاحب مزرعه بدبین بود اما نه به همه ی دنیا و مخلوقات فقط به موش ها بدبین بود).

گزینه ی ۴: دوستدار طبیعت و هر آنچه در آن وجود داشت بود، ولی او قادر نبود که آن را ببیند! (توضیح: صاحب مزرعه قادر به دیدن طبیعت بود و نابینا نبوده است!)

توضیح: با توجه به متن که گفته شد صاحب مزرعه در نگهداری آن تنها بود و نیز با توجه به این که صاحب مزرعه دارای آمال و آرزوهایی بوده است گزینه‌ی (۱) را می‌توان پاسخ صحیح گرفت اما دقت کنید مفهوم کلی متن این است که صاحب مزرعه نسبت به موش‌ها بدبین بود در حالی که آن‌ها برایش سودمند بودند. هر کس که صحنه‌ی رفت‌وآمد موش‌ها را ببیند، از این منظره تعبیر جالبی نمی‌کند و حتماً نسبت به موش‌ها بدبین می‌شود پس این یک امر طبیعی است و ارتباطی به بدبینی ذاتی کشاورز نسبت به زندگی ندارد.

۳۶- گزینه ۳ پاسخ است.

چه کسی بذرها را می‌آورد؟

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: کشاورز

گزینه‌ی ۲: ملعون‌های پنهان (توضیح: موش‌ها ملعون بودند ولی پنهان نبودند).

گزینه‌ی ۳: موش‌ها

گزینه‌ی ۴: بادها

توضیح: در متن آمده است که موش‌ها دانه‌ها را می‌آوردند و در زیر خاک مدفون می‌کردند و بعد آن‌ها را فراموش می‌کردند.

۳۷- گزینه ۴ پاسخ است.

مفهوم متن چیست؟

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: هر کس در زندگی‌اش صبر پیشه کند به آن‌چه بخواهد می‌رسد!

گزینه‌ی ۲: حسرت (ندامت) سلاح کسی است که هیچ چاره‌ای ندارد!

گزینه‌ی ۳: عجله نکن، همانا عجله از جانب شیطان است!

گزینه‌ی ۴: چه بسا از چیزی بدتان بیاید ولی آن به نفع شما باشد!

توضیح: موضوع متن در مورد مردی است که فکر می‌کرد موش‌ها دانه‌های باغ او را می‌خورند و باعث خشکی باغ او می‌شوند در حالی که موش‌ها دانه‌ها را زیر خاک پنهان می‌کردند و بعداً مشخص شد که باعث آبادانی زمین پیرمرد شده‌اند، بنابراین پیرمرد از چیزی بدش می‌آمد که به نفع او بود. دقت کنید گزینه‌ی (۱) به صبر و بردباری اشاره دارد ولی با توجه به متن، پیرمرد صبر و بردباری اختیاری نداشت بلکه ناامید بود و کاری از دستش ساخته نبود و انتظار باغ آبادی را نمی‌کشید.

۳۸- گزینه ۲ پاسخ است.

ترکیب و حرکت گذاری کامل عبارت:

یَرَى: فعل و فاعل آن ضمیر مستتر «هو» / هُنَا: مفعول فیه و محلاً منصوب / هُنَاكَ: معطوف و محلاً منصوب به تبعیت / فَأَرَاتِ: مفعول به و منصوب با اعراب فرعی کسره / فِی إِيَابٍ: جار و مجرور / ذَهَابٍ: معطوف و مجرور به تبعیت / کَانَ: از افعال ناقصه / يَتَصَوَّرُ: فعل و فاعل آن ضمیر مستتر «هو» / أُنْ: از حروف مشبهة بالفعل / هَا: اسم «أَنْ» و محلاً منصوب / مِنْ أَسْبَابٍ: جار و مجرور، خبر «أَنْ» و محلاً مرفوع / بُرُوزٍ: مضاف الیه و مجرور / هَذِهِ: مضاف الیه و محلاً مجرور / الْمَشْكَلَةُ: صفت (تابع اسم اشاره) و مجرور به تبعیت
دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: إِيَابٍ ← إِيَابٍ / أَسْبَابٍ ← أَسْبَابٍ

گزینه‌ی ۳: فَأَرَاتِ ← فَأَرَاتِ (مفعول و منصوب با اعراب فرعی است.) / إِيَابٍ ← إِيَابٍ (اسم غیرمنصرف نیست و مضاف هم واقع نشده پس باید تنوین بگیرد.)

گزینه‌ی ۴: يَتَصَوَّرَ ← يَتَصَوَّرُ (دلیلی برای منصوب شدن ندارد زیرا قبل از آن حروف ناصبه نیامده است.) / أَسْبَابٍ ← أَسْبَابٍ (مضاف است و تنوین نمی‌گیرد.)

۳۹- گزینه ۳ پاسخ است.

ترکیب و حرکت گذاری کامل عبارت:

مَرَّتْ: فعل ماضی / الْإِيَّامَ: فاعل و مرفوع / إِمْتَلَأَ: فعل ماضی / الْحَقْلُ: فاعل و مرفوع / بِالْأَوْرَاقِ: جار و مجرور / بِالْأَغْصَانِ: جار و مجرور / أَخِيرًا: مفعول فیه و منصوب / كُثِفَ: فعل ماضی مجهول / السَّرُّ: نائب فاعل و مرفوع
دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: الْحَقْلُ ← الْحَقْلُ / كَشَفَ ← كُثِفَ

گزینه‌ی ۲: الْإِيَّامَ ← الْإِيَّامَ / الْحَقْلُ ← الْحَقْلُ

گزینه‌ی ۴: الْحَقْلُ ← الْحَقْلُ / السَّرُّ ← السَّرُّ

۴۰- گزینه ۲ پاسخ است.

أَصْبَحَ: فعل ماضٍ - للغائب - مزيد ثلاثي من باب إفعال - مبني على الفتح / فعل من الأفعال الناقصة و هي من النواسخ، اسمه «الحقل» و خبره «فارغاً»

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: معتل و مثال ← صحیح و سالم (در ریشه‌ی آن «صبح» حروف عله وجود ندارد.) // لازم ← افعال ناقصه لازم و متعدی ندارند.

گزینه‌ی ۳: معرب ← مبني (فعل ماضی مبني است.)

گزینه‌ی ۴: متعدی ← افعال ناقصه لازم و متعدی ندارند چون دارای فاعل و مفعول نیستند / مبني للمعلوم ← از افعال ناقصه فعل مجهول ساخته نمی‌شود پس معلوم و مجهول ندارند.

۴۱- گزینه ۴ پاسخ است.

يمشي: فعل مضارع - للغائب - مجرد ثلاثي - معتل و ناقص يائي - لازم - مبني للمعلوم - معرب / فعل مرفوع و فاعله ضمير «هو» المستتر و الجملة فعلية

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: مزيد ثلاثي من باب إفعال ← مجرد ثلاثي (این فعل لازم است و مفعول نگرفته پس نمی‌تواند از باب «إفعال» باشد چون باب «إفعال» متعدی است.)

گزینه‌ی ۲: متعدی ← لازم

گزینه‌ی ۳: فاعله ضمير «أنت» المستتر ← فاعله ضمير «هو» المستتر

۴۲- گزینه ۱ پاسخ است.

البساتين: اسم - جمع تكسير (مفردة: بستان، مذکر) - معرّف بأل - جامد - معرب / مضاف اليه و مجرور بعلامة أصلية

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: مضاف إليه و مجرور بالياء ← مضاف إليه و مجرور بعلامة أصلية

گزینه‌ی ۳: جمع سالم للمذكر ← جمع تكسير (مكسر) / گزینه‌ی ۴: جمع سالم للمذكر ← جمع تكسير (مكسر)

۴۳- گزینه ۲ پاسخ است.

سؤال خواسته «کدام فعل علامت اعراب آخرش ظاهر نمی‌شود؟»

همان‌طور که می‌دانید فعل‌های معتل و ناقص به‌خاطر قواعد اعرال، حرکت حرف آخرشان، امکان ظاهر شدن ندارد و اعراب تقدیری است یعنی اعراب بر آن‌ها ظاهر نمی‌شود. واضح‌تر این که فعل‌های ناقصی که عین الفعل مضارع آن‌ها دارای حرکت فتحه است مانند اسم‌های مقصور «هُدًى، قَتَى و ...» هستند یعنی حرکت حرف آخر آن‌ها هیچ‌گاه ظاهر نمی‌شود. در این‌جا فعل «لَا يُرْجَى» مجهول بر وزن «يُفْعَلُ» است و اعراب آخر آن تقدیری محسوب می‌شود.

ترجمه‌ی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: نظم در کارها به انسان کمک می‌کند تا به آرزوهایش زود برسد! فعل «يُعِينُ» مضارع باب «إفعال» است و دارای اعراب رفع ظاهری است و «لِيُبْلَغَ» فعل مضارع منصوب است.

گزینه‌ی ۲: همانا کسانی که شیطان را سرپرست خود قرار می‌دهند، از آن‌ها امید خیر برده نمی‌شود!

گزینه‌ی ۳: اگر انسان در رسیدن به هدف‌هایش تلاش کند آن را به‌دست خواهد آورد! در این عبارت «إِجْتَهَدَ» فعل شرط و محلاً مجزوم است (فعل ماضی و مبني) و «يَحْصُلُ» جواب شرط و اعراب آن اصلی است.

گزینه‌ی ۴: اعجاز در قرآن همان است که هر لفظی در مکان مناسب خود قرار بگیرد!

فعل «يَقَعُ» منصوب به حرف ناصبه‌ی «أن» با اعراب اصلی است.

۴۴- گزینه ۴ پاسخ است.

سؤال خواسته حرف عله‌ی «يَاءٍ» را پیدا کنید که حذف شده باشد. ریشه‌ی فعل «لَمْ أُنْسَ»، «نَسِيَ» معتل ناقص یایی است که چون حرف «لَمْ» بر سر آن آمده و آن را مجزوم کرده حرف عله‌ی آن حذف شده است. «لَمْ + أُنْسِيَ = لَمْ أُنْسَ»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «يرجون» فعل مضارع از ریشه‌ی «رجو» معتل و ناقص واوی است. و چون در صیغه‌ی «لِلغائبين» می‌باشد حرف عله‌ی آن حذف شده است.

ترجمه: آن‌ها به پروردگارشان در همه‌ی کارهای زندگی امیدوارند!

گزینه ۲: «إنهین» فعل امر از ریشه‌ی «نهی» معتل و ناقص یایی است ولی چون در صیغه‌ی «للمخاطبات» است حرف عله‌ی «یاء» حذف نشده است.

ترجمه: ای زنان مؤمن، مردم را از کار زشت باز بدارید!

گزینه ۳: «تَدْعین» فعل مضارع از ریشه‌ی «وَدَعَ» معتل و مثال واوی است و به هنگام مضارع شدن حرف عله‌ی آن حذف شده است.

ترجمه: چگونه درس و مدرسه را بدون هیچ دلیلی رها می‌کنی!

گزینه ۴: پندهای سودمندت را در آن روز فراموش نکردم!

۴۵- گزینه ۱ پاسخ است.

سؤال خواسته کدام گزینه نائب فاعل آن، ضمیر مستتر نیست بنابراین نائب فاعل یا باید اسم ظاهر باشد یا ضمیر بارز که در گزینه‌ی (۱)

با توجه به ترجمه‌ی عبارت و ترکیب جمله «کلام» نائب فاعل از نوع اسم ظاهر است. ترکیب جمله: (لم یؤید: فعل مجهول / کلام: نائب

فاعل / هذا: مضاف‌إلیه و مجرور محلاً / العالم: صفت (تابع اسم اشاره) / فی الجلسة: جار و مجرور / الماضية: صفت و مجرور به تبعیت

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه ۱: سخن این دانشمند در جلسه‌ی گذشته تأیید نشد!

گزینه ۲: هر کس زندگی پاک را بخواهد از تنبلی بازداشته می‌شود!

مُنْع: فعل ماضی مجهول است و نائب فاعل آن ضمیر مستتر «هو» است زیرا بعد از آن اسم ظاهر مرفوع وجود ندارد و در قالب فعل

نیز ضمیر بارزی نیست.

گزینه ۳: گویا عقل‌هایشان شست‌وشو داده شده پس روش زندگی‌شان تغییر کرد!

عُسلت: فعل مجهول و نائب فاعل آن ضمیر مستتر «هی» است که به «عقول» برمی‌گردد. / تَغَيَّرَ: فعل معلوم و فاعل آن «طریق» است.

گزینه ۴: همانا نفست از مصیبت‌های سخت در زندگی آزموده می‌شود!

تُخْتَبَرُ: فعل مجهول و نائب فاعل آن ضمیر مستتر «هی» است که به «نفس» برمی‌گردد و چون «نفس» مؤنث مجازی است فعل نیز به صورت

مؤنث آمده است. دقت کنید در اینجا نیز در ساختار صرفی فعل ضمیر بارز نداریم و بعد از آن هم اسم ظاهر مرفوعی نیامده است.

۴۶- گزینه ۲ پاسخ است.

سؤال خواسته کدام گزینه مفعول‌فیه ندارد؟

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: ساعات: مفعول‌فیه و منصوب با اعراب فرعی «کسره»

ترجمه: قطعاً ساعت‌ها در کوبیده شد ولی کسی آن را باز نکرد، زیرا خانه خالی بود و خانواده همگی‌شان به مسافرت رفته بودند!

گزینه ۲: ساعات: مفعول‌به و منصوب با اعراب فرعی «کسره»

ترجمه: اگر بخواهی که به موفقیت بزرگ برسی، پس باید که ساعت‌های بسیاری را برای تلاش و کار اختصاص بدهی!

گزینه ۳: الیوم: مفعول‌فیه و منصوب

ترجمه: امروزه پژوهش‌های علمی ثابت کرده است که ورزش نقش مهمی در سلامت جسم و روح بازی می‌کند!

گزینه ۴: آیام: مفعول‌فیه و منصوب / أوقات: فاعل و مرفوع

ترجمه: در روزگار جوانی‌ام تصور می‌کردم که اگر من بزرگ شوم اوقات فراغتم برای مطالعه بیش‌تر می‌شود.

۴۷- گزینه ۲ پاسخ است.

سؤال جمله‌ی وصفیه را خواسته است که در عبارت گزینه‌ی (۲) فعل «تُكَنَزُ» بعد از اسم نکره‌ی «غذاء» آمده است و آن را توضیح می‌دهد.

ترکیب کامل عبارت: إن: حرف مشبهة بالفعل / اللّحم: اسم «إن» و منصوب / غذاء: خبر «إن» و مرفوع / مفید: صفت مفرد و مرفوع به

تبعیت / تُكَنَزُ: فعل مجهول و جمله‌ی وصفیه و محلاً مرفوع به تبعیت از اعراب «غذاء» / فیه: جار و مجرور / مقادیر: نائب فاعل و

مرفوع / كثيرة: صفت مفرد و مرفوع به تبعیت / من البروتین: جار و مجرور

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه ۱: هر کس ایمان آورد و از اموال پاکش در راه حق انفاق کند، نجات می‌یابد!

«أَمَنَ» فعل شرط / «أنفق» معطوف به «أَمَنَ» و «نجا» جواب شرط است. دقت کنید در این گزینه «أمواله الطّیّبة» ترکیب وصفی و

اضافی است.

گزینه ۲: همانا گوشت غذایی مفید است که در آن مقادیر زیادی از پروتئین ذخیره می‌شود!

گزینه ۳: خودت را با کارهای غیرمهم مشغول نکن، که از آن‌چه به تو سود می‌رساند و برایت مهم می‌باشد، غافل می‌شوی!
 فعل «لَا تُشْغَلْ» فعل مضارع نهی و فعل «تَغْفَلْ» چون قبل از آن حرف «ف» آمده است نمی‌تواند جمله‌ی وصفیه باشد. فعل «یَنْفَعُ» صله‌ی موصول «ما» است و «یُهْمَكُ» معطوف واقع شده است.

گزینه ۴: انسان باید نسبت به کسی که به او می‌آموزد تواضع داشته باشد و تلاش کند که از او برتر شود!
 «أَنْ يَتَوَاضَعَ» فعل مضارع منصوب است و قبل از آن جمله‌ای کامل نیامده است و فعل «عَلِمَهُ» صله‌ی موصول است و فعل «يَحَاوُلُ» معطوف واقع شده است.

۴۸- گزینه ۱ پاسخ است.

منظور از «اهتمام و عناية علی وقوع الفعل» در صورت سؤال این است که گزینه‌ای را بیابید که در آن فقط به وقوع فعل توجه داشته باشد و مراد از سؤال پیدا کردن مفعول مطلق تأکیدی است که در آن فقط به وقوع فعل تأکید و توجه می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: حَقًّا: مفعول مطلق تأکیدی

ترجمه: قطعاً هر کس (کسی که) خود و پروردگارش را بشناسد، به آن‌چه که به عنوان امانت نزد خود دارد اعتماد نمی‌کند.
 نکته: «حَقًّا» مفعول مطلق برای فعل محذوف است که در این‌جا با توجه به معنای جمله و نیز با توجه به این‌که در گزینه‌های (۳) و (۴) مفعول مطلق نوعی وجود دارد و در گزینه‌ی (۲) مفعول مطلق وجود ندارد یعنی با رد گزینه‌ها تنها گزینه‌ی (۱) را می‌توان انتخاب کرد.

گزینه ۲: عَزَمًا: مفعول به و منصوب / راسخاً: صفت و منصوب به تبعیت

ترجمه: اراده‌ای محکم را پیشه‌کن (به کار گیر) و بدان که هر کس بخواهد و تلاش کند، از فتنه نجات می‌یابد!

گزینه ۳: خَلَقًا: مفعول مطلق نوعی / عَظِيمًا: صفت و منصوب به تبعیت

ترجمه: همانا کسی که به بزرگی آفرید، آن‌ها را با گرفتاری‌ها و سختی‌ها آزمایش می‌کند تا خودشان را بشناسند!

گزینه ۴: غَفْلَةً: مفعول مطلق نوعی / شَدِيدَةً: صفت و منصوب به تبعیت

ترجمه: آفریننده از غذا دادن مخلوق غافل نمی‌شود، و تنها اوست که از خالق به شدت غافل می‌شود.

۴۹- گزینه ۳ پاسخ است.

در عبارت سؤال خواسته کلمه‌ای را بیابید که حالت فاعل را بیان می‌کند یعنی باید حالی را پیدا کنید که صاحب حال آن نقش فاعل را داشته باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: همانا پیامبران مردم را در حالی که گمراهند، هدایت می‌کنند! در این‌جا «ضَالِّينَ» حال است و حالت «النَّاسِ» که نقش مفعول به را دارد، بیان می‌کند.

ترکیب عبارت: إِنَّ: حرف مشبهة بالفعل / الْأَنْبِيَاءَ: اسم «إِنَّ» و منصوب / يَهْدُونَ: فعل و فاعل [خَبَرُ إِنْ و محلاً مرفوع] / النَّاسِ: مفعول به و منصوب / ضَالِّينَ: حال مفرد و منصوب با اعراب فرعی «ياء»

گزینه ۲: مادرش او را در حالی که از کار زشتش پشیمان بود آگاه کرد! «نَادِمًا» حال است و حالت ضمیر «ه» در «نَبَّهَتْ» را که مفعول به است، بیان می‌کند.

ترکیب عبارت: نَبَّهَتْ: فعل / هـ: مفعول به و محلاً منصوب / أُمُّ: فاعل و مرفوع / هـ: مضاف إليه و محلاً مجرور / نَادِمًا: حال و منصوب

گزینه ۳: کودک با نگرانی از خواب بیدار شد!

در این‌جا «قَلَقَةً» حال است که حالت «الطِّفْلَةُ» را به عنوان فاعل بیان می‌کند.

ترکیب عبارت: استيقظت: فعل / الطِّفْلَةُ: فاعل و مرفوع / من النوم: جار و مجرور / قَلَقَةً: حال و منصوب

گزینه ۴: باید به برادران مسلمانم در حالی که مظلومند کمک کنم! «مَظْلُومِينَ» حال است و حالت «إِخْوَانِ» که نقش مفعول به را دارد، بیان می‌کند.

ترکیب عبارت: لِأَسَاعِدَ: فعل و فاعل آن ضمیر مستتر «أَنَا» / إِخْوَانِي: مفعول به و تقدیراً منصوب [ی: مضاف إليه و مجرور محلاً] /

المسلمين: صفت و منصوب به تبعیت با اعراب فرعی «ياء» / مَظْلُومِينَ: حال و منصوب با اعراب فرعی «ياء»

۵۰- گزینه ۱ پاسخ است.

سؤال خواسته گزینه‌ای را پیدا کنید که مستثنی‌منه آن محذوف است یعنی در واقع مستثنی از نوع مفرغ باشد.
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: مادر بزرگم در طول زندگی خود فقط آن‌چه را که در دستش بود (هر آن‌چه داشت) انفاق کرد!

ترکیب عبارت: ما أنفقت: فعل ماضی منفی / جدتی: فاعل و مرفوع تقدیراً [ی: مضاف الیه و مجرور محلاً] / طول: مفعول فیه و منصوب / حیاة: مضاف الیه و مجرور / ها: مضاف الیه و محلاً مجرور / إلّا: حرف استثناء / ما: مستثنی مفرغ و منصوب محلاً به اعراب مفعول به / فی ید: جار و مجرور / ها: مضاف الیه و محلاً مجرور

گزینه ۲: مردم به نفس‌های خود در دنیا اعتماد کردند به‌جز کسانی که از آن (نفس) می‌ترسند!

ترکیب عبارت: اعتمد: فعل / الناس: فاعل / علی نفوس: جار و مجرور / هم: مضاف الیه و محلاً مجرور / فی الدنيا: جار و مجرور تقدیراً / الخائفین: مستثنی تام و منصوب با اعراب فرعی «باء» / منها: جار و مجرور محلاً

گزینه ۳: لباس‌هایش را به فقیری بخشید که از خانه‌اش گذشته بود به‌جز یکی از آن‌ها را (از آن لباس‌ها)! در اینجا «ألْبَسَة» مستثنی‌منه است.

ترکیب عبارت: وهب: فعل و فاعل آن ضمیر مستتر «هو» / ألْبَسَة: مفعول به و منصوب [ه: مضاف الیه و مجرور محلاً] / فقیراً: مفعول به دوم و منصوب / قد مرّ: فعل و فاعل آن ضمیر مستتر «هو» و جمله‌ی وصفیه / بدار: جار و مجرور [ه: مضاف الیه و محلاً مجرور] / واحداً: مستثنی تام و منصوب / منها: جار و مجرور محلاً

گزینه ۴: خبری از تلویزیون نشنیدم مگر خبرهای اقتصادی!

ترکیب عبارت: ما سمعت: فعل و فاعل / خبراً: مفعول به و منصوب / من التلفاز: جار و مجرور / الأخبار: مستثنی تام و منصوب / الإقتصادية: صفت و منصوب به تبعیت

دین و زندگی

۵۱- گزینه ۱ پاسخ است.

۵۲- گزینه ۴ پاسخ است.

عاملی درونی، انسان‌ها را برای رسیدن به لذت‌های زودگذر دنیایی، به‌گناه دعوت می‌کند و از پیروی از عقل و وجدان باز می‌دارد. این عامل درونی همان نفس امّاره است که حضرت علی علیه السلام درباره‌اش فرموده: «دشمن‌ترین دشمن تو، همان نفسی است که در درون توست.» خداوند متعال در آیه‌ی ۷۲ سوره‌ی ص در مورد خلقت انسان چنین می‌فرماید: ﴿فَإِذَا سُوِّيتَ وَ نَفَخْتُ فِيهِ مِنْ رُوحِي فَقَعُوا لَهُ سَاجِدِينَ﴾ ← «چون او را بیاراستم و از روح خود در او دمیدم، پس برای او به سجده درآیید.» از دقت در این آیه، معلوم می‌گردد که سجده‌ی فرشتگان بر آدم، معلول (به‌خاطر) بهره‌مندی او از روح الهی است. زیرا پس از دمیده شدن روح در انسان، خداوند فرشتگان را امر به سجده بر آدم کرده است.

۵۳- گزینه ۳ پاسخ است.

قرآن کریم در آیه‌ی ۳۷ سوره‌ی مؤمنون، تفکر کفار درباره‌ی مرگ را از قول ایشان چنین بیان می‌فرماید: ﴿إِنْ هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا نَمُوتُ وَ نَحْيَا وَ مَا نَحْنُ بِمَبْعُوثِينَ﴾ ← «جز این زندگی دنیای ما، چیزی نیست؛ [عده‌ای] می‌میریم و [عده‌ای] زنده می‌شویم (به‌دنیا می‌آییم) و ما قطعاً برانگیخته نخواهیم شد.» این آیه به روشنی بیانگر عدم اعتقاد کفار به آخرت ﴿وَ مَا نَحْنُ بِمَبْعُوثِينَ﴾ و منحصر کردن زندگی به همین زندگی دنیایی ﴿إِنْ هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا﴾ است.

۵۴- از کتاب حذف شده است.

۵۵- گزینه ۲ پاسخ است.

عبارت قرآنی ﴿قَالُوا يَا وَيْلَنَا مَنْ بَعَثَنَا مِنْ مَرْقَدِنَا﴾ ← «گویند ای وای بر ما! چه کسی ما را از آرامگاهمان برانگیخت؟» در آیه‌ی ۵۲ سوره‌ی یس، بیانگر سخن کافران پس از خروج از قبر (زنده شدن انسان‌ها) در نفخ صور دوم است. هم‌چنین عبارت ﴿فَإِذَا هُمْ جَمِيعٌ لَدَيْنَا مُحْضَرُونَ﴾ ← «ناگهان همگی نزد ما احضار خواهند شد.» در آیه‌ی ۵۳ سوره‌ی یس نیز، بیانگر احضار کفار به محضر خداوند (زنده شدن انسان‌ها) پس از نفخ صور دوم می‌باشد. آیه‌ی ۴ سوره‌ی انشقاق: ﴿وَ أَلْقَتْ مَا فِيهَا وَ تَخَلَّتْ﴾ ← «و آن‌چه در آن (زمین) است بیرون افکند و خالی شود.» بیانگر تغییر در ساختار زمین پس از نفخ صور اول می‌باشد.

۵۶- گزینه ۲ پاسخ است.

پس از این که دوزخیان دچار عذاب شدند، ناله‌ی حسرتشان برمی‌خیزد و می‌گویند: ای کاش ما خدا را فرمان می‌بردیم و پیامبر او را اطاعت می‌کردیم، دریغ بر ما، به‌خاطر آن کوتاهی‌هایی که کردیم.

۵۷- گزینه ۲ پاسخ است.

قرآن کریم در آیه ۵۸ سوره فرقان می‌فرماید: «و توکل کن بر آن زنده‌ای که نمی‌میرد و همراه ستایشش او را تسبیح گوی و همین بس که او به گناهان بندگان آگاه است.» مطابق این آیه کسانی بر خداوند توکل می‌کنند که حیات را صفت ذات خدا بدانند ﴿الْحَيُّ الَّذِي لَا يَمُوتُ﴾ و زبان به حمد و ستایش او بکشایند ﴿سَبِّحْ بِحَمْدِهِ﴾ و او را آگاه بر گناه بندگان بدانند ﴿بِذُنُوبِ عِبَادِهِ خَبِيرًا﴾ که سبب می‌شود خود را در محضر او بیابند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: بر حذر بودن از آلودن خویشتن به گناه، در این آیه مطرح نشده است.

گزینه ۳: قادر و توانا بودن خداوند در بر آوردن خواسته‌ها از این آیه مفهوم نمی‌گردد.

گزینه ۴: ایمان به وحدانیت خداوند در این آیه مطرح نشده است.

۵۸- از کتاب حذف شده است.

۵۹- گزینه ۱ پاسخ است.

حضرت یوسف علیه السلام در مقابل وسوسه‌های نفسانی زلیخا به خداوند پناه برد و پاکدامنی پیشه کرد و تن به گناه نداد و مطابق آیه ۲۳ سوره یوسف چنین پاسخ زلیخا را داد: ﴿مَعَاذَ اللَّهِ أَنَّهُ رَجِي أَحْسَنُ مَثْوَايَ أَنَّهُ لَا يَفْلَحُ الظَّالِمُونَ﴾ ← «پناه می‌برم به خدا! او پروردگار من است؛ مقام مرا گرامی داشته؛ مسلماً ستمکاران رستگار نمی‌شوند.»

تذکر: آیات مطرح شده در گزینه‌های ۲ و ۴ با آن که مرتبط با زندگی حضرت یوسف علیه السلام هستند، بیانگر عفاف ایشان نمی‌باشند. هم‌چنین آیه‌ی مطرح شده در گزینه ۳ نیز بیانگر دیدگاه حضرت یوسف علیه السلام درباره‌ی نفس اماره است و حکایت‌گر عفاف در ایشان نمی‌باشد.

۶۰- گزینه ۴ پاسخ است.

کشف راه درست زندگی، دغدغه‌ی اصلی انسان‌های فکور و خردمند بوده است؛ اما آیه‌ی شریفه‌ی ﴿و مِنْهُمْ مَنْ يَسْتَمْعُونَ الْيَكُ أَفَأَنْتَ تَسْمَعُ الصَّمِّ وَ لَوْ كَانُوا لَا يَعْقِلُونَ﴾ ← «و از میان آنان کسانی هستند که [به ظاهر] به تو گوش فرا می‌دهند، پس آیا تو کرها را شنوا می‌کنی هر چند تعقل نمی‌کنند؟» بیانگر رابطه‌ی حجت ظاهر و حجت باطن می‌باشد و ارتباطی با این نیاز ندارد.

۶۱- گزینه ۳ پاسخ است.

اگر پیامبری در هنگام اجرای فرمان‌های الهی معصوم نباشد، امکان دارد کارهایی مخالف دستورات الهی انجام دهد و مردم نیز از او سرمشق بگیرند و به گمراهی و انحراف مبتلا شوند. پیامبران، با وجود مقام و منزلتی که دارند، انسان‌اند و کارهای خود را با اختیار انجام می‌دهند و چنان مرتبه‌ای از ایمان و تقوا را دارند که هیچ‌گاه به‌سوی گناه نمی‌روند. هم‌چنین از چنان بینش عمیقی برخوردارند که گرفتار خطا و اشتباه نمی‌شوند.

۶۲- از کتاب حذف شده است.

۶۳- گزینه ۲ پاسخ است.

حدود سه سال از بعثت گذشته بود که خداوند به پیامبر دستور داد در یک دعوت آشکار، خویشان خود را انذار کند. این اقدام پیامبر نشان می‌دهد که اولاً جانشینی ایشان چنان اهمیتی دارد که از همان روزهای اول دعوت باید برای مردم مشخص شود. ثانیاً جانشینی پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله ویژگی‌هایی دارد که نمی‌توان آن را به انتخاب مردم واگذار کرد. به‌همین جهت باید از همان ابتدا به مردم معرفی شود تا مردم آن جانشین را بشناسند.

۶۴- گزینه ۱ پاسخ است.

ممنوعیت از نوشتن احادیث پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله سبب می‌شد علاقه‌مندان به احادیث پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله فقط بتوانند آن‌ها را به حافظه بسپارند. دو اشکال اساسی از اشکالات نگهداری حدیث به این شیوه، عبارتند از:

الف) شرایط مناسب برای جاعلان حدیث فراهم می‌آمد که براساس اغراض شخصی به جعل یا تحریف حدیث بپردازند یا به نفع حاکمان ستمگر از نقل برخی احادیث خودداری کنند.

ب) مهم‌ترین اشکال این بود که مردم و محققان از یک منبع مهم هدایت بی‌بهره می‌ماندند و به‌ناچار، سلیقه‌ی شخصی را در احکام دینی دخالت می‌دادند.

۶۵- گزینه ۴ پاسخ است.

«غیبت» امام زمان (عج) در مقابل «ظهور» است، نه «حضور». امام را «غایب» نامیده‌اند؛ زیرا ایشان از نظرها «غایب»‌اند، نه این‌که در جامعه حضور ندارند.

۶۶- از کتاب حذف شده است.

۶۷- گزینه ۳ پاسخ است.

امیر مؤمنان علی علیه السلام در عهدنامه‌ی مالک اشتر، خطاب به ایشان چنین می‌فرماید: «در قبول و تصدیق سخن‌چین شتاب مکن؛ زیرا سخن‌چین در لباس نصیحت ظاهر می‌شود، اما خیانت‌کار است.»

۶۸- گزینه ۲ پاسخ است.

مهم‌ترین هدف ازدواج، رشد اخلاقی و تعالی تمام اعضای خانواده است.

حضرت علی علیه السلام می‌فرماید: «مرد، مدیریت عمومی خانواده را برعهده دارد و زن، مدیریت داخل خانه را.» این سخن، نه تنها بیانگر تقدّم مدیریت عمومی خانواده بر مدیریت داخل خانه نیست؛ بلکه بیانگر اهمیت مدیریت داخل خانه و ارزش خانه‌داری است.

۶۹- از کتاب حذف شده است.

۷۰- از کتاب حذف شده است.

۷۱- از کتاب حذف شده است.

۷۲- گزینه ۴ پاسخ است.

آیات ۲۷ تا ۳۰ سوره فجر: «ای نفس به آرامش رسیده، خشنود و خداپسند به سوی پروردگارت بازگرد، در میان بندگان خودم در آی، و در بهشت خودم داخل شو.» بیانگر یاد معاد و روز حساب و آیهی ۱۰ سوره ملک: «اگر می شنیدیم یا تعقل می کردیم، در میان دوزخیان نبودیم.» بیانگر تقویت روحیهی حق پذیری از لوازم برنامه ریزی برای اخلاص هستند.

۷۳- از کتاب حذف شده است.

۷۴- از کتاب حذف شده است.

۷۵- از کتاب حذف شده است.

زبان انگلیسی

۷۶- گزینه ۱ پاسخ است.

او از وقتی که هفتهی قبل این جا رسید دوستان قدیمی اش را ندیده است.

توضیح: در این سؤال **since** به عنوان حرف ربط زمان و برای اشاره به مبدأ عمل در گذشته استفاده شده است و نشانهی حال کامل (**has not seen**) می باشد.

۷۷- گزینه ۳ پاسخ است.

از کلیولند همواره به عنوان شهری کثیف [و] ملال آور یاد شده است، هر چند آن ها می گویند [که] الآن خیلی بهتر است.

توضیح: حروف ربط تضاد **even though**, **though**, **although** (به معنی اگرچه، گرچه، هر چند) برای نشان دادن تضاد غیرمنتظره بین دو جمله به کار می روند.

۷۸- گزینه ۴ پاسخ است.

مارک: چرا قبل از آمدن زنگ نزد؟

سارا: او همیشه [قبل از آمدن] زنگ می زند. حتماً وقتی آمد بیرون بودی.

توضیح: ساختار **"must have + pp"** برای بیان عملی در گذشته به کار می رود که بر اساس استنتاج و نتیجه گیری منطقی تقریباً مطمئنیم که انجام شده است.

۷۹- گزینه ۳ پاسخ است.

متأسفم که [باید] بگویم (اطلاع دهم) که هواپیما یک ساعت دیرتر از [زمان] معمول به مقصدش خواهد رسید.

(۱) فضا، جای خالی (۲) سفر، مسافرت (۳) مقصد، هدف (۴) موقعیت، شرایط

۸۰- گزینه ۱ پاسخ است.

وقتی اشتباهات من را در حضور هم کلاسی هایم گفتید، واقعاً من را خجالت زده کردید.

(۱) مقایسه کردن، سنجیدن (۲) معرفی کردن، عرضه کردن

(۳) تعمیم دادن، عمومیت بخشیدن به (۴) خجالت زده کردن، دستپاچه کردن

توضیح: در حضور کسی، پیش روی کسی **in the presence of sb/in sb's presence**

۸۱- گزینه ۲ پاسخ است.

کارکرد تبلیغات، ایجاد تصویری بی همتا برای شرکت شما است.

(۱) پیش بینی، پیشگویی (۲) کارکرد، عملکرد (۳) اشاره، ارجاع (۴) درگیری، دخالت

۸۲- گزینه ۱ پاسخ است.

صحبت نکنید، ممکن است حواس راننده را از جاده پرت کنید.

(۱) حواس ... را پرت کردن (۲) خسارت رساندن به، صدمه زدن به

(۳) کشیدن، کش آمدن (۴) شناختن، تشخیص دادن

۸۳- گزینه ۲ پاسخ است.

هیچ کس چیزی را که او گفت باور نکرد؛ بهانهی او منطقی نبود.

(۱) مؤثر، کارآمد (۲) منطقی، عاقلانه (۳) مصنوعی، ساختگی (۴) پیچیده، سخت

۸۴- گزینه ۱ پاسخ است.

A: از تد برایم خبری داری؟

B: نه، این اواخر او را ندیده ام.

(۱) این اواخر، اخیراً (۲) لحظه ای، برای مدت کوتاهی (۳) معمولاً، عموماً (۴) به نحو مناسبی، به طرز شایسته

۸۵- گزینه ۲ پاسخ است.

تلاش می‌کنم هر شب دو ساعت را به تکالیف مدرسه‌ام اختصاص دهم.

- (۱) تخمین زدن، برآورد کردن
(۲) وقف ... کردن، به ... اختصاص دادن
(۳) [پول] خرج کردن، [ایام] گذراندن
(۴) افزایش دادن، بهتر کردن

■ ترجمه Cloze Test

«یستادم تا حرف بزیم و یک مرتبه همه چیز از یادم رفت.» تا حالا این [وضعیت] برای شما اتفاق افتاده است؟ ممکن است شما جلوی حضار مضطرب باشید. ممکن است نگران باشید که به اندازه‌ی کافی آماده نشده‌اید. ممکن است بخشی از اطلاعاتتان را فراموش کرده باشید. چه کار می‌توانید بکنید؟ گاهی اوقات افراد [برای سخنرانی] خیلی زیاد آماده می‌شوند و اگر نتوانند کلماتی را که تمرین کرده‌اند به یاد بیاورند وحشت‌زده می‌شوند. آوردن یادداشت‌هایی که به شما کمک می‌کنند [به سخنرانی‌تان] نظم بدهید، فکر خوبی است، اما سخنرانی‌تان را حفظ نکنید. اگر «همه چیز یادتان رفت» [جلسه را] با توضیح دادن هدف سخنرانی‌تان شروع کنید و بقیه [ای موارد] احتمالاً به‌دنبال [آن] می‌آیند.

۸۶- گزینه ۳ پاسخ است.

- (۱) شوخی، شوخ‌طبعی
(۲) ارائه، سخنرانی
(۳) ذهن، فکر
(۴) اثر، تأثیر
توضیح: یک مرتبه همه چیز را فراموش کردن، مغز کسی کار نکردن go blank/ one's mind go blank

۸۷- گزینه ۴ پاسخ است.

توضیح: ساختار "may/ might have + pp" برای بیان احتمال انجام عملی در گذشته به کار می‌رود.

۸۸- گزینه ۲ پاسخ است.

- (۱) حیرت‌انگیز، شگفت‌انگیز
(۲) ترسیده، وحشت‌زده
(۳) مغرب، ویران‌گر
(۴) بی‌احساس، بی‌روح

۸۹- گزینه ۱ پاسخ است.

- (۱) منظم کردن، سازمان دادن
(۲) حمایت کردن، پشتیبانی کردن از
(۳) جلوگیری کردن از، جلوی ... را گرفتن
(۴) تعریف کردن، معنی کردن

۹۰- گزینه ۳ پاسخ است.

- (۱) مسئله، موضوع
(۲) جنبه، وجه
(۳) هدف، مقصود
(۴) [بدن] حالت، وضع

■ ترجمه درک مطلب ۱:

اردو زدن یک سرگرمی در فضای باز است که مردم سرتاسر جهان از آن لذت می‌برند. آن، یک روش عالی برای گشتن حومه‌ی شهر می‌باشد. بسیاری از افراد، اردو زدن را نزد سازمان‌هایی مثل پیش‌آهنگ‌ها یاد می‌گیرند. سایرین ممکن است اولین تجربه‌ی اردو زدنشان را در تعطیلات اردو زنی در کوهستان یا کنار دریا کسب کنند. در بسیاری از کشورها، برای توریست‌ها، اردوگاه‌های ویژه‌ای وجود دارد، تا شما همیشه مجبور نباشید با خودتان چادر حمل کنید. ممکن است اردوگاه، یکی [از آن‌ها را] در اختیار [تان] بگذارد.

با وجود این، یاد گرفتن مهارت‌های مقدماتی اردو زدن، مایه‌ی سرگرمی است: [این‌که] چه‌طور چادر را برپا کنید (بزئید)، چه‌طور برای آشپزی آتش درست کنید، چه‌طور کوله‌پشتی را ببندید، چه‌طور چادر خودتان را تمیز و مرتب نگه دارید، [و این‌که] چه‌طور چادر را پایین بیاورید (جمع کنید). سازمان‌های اردو زنی می‌توانند کمک و مشاوره‌های بسیاری ارائه کنند، [و در این زمینه] کتاب‌های مفید زیادی برای خواندن وجود دارد. شما همیشه قبل از این که چادر بزئید، باید مطمئن شوید از صاحب زمین که می‌خواهید روی آن چادر بزئید، مجوز دارید. سپس، مهم است که محل مناسب را انتخاب کنید؛ [یعنی] دور از لب پرتگاه یا محل‌های نرم [باشد] و زیر شاخه‌های درخت‌ها نباشد (ممکن است شاخه‌ها [ای درخت] بیفتند و اگر باران ببارد، آب روی چادر شما خواهد ریخت).

در صورت امکان، زمین مسطحی را انتخاب کنید. مطمئن شوید که آب شیرین آشامیدنی در دسترس دارید، [چون‌که] شاید لازم باشد بعداً از آن استفاده کنید.

۹۱- گزینه ۱ پاسخ است.

طبق متن، اردو زدن

- (۱) فعالیت‌ی جهانی است.
(۲) روش جذب توریست است.
(۳) توسط افرادی انجام می‌شود که در حومه‌ی شهر زندگی می‌کنند.
(۴) به‌طور خاص برای افرادی است که نزد پیش‌آهنگ‌ها می‌باشند.

۹۲- گزینه ۲ پاسخ است.

کلمه‌ی "one" در سطر ۵ به "tent" اشاره دارد.

- (۱) جا، محل (اردوگاه camp site =)
(۲) چادر، خیمه
(۳) توریست، جهانگرد
(۴) کشور

۹۳- گزینه ۴ پاسخ است.

کدام‌یک از موارد زیر تمرکز اصلی پاراگراف ۲ را به‌بهترین شکل نشان می‌دهد؟

- (۱) سرگرمی، مایه‌ی سرگرمی
(۲) سازمان‌ها
(۳) آشپزی
(۴) مهارت‌ها

۹۴- گزینه ۳ پاسخ است.

طبق متن،
 (۱) لب پرتگاه‌ها برای تماشا عالی هستند.
 (۲) چادر زدن نزدیک دریا یک رویداد نادر است.
 (۳) برپا کردن چادر زیر درخت عاقلانه نیست.
 (۴) بیش‌تر صاحبان زمین‌ها از این‌که اجازه دهند مردم در زمین‌هایشان اردو بزنند لذت می‌برند.

۹۵- گزینه ۱ پاسخ است.

پاراگراف ۳ [به این موضوع] اختصاص یافته که به خواننده اطلاعاتی درباره‌ی [این‌که] بدهد.

- (۱) کجا اردو بزنیم.
 (۲) در جریان وضع فوق‌العاده چه کار کنیم.
 (۳) قبل از اردو رفتن با چه کسی تماس بگیریم.
 (۴) در سفر اردوونی همراه خودتان چه چیزی ببرید.

■ ترجمه‌ی درک مطلب ۲:

ارتباط چشمی یک روش غیرکلامی است که به سخنران کمک می‌کند عقایدش را به حضار «عرضه کند». ارتباط چشمی همین‌طور کمک می‌کند که علاقه‌ی شنونده را نگه دارید. یک سخنران موفق باید تلاش کند با حضار ارتباط چشمی داشته باشد. سخنران برای داشتن ارتباطی خوب با شنوندگان، باید برای حداقل ۷۵ درصد زمان، [با آن‌ها] ارتباط چشمی مستقیم داشته باشد. برخی از سخنرانان فقط روی یادداشت‌هایشان تمرکز می‌کنند. سایرین به بالای سر شنوندگان خیره می‌شوند. احتمالاً هر دو [گروه] علاقه و احترام مخاطبان را از دست می‌دهند. افرادی که در حال صحبت کردن، ارتباط چشمی برقرار می‌کنند، چه [این ارتباط چشمی] از سکو باشد، چه از آن سوی میز، «نه تنها توسط مخاطبشان به‌عنوان [شخصی] فوق‌العاده خوب در صحبت کردن در نظر گرفته می‌شوند، بلکه همین‌طور [شخصی] قابل قبول‌تر و جدی‌تر نیز فرض می‌شوند».

ما برای نشان دادن قدرت ارتباط چشمی در زندگی روزانه، فقط باید در نظر بگیریم که وقتی افراد به‌طور اتفاقی در خیابان به هم نگاه می‌کنند، چگونه رفتار می‌نمایند. در یک منتهاالیه، افرادی هستند که احساس می‌کنند وقتی ارتباط چشمی برقرار می‌کنند مجبور هستند لبخند بزنند. در منتهاالیه دیگر، آن‌هایی هستند که احساس راحت نبودن می‌کنند و فوراً روی برمی‌گردانند. به‌نظر می‌رسد [که] برقرار کردن ارتباط چشمی یعنی برقراری پیوندهای خاص با کسی.

۹۶- گزینه ۳ پاسخ است.

ایده‌ی اصلی این متن چیست؟

- (۱) چگونه ارتباط چشمی برقرار کنیم.
 (۲) کی و کجا از ارتباط چشمی پرهیز کنیم.
 (۳) ارتباط چشمی به‌عنوان یک روش ارتباط
 (۴) تأثیر ارتباط چشمی بر رفتار روزانه‌ی مردم

۹۷- گزینه ۴ پاسخ است.

وقتی نویسنده می‌گوید: «... به سخنران کمک می‌کند عقایدش را به حضار "عرضه کند"» (سطر ۱)، اشاره می‌کند که ارتباط چشمی می‌تواند چه کار کند؟

- (۱) آن می‌تواند به سخنران کمک کند [تا] مشهور شود و در نتیجه خوب پول در بیاورد.
 (۲) آن متضمن پیام‌هایی است که در زبان مورد استفاده توسط سخنران گنجانده نشده‌اند.
 (۳) آن می‌تواند حضار را آماده کند تا هرچه را [که] سخنران برای فروش پیشنهاد می‌کند، بخرد.
 (۴) آن می‌تواند امکان [این‌که] افراد دیدگاه‌های سخنران را بپذیرند، افزایش دهد.

۹۸- گزینه ۴ پاسخ است.

طبق متن، به احتمال زیاد چه کسی بیشتر مورد احترام حضار است؟

- (۱) سخنرانی که به بالای سر افرادی که برای آن‌ها صحبت می‌کند، خیره می‌شود.
 (۲) سخنرانی که اگر افراد در خیابان به او نگاه کنند، وقتی احساس بدی دارد روی برمی‌گرداند.
 (۳) سخنرانی که یادداشت‌هایی دارد و در هنگام صحبت بیش‌تر اوقات به یادداشت‌هایش نگاه می‌کند.
 (۴) سخنرانی که در بیش‌تر مدت سخنرانی‌اش با حضار ارتباط چشمی برقرار می‌کند.

۹۹- گزینه ۲ پاسخ است.

کدام‌یک از موارد زیر می‌تواند بدون تغییر معنی در سطر ۶ به‌جای کلمه‌ی "target" (مخاطب) قرار گیرد؟

- (۱) روش، تکنیک (۲) حضار، شنوندگان (۳) ارتباط چشمی (۴) علاقه و احترام

۱۰۰- گزینه ۱ پاسخ است.

نویسنده‌ی متن تلاش می‌کند موضوع اصلی‌اش را در پاراگراف ۲ از طریق ثابت کند.

(۱) ارائه‌ی یک مثال

(۲) شرح دادن رویدادی که در زندگی خودش اتفاق افتاده است.

(۳) گفتن این‌که افرادی که ارتباط چشمی را دوست ندارند اندک‌اند

(۴) نام‌بردن مزیت‌های مختلف ارتباط چشمی در زندگی روزانه‌ی افراد عادی

ریاضیات

۱۰۱- گزینه ۳ پاسخ است.

عبارت درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است، هر گاه $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. بنابراین برای اینکه عبارت درجه‌ی دوم $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ همواره منفی باشد باید:

$$\begin{cases} x^2 < 0 \Rightarrow (a-1) < 0 \Rightarrow a < 1 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-1-4) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0 \Rightarrow 1 < a < 5 & (2) \end{cases}$$

از آن‌جاکه اشتراک (۱) و (۲) تهی است بنابراین این عبارت نمی‌تواند همواره منفی باشد. پس مقداری برای a یافت نمی‌شود.

۱۰۲- گزینه ۴ پاسخ است.

می‌دانیم:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(3\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

(مضارب صحیح 2π را برای \sin می‌توان حذف کرد.)

پس کسر داده شده به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\theta + \pi)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2\sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2}$$

از آنجا که مسئله مقدار $\tan \theta$ را داده، با کمک رابطه $\cot = \frac{1}{\tan \theta}$ خواهیم داشت:

$$\cot \theta = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 3$$

۱۰۳- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\log a \times b = \log a + \log b$$

داریم:

$$k = \log_3 9^A = \log_3 9 + \log_3 A = \log_3 3^2 + \log_3 A$$

حال با کمک رابطه $\log a^n = n \log a$ خواهیم داشت:

$$k = 2 \log_3 3 + 2 \log_3 A \quad \frac{\log_3 3}{\log_3 3} = 1 \quad 2 + 2 \log_3 A$$

از آن‌جاکه $A = 3^a$ ، مقدار k برابر است با:

$$k = 2 + 2 \log_3 3^a = 2 + 2a \log_3 3 = 2 + 2a$$

۱۰۴- گزینه ۳ پاسخ است.

تعداد حالت‌های انتخاب سه رقم از پنج رقم داده شده برابر است با:

$$\binom{5}{3} = 10$$

حال با سه رقم موجود، (با توجه به این که رقم‌ها متمایزند) تنها در یک حالت رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان است. پس تعداد حالات مطلوب، برابر است با:

$$10 \times 1 = 10 = \text{تعداد حالات مطلوب}$$

۱۰۵- گزینه ۲ پاسخ است.

$$(1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$$

چون:

پس با توجه به تساوی داده شده خواهیم داشت:

$$(1 + \sqrt{2})^{2n} = 99 + b\sqrt{2} \Rightarrow ((1 + \sqrt{2})^2)^n = 99 + b\sqrt{2} \Rightarrow (3 + 2\sqrt{2})^n = 99 + b\sqrt{2} \quad (*)$$

از تساوی (*) می‌توان نتیجه گرفت که (**) $(3 - 2\sqrt{2})^n = 99 - b\sqrt{2}$ ، زیرا در بسط‌های (*) و (**) جملاتی که عدد $-2\sqrt{2}$ توان زوج دارد کاملاً یکسانند و جملاتی که عدد $-2\sqrt{2}$ توان فرد دارد قرینه‌ی یکدیگرند پس نتیجه‌گیری درست است. دقت کنید در حالتی که $(-2\sqrt{2})$ توان فرد دارد رادیکال حذف نمی‌شود.

حال برای محاسبه‌ی b کفایت طرفین عبارت‌های (*) و (**) را در هم ضرب کنیم: (در ضرب عبارت‌ها از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم).

$$\begin{cases} (3 + 2\sqrt{2})^n = 99 + b\sqrt{2} \\ (3 - 2\sqrt{2})^n = 99 - b\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} (9 - 8)^n = (99)^2 - 2b^2$$

$$\Rightarrow 1 = 9801 - 2b^2 \Rightarrow 2b^2 = 9800 \Rightarrow b^2 = 4900 \Rightarrow b = 70$$

۱۰۶- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به داده‌های مسئله:

$$\begin{cases} f(g(x)) = \frac{x}{x-3} \Rightarrow f(2x-1) = \frac{x}{x-3} \quad (*) \\ g(x) = 2x-1 \end{cases}$$

حالا برای محاسبه‌ی $f(3)$ کافی است $(2x-1)$ را برابر ۳ قرار داده، x را بیابیم و در عبارت (*) جای‌گذاری کنیم:

$$2x-1=3 \Rightarrow x=2 \xrightarrow{(*)} f(3) = \frac{2}{2-3} = -2$$

۱۰۷- گزینه ۱ پاسخ است.

$$A = \frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin \Delta x} = \frac{(\sin 7x - \sin 2x)(\sin 7x + \sin 2x)}{\sin \Delta x}$$

با کمک اتحاد مزدوج داریم:

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

حالا با کمک روابط:

و:

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$A = \frac{(2 \sin \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{9x}{2})(2 \sin \frac{9x}{2} \cos \frac{\Delta x}{2})}{\sin \Delta x} = \frac{(2 \sin \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{\Delta x}{2})(2 \sin \frac{9x}{2} \cos \frac{9x}{2})}{\sin \Delta x}$$

داریم:

از آنجا که $2 \sin x \cos x = \sin 2x$

$$A = \frac{\sin \Delta x - \sin 9x}{\sin \Delta x} = \sin 9x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{54}} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

داریم:

راه حل دوم: اگر از رابطه‌ی $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$A = \frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin \Delta x} = \frac{\frac{1 - \cos 14x}{2} - \frac{1 - \cos 4x}{2}}{\sin \Delta x} = \frac{\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 14x)}{\sin \Delta x}$$

حال از رابطه‌ی $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$ استفاده کرده و کسر را ساده‌تر می‌کنیم:

$$A = \frac{\frac{1}{2}(-2 \sin 9x \sin(-\Delta x))}{\sin \Delta x} = \frac{\sin 9x \sin \Delta x}{\sin \Delta x} = \sin 9x$$

از آنجا که $x = \frac{\pi}{54}$ است، حاصل عبارت برابر است با:

$$A = \sin 9\left(\frac{\pi}{54}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

۱۰۸- گزینه ۴ پاسخ است.

چون $f+g$ و $f-g$ در x پیوسته هستند بنابراین مجموع و تفاضل آن‌ها نیز در x پیوسته است. یعنی:

$$y = (f+g) + (f-g) = 2f \Rightarrow \text{در } x \text{ پیوسته: } f$$

$$y = (f+g) - (f-g) = 2g \Rightarrow \text{در } x \text{ پیوسته: } g$$

پس f و g در x پیوسته‌اند.

۱۰۹- گزینه ۲ پاسخ است.

برای اینکه دو منحنی بر هم مماس باشند باید معادله‌ی تلاقی آن‌ها ریشه‌ی مکرر بدهد. بنابراین:

$$\begin{cases} g(x) = ax^2 + 4x \\ f(x) = x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow ax^2 + 4x = x^2 + 1$$

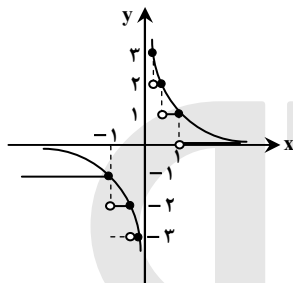
$$\Rightarrow (a-1)x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (*)$$

چون عبارت درجه‌ی دوم حاصل شد برای داشتن ریشه‌ی مکرر (مضاعف) باید $\Delta = 0$ باشد در نتیجه:

$$\xrightarrow{(*)} \Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4(a-1)(-1) = 0 \Rightarrow 16 + 4a - 4 = 0 \Rightarrow 12 + 4a = 0 \Rightarrow a = -3$$

۱۱۰- گزینه ۴ پاسخ است.

راه حل اول:



تابع f در بازه‌ای مشتق‌پذیر است که در آن بازه پیوسته باشد.

می‌توان با رسم شکل تابع در مورد پیوستگی بحث کرد.

با توجه به شکل تابع در فاصله‌های $x > 1$, $x \leq -1$ پیوسته است.

راه حل دوم:

این تابع در بازه‌ای پیوسته است که خروجی برکت تنها یک مقدار داشته باشد.

حال با توجه به ضابطه‌ی $y = \frac{1}{x}$ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی ۱: چون $x = 0$ در این بازه ریشه‌ی مخرج کسر عبارت داخل برکت است پس تابع در این فاصله ناپیوسته است.

گزینه‌ی ۲:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} < -1 \Rightarrow \left[\frac{1}{x}\right] \text{ بی‌شمار خروجی دارد پس تابع در این فاصله ناپیوسته است.}$$

$$x \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{x}\right] = 0 \text{ یا } 1 \Rightarrow \text{گزینه‌ی ۳: تابع در این فاصله ناپیوسته است.}$$

$$x < -1 \Rightarrow 0 > \frac{1}{x} > -1 \Rightarrow \left[\frac{1}{x}\right] = -1 \Rightarrow \text{گزینه‌ی ۴: تابع در این فاصله پیوسته است.}$$

۱۱۱- گزینه ۲ پاسخ است.

فرض کنیم $\sin^{-1} x = \alpha$ باشد (با توجه به برد تابع $\alpha, y = \sin^{-1} x$ در بازه‌ی $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ تغییر می‌کند).

در نتیجه $x = \sin \alpha$ ، بنابراین:

$$\cos(\sin^{-1} x) = \cos \alpha \quad (*)$$

$$x = \sin \alpha \quad (**)$$

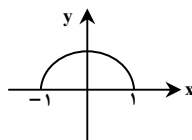
حال با کمک رابطه‌ی $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \xrightarrow{(**), (*)} x^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - x^2$$

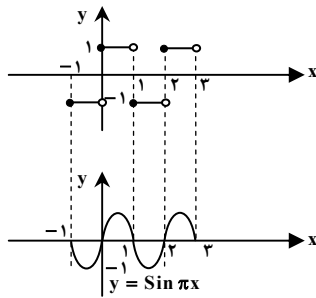
$$\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - x^2} \xrightarrow{(*)} \cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1 - x^2}$$

پس تابع $y = \cos(\sin^{-1} x)$ همان تابع $y = \sqrt{1 - x^2}$ است که نمودار آن نمودار یک نیم‌دایره به شعاع ۱ و مرکز مبدأ است. زیرا:

$$\begin{cases} y = \sqrt{1 - x^2} \geq 0 \\ y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow y^2 + x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$



۱۱۲- گزینه ۱ پاسخ است.



به نمودار تابع $y = (-1)^{[x]}$ توجه کنید:
چون در تساوی $|f(x)| = (-1)^{[x]}$ طرف راست تساوی همواره نامنفی است، برای برقرار بودن تساوی، باید طرف چپ نامنفی باشد.

باید f طوری انتخاب شود که در هر زیرفاصله به طول یک با تابع $y = (-1)^{[x]}$ هم علامت باشد. بنابراین در گزینه ۱، داریم:

همان طور که در شکل بالا می بینید در هر زیر فاصله مقادیر دو تابع با هم، هم علامت هستند. بنابراین $f(x) = \sin \pi x$ قابل قبول است.

۱۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.

ابتدا عدد همگرایی دنباله (L) را می یابیم:

$$a_n = \frac{2n+8}{3n+4} \Rightarrow L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+8}{3n+4} = \frac{2}{3}$$

فاصله نقاط دنباله $\{a_n\}$ از نقطه L همگرایی آن کمتر از 0.04 است یعنی:

$$|a_n - L| < 0.04 \Rightarrow \left| \frac{2n+8}{3n+4} - \frac{2}{3} \right| < \frac{4}{100} \Rightarrow \left| \frac{6n+24-6n-8}{3(3n+4)} \right| < \frac{4}{100} \Rightarrow \left| \frac{16}{9n+12} \right| < \frac{4}{100}$$

چون $n \in \mathbb{N}$ داخل قدرمطلق همواره مثبت است بنابراین:

$$\frac{16}{9n+12} < \frac{4}{100} \Rightarrow 9n+12 > 400 \Rightarrow 9n > 388 \Rightarrow n > \frac{388}{9} = 43 \dots \Rightarrow n \geq 44$$

پس کمترین مقدار n برابر ۴۴ است.

۱۱۴- گزینه ۱ پاسخ است.

از آنجا که $S_n - S_{n-1} = a_n$ است جمله عمومی قابل محاسبه است:

$$S_n = S_{n-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow S_n - S_{n-1} = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow a_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \quad (n > 1)$$

اما برای محاسبه $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ، نیاز به جمله اول هم داریم بنابراین رابطه را به صورت زیر می نویسیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} a_n = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 1 - \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{2-1}}{1 - \frac{1}{3}} = 1 - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

دقت کنید که مجموع جملات $\sum_{n=k}^{\infty} a(r)^{n-1}$ از رابطه $\frac{a(r)^{k-1}}{1-r}$ به دست می آید.

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ است.

$$دامنه: |x-1| < 2$$

(چون طرفین نامعادله نامنفی هستند می توانیم به توان ۲ برسانیم)

$$\Rightarrow (x-1)^2 < 4 \quad (*)$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x + 1 - 4 = (x-1)^2 - 4$$

از طرفی با مربع کامل کردن ضابطه f داریم:

با توجه به $(*)$ ، $(x-1)^2 < 4$ و در نتیجه $(x-1)^2 - 4 < 0$ است.

بنابراین تابع $f(x) = (x-1)^2 - 4$ همواره منفی است.

۱۱۶- گزینه ۱ پاسخ است.

تابع f در بازه $[1, -1]$ شرایط قضیه رول را دارد هرگاه:

(۱) در بازه $[1, -1]$ پیوسته باشد:

چون هر یک از ضابطه های f چند جمله ای و در دامنه ای خود پیوسته اند پس تنها باید شرایط پیوستگی در $x = 0$ (نقطه ی مرزی) را بنویسیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + cx) = 0 = f(0) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax + b) = b \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} b = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, & -1 \leq x < 0 \\ x^2+cx, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} a, & -1 < x < 0 \\ 2x+c, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

(۲) در بازه‌ی $(-1, 1)$ مشتق پذیر باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_-(0) = a \\ f'_+(0) = 2(0)+c \end{cases} \Rightarrow a=c$$

برای مشتق پذیر بودن f در بازه‌ی $(-1, 1)$ باید مشتق‌های راست و چپ در $x=0$ برابر باشند:

$$(3) f(-1) = f(1) \text{ باشد.}$$

$$\begin{cases} f(-1) = -a+b \\ f(1) = 1+c \end{cases} \Rightarrow -a+b = 1+c \xrightarrow{b=c} -a+0 = 1+a \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

۱۱۷- گزینه ۴ پاسخ است.

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x)) \Rightarrow (fog)'(2) = g'(2)f'(g(2))$$

با کمک فرمول مشتق تابع مرکب، مشتق fog را در $x=2$ می‌نویسیم:

$$(fog)'(2) = g'(2)f'\left(\frac{1}{4}\right) \quad (*)$$

چون $g(2) = \frac{1}{4}\sqrt{5(2)-9} = \frac{1}{4}$ بنابراین:

با مشتق‌گیری از توابع f و g خواهیم داشت:

$$f(x) = \sin^2 \pi x \Rightarrow f'(x) = 2\pi \sin \pi x \cos \pi x \Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = 2\pi \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = 2\pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \pi$$

$$g(x) = \frac{1}{4}\sqrt{5x-9} \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2\sqrt{5x-9}} \Rightarrow g'(2) = \frac{5}{8}$$

$$(fog)'(2) = \frac{5}{8} \times \pi = \frac{5\pi}{8}$$

بنابراین از $(*)$ و مقادیر به دست آمده، حاصل مشتق را می‌یابیم:

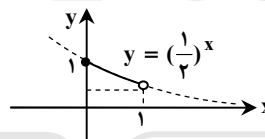
۱۱۸- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\begin{cases} f(x) = [x] - x \\ g(x) = 2^x \end{cases} \Rightarrow g(f(x)) = 2^{[x]-x}$$

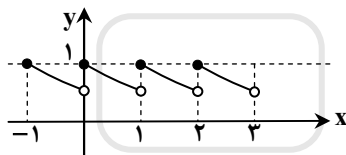
ابتدا تابع $gof(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

از آنجا که تابع $y = x - [x]$ و در نتیجه $y = [x] - x$ تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب یک است تابع gof هم تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب یک است بنابراین برای رسم نمودار gof کافی است نمودار را در یک دوره‌ی تناوب رسم کنیم و سپس آن را به بازه‌های دیگر تعمیم دهیم.

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow gof(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow$$



بنابراین نمودار تابع در \mathbb{R} به صورت زیر است:



با توجه به نمودار، تابع در نقاط صحیح دارای ماکزیمم نسبی است ولی مینیمم نسبی ندارد.

۱۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.

راه حل اول:

$$y = \frac{3a+x}{\sqrt[4]{a^3x}} \Rightarrow \text{مشتق می‌گیریم و نقطه‌ی مینیمم را می‌یابیم:}$$

$$y = \frac{3a+x}{\sqrt[4]{a^3x}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} \left(\frac{3a+x}{\sqrt[4]{x}} \right) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} \times \frac{\sqrt[4]{x} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{x}^{-3}(3a+x)}{\sqrt[4]{x}^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} \times \frac{4x - (3a+x)}{4\sqrt[4]{x^5}} = 0 \Rightarrow \frac{3(x-a)}{4\sqrt[4]{x^5}} = 0 \Rightarrow x = a$$

اگر در صورت، مخرج مشترک بگیریم:

چون a مثبت است پس در همسایگی $x = a$ مخرج مثبت است و جدول تعیین علامت مشتق در همسایگی a به صورت زیر است:

	a
y'	- +
	↘ ↗

$\Rightarrow x = a$ طول نقطه‌ی مینیمم تابع است

با قراردادن $x = a$ در تابع مقدار مینیمم را می‌یابیم:

$$y(a) = \frac{3a+a}{\sqrt[4]{a^3 \times a}} = \frac{4a}{a} = 4$$

راه حل دوم: چون a و x مثبت هستند:

$$y = \frac{\sqrt[3]{a+x}}{\sqrt[4]{a^3x}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a^3x}} + \frac{x}{\sqrt[4]{a^3x}} = \sqrt[3]{\frac{a^4}{a^3x}} + \sqrt[4]{\frac{x^4}{a^3x}} = \sqrt[3]{\frac{a}{x}} + \sqrt[4]{\left(\frac{x}{a}\right)^3}$$

با فرض $\sqrt[4]{\frac{x}{a}} = t \geq 0$ داریم: (عبارت با فرجه‌ی زوج منفی نمی‌شود).

$$y = \frac{\sqrt[3]{a}}{t^3} + t^3$$

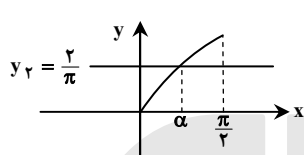
مینیمم این عبارت، همان مینیمم عبارت داده شده است بنابراین:

$$y' = \frac{-\sqrt[3]{a}}{t^4} + 3t^2 = 0 \Rightarrow t^6 = 1 \xrightarrow{t \geq 0} t = 1 \Rightarrow y(1) = \sqrt[3]{a} + 1 = 4: \text{مینیمم}$$

۱۲۰- گزینه ۴ پاسخ است.

برای بررسی جهت تقعر تابع، باید مشتق دوم را به دست بیاوریم:

$$y = \sin x + \frac{x^2}{\pi} \Rightarrow y' = \cos x + \frac{2x}{\pi} \Rightarrow y'' = -\sin x + \frac{2}{\pi} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{2}{\pi}$$



با رسم نمودارهای $y_1 = \sin x$ و $y_2 = \frac{2}{\pi}$ در یک دستگاه مختصات در بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ داریم:

نمودارها یک نقطه‌ی تقاطع دارند.

پس در یک نقطه جهت تقعر تابع عوض می‌شود. بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} [0, \alpha): \frac{2}{\pi} > \sin x \Rightarrow \frac{2}{\pi} - \sin x > 0 \Rightarrow y'' > 0 \Rightarrow \text{تقعر رو به بالا} \\ (\alpha, \frac{\pi}{2}): \frac{2}{\pi} < \sin x \Rightarrow \frac{2}{\pi} - \sin x < 0 \Rightarrow y'' < 0 \Rightarrow \text{تقعر رو به پایین} \end{cases}$$

بنابراین تقعر تابع y در بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ابتدا رو به بالا سپس رو به پایین است.

۱۲۱- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{1 - \tan \pi x}{2x - \sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام هوییتال می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{1 - \tan \pi x}{2x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{-\pi(1 + \tan^2 \pi x)}{2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{-\pi(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4})}{2 - \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}}} = \frac{-2\pi}{1} = -2\pi$$

۱۲۲- گزینه ۳ پاسخ است.

نمودار تابع f مجانب افقی خود را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ قطع کرده، بنابراین چون $f(0) = 2$ است پس خط $y = 2$ مجانب افقی تابع است. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} = a = 2$$

همچنین با توجه به شکل، نمودار f در سمت راست محور y بر محور x مماس است. بنابراین معادله‌ی تلاقی تابع f با خط $y = 0$ (محور x) ریشه‌ی مکرر می‌دهد:

$$f(x) = \frac{2x^2 + bx + 2}{x^2 + 1} = 0 \Rightarrow 2x^2 + bx + 2 = 0$$

برای این که معادله‌ی فوق ریشه‌ی مکرر (در اینجا مضاعف) بدهد باید $\Delta = 0$ باشد. بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4(2)(2) = 0 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = \pm 4$$

چون منحنی در سمت راست محور y بر محور x مماس شده، باید ریشه‌ی مضاعف مثبت باشد. بنابراین $b = -4$ قابل قبول است زیرا به‌ازای آن:

$$2x^2 + bx + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 > 0$$

۱۲۳- گزینه ۴ پاسخ است.

$$f(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+t^2} \Rightarrow \begin{cases} \text{شیب خط مماس: } m = f'(x) = 1 \times \frac{1}{1+x^2} \xrightarrow{x=1} m = \frac{1}{2} \\ \text{نقطه ی تماس: } A(1,0) : f(1) = \int_1^1 \frac{dt}{1+t^2} = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow 2y = x - 1$$

بنابراین معادله ی خط مماس برابر است با:

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

یادآوری:

۱۲۴- گزینه ۴ پاسخ است.

مساحت ناحیه ی محدود به منحنی تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{1+\sin x}{\cos^2 x}$ ، محور xها و دو خط $x = \frac{-\pi}{3}$ و $x = \frac{\pi}{3}$ برابر است با:

(دقت کنید که f در بازه ی $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ مثبت است).

$$S = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\sin x}{\cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$$

حال حاصل هر یک از انتگرال ها را جداگانه می یابیم:

$$S = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \tan^2 x) dx = \tan x \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \quad (*)$$

اما در مورد $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ چون تابع $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ تابعی فرد است بنابراین حاصل انتگرال فوق صفر است. در نتیجه:

$$S = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx \stackrel{(*)}{=} 2\sqrt{3}$$

یادآوری (۱): اگر f فرد باشد:

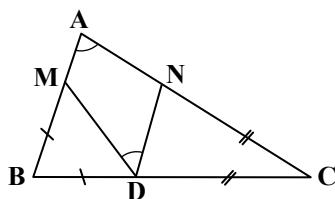
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

یادآوری (۲):

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

۱۲۵- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:



نکته: در مثلث شکل زیر که $BM = BD$ و $CN = CD$ است، داریم: $\hat{M}\hat{D}\hat{N} = 90 - \frac{\hat{A}}{2}$

با توجه به صورت پرسش و نکته ی فوق داریم:

$$\hat{M}\hat{D}\hat{N} = 90 - \frac{58}{2} = 90 - 29 = 61^\circ$$

راه حل دوم: با توجه به شکل داریم:

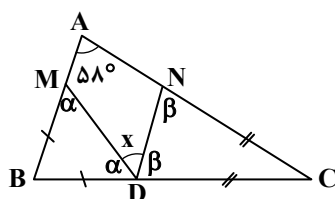
$$\begin{cases} \hat{B} = 180 - 2\alpha \\ \hat{C} = 180 - 2\beta \end{cases}$$

در مثلث ABC داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \Rightarrow 58 + 180 - 2\alpha + 180 - 2\beta = 180 \Rightarrow \alpha + \beta = 119$$

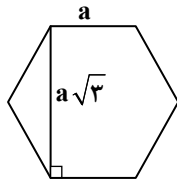
در زاویه ی نیم صفحه ی D داریم:

$$\alpha + x + \beta = 180 \Rightarrow x = 180 - (\alpha + \beta) = 61^\circ$$



۱۲۶- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:



نکته: در شش ضلعی منتظم به ضلع a ، قطر کوچک برابر $a\sqrt{3}$ و مساحت برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ است.

با توجه به صورت پرسش، مساحت یک شش ضلعی منتظم به ضلع $x = a\sqrt{3}$ برابر خواهد بود با:

$$S_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}(a\sqrt{3})^2 = \frac{9\sqrt{3}}{2}a^2$$

نسبت مساحت این شش ضلعی به مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر است با:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{2}a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2} = 3$$

راه حل دوم:

می دانیم که هر دو شش ضلعی منتظم با هم متشابه اند و نسبت مساحت هایشان برابر مربع نسبت تشابه آن هاست، پس نسبت مساحت های دو شش ضلعی منتظم مورد نظر برابر با مربع نسبت اضلاع آن هاست، یعنی:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{a}\right)^2 = 3$$

۱۲۷- گزینه ۲ پاسخ است.

با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه OBN داریم:

$$OB = \sqrt{ON^2 - BN^2} = \sqrt{3}$$

دو مثلث OAM و OBN به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه اند و داریم:

$$\triangle OAM \sim \triangle OBN \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۱۲۸- گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: قطر مکعبی که درون یک کره محاط شده با قطر آن کره برابر است، یعنی: $a\sqrt{3} = 2R$

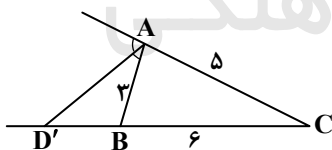
با توجه به نکته ی فوق، نسبت حجم این مکعب به حجم کره برابر است با:

$$\frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{کره}}} = \frac{a^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{8}{3\sqrt{3}} = \frac{16}{9\sqrt{3}}$$

۱۲۹- گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: مطابق شکل در مثلث ABC ($\hat{B} > \hat{C}$)، نیمساز خارجی زاویه A ، امتداد ضلع

BC را قطع کرده است؛ با توجه به شکل داریم:



$$\frac{S_{AD'B}}{S_{AD'C}} = \frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$$

می دانیم که کوچک ترین زاویه ی خارجی یک مثلث متناظر با بزرگ ترین زاویه ی داخلی است.

با توجه به اندازه ی اضلاع، نیمساز خارجی روبه رو به ضلع ۶ مورد نظر است. با توجه به نکته ی فوق، اگر AD' نیمساز خارجی زاویه ی A باشد، آنگاه:

$$\frac{S_{AD'B}}{S_{AD'C}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{تفصیل در}} \frac{S_{AD'B}}{S_{AD'C} - S_{AD'B}} = \frac{3}{5-3} \Rightarrow \frac{S_{AD'B}}{S_{ABC}} = \frac{3}{2}$$

۱۳۰- گزینه ۳ پاسخ است.

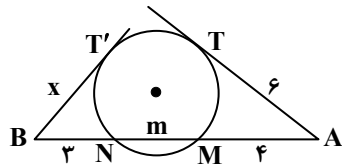
نکته: اندازه ی مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ ، در صورت وجود، برابر است با:

با توجه به این نکته و فرض پرسش داریم:

$$\sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = 15 \Rightarrow OO'^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow OO' = 17$$

۱۳۱- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به شکل، از هر یک از نقاط A و B یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شده است. با نوشتن روابط طولی برای این دو نقطه داریم:



$$AT^2 = AM \cdot AN \Rightarrow 6^2 = 4 \times (4 + m) \Rightarrow m = 5$$

$$BT'^2 = BN \cdot BM \Rightarrow x^2 = 3 \times (3 + m) = 3 \times (3 + 5) = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

۱۳۲- گزینه ۱ پاسخ است.

نکته: اگر خط D بر صفحه P عمود باشد، بر تمام خطوط آن صفحه نیز عمود است.

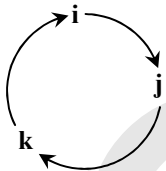
همان طور که می بینید، سه خط Δ_1 ، Δ_2 و Δ_3 بر خط D عمود هستند، ولی وضعیت

دوبه دوی این سه خط (Δ_1 ، Δ_2 و Δ_3) هر سه وضعیت موازی، متقاطع و متناظر را قبول

می کند.

۱۳۳- گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: ضرب خارجی بردارهای یک‌ه‌ی i، j و k در یکدیگر به صورت مقابل است، یعنی به عنوان مثال داریم:



$$\begin{cases} i \times j = k \\ k \times j = -i \\ i \times k = -j \end{cases}$$

برای عبارت صورت پرشش داریم:

$$(i \times (i \times j)) \times k = (i \times k) \times k = (-j) \times k = -(j \times k) = -i$$

۱۳۴- گزینه ۴ پاسخ است.

صفحه‌ی عمودمنصف پاره خط واصل بین دو نقطه‌ی A و B از نقطه‌ی وسط AB گذشته و بر بردار AB عمود است، پس:

$$M: \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\overline{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2, -2, 2) \Rightarrow n = (1, 1, -1) \text{ بردار نرمال صفحه}$$

معادله‌ی صفحه‌ی مورد نظر عبارت است از:

$$(x-2) + (y-0) - (z-1) = 0 \Rightarrow x + y - z = 1$$

در بین نقاط داده شده، تنها مختصات نقطه‌ی $(3, -1, 1)$ در معادله‌ی این صفحه صدق می کند.

۱۳۵- گزینه ۲ پاسخ است.

راه حل اول:

نکته: برای به دست آوردن طول عمودمشترک دو خط متناظر d و d'، نقاط دلخواه A و A' را روی این دو خط انتخاب کرده و به صورت زیر عمل می کنیم:

$$h = \frac{|\overline{AA'} \cdot (u \times u')|}{|u \times u'|} \quad (u \text{ و } u' \text{ بردارهای هادی خطوط } d \text{ و } d' \text{ هستند})$$

با توجه به این نکته و خطوط داده شده، داریم:

$$d: \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, u = (0, 1, 0)$$

$$d': (x=t, y=t+2, z=-2t+5) \xrightarrow{t=0} A' \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{vmatrix}, u' = (1, 1, -2)$$

$$h = \frac{|\overline{AA'} \cdot (u \times u')|}{|u \times u'|} = \frac{|(0, 2, 5) \cdot ((0, 1, 0) \times (1, 1, -2))|}{|(0, 1, 0) \times (1, 1, -2)|} = \frac{|(0, 2, 5) \cdot (-2, 0, -1)|}{|(-2, 0, -1)|} = \frac{|0+0-5|}{\sqrt{4+0+1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

راه حل دوم: نکته: برای دو خط متناظر فقط یک جفت صفحه‌ی موازی هم وجود دارد که هر کدام از خطوط متناظر روی یکی از این دو صفحه قرار دارد. فاصله‌ی بین این صفحه‌ی موازی همان طول عمودمشترب دو خط متناظر است.
معادله‌ی محور y به صورت $(x=0, z=0)$ است. با توجه به معادله‌ی خط دیگر $(x=t, y=t, z=-2t+5)$ می‌توان نتیجه گرفت که معادلات آن دو جفت صفحه‌ی موازی به ترتیب $2x+z=0$ و $2x+z=5$ است. فاصله‌ی این دو جفت صفحه‌ی موازی که همان طول عمودمشترب دو خط متناظر است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h = \frac{|5-0|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

۱۳۶- گزینه ۲ پاسخ است.

ابتدا معادله‌ی سهمی را استاندارد می‌کنیم:

$$2y^2 + ay - 3x = 0 \Rightarrow 2(y^2 + \frac{a}{2}y) = 3x \Rightarrow (y + \frac{a}{4})^2 - \frac{a^2}{16} = \frac{3}{2}x \Rightarrow (y + \frac{a}{4})^2 = \frac{3}{2}x + \frac{a^2}{16} = \frac{3}{2}(x + \frac{a^2}{24})$$

معادله‌ی اخیر مربوط به یک سهمی افقی با مشخصات زیر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{رأس: } S \\ \alpha = -\frac{a^2}{24} \\ \beta = -\frac{a}{4} \\ 4p = \frac{3}{2} \Rightarrow p = \frac{3}{8} \end{array} \right. \Rightarrow \text{F: کانون سهمی افقی} \left\{ \begin{array}{l} \alpha + p = \frac{-a^2}{24} + \frac{3}{8} \\ \beta = -\frac{a}{4} \end{array} \right.$$

طبق فرض پرسش، کانون سهمی روی محور y قرار دارد، پس:

$$x_F = \frac{-a^2}{24} + \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \frac{a^2}{24} = \frac{3}{8} \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

۱۳۷- گزینه ۴ پاسخ است.

نقطه‌ی $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ را تبدیل یافته‌ی نقطه‌ی $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ تحت تأثیر ماتریس A در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -x = x' \\ 3y = y' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = \frac{1}{3}y' \end{cases}$$

تبدیل یافته‌ی دایره‌ی $x^2 + y^2 = 4$ تحت اثر ماتریس A به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(-x')^2 + (\frac{1}{3}y')^2 = 4 \Rightarrow \frac{x'^2}{4} + \frac{y'^2}{36} = 1$$

معادله‌ی اخیر مربوط به یک بیضی قائم با مشخصات زیر است:

$$\begin{cases} a^2 = 36 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 32$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{32}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱۳۸- گزینه ۱ پاسخ است.

نکته: اگر به درایه‌ی a_{ij} از ماتریس $A_{3 \times 3}$ واحد افزوده شود به دترمینان اولیه، مقدار $x A_{ij}$ افزوده خواهد شد.

فرض می‌کنیم به هر درایه‌ی سطر سوم دترمینان داده شده، x واحد افزوده شود، با توجه به نکته‌ی فوق و فرض مسئله داریم:

$$x A_{31} + x A_{32} + x A_{33} = 8 \Rightarrow x \left(\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \right) = 8 \Rightarrow x(3 - 34 + 27) = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{-4} = -2$$

۱۳۹- گزینه ۳ پاسخ است.

نکته‌ی ۱: اگر A و B ماتریس‌های مربعی از مرتبه‌ی ۳ و λ عددی حقیقی باشد، آنگاه:

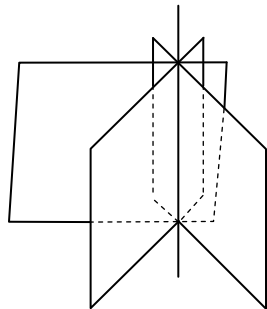
الف) $|AB| = |A| \cdot |B|$

ب) $|\lambda A| = \lambda^3 |A|$

نکته‌ی ۲: اگر ماتریس مربعی A وارون‌پذیر باشد، آنگاه: $|A^{-1}| = |A|^{-1}$

۱۴۰- گزینه ۲ پاسخ است.

راه حل اول: نکته: در معادله‌ی ماتریسی $AX = B$ ، اگر $|A| = 0$ باشد، آنگاه دستگاه معادلات یا بی‌شمار جواب دارد یا فاقد جواب است. در روش کرامر، این نتیجه را می‌توان گرفت که در حالت $|A| = 0$ ، اگر هر سه دترمینان $|A_x|$ ، $|A_y|$ و $|A_z|$ نیز برابر صفر باشد، آنگاه دستگاه معادلات بی‌شمار جواب دارد، در غیر این صورت فاقد جواب است.



در معادله‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix}$ ، اولاً $|A| = 0$ و ثانیاً هر سه دترمینان

$|A_x|$ ، $|A_y|$ و $|A_z|$ برابر صفر است. پس طبق نکته‌ی فوق نتیجه می‌شود که این معادله‌ی ماتریسی بی‌شمار جواب دارد که با توجه به گزینه‌ها می‌توان نتیجه گرفت فصل مشترک دوطرفه‌ی این سه صفحه بر هم منطبق‌اند، مانند شکل مقابل. راه حل دوم: دستگاه معادلات متناظر با این معادله‌ی ماتریسی به صورت روبه‌روست:

$$\begin{cases} P: x - 2y + 3z = 4 \\ Q: 2x + 3y - z = 1 \\ R: 4x - y + 5z = 9 \end{cases}$$

با کمی دقت متوجه می‌شویم که اگر طرفین معادله‌ی صفحه‌ی P را در ۲ ضرب کنیم و با معادله‌ی صفحه‌ی Q جمع کنیم، معادله‌ی صفحه‌ی R به دست می‌آید ($2P + Q = R$). به بیان دیگر صفحه‌ی R صفحه‌ای از دسته صفحات P و Q است. پس سه صفحه‌ی P، Q و R در یک خط مشترکند. ۱۴۱- گزینه ۴ پاسخ است.

جدول فراوانی متناظر با داده‌های مفروض به صورت زیر است:

x_i	۳۳	۳۷	۴۱	۴۵	۴۹
f_i	۷	۱۰	۱۵	۱۲	$a - ۴۴$

میانگین جامعه برابر ۴۱ است، پس داریم:

$$\sum f_i x_i = \bar{x} \sum f_i \Rightarrow 7 \times 33 + 10 \times 37 + 15 \times 41 + 12 \times 45 + (a - 44) \times 49 = 41 \times a$$

$$\Rightarrow 1756 + 49a - 2156 = 41a \Rightarrow 8a = 400 \Rightarrow a = 50$$

می‌دانیم زاویه‌ی متناظر با داده‌ی x_i در نمودار دایره‌ای برابر است با ضرب فراوانی نسبی دسته‌ی i ام در 360° ، یعنی: $\frac{f_i}{\sum f_i} \times 360^\circ$

پس زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی (۳۹، ۴۳) برابر است با:

$$\frac{15}{a} \times 360^\circ = \frac{15}{50} \times 360^\circ = 108^\circ$$

۱۴۲- گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: داده‌های x_i را در نظر بگیرید؛ واریانس این داده‌ها به صورت زیر نیز به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2$$

اگر طول اضلاع مربع‌ها را x_i در نظر بگیریم، با توجه به فرض پرسش و نکته‌ی فوق داریم:

$$\begin{cases} C \cdot V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0.2 \Rightarrow \sigma = 15 \times 0.2 = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (15)^2} = 3 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = 225 + 9 = 234 \\ \bar{x} = 15 \end{cases}$$

از آنجا که مساحت مربع‌ها به صورت x_i^2 است، پس میانگین مساحت مربع‌ها برابر ۲۳۴ است.

۱۴۳- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به صورت پرسش داریم:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

حاصل عبارت مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$10^3 + 12^3 + 14^3 + \dots + 30^3 = 2^3 \times (5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3) = 8 \times [(1^3 + 2^3 + \dots + 15^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)]$$

$$= 8 \times \left[(1 + 2 + \dots + 15)^2 - (1 + 2 + 3 + 4)^2 \right]$$

$$= 8 \times \left[\left(\frac{15 \times 16}{2} \right)^2 - \left(\frac{4 \times 5}{2} \right)^2 \right] = 8 \times [120^2 - 10^2] = 8 \times [14400 - 100] = 8 \times 14300 = 114400$$

۱۴۴- گزینه ۱ پاسخ است.

توجه کنید که دو مجموعه‌ی $\{a, b\}$ و $\{b, a\}$ یکسانند، پس مجموعه‌ی مورد نظر سه عضو a ، b و $\{a, b\}$ را دارد. پس تعداد

زیرمجموعه‌های مورد نظر که فاقد عضو $\{a, b\}$ است برابر خواهد بود با: $2^{3-1} = 4$.

۱۴۵- گزینه ۱ پاسخ است.

چون ۱۱ عددی اول و $(5, 11) = 1$ ، لذا طبق قضیه‌ی فرما داریم: $5^{11} \equiv 1$

پس در رابطه‌ی هم باقی‌مانده بر ۱۱، عدد 5^{10} عضو دسته‌ی $[1]_{11}$ خواهد بود.

۱۴۶- گزینه ۴ پاسخ است.

باید ببینیم که نامعادله‌ی $|y| \leq -x$ چه بخشی از دستگاه مختصات را دربرمی‌گیرد:

$$|y| \leq -x \Rightarrow -(-x) \leq y \leq -x \Rightarrow \begin{cases} \text{بالای خط } y = x \\ \text{پایین خط } y = -x \end{cases}$$

نقاط تشکیل‌دهنده‌ی رابطه‌ی S در شکل روبه‌رو به صورت پر مشخص شده‌اند:

تعداد این نقطه‌ها برابر است با: $1 + 3 + 5 + 7 = 16$

۱۴۷- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به فرض پرسش، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{5}{4}}{\binom{4+5}{6}} = \frac{6 \times 5}{84} = \frac{5}{14}$$

۱۴۸- گزینه ۴ پاسخ است.

فضای پیوسته‌ی مذکور، یک بُعدی بوده و طول آن برابر است با:

$$L_S = 2/45 - 1/8 = 0/65$$

طول پیشامد مطلوب نیز برابر است با:

$$L_A = 2/19 - 1/8 = 0/39$$

احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{L_A}{L_S} = \frac{0/39}{0/65} = \frac{3}{5} = 0/6$$

۱۴۹- گزینه ۲ پاسخ است.

نکته‌ی ۱: در یک گراف ساده، حداکثر اندازه برابر $\binom{p}{2}$ است.

نکته‌ی ۲: اگر در یک گراف ساده $q < p-1$ باشد، آن گراف حتماً ناهمبند است. با توجه به نکات فوق و فرض مسئله، جدول روبه‌رو را تشکیل می‌دهیم:

p	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
q	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

غیر ساده ناهمبند

پس در این گراف، $p = q = 4$ است.

گراف کامل K_4 ، $\binom{4}{2}$ یال دارد که با افزودن ۲ یال به گراف قبلی، می‌توان این گراف کامل را ساخت.

۱۵۰- گزینه ۲ پاسخ است.

می‌دانیم که تعداد یک‌های ماتریس مجاورت یک گراف ساده برابر است با $2q$ ؛ پس در این گراف با توجه به ماتریس مجاورت آن داریم:

$$2q = 4 \Rightarrow q = 2$$

۱۵۱- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به فرض پرسش داریم:

$$25 | 6^n - 3^n \Rightarrow 25 | 3^n (2^n - 1)$$

$$25 | 2^n - 1 \Rightarrow 2^n \equiv 1$$

چون $(25, 3^n) = 1$ ، پس طبق لِم اقلیدس داریم:

نکته: (قضیه اویلر): اگر n عددی طبیعی و a عددی صحیح باشد به طوری که $(a, n) = 1$ ، آن گاه $a^{\varphi(n)} \equiv 1$. (توجه کنید که اگر n عددی اول باشد، قضیه‌ی فرما به دست می‌آید).

$$\begin{cases} \phi(25) \equiv 1 \\ \phi(25) = 25(1 - \frac{1}{5}) = 20 \end{cases} \Rightarrow 20 \cdot 20 \equiv 1$$

پس $n = 20$ قابل قبول است، ولی از آن جاکه کوچک‌ترین عدد طبیعی n مطلوب است باید مقسوم‌علیه‌های طبیعی ۲۰ (که در گزینه‌ها آمده) را نیز چک کرد. برای $n = 10$ داریم:

$$2^{10} = 1024 \equiv -1 \pmod{25} \text{ (غلق)}$$

۱۵۲- گزینه ۳ پاسخ است.

تعداد تمبرهای ۱۵۰ و ۲۵۰ ریالی را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم. با توجه به فرض داریم: $150x + 250y = 3700 \Rightarrow 3x + 5y = 74$
مقادیر $x_0 = 3$ و $y_0 = 13$ یک جواب اولیه برای این معادله است. جواب‌های دیگر این معادله عبارتند از:

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{bk}{d} \\ y = y_0 - \frac{ak}{d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 5k \\ y = 13 - 3k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 + 5k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \\ y = 13 - 3k \geq 0 \Rightarrow k \leq 4 \end{cases}$$

مقادیر x و y باید نامنفی باشد. پس:

تنها ۵ مقدار صفر تا ۴ برای k قابل قبول است. پس به ۵ طریق می‌توان تمبرها را خرید.

۱۵۳- گزینه ۴؟؟ پاسخ است.

صورت سؤال درست بیان نشده است. گراف متناظر با یک رابطه، گرافی جهت‌دار است که در صورت سؤال به صورت گراف ساده تعریف شده است. در ضمن برای هر رأس گراف جهت‌دار نمی‌توان درجه‌ای یکتا تعریف کرد، چون یال‌ها به صورت ورودی، خروجی و یا طوقه هستند.

۱۵۴- گزینه ۲ پاسخ است.

$$A = \{\{2, 9\}, \{3, 8\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}\}$$

پیشامد آن که مجموع اعداد دو کارت برابر ۱۱ باشد عبارت است از:

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{\binom{9}{2}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱۵۵- گزینه ۳ پاسخ است.

با شرط مورد نظر، فضای نمونه‌ای محدود شده است. فضای نمونه‌ای جدید عبارت است از:

$$S_1 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}$$

$$A \subseteq S_1 : A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2)\}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S_1)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

فیزیک

۱۵۶- گزینه ۴ پاسخ است.

اندازه‌ی برآیند دو بردار برابر است با:

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta \xrightarrow{a=b} R^2 = 2a^2(1 + \cos \theta) \quad (1)$$

اندازه‌ی تفاضل دو بردار برابر است با:

$$\vec{R}' = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow R'^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta \xrightarrow{a=b} R'^2 = 2a^2(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \xrightarrow{\theta = 53^\circ \Rightarrow \cos 53^\circ = 4/5} \frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{1 + 4/5}{1 - 4/5}} = \sqrt{5/1} = \sqrt{5}$$

۱۵۷- گزینه ۱ پاسخ است.

با دو بار مشتق گرفتن از معادله‌ی حرکت نسبت به زمان، معادله‌های سرعت و شتاب متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = t^3 - 9t^2 + 27t$$

$$V = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 18t + 27 \Rightarrow V = 3(t-3)^2 \geq 0 \Rightarrow V = 0 \Rightarrow t = 3s$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV}{dt} = 6t - 18 > 0 \Rightarrow t > 3s$$

طبق معادلات بالا در لحظه‌ی $t = 3s$ ، اندازه‌ی سرعت و شتاب متحرک صفر می‌شود، ولی دقت کنید به ازای تمامی زمان‌ها، سرعت متحرک همیشه مثبت است (مربع کامل) و بنابراین هیچ‌گاه تغییر علامت نمی‌دهد، چون علامت سرعت، جهت حرکت را تعیین می‌کند و همواره $V > 0$ است. در نتیجه متحرک همواره در جهت مثبت محور x ‌ها حرکت می‌کند و در هیچ زمانی تغییر جهت نمی‌دهد. (در لحظه $t = 3$ توقف لحظه‌ای بدون تغییر جهت)

در لحظه‌ی $t = 3s$ شتاب متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود، بنابراین در این لحظه جهت شتاب عوض می‌شود (گزینه‌ی ۲). در بازه‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 3s$ ، علامت شتاب منفی و اندازه‌ی آن در حال کاهش بوده (گزینه‌ی ۳) و چون علامت سرعت همواره مثبت است، بنابراین در این بازه‌ی زمانی حرکت متحرک کندشونده و در جهت محور x خواهد بود (گزینه‌ی ۴).

۱۵۸- گزینه ۳ پاسخ است.

محل رها شدن دو گلوله را مبدأ مکان ($y_1 = y_2$) و جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم و معادله‌ی حرکت هر گلوله را می‌نویسیم. دقت کنید گلوله‌ی دوم را $2/5s$ بعد از گلوله‌ی اول رها می‌کنیم.

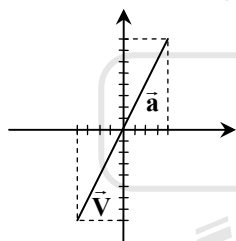
$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 + V_{01}t + y_{01} \Rightarrow y_1 = \Delta t^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 + V_{02}t + y_{02} \xrightarrow{t_2 = t - 2/5} y_2 = \Delta(t - 2/5)^2$$

چون گلوله‌ی اول همواره جلوتر از گلوله‌ی دوم است، بنابراین داریم:

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \Delta t^2 - \Delta(t - 2/5)^2 \xrightarrow{\Delta y = 68/75m} 68/75 = 25t - 31/25 \Rightarrow 25t = 100 \Rightarrow t = 4s$$

۱۵۹- گزینه ۴ پاسخ است.



ابتدا با دو بار مشتق گرفتن از بردار مکان نسبت به زمان، بردار سرعت و بردار شتاب متحرک را به دست می‌آوریم و سپس در لحظه‌ی $t = 0$ ، بردارهای سرعت و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\vec{r} = (2t^2 - 4t + 2)\vec{i} + (4t^2 - 8t + 10)\vec{j}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = (4t - 4)\vec{i} + (8t - 8)\vec{j} \xrightarrow{t=0} \vec{V} = (-4)\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$$

با توجه به اینکه در لحظه‌ی $t = 0$ ، مؤلفه‌های بردار سرعت و شتاب قرینه‌ی یکدیگرند، بنابراین نسبت به مرکز مختصات تقارن دارند و بنابراین زاویه‌ی بین دو بردار سرعت و شتاب در لحظه‌ی $t = 0$ برابر با 180° خواهد بود.

۱۶۰- گزینه ۲ پاسخ است.

بر طبق قانون دوم نیوتن، تغییرات بردار تکانه‌ی یک جسم نسبت به زمان برابر با بردار نیروی وارد بر آن جسم است ($\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$). اگر نیرو ثابت باشد و یا از نیروی متوسط استفاده کنیم، می‌توان نوشت:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \xrightarrow{\vec{F} \text{ ثابت باشد یا از } \vec{F} \text{ متوسط استفاده شود}} \Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t \Rightarrow \Delta P = F\Delta t$$

در حرکت پرتابی در شرایط خلأ، تنها نیروی وزن بر جسم اثر می‌کند که اندازه‌ی آن نیز ثابت است. بنابراین با استفاده از تعریف تکانه، می‌توان نوشت:

$$m\Delta V = mg\Delta t \Rightarrow \Delta V = g\Delta t = 10 \times 1 \Rightarrow \Delta V = 10 \frac{m}{s}$$

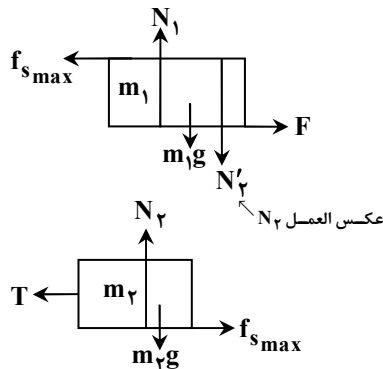
بنابراین اندازه‌ی بردار سرعت طی هر ثانیه و بدون توجه به اینکه گلوله در چه مقطعی باشد، به مقدار $10 \frac{m}{s}$ تغییر می‌کند.

۱۶۱- گزینه ۳ پاسخ است.

نخ از جایی پاره می‌شود که بیش‌ترین نیرو به آن وارد شود. زمانی که در بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وارد بر پایین وزنه فقط نیرویی است که ما وارد می‌کنیم ولی نیروی وارد بر بالای وزنه برابر با مجموع نیروی ما و وزن می‌باشد. بنابراین نخ از بالای وزنه پاره می‌شود.

در بار دوم که نخ را به صورت ضربهای در یک لحظه پایین می‌کشیم، نیروی زیادی را در یک لحظه‌ی کوتاه وارد می‌کنیم و بنابراین نخ از پایین وزنه پاره خواهد شد.

۱۶۲- گزینه ۳ پاسخ است.



با توجه به ناچیز بدون اصطکاک بین وزنه‌ی ml و سطح افقی، در راستای افقی به جرم m_1 دو نیروی \vec{F} و نیروی اصطکاک بین جرم‌های m_1 و m_2 وارد می‌شود. در حالتی که نخ بسته است، به ازای حداقل اندازه‌ی $F = 12\text{ N}$ ، جرم m_1 به حرکت درمی‌آید. بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بین دو جرم بیشینه‌ی مقدار خود است. با توجه به شکل‌های زیر که نیروهای وارد بر جرم‌های m_1 و m_2 را نشان می‌دهد، با استفاده از قانون دوم نیوتن می‌توان نوشت:

و وقتی نخ باز می‌شود و با اعمال نیروی \vec{F} اگر دو جسم روی هم نلغزند، مجموعه با شتاب یکسانی حرکت می‌کند، داریم:

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

نیرویی که باعث حرکت جرم m_2 می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی است که حداکثر مقدار آن برابر با $f_{s\max}$ است. بنابراین حداکثر اندازه‌ی نیروی \vec{F} که دو جسم روی هم نلغزند، برابر است با:

$$F_{\min} = f_{s\max}$$

$$f_{s\max} = m_2 a \Rightarrow F_{\min} = m_2 \frac{F_{\max}}{m_1 + m_2} \Rightarrow F_{\max} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} F_{\min} \xrightarrow{m_1=6\text{ kg و } m_2=4\text{ kg}, F_{\min}=12\text{ N}} F_{\max} = \frac{6+4}{4} \times 12$$

$$\Rightarrow F_{\max} = 30\text{ N}$$

۱۶۳- گزینه ۱ پاسخ است.

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، باید نیروی جانب مرکز توسط نیرو یا نیروهای تأمین شود. در این مسئله در بالاترین نقطه‌ی مسیر، دو نیروی وزن و عمود بر سطح بر شخص وارد می‌شود که برآیند آن‌ها نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای یکنواخت را در آن نقطه تأمین می‌کند، داریم:

$$\sum F = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = mg - \frac{mv^2}{R} = 50 \times 10 - \frac{50 \times 4^2}{10} \Rightarrow N = 420\text{ N}$$

\vec{N} نیرویی است که سطح صندلی بر شخص وارد می‌کند، بنابراین طبق قانون سوم نیوتن، شخص نیز نیرویی به بزرگی $N' = 420\text{ N}$ و در خلاف جهت نیروی \vec{N} بر صندلی وارد می‌کند.

۱۶۴- گزینه ۳ پاسخ است.

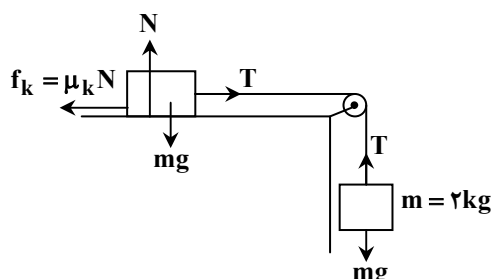
با توجه به اینکه نیروی وزنه‌ی M که با سرعت $\frac{1}{3} \frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت می‌کند، پس از پیمودن مسافت $\frac{1}{5}m$ متوقف می‌شود. شتاب

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=1\frac{m}{s}, \Delta x=1/5m, v=0} 0 - 1^2 = 2a \times 1/5 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$$

حرکت وزنه‌ی M برابر است با:

چون وزنه‌ها با نخ به هم متصل هستند، بنابراین جابه‌جایی، سرعت و شتاب آن‌ها همواره با هم برابر است و بنابراین مجموعه با شتاب

$$a = -\frac{1}{3} \frac{m}{s^2} \text{ حرکت می‌کند.}$$



از طرفی تنها نیروی وزن mg و نیروی اصطکاک $\mu_k Mg$ در راستای حرکت مجموعه بر آن اثر می‌کند، بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum F = (\sum m)a \Rightarrow mg - \mu_k Mg = (m + M)a$$

$$\xrightarrow{m=2\text{ kg و } \mu_k=0.7, a=-1/3 \frac{m}{s^2}} 2 \times 10 - 0.7 \times M \times 10 = (2 + M) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 3(20 - 7M) = -2 - M \Rightarrow M = 3/1\text{ kg}$$

دقت کنید نیروی کشش نخ (\vec{T}) یک نیروی داخلی مجموعه به حساب می‌آید و تأثیری در حرکت مجموعه ندارد.

۱۶۵- گزینه ۴ پاسخ است.

چون اصطکاک ناچیز است، بنابراین انرژی مکانیکی ارباب در کل مسیر ثابت است. با در نظر گرفتن مکان ارباب در حالت B به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \xrightarrow{h_A = 30 - 12 = 18\text{ m}} 10 \times 18 = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = 6\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow 0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \xrightarrow{\frac{h_A = 18\text{ m}}{h_C = 24 - 12 = 12\text{ m}}} 10 \times 18 = \frac{1}{2}v_C^2 + 10 \times 12$$

$$\Rightarrow v_C = 2\sqrt{30} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \frac{v_B}{v_C} = \frac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{30}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

۱۶۶- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به نمودار، در مدت ۱۲۰s دمای جسم جامد همواره افزایش یافته است. بنابراین طی این مدت، تغییر حالتی روی نداده است و بنابراین برای گرمای جذب شده توسط جسم جامد، می توان نوشت:

$$Q = 0.1 \times 400 \times (40 - (-20)) \Rightarrow Q = 240\text{ J} \quad Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{\substack{m=0.1\text{ kg} \text{ و } c=400 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ \theta_1=-20^\circ\text{C} \text{ و } \theta_2=40^\circ\text{C}}} \Rightarrow Q = 240\text{ J}$$

این مقدار گرما در مدت ۱۲۰s توسط جسم گرفته شده است، بنابراین در هر ثانیه، گرمای گرفته شده برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{240}{120} \Rightarrow P = 2 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

(تذکر: تمامی حل مسئله با توجه به فرض تغییر نکردن فاز ماده است. همان طور که از نمودار آن، این مطلب برمی آید)

۱۶۷- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به اینکه ضریب انبساط حجمی یک جسم جامد تقریباً برابر ضریب انبساطی طولی آن است، می توان نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \xrightarrow{\Delta L = 0.1 L_1} 0.1 L_1 = \alpha L_1 \Delta T \Rightarrow \alpha \Delta T = 0.1$$

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta T \xrightarrow{\alpha \Delta T = 0.1} \frac{\Delta V}{V_1} = 3 \times 0.1 = 0.3$$

۱۶۸- گزینه ۲ پاسخ است.

با استفاده از معادله‌ی حالت گازهای کامل، ابتدا تعداد مول‌های موجود در گاز کامل را حساب می کنیم، داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{\substack{P=1.5\text{ Pa} \text{ و } T=273+23=300\text{ K} \\ V=1\text{ cm}^3=10^{-6} \text{ و } R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}} 1.5 \times 10^{-6} = n \times 8 \times 300 \Rightarrow n = \frac{1}{24 \times 10^3} \text{ mol}$$

در هر مول گاز کامل، به اندازه‌ی عدد آووگادرو یعنی 6×10^{23} مولکول از آن گاز کامل وجود دارد، بنابراین تعداد مولکول‌های موجود در این گاز کامل برابر است با:

$$\text{تعداد مولکولها} = \frac{6 \times 10^{23}}{24 \times 10^3} = 2.5 \times 10^{19}$$

۱۶۹- گزینه ۴ پاسخ است.

انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، تابع دمای مطلق گاز است و چون فرآیند AB، فرآیندی هم فشار است که طی آن حجم گاز افزایش می یابد. بنابراین طبق معادله‌ی حالت گازهای کامل، دمای این گاز در این فرآیند و در نتیجه، انرژی درونی آن افزایش می یابد و بنابراین $\Delta U > 0$ است. از طرفی در فرآیند هم فشار، کار و گرما بین گاز و محیط مبادله می شود، بنابراین با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، می توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W = nC_{MP}\Delta T - P\Delta V \xrightarrow{C_{MP} = \frac{5}{2}R} \Delta U = \frac{5}{2}P\Delta V - P\Delta V \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}P\Delta V$$

$$\xrightarrow{\substack{P=2 \times 10^5\text{ Pa} \\ \Delta U=9 \times 10^3\text{ J}}} 9 \times 10^3 = \frac{3}{2} \times 2 \times 10^5 \Delta V \Rightarrow \Delta V = 0.3\text{ m}^3 = 30\text{ Lit} \Rightarrow V_B - V_A = 30 \xrightarrow{V_A=20\text{ Lit}} V_B - 20 = 30 \Rightarrow V_B = 50\text{ Lit}$$

۱۷۰- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا حجم گاز را در حالت دوم به دست می آوریم. چون فرآیند هم فشار است، با استفاده از معادله ی حالت گازهای کامل داریم:

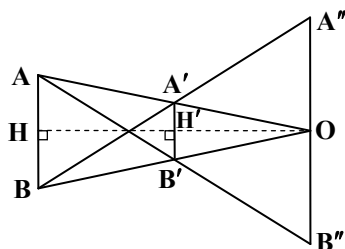
$$PV = nRT \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{T_1=273+27=300K, T_2=273+127=400K} \frac{V_2}{2 \times 10^{-3} m^3} = \frac{400}{300} \Rightarrow V_2 = \frac{8}{3} \text{ Lit}$$

در فرآیند هم فشار، کاری که گاز روی محیط انجام می دهد، برابر است با:

$$W' = P \Delta V \xrightarrow{V_1=2 \times 10^{-3} m^3, V_2=\frac{8}{3} \times 10^{-3} m^3, P=1/5 \times 10^5 Pa} W' = 1/5 \times 10^5 \times (\frac{8}{3} \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}) \Rightarrow W' = 100 J$$

۱۷۱- گزینه ۱ پاسخ است.

مطابق شکل مقابل و با استفاده از تشابه مثلث های OAB و $OA'B'$ داریم:



$$\triangle OAB \sim \triangle OA'B' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{OH}{OH'} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{OH}{OH'} \Rightarrow OH' = \frac{3}{2} OH$$

از طرفی با توجه به تشابه مثلث های $OA''B$ و $B'A'B$ می توان نوشت:

$$\triangle OA''B \sim \triangle B'A'B \Rightarrow \frac{OA''}{B'A'} = \frac{OH}{OH - OH'} \xrightarrow{(1)} \frac{OA''}{3} = \frac{OH}{OH - \frac{3}{2} OH} \Rightarrow \frac{OA''}{3} = 2 \Rightarrow OA'' = 6D$$

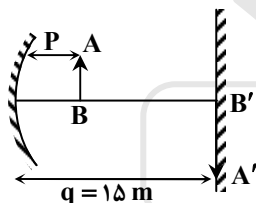
$$\Rightarrow A''B'' = 2OA'' = 12D$$

۱۷۲- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول: مطابق شکل زیر و با استفاده از تعریف بزرگنمایی خطی داریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \xrightarrow{A'B' = \Delta AB} \frac{q}{p} = \Delta \xrightarrow{q = 15m} P = 3m$$

با استفاده از رابطه ی آینه های کروی مقعر، برای حالتی که تصویر حقیقی است، داریم:



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{5}{2} m$$

بنابراین شعاع آینه برابر است با:

$$R = 2f = 2 \times \frac{5}{2} = 5 m$$

دقت کنید چون تصویر حقیقی و بزرگ تر از جسم است، جسم بین کانون و مرکز و تصویر خارج از مرکز قرار دارد.

راه حل دوم: در آینه های مقعر رابطه ی $f = \frac{q}{m \pm 1}$ برقرار است که علامت مثبت برای تصویر حقیقی و علامت منفی برای تصویر مجازی است.

$$f = \frac{q}{m + 1} \xrightarrow{q=15m, m=\Delta} f = \frac{15}{\Delta + 1} = \frac{5}{2} m \Rightarrow R = 2f = 5 m$$

در این مسئله تصویر حقیقی است، بنابراین داریم:

۱۷۳- گزینه ۲ پاسخ است.

با استفاده از رابطه ی قانون شکست داریم:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \xrightarrow{i=45^\circ, n_1=1, n_2=\sqrt{2}} \frac{\sin 45^\circ}{\sin r} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30^\circ$$

از طرفی زاویه ی $\hat{B}IH$ برابر با 45° است. بنابراین مثلث BIH یک مثلث قائم الزاویه ی

متساوی الساقین است و در نتیجه $HB = HI = 3 \text{ cm}$ است. از طرفی در مثلث AIH

می توان نوشت:

$$\tan \hat{r} = \frac{HA}{HI} \xrightarrow{\hat{r}=30^\circ, HI=3 \text{ cm}} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{HA}{3} \Rightarrow HA = \sqrt{3} \text{ cm}$$

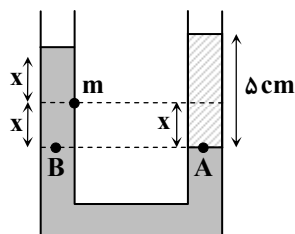
$$AB = HB - HA \xrightarrow{HB=3 \text{ cm}, HA=\sqrt{3} \text{ cm}} AB = (3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$$

بنابراین AB برابر است با:

۱۷۴- گزینه ۴ پاسخ است.

وسیله‌ی نوری رسم شده در گزینه‌ها یک عدسی واگرا است. در عدسی واگرا جسم در هر فاصله‌ای مقابل عدسی قرار داده شود، تصویر آن کوچک‌تر، مجازی، مستقیم و در فاصله‌ی بین عدسی و کانون و طرف دیگر آینه دیده می‌شود. در نتیجه تنها در گزینه‌ی ۴ جسم و تصویر مجازی آن به درستی رسم شده است.

۱۷۵- گزینه ۲ پاسخ است.



با ریختن نفت در شاخه‌ی سمت راست لوله، در این شاخه سطح آب پایین می‌رود و همان ارتفاعی که آب در این شاخه پایین رفته است، در شاخه‌ی دیگر (سمت چپ) بالا می‌آید. بعد از ایجاد تعادل، با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} gh_{\text{نفت}} + P_0 - \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + P_0 \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}$$

$$\rho_{\text{نفت}} = \frac{0.8 \text{ g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = \frac{1 \text{ g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow \frac{0.8}{1} \times \Delta \text{ cm} = 1 \times 2x \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

۱۷۶- گزینه ۳ پاسخ است.

طبق تعریف، فشار پیمانه‌ای برابر با اختلاف فشار گاز درون محفظه و فشار هوا است. با استفاده از فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho_{\text{جیوه}}}{h_{\text{جیوه}}} = \frac{13600 \text{ kg}}{\text{m}^3} \rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = 13600 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 6800 \text{ Pa}$$

۱۷۷- گزینه ۱ پاسخ است.

در این مسائل، با استفاده از پایستگی جرم و در نظر گرفتن این نکته که تغییر حجمی در اثر مخلوط کردن مایع‌ها ایجاد نمی‌شود، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1 = \frac{1}{3}V \text{ و } V_2 = \frac{2}{3}V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{3}V + \rho_2 \times \frac{2}{3}V}{V} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۱۷۸- گزینه ۲ پاسخ است.

در خازن‌های متوالی، بار الکتریکی ذخیره شده روی هر خازن برابر و هم‌اندازه‌ی بار کل خازن است ($q_1 = q_2 = q_3 = q_T$)، بنابراین طبق رابطه‌ی انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن، می‌توان نوشت:

$$U = \frac{q^2}{2C} \xrightarrow{q_1 = q_2 = q_3} U_1 = U_2 = 2U_3$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی بار الکتریکی ذخیره شده در هر خازن، می‌توان نوشت:

$$V = \frac{q}{C} \xrightarrow{q_1 = q_2 = q_3} V_1 = V_2 = 2V_3$$

۱۷۹- گزینه ۱ پاسخ است.

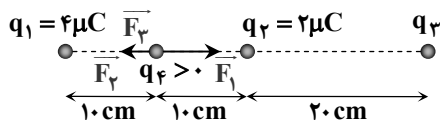
اگر فرض کنیم $q_4 > 0$ است، چون فاصله‌ی بارهای مثبت q_1 و q_2 از بار q_4 یکسان و $q_1 = 2q_2$ است. بنابراین $F_1 = 2F_2$ است و برآیند نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به سمت راست خواهد بود. بنابراین برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 برابر با صفر شود، باید نیروی وارد بر آن از طرف بار q_3 به طرف چپ باشد و با توجه به فرض مثبت بودن علامت بار q_4 ، علامت بار q_3 نیز مثبت خواهد بود. بنابراین داریم:

$$F_1 = F_2 + F_3 \Rightarrow k \frac{q_1 q_4}{r_1^2} = k \frac{q_2 q_4}{r_2^2} + k \frac{q_3 q_4}{r_3^2}$$

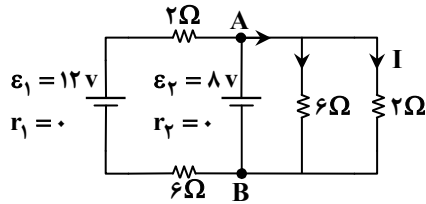
$$\Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} + \frac{q_3}{r_3^2} \xrightarrow{q_1 = 4\mu\text{C} \text{ و } r_1 = 10\text{cm} \text{ و } q_2 = 2\mu\text{C} \text{ و } r_2 = 10\text{cm}} \frac{4}{10^2} = \frac{2}{10^2} + \frac{q_3}{30^2}$$

$$\Rightarrow q_3 = \frac{2}{100} \times 900 \Rightarrow q_3 = 18\mu\text{C}$$

دقت کنید علامت بار q_4 هیچ تأثیری بر جواب نهایی و علامت بار q_3 ندارد.



۱۸۰- گزینه ۳ پاسخ است.



با توجه به مدار شکل زیر و در نظر گرفتن این نکته که در شاخه‌ای که مولد ε_2 قرار دارد (بین دو نقطه‌ی A و B)، مقاومتی وجود ندارد که باعث افت پتانسیل شود. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی 2Ω و 6Ω برابر با نیروی محرکه‌ی مولد ε_2 است. در نتیجه جریان عبوری از مقاومت 2Ω برابر است با:

$$= \varepsilon_2 = 2V \Rightarrow I = \frac{V_2}{R_2} = \frac{2V}{2\Omega} \rightarrow I = 1A$$

۱۸۱- گزینه ۲ پاسخ است.

چون دو سیم A و B موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است و طبق قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow I_A R_A = I_B R_B \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} \quad (1)$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی بین مقاومت الکتریکی یک رسانای فلزی با ویژگی‌های فیزیکی آن، می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \quad \begin{matrix} I_A = I_B \text{ و } D_A = D_B \Rightarrow A_A = A_B \\ \rho_A = 1/6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m \text{ و } \rho_B = 5/6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m \end{matrix} \rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{5/6 \times 10^{-8}}{1/6 \times 10^{-8}} \times 1 \times 1 = 5$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = 5 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \frac{I_A}{I_B} = 5 \Rightarrow I_A = 5 I_B$$

۱۸۲- گزینه ۱ پاسخ است.

ابتدا با تعیین مقاومت معادل هر شاخه، شدت جریان عبوری از هر شاخه را با توجه به موازی بودن شاخه‌ها تعیین می‌کنیم. مقاومت معادل شاخه‌ی بالایی برابر $R_1 = 6 + 30 = 36\Omega$ و مقاومت معادل شاخه‌ی پایینی برابر با $R_2 = 10 + 2 = 12\Omega$ است. با توجه به موازی بودن این شاخه‌ها، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است و می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow 36 I_1 = 12 I_2 \Rightarrow I_2 = 3 I_1$$

$$I_1 + I_2 = I \xrightarrow{I_2 = 3 I_1} I_1 + 3 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{4} I \text{ و } I_2 = \frac{3}{4} I$$

بنابراین نسبت توان مصرفی در مقاومت‌های 10Ω و 5Ω برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} \times \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2 \quad \begin{matrix} R_1 = 10\Omega \text{ و } R_2 = 5\Omega \\ I_1 = I_2 = \frac{3}{4} I \text{ و } I_2 = I \end{matrix} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{10}{5} \times \left(\frac{3}{4} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 2 \times \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{9}{8}$$

۱۸۳- گزینه ۱ پاسخ است.

در حالتی که کلید باز است، با توجه به موازی و یا متوالی بودن مقاومت‌ها، مدار را مرحله به مرحله ساده می‌کنیم.

$$I_T = \frac{V_T}{R_T} = \frac{V}{16}$$

در این حالت جریان شاخه‌ی اصلی مدار برابر است با:

با توجه به برابری مقاومت‌های موازی شاخه‌های بالا و پایین، جریان I_T به صورت مساوی بین این دو شاخه تقسیم می‌شود، بنابراین:

$$I = \frac{I_T}{2} = \frac{V}{32}$$

در حالتی که کلید k بسته است، نیز با توجه به موازی و یا متوالی بودن مقاومت‌ها می‌توان مدار را به صورت زیر ساده کرد:

$$I'_T = \frac{V_T}{R'_T} = \frac{V}{6} \quad R'_T = \frac{12 \times 4}{12 + 4} \times 2 = 3 \times 2 = 6\Omega \Rightarrow$$

در این حالت شدت جریان شاخه‌ی اصلی مدار برابر است با:

$$I'_T \xrightarrow{R_1 = 4\Omega \text{ و } R_2 = 12\Omega} I' = \frac{12}{4 + 12} \times \frac{V}{6} \Rightarrow I' = \frac{V}{8} \quad I' = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

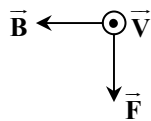
بنابراین جریان I' برابر است با:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{V}{8}}{\frac{V}{32}} = 4$$

بنابراین خواهیم داشت:

۱۸۴- گزینه ۲ پاسخ است.

برای هر حرکت دایره‌ای، نیرویی باید نیروی جانب مرکز لازم را برای حرکت تأمین کند. جهت این نیرو باید به سمت مرکز دایره باشد. در اینجا با توجه به شکل، بار $q > 0$ در میدان مغناطیسی روی یک دایره حرکت می‌کند و نیروی جانب مرکز توسط نیروی الکترومغناطیسی تأمین می‌شود. برای لحظه‌ای که بار q در بالای مسیر قرار دارد، با توجه به شکل، جهت بردار سرعت، برون‌سو و جهت نیروی الکترومغناطیسی به سمت پایین (مرکز دایره) است. بنابراین با استفاده از قاعده‌ی دست راست، اگر چهار انگشت در جهت حرکت بار و انگشت شست جهت نیرو را نشان دهد، کف دست جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد که به سمت چپ خواهد بود.



۱۸۵- گزینه ۴ پاسخ است.

با استفاده از رابطه‌ی بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز یک پیچه داریم:

$$B = 12 \times 10^{-7} \times \frac{250 \times 8}{2 \times 0.1} = 12 \times 10^{-3} \text{ T} \quad B = \mu_0 \frac{NI}{2R} \quad \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}} \quad I = 8 \text{ A} \quad N = 250 \quad R = 0.1 \text{ m}$$

دقت کنید جواب نهایی بر حسب گاوس خواسته شده است، بنابراین:

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G} \rightarrow B = 12 \times 10^{-3} \times 10^4 \text{ G} \Rightarrow B = 120 \text{ G}$$

۱۸۶- گزینه ۱ پاسخ است.

با حرکت میله‌ی رسانای MN به سمت چپ، شار درون‌سوی عبوری از قاب کاهش می‌یابد. بنابراین طبق قانون لنز، جریان در جهتی القا می‌شود که با تغییر شار (کاهش شار درون‌سو) مخالفت کند و بنابراین جهت جریان القایی از M به N خواهد بود. از طرفی طبق رابطه‌ی $\mathcal{E} = BIV$ و با توجه به حرکت شتابدار میله به سمت چپ از حال سکون، چون سرعت میله در حال افزایش است، اندازه‌ی جریان القایی $I = \frac{BIV}{R}$ نیز در حال افزایش خواهد بود.

۱۸۷- گزینه ۴ پاسخ است.

چون نمودار جریان بر حسب زمان به صورت خط راست با شیب غیرصفر است، بنابراین نیروی محرکه‌ی القایی سیم‌لوله مقداری ثابت است و اندازه‌ی آن برابر است با:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -0.5 \times \frac{0.8}{0.02} \Rightarrow \mathcal{E}_L = 20 \text{ V}$$

۱۸۸- گزینه ۴ پاسخ است.

راه حل اول: معادله‌ی سرعت- زمان نوسانگر ساده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$V^2 = 0.4 - 400x^2 \Rightarrow V^2 = 400(10^{-4} - x^2)$$

با مقایسه‌ی این معادله با معادله‌ی سرعت- زمان نوسانگر ساده در حالت کلی ($V^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$)، می‌توان نتیجه گرفت:

$$= 400 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 \quad A^2 = 10^{-4} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m} \quad \omega^2$$

$$a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow{A=10^{-2} \text{ m}, \omega^2=400 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2} a_{\max} = 10^{-2} \times 400 \Rightarrow a_{\max} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بیشینه‌ی شتاب این نوسانگر برابر است با:

راه حل دوم: بیشینه‌ی شتاب یک نوسانگر زمانی به دست می‌آید که نوسانگر در یکی از دو انتهای مسیر حرکت خود باشد. در این حالت سرعت نوسانگر برابر صفر است و جابه‌جایی نوسانگر برابر با دامنه‌ی حرکت است:

$$V^2 = 0.4 - 400x^2 \xrightarrow{x=A} 0 = 0.4 - 400A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{0.4}{400} = 10^{-4} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m}$$

از طرفی با مشتق گرفتن از طرفین رابطه‌ی سرعت- مکان بر حسب زمان، خواهیم داشت:

$$V^2 = 0.4 - 400x^2 \Rightarrow 2Va = -400 \times 2xV \Rightarrow a = -400x = -\omega^2 x$$

با توجه به اینکه بیشینه‌ی اندازه‌ی شتاب زمانی به دست می‌آید که متحرک در انتهای مسیر خود باشد، داریم:

$$\xrightarrow{x=A=10^{-2}} |a_{\max}| = 400 \times 10^{-2} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۸۹- گزینه ۱ پاسخ است.

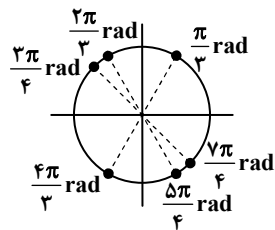
با توجه به نمودار، بیشینه‌ی انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر که برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، برابر با 0.4 J است. بنابراین زمانی که انرژی جنبشی نوسانگر برابر 0.2 J می‌شود، اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی با هم برابر است و در این لحظه فاز نوسانگر برابر است با:

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \quad \text{و} \quad \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \quad \text{و} \quad \frac{5\pi}{4} \text{ rad}$$

با توجه به نمودار، در لحظه‌ی $t = 0$ داریم:

$$U = E \sin^2(\omega t + \varphi) \xrightarrow[t = 0 \Rightarrow U = 0.3J]{E = 0.4J} 0.3 = 0.4 \sin^2(\varphi_0) \Rightarrow \sin \varphi_0 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad} & \times \\ \varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} & \checkmark \\ \varphi_0 = \frac{4\pi}{3} \text{ rad} & \times \\ \varphi_0 = \frac{5\pi}{3} \text{ rad} & \checkmark \end{cases}$$

چون بعد از لحظه‌ی $t = 0$ ، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر کاهش می‌یابد، بنابراین نوسانگر در ربع دوم یا چهارم دایره‌ی مرجع قرار دارد و



در نتیجه فاز اولیه‌ی نوسانگر $\varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ و یا $\varphi_0 = \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$ قابل قبول است.

از طرفی با توجه به نمودار در فاصله‌ی زمانی $\frac{2}{3} \text{ s}$ ، اندازه‌ی انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر برای اولین بار دوباره برابر با 0.3 J می‌شود. بنابراین در این حالت فاز نوسانگر می‌تواند یکی از مقادیر $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ و یا $\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$ باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\Delta\varphi = \omega \Delta t \xrightarrow[\varphi_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \text{ و } \varphi_1 = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}]{\varphi_2 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \text{ و } \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}} \frac{2\pi}{3} = \omega \times \frac{2}{3} \Rightarrow \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

دقت کنید تفاوتی نمی‌کند که کدام حالت را در نظر بگیریم.

اگر فرض کنیم فاز اولیه‌ی نوسانگر برابر با $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ است. برای اولین بار در فاز $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$ اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی آن برابر می‌شوند و بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \omega t + \varphi_0 = \frac{3\pi}{4} \xrightarrow[\varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}]{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \pi t + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{12} \text{ s} \quad \varphi = \frac{3\pi}{4}$$

۱۹۰- گزینه ۱ پاسخ است.

ابتدا دوره‌ی نوسان‌های کامل گلوله‌ی این آونگ در هر دقیقه برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2 \text{ s}$$

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}]{T = 2 \text{ s}} n = \frac{60}{2} = 30 \text{ نوسان}$$

۱۹۱- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به شکل، تار دو انتها بسته هماهنگ سوم خود را تشدید کرده است، بنابراین:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \xrightarrow[L = 60 \text{ cm}]{n = 3} 60 = 3 \times \frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_3 = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

با توجه به اینکه بسامد نوسان‌های تار برابر با 150 Hz است، بیشترین امواج عرضی منتشر شده در تار برابر است با:

$$V = \lambda f \xrightarrow[\lambda = 0.4 \text{ m}]{f = 150 \text{ Hz}} V = 0.4 \times 150 \Rightarrow V = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نیروی کشش تار توسط وزن جرم m تأمین می‌شود. با توجه به رابطه‌ی بین سرعت امواج عرضی و ویژگی‌های فیزیکی محیط، می‌توان نوشت:

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Mg}{\frac{m}{L}}} \Rightarrow M = \frac{V^2 m}{Lg} \xrightarrow[L = 0.6 \text{ m}]{V = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ و } m = 2 \times 10^{-3}} M = \frac{60^2 \times 2 \times 10^{-3}}{0.6 \times 10} = 1.2 \text{ kg} = 1200 \text{ g}$$

۱۹۲- گزینه ۱ پاسخ است.

در امواج ایستاده‌ای که در یک بعد تشکیل می‌شوند، نقاط بین دو گره متوالی همواره با هم به بیشینه‌ی فاصله‌ی خود از وضع تعادل می‌رسند. بنابراین هم‌فاز و هم‌بسامد هستند ولی چون بیشینه‌ی فاصله‌ی آن‌ها از وضع تعادل متفاوت است، در لحظه‌ی عبور از وضع تعادل، سرعت آن‌ها که برابر با بیشینه‌ی سرعت حرکت ارتعاشی است ($V_{\max} = A\omega$) با هم برابر نیست. از طرفی بسامد آن‌ها برابر با مجموع بسامد موج‌های تشکیل‌دهنده‌ی موج ایستاده نیست، بلکه رابطه‌ی پیچیده‌ای دارد که از سطح کتاب درسی فراتر است.

۱۹۳- گزینه ۲ پاسخ است.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

با استفاده از رابطه‌ی بین شدت صوت و فاصله، داریم:

از طرفی برای تغییرات تراز شدت صوت بر حسب دسی بل، می‌توان نوشت:

$$\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 20 \log \frac{r_1}{r_2} \xrightarrow[r_1=8m]{\Delta\beta=+12dB} 12 = 20 \log \frac{8}{r_2} \Rightarrow \log \frac{8}{r_2} = 0.6 = 2 \times 0.3 = 2 \log 2 = \log 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{8}{r_2} = 2^2 \Rightarrow r_2 = 2m$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 2 - 8 = -6m$$

بنابراین شنونده باید ۶ متر به منبع صوت نزدیک شود.

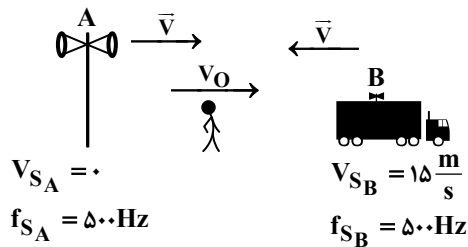
۱۹۴- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به شکل مقابل و با استفاده از رابطه‌ی دوپلر برای امواج صوتی

$$(f_O = \frac{V - V_O}{V - V_S} f_S)$$

$$f_{OA} = \frac{V - V_O}{V} f_{SA}$$

همچنین بسامدی که شنونده از منبع B می‌شنود، برابر است با:



$$f_{OB} = \frac{V + V_O}{V + V_{SB}} f_{SB}$$

چون شنونده این دو صوت را با یک بسامد می‌شنود، داریم:

$$f_{OA} = f_{OB} \Rightarrow \frac{V - V_O}{V} f_{SA} = \frac{V + V_O}{V + V_{SB}} f_{SB} \xrightarrow[V=330 \frac{m}{s} \text{ و } V_{SB}=15 \frac{m}{s}]{f_{SA}=f_{SB}=500 \text{ Hz}} \frac{330 - V_O}{330} = \frac{330 + V_O}{330 + 15}$$

$$\Rightarrow \frac{330 - V_O}{22} = \frac{330 + V_O}{23} \Rightarrow 23 \times 330 - 23 V_O = 22 \times 330 + 22 V_O \Rightarrow 45 V_O = 330 \Rightarrow V_O = \frac{22}{3} \frac{m}{s}$$

۱۹۵- گزینه ۲ پاسخ است.

امواج رادار از نوع امواج رادیویی هستند که طول موجی در حدود متر و بلندتر دارند. طول موج امواج فرسوخ در حدود دهم میلی‌متر و طول موج اشعه‌ی ایکس در حدود آنگستروم یا دهم نانومتر است. با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی، طول موج امواج مربوط به رادار از هر دو بلند است.

۱۹۶- گزینه ۴ پاسخ است.

در آزمایش یانگ، اختلاف راه نوری، منشأ تشکیل نوارهای تاریک و روشن است. برای نوارهای تاریک، اختلاف راه برابر است با:

$$\delta = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}$$

اگر فرض کنیم نور با سرعت C حرکت می‌کند، اختلاف زمان رسیدن نور به محل شکاف‌های تاریک برابر است با:

$$\xrightarrow{\delta=C\Delta t} \Delta t = (2m - 1) \frac{\lambda}{2C} \Rightarrow \Delta t = (2m - 1) \frac{T}{2}$$

برای اولین و دومین نوار تاریک داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} m=1: \text{اولین نوار تاریک} \Rightarrow \Delta t : \frac{T}{2} \\ m=2: \text{دومین نوار تاریک} \Rightarrow \Delta t' : \frac{3T}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{\frac{3T}{2}}{\frac{T}{2}} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = 3$$

۱۹۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$f_o = \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}} \Rightarrow f_o = 6 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad f_o = \frac{c}{\lambda_o} \xrightarrow[\lambda_o=0.5 \times 10^{-6} m]{c=3 \times 10^8 \frac{m}{s}} \Rightarrow f_o = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ابتدا بسامد قطع را به دست می‌آوریم:

با توجه به اینکه بسامد نور تابشی به فلز از بسامد قطع کوچک‌تر است، بنابراین فوتون‌های تابشی انرژی لازم برای کندن الکترون‌ها را ندارند و بنابراین پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

از طرف دیگر، طبق رابطه‌ی اینشتین، تابع کار فلز برابر است با:

$$K = hf - W_o \xrightarrow{K=0} W_o = hf_o \xrightarrow[h_o=6 \times 10^{-34} \text{ J.s}]{f_o=6 \times 10^{14} \text{ Hz}} W_o = 6 \times 6 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow W_o = 3 \times 10^{-19}$$

۱۹۸- گزینه ۴ پاسخ است.

رشته‌ی بالمر، رشته‌ای است که در آن الکترون از تراز $n > 2$ به تراز $n' = 2$ می‌رود. با استفاده از رابطه‌ی ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow[\lambda = 450 \text{ nm}]{R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ nm}^{-1} \text{ و } n' = 2} \frac{1}{450} = 1.097 \times 10^7 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} = \frac{2}{9}$$

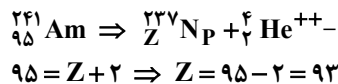
$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36} \Rightarrow n = 6$$

۱۹۹- گزینه ۳ پاسخ است.

چون در ساختار نواری دو جسم A و B نوارهای نیمه‌پر وجود ندارد، بنابراین هیچ‌کدام از این دو جسم رسانا نیستند. از طرف دیگر چون گاف انرژی در ساختار نواری جسم B کوچک‌تر از گاف انرژی در ساختار نواری جسم A است، بنابراین جسم A نارسا و جسم B نیم‌رسانا است.

۲۰۰- گزینه ۴ پاسخ است.

ذره‌ی آلفا، اتم هلیوم دو بار یونیده (هسته‌ی اتم هلیوم) است، بنابراین دارای عدد اتمی $Z = 2$ و عدد جرمی $A = 4$ است. با استفاده از برابری عدد اتمی در دو طرف رابطه‌ی واپاشی، می‌توان نوشت:



از طرفی، مجموع عدد اتمی و تعداد نوترون‌های یک هسته، عدد جرمی آن را تعیین می‌کند، بنابراین داریم:

$$A = Z + N \xrightarrow[Z=93]{A=237} 237 = 93 + N \Rightarrow N = 237 - 93 \Rightarrow N = 144 \text{ نوترون}$$

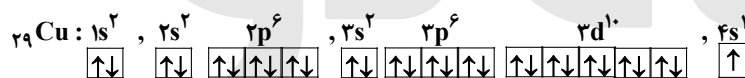
شیمی

۲۰۱- گزینه ۱ پاسخ است.

کشف پدیده‌ی پرتوآبی به طور تصادفی توسط هانری بکرل در هنگام مطالعه‌ی خاصیت فسفرسانس مواد شیمیایی صورت گرفت.

۲۰۲- گزینه ۳ پاسخ است.

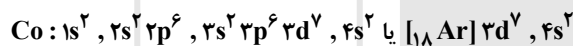
با توجه به آرایش الکترونی این عنصر m_l مربوط به اوربیتال‌های آن عبارتند از:



به این ترتیب ۱۳ الکترون دارای $m_l = 0$ هستند و ۲ الکترون نیز $m_l = +2$ خواهند داشت.

۲۰۳- گزینه ۲ پاسخ است.

کبالت دارای آرایش الکترونی زیر است (دوره‌ی ۴ و گروه ۹ از جدول تناوبی):



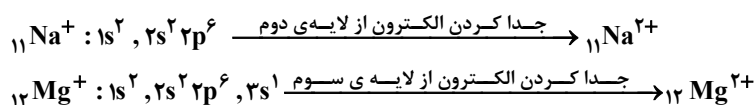
در ترکیب یونی CoCl_3 کبالت به صورت یون Co^{3+} خواهد بود. به این ترتیب برای تبدیل Co به این یون باید دو الکترون موجود در زیرلایه‌ی ۴s و یکی از الکترون‌های موجود در زیرلایه‌ی ۳d را از آن جدا کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:



۲۰۴- گزینه ۲ پاسخ است.

در فلزهای قلیایی از بالا به پایین در گروه با کاهش نقطه‌ی ذوب مواجه می‌شویم ضمن اینکه در این گروه چگالی (از بالا به پایین) منظم نیست و پتانسیم از این قاعده پیروی نمی‌کند.

در مورد انرژی دومین یونش (به عنوان مثال Na و Mg) باید در نظر داشت که یون‌های M^+ (مانند Na^+ و Mg^+) به M^{2+} (مانند Na^{2+} و Mg^{2+}) تبدیل خواهند شد. با توجه به آرایش الکترونی این یون‌ها می‌توان گفت جدا کردن الکترون دوم از فلزهای قلیایی سخت‌تر از فلزهای قلیایی خاکی است، زیرا این الکترون به هسته‌ی اتم نزدیک‌تر است:



۲۰۵- گزینه ۳ پاسخ است.

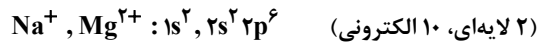
با توجه به فرمول ترکیب M_2O_3 ، عنصر M باید ۳ ظرفیتی باشد و در بین موارد داده شده، مورد ۳ به فلزی ۳ ظرفیتی مربوط می‌شود. با بررسی اعداد داده شده برای IE این عنصر مشخص می‌شود که نخستین جهش بزرگ آن در IE_4 مشاهده شده است. بنابراین عنصر M آخرین لایه‌ی خود دارای ۳ الکترون بوده است که با از دست دادن آن‌ها و تشکیل یون M^{3+} ، امکان تولید M_2O_3 را خواهد داشت.

۲۰۶- گزینه ۴ پاسخ است.

واکنش پذیری فلزهای قلیایی در یک گروه از بالا به پایین و با افزایش عدد اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد. چگالی فلزهای قلیایی خاکی و همچنین IE_1 عنصرهای دوره دوم جدول تناوبی دارای تغییرات نامنظمی است. واکنش پذیری هالوژن‌ها (تمایل این عناصر برای به دست آوردن یک الکترون) از بالا به پایین گروه کاهش پیدا می‌کند.

۲۰۷- گزینه ۱ پاسخ است.

آرایش الکترونی این یون‌ها عبارتند از:



از طرفی با مقایسه Li^+ و Be^{2+} می‌توان گفت که Be^{2+} ۲ الکترون خود را با ۴ پروتون جذب می‌کند، درحالی که Li^+ با داشتن ۳ پروتون جاذبه کمتری را به ۲ الکترون خود اعمال خواهد کرد. به این ترتیب شعاع Be^{2+} کوچک‌تر از Li^+ خواهد بود. از طرفی Mg^{2+} نیز با داشتن ۱۲ پروتون، کوچکتر از Na^+ (با ۱۱ پروتون) است. بنابراین:



۲۰۸- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به فرمول مولکولی AB_4 اگر اتم مرکزی (A) دارای ۴ قلمروی الکترونی باشد، تمام آن‌ها به صورت جفت الکترون پیوندی هستند و ترکیب دارای ساختاری چهاروجهی خواهد بود. اگر اتم مرکزی عنصری از گروه ۱۸ یا ۱۶ (VIA) باشد تعداد قلمروهای الکترونی بیش از ۴ خواهد بود و ساختار مولکول چهاروجهی نمی‌شود. به عنوان مثال در XeF_4 و SF_6 به ترتیب ۶ و ۵ قلمروی الکترونی وجود دارند که ۴ قلمرو به صورت پیوندی بوده و بقیه به صورت ناپیوندی می‌باشند. وجود همین الکترون‌های ناپیوندی مانع از چهاروجهی بودن شکل هندسی مولکول می‌شود.

۲۰۹- گزینه ۴ پاسخ است.

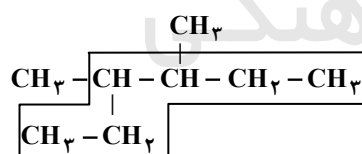
اگر اختلاف الکترونگاتیوی دو اتم تشکیل دهنده یک پیوند کمتر از 0.4 باشد (مانند W-X) پیوند بین آن‌ها کووالانسی ناقطبی است. اگر این اختلاف بیش از 1.7 باشد (مانند W-Z) پیوند یونی خواهند داشت و اگر اختلاف آن‌ها بین 0.4 تا 1.7 باشد (مانند X-Y) با یکدیگر پیوند کووالانسی قطبی تشکیل می‌دهند.

۲۱۰- گزینه ۴ پاسخ است.

استون، ساده‌ترین عضو خانواده کتون‌ها است که دارای فرمول تجربی و مولکولی یکسان به صورت C_3H_6O می‌باشد. ضمن آنکه در این مولکول یکی از اتم‌های کربن دارای سه قلمروی الکترونی است و دو اتم دیگر چهار قلمروی الکترونی خواهند داشت. سیلیسیم نیز با تشکیل پل‌های $Si-O-Si$ باعث ایجاد سیلیس و سیلیکات‌ها می‌شود.

۲۱۱- گزینه ۲ پاسخ است.

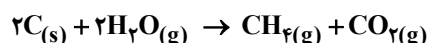
فرمول گسترده‌ی این ترکیب و زنجیره‌ی اصلی آن عبارت است از:



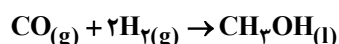
شماره‌گذاری کربن‌های زنجیره‌ی اصلی از هر طرف که انجام شود، نام ۳ و ۴- دی متیل‌هگزان به دست خواهد آمد.

۲۱۲- گزینه ۳ پاسخ است.

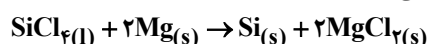
گاز متان را می‌توان از واکنش زغال‌سنگ با بخار آب بسیار داغ تهیه کرد:



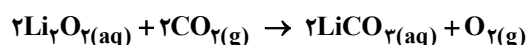
از واکنش کربن مونوکسید و هیدروژن با یکدیگر متانول (و نه اتانول) به دست می‌آید.



سیلیسیم خالص از واکنش سیلیسیم تتراکلرید مایع و منیزیم (و نه منگنز) بسیار خالص تهیه می‌شود:

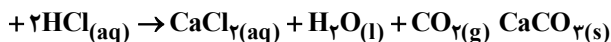


در تصفیه‌ی هوای درون فضاپیماها از لیتیم پراکسید استفاده می‌شود:



۲۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.

واکنش انجام شده عبارت است از:



برای تعیین عامل محدودکننده می توان گفت:

$$\text{HCl} : 25\text{mL} \times \frac{1\text{L}}{1000\text{ml}} \times \frac{4\text{mol}}{1\text{L}} = 0.1\text{mol} \div 2 = 0.05$$

واکنش دهنده ی اضافی

$$\text{CaCO}_3 : 4\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{100\text{g}} = 0.04\text{mol} \div 1 = 0.04$$

واکنش دهنده ی محدودکننده

بدون حل مسئله نیز می توان گزینه ی ۴ را به عنوان پاسخ درست برگزید، اما برای تعیین مقدار گاز تولید شده نیز داریم:

$$0.04\text{mol CaCO}_3 \times \frac{1\text{mol CO}_2}{1\text{mol CaCO}_3} \times \frac{22.4\text{L CO}_2}{1\text{mol CO}_2} = 0.896\text{L CO}_2$$

۲۱۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\text{سدیم} : 1/38\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{23\text{g}} = 0.06\text{mol}$$

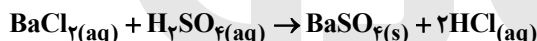
$$\text{سدیم کلرید} : 2/34\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{58.5\text{g}} = 0.04\text{mol}$$

$$\text{کبر} : 2\text{L} \times \frac{2/84\text{g}}{1\text{L}} \times \frac{1\text{mol}}{71\text{g}} = 0.08\text{mol}$$

$$\text{هیدروژن} : 0.06\text{L} \times \frac{1\text{mol}}{22.4\text{L}} = 0.025\text{mol}$$

۲۱۵- گزینه ۲ پاسخ است.

واکنش انجام شده به صورت زیر است که باعث تولید رسوب باریوم سولفات در ظرف واکنش می شود:



مقدار نظری رسوب تولید شده برابر است با:

$$0.01\text{L محلول} \times \frac{0.5\text{mol BaCl}_2}{1\text{L محلول}} \times \frac{1\text{mol BaSO}_4}{1\text{mol BaCl}_2} \times \frac{233\text{g BaSO}_4}{1\text{mol BaSO}_4} \times \frac{1000\text{mg BaSO}_4}{1\text{g BaSO}_4} = 1165\text{mg BaSO}_4$$

با:

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{955/3}{1165} \times 100 = 82\%$$

۲۱۶- گزینه ۱ پاسخ است.

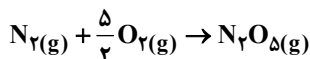
در این واکنش تعداد مول های گازی در دو طرف واکنش با یکدیگر برابر هستند. بنابراین کار ناشی از تغییر حجم برابر با صفر بوده ($w=0$) و انرژی درونی واکنش $\Delta E = q_v$ خواهد بود. از طرفی با ثابت ماندن شرایط و یکسان بودن تعداد مول های گازی، در واقع واکنش در فشار ثابت انجام گرفته و گرمای ناشی از آن معادل با q_p خواهد بود. با توجه به اینکه گرمای واکنش در فشار ثابت را آنتالپی (ΔH) می نامیم،

$$q_v = q_p = \Delta H$$

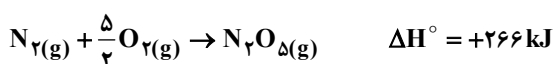
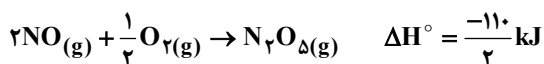
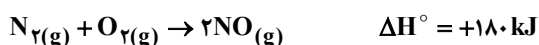
بنابراین می توان گفت:

۲۱۷- گزینه ۴ پاسخ است.

ΔH° تشکیل $\text{N}_2\text{O}_{5(g)}$ مربوط به واکنش زیر است که در آن یک مول از این ماده از عنصرهای سازنده اش در حالت استاندارد ترمودینامیکی ساخته می شود:



برای تعیین ΔH° این واکنش با استفاده از واکنش های داده شده خواهیم داشت:



۲۱۸- گزینه ۳ پاسخ است.

مقدار انرژی آزاد گیبس از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

بنابراین ΔS برابر است با:

$$-112000 \text{ J} = -76000 \text{ J} - (300 \text{ K} \times \Delta S) \Rightarrow \Delta S = +120 \text{ JK}^{-1}$$

۲۱۹- گزینه ۳ پاسخ است.

در شرایط استاندارد، یک مول از هر گازی دارای ۲۲/۴ لیتر حجم است. با توجه به ۳ مول گاز به عنوان ماده‌ی اولیه‌ی می‌توان گفت:

$$7/5 \text{ L گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22/4 \text{ L گاز}} \times \frac{-484 \text{ kJ}}{3 \text{ mol گاز (H}_2\text{, O}_2\text{)}} = -54 \text{ kJ}$$

۲۲۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$0/100 \text{ L} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول نهایی}} \times \frac{36/5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{100 \text{ g محلول اولیه}}{36/5 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mL محلول اولیه}}{1/25 \text{ g محلول اولیه}} = 16 \text{ mL}$$

۲۲۱- گزینه ۱ پاسخ است.

یک مول CaCl_2 دارای ۲ مول یون Cl^- و یک مول یون Ca^{2+} (در مجموع ۳ مول یون) است. از طرفی واکنش مورد نظر عبارت است از:

$$\text{CaCl}_2(\text{aq}) + 2\text{AgNO}_3(\text{aq}) \rightarrow 2\text{AgCl}(\text{s}) + \text{Ca}(\text{NO}_3)_2(\text{aq})$$

وجود $0/06 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ یون، بیانگر محلول $0/02 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ کلسیم کلرید است. بنابراین

$$0/100 \text{ L} \times \frac{0/02 \text{ mol CaCl}_2}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{143/5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 574 \text{ mg AgCl}$$

۲۲۲- گزینه ۱ پاسخ است.

NaCl و KNO_3 در آب به طور کامل تفکیک شده و ۲ ذره تولید می‌کنند. HF به مقدار جزئی یونیزه شده و کمی بیش از یک ذره را تولید می‌کند. اما انحلال شکر در آب به صورت مولکولی است و هیچ تفکیکی صورت نمی‌گیرد. بنابراین با توجه به غلظت این محلول‌ها خواهیم داشت:

$$(2m) \times 2 = 4 = \text{تعداد ذره} \times \text{مولالیت} \quad \text{سدیم کلرید (2m)}$$

$$1m \times 2 = 2 = \text{تعداد ذره} \times \text{مولالیت} \quad \text{پتاسیم نیترات (1m)}$$

$$1m \times 1 = 1 = \text{تعداد ذره} \times \text{مولالیت} \quad \text{هیدروژن فلوئورید (1m)}$$

$$1m \times 1 = 1 = \text{تعداد ذرات} \times \text{مولالیت} \quad \text{شکر (1m)}$$

هر چقدر تعداد مول \times تعداد ذرات تولید شده بیشتر باشد، کاهش نقطه‌ی انجماد محلول بیشتر بوده و در دماهای کمتری یخ می‌زند. بنابراین ترتیب مطرح شده در گزینه‌ی ۱ درست است.

۲۲۳- گزینه ۳ پاسخ است.

کاهش یافتن فشار بخار محلول، نشان‌دهنده‌ی وجود یک حل‌شونده‌ی غیرفرار در آن است. در این صورت نقطه‌ی جوش محلول افزایش یافته و نقطه‌ی انجماد آن کاهش پیدا می‌کند.

در محلول ۲/۵ مولال NaOH ، امکان وجود ۱۰۰۰ گرم آب و $2/5 \times 40 = 100 \text{ g}$ NaOH وجود دارد. بنابراین مقدار کل محلول برابر است با:

$$1000 + 100 = 1100 \text{ g}$$

در نتیجه مقدار NaOH در ۲۲ گرم از این محلول عبارت است از:

$$22 \text{ g} \times \frac{100 \text{ g NaOH}}{1100 \text{ g محلول}} = 2 \text{ g NaOH}$$

۲۲۴- گزینه ۲ پاسخ است.

در معادله‌ی مربوط به سرعت واکنش شیمیایی m و n به طور تجربی تعیین می‌شوند و می‌توانند عددی باشند یا اعشاری باشند.

۲۲۵- گزینه ۴ پاسخ است.

در مورد واکنش داده شده می‌توان گفت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{\bar{R}_B}{1} = \frac{\bar{R}_C}{2} = \frac{\bar{R}_D}{3}$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

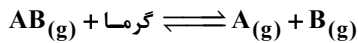
$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_C}{2} = 0/5, \quad \bar{R}_D = \frac{3}{2} \bar{R}_C = 1/5, \quad \bar{R}_A = \bar{R}_C = 1, \quad \bar{R}_B = \frac{\bar{R}_C}{1} = 0/5$$

۲۲۶- گزینه ۱ پاسخ است.

با کاهش فشار، غلظت فرآورده‌ها کاهش بیشتری را در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها نشان می‌دهند. بنابراین واکنش در جهت رفت نسبت به جهت برگشت سرعت بیشتری خواهد داشت.

ثابت تعادل تنها به دما وابسته است و با تغییر حجم ظرف ثابت می‌ماند.

از آنجا که واکنش در حالت تعادل است، با توجه به افزایش آنترپی در جهت رفت می‌توان نتیجه گرفت که واکنش در جهت برگشت، گرماده خواهد بود:



در حالت تعادل باید $\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0$ باشد. ضمن آنکه افزایش دما و بیشتر شدن مقدار B نیز بیانگر گرماگیر بودن واکنش در جهت رفت است.

۲۲۷- گزینه ۴ پاسخ است.

در حالت ابتدایی داریم:

$$K = \frac{[CO_2(g)]}{[CO(g)]} = \frac{0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}} = 1$$

با توجه به گزینه‌های داده شده، تنها در گزینه‌ی ۴ می‌توان به $K = 99$ رسید:

$$K = \frac{0.198}{0.002} = 99$$

۲۲۸- گزینه ۲ پاسخ است.

ΔH° تشکیل آمونیاک مربوط به تشکیل یک مول از آن است و با توجه به واکنش داده شده (که ۲ مول آمونیاک تولید شده است) می‌توان گفت:

$$\Delta H^\circ_{\text{تشکیل}} = \frac{-92}{2} = -46 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۲۲۹- گزینه ۱ پاسخ است.

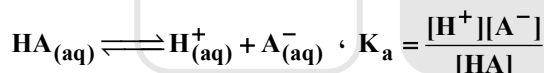
قدرت اسیدی ترکیبات مورد نظر عبارتند از: $c > b > a$

بنابراین قدرت باز مزدوج آن‌ها به صورت $a > b > c$ خواهد بود. در واقع باز حاصل از a ناپایدار است و تمایل بیشتری برای گرفتن H^+ دارد. درحالی‌که باز مزدوج c تمایل کمتری برای این کار داشته و پایدارتر است.

روند تغییر pK_a به صورت $a > b > c$ و در مورد pK_b به همان صورت ذکر شده در سؤال ($f > e > d$) است. به این ترتیب از نظر pH می‌توان گفت $f > e > d$. ضمن آنکه جایگزین کردن H آمونیاک با یک گروه متیل باعث افزایش قدرت بازی و در نتیجه کاهش pK_b آن می‌شود.

۲۳۰- گزینه ۲ پاسخ است.

در مورد این اسید ضعیف می‌توان از تغییر غلظت HA صرف نظر کرد. بنابراین:



$$10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{0.1} \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \Rightarrow pH = 3$$

۲۳۱- گزینه ۲ پاسخ است.

بنزویک اسید (C_6H_5COOH) یک اسید ضعیف است که همراه با نمک خود (C_6H_5COONa) امکان تشکیل یک محلول بافر را خواهد داشت. pH این محلول بافر عبارت است از:

$$5/2 = 4/2 + \log \frac{[C_6H_5COONa]}{0.05} \Rightarrow [C_6H_5COONa] = 0.05 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

مقدار جرم نمک مورد نیاز برای تهیه ۲۰۰ mL محلول $0.05 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ برابر است با:

$$0.05 \text{ mol} \cdot L^{-1} \times 200 \text{ mL} \times \frac{144 \text{ g } C_6H_5COONa}{1 \text{ mol } C_6H_5COONa} = 14.4 \text{ g}$$

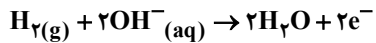
۲۳۲- گزینه ۱ پاسخ است.

در جدول پتانسیل کاهش استاندارد، از بالا به پایین قدرت اکسندگی افزایش یافته و قدرت کاهندگی کمتر خواهد شد. بنابراین $Cu^{2+}(aq)$ اکسندگی بیشتری دارد و $Mn^{2+}(aq)$ کاهندگی بیشتری دارد. از طرفی امکان نگهداری محلول $Cu^{2+}(aq)$ در ظرف آهنی وجود ندارد. چراکه Fe با دادن الکترون به این محلول باعث کاهش یافتن آن خواهد شد.

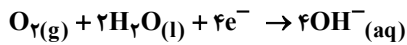
از مقایسه‌ی E° سلول‌های ولتایی گفته شده نیز می‌توان فهمید که E° سلول $Cu - Mn$ بزرگ‌تر از E° سلول $Fe - Mn$ است (چراکه اختلاف E° میان Cu و Mn بیشتر از Fe و Mn می‌باشد).

۲۳۳- گزینه ۱ پاسخ است.

در این سلول‌ها فرآیندی که در آند انجام می‌شود، اکسید شدن گاز هیدروژن است:

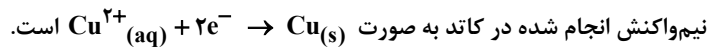


در کاتد نیز گاز اکسیژن کاهش می‌یابد:



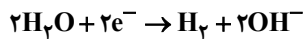
این سلول‌ها در واقع سلول‌های گالوانی نوع اول هستند و جریان الکترون در مدار بیرونی آن‌ها از آند به سوی کاتد است، در حالی که حرکت آنیون‌ها در الکترولیت دقیقاً برعکس بوده و غیرهمسو با جریان الکترون‌ها خواهد بود.

۲۳۴- گزینه ۲ پاسخ است.



۲۳۵- گزینه ۴ پاسخ است.

در کاتد (قطب منفی) رقابت بین Na^+ و H_2O برای گرفتن الکترون به سود H_2O پایان یافته و واکنش زیر انجام می‌شود:



تولید OH^- در کاتد به تدریج باعث افزایش pH محلول و بازی شدن آن خواهد شد. چنین محلولی با افزودن فنول‌فتالین به رنگ ارغوانی درمی‌آید.

خریدار



مؤسسه آموزشی فرهنگی