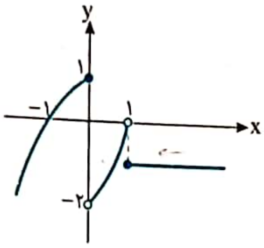
# آزمون ۵۵

## آزمون جامع (۱)

پاسخ: ۴۳۳ تا ۴۳۵

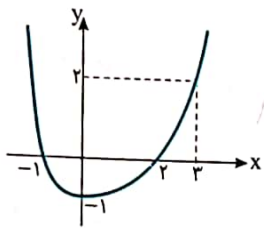
محاسبات

۱- نمودار تابع f در شکل مقابل آمده است. حاصل $\lim\limits_{x\to 1^+} f(1-x^2)-\lim\limits_{x\to 1^-} f(1-x^2)$ کدام است؟




۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(f(x-3))+1}{xf(x-1)+2}$ چقدر است؟




۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) ۲

۳- اگر حد تابع‌های $f+g$ و $f^2-g^2$ در $x=2$ به ترتیب برابر ۳ و ۲۱ باشد، مقدار $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(2x^2)}{g(x+1)}$ کدام است؟

۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) $-\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۴- مقدار $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{[2x](x+2)}{x[-x]+|1-x|}$ کدام است؟

۱) $-2$ ۲) $-3$ ۳) $-\frac{5}{2}$ ۴) $-\frac{3}{2}$

۵- تابع $f(x)=(x^2-1)[x]$ در چند نقطه از بازهٔ $(-2,3)$ حد ندارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۶- مقدار $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{2x^2-8}{x^2+3x+2}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۷- مقدار $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x(x-1)(x-2)-6}{x(x-1)(x+1)-24}$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{23}$ ۲) $\frac{9}{25}$ ۳) $\frac{13}{27}$ ۴) $\frac{11}{26}$

۸- اگر $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{ax^2+bx+2}=\dfrac{3}{4}$، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) $-\frac{11}{3}$ ۲) $-3$ ۳) $-\frac{7}{3}$ ۴) $-\frac{5}{3}$

۹- حاصل $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}-2}{x^2-25}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{20}$ ۲) $\frac{1}{30}$ ۳) $-\frac{1}{20}$ ۴) $-\frac{1}{30}$

محاسبات

۱۰- اگر $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-5x}{\sqrt{2x+a}-a+2}=\dfrac{1}{b}$، مقدار b چقدر است؟

۱) $\frac{1}{10}$  ۲) $\frac{1}{12}$  ۳) $\frac{1}{18}$  ۴) $\frac{1}{20}$

۱۱- تابع $f(x)=[\frac{x}{2}]-[\frac{x}{3}]$ در $x=12$ ...

۱) پیوسته است.  ۲) فقط از چپ پیوسته است.

۳) فقط از راست پیوسته است.  ۴) نه از چپ پیوسته است و نه از راست

۱۲- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} ax^2+1 & x<2 \\ b-1 & x=2 \\ 4ax+21 & x>2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار b چقدر است؟

۱) $-12$  ۲) $-14$  ۳) $-16$  ۴) $-18$

۱۳- حاصل $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{3x-|x|}{4x^2+[-x]}$ کدام است؟

۱) صفر  ۲) ۲  ۳) $+\infty$  ۴) $-\infty$

۱۴- حاصل $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(4x^2-1)^3}{(6x^3-1)^2}$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$  ۲) صفر  ۳) $\frac{8}{9}$  ۴) $\frac{16}{9}$

۱۵- حاصل $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+(x-1)^2+\dots+(x-9)^2}{5x^2-6x+1}$ کدام است؟

۱) صفر  ۲) $\frac{1}{2}$  ۳) $\frac{3}{2}$  ۴) ۲

۱۶- حاصل $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2[-\frac{1}{x}]-1}{4x^2+x+1}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$  ۲) $-\frac{1}{4}$  ۳) صفر  ۴) $-\infty$

۱۷- بزرگ‌ترین عدد طبیعی مانند n که $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^{n-6}-3}{x^{9-n}+4}=0$ چقدر است؟

۱) ۴  ۲) ۶  ۳) ۷  ۴) ۸

۱۸- اگر $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{6x^2-5x+1-mx^2}{(3x-2)^2}=\dfrac{1}{2}$، مقدار m چقدر است؟

۱) $\frac{3}{2}$  ۲) $\frac{1}{2}$  ۳) $\frac{7}{2}$  ۴) $\frac{9}{2}$

۱۹- اگر $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+3}{4x^3+ax^2+bx}=-\infty$، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۲  ۲) ۲۴  ۳) ۳۲  ۴) ۴۸

۲۰- اگر $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(b-2)x^2+2x+1}{(a-3)x^3+(b^2-3a)x^2+x+2}=-\infty$، مقدار ab کدام است؟

۱) ۳  ۲) $-3$  ۳) ۹  ۴) $-9$

$\lim \dfrac{(b-2)x^2}{(a-3)x^3}=-\infty$

**۱۵- گزینهٔ ۴)** توجه کنید که جملهٔ دارای بزرگ‌ترین توان در صورت کسر برابر $(2x^3)^2-(3x^2)^3=-23x^6$ است و جملهٔ دارای بزرگ‌ترین توان در مخرج کسر برابر $x^2(3x^2)^2=9x^6$ است. پس حد مورد نظر برابر است با

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-23x^6}{9x^6}=-\frac{23}{9}$$

**۱۶- گزینهٔ ۳)** توجه کنید که اگر $x\to-\infty$، مقادیر $2x$ و $x$ منفی‌اند. بنابراین

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{5x+|2x|}{7x-2|x|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{5x-2x}{7x-2(-x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{9x}=\frac{1}{3}$$

**۱۷- گزینهٔ ۱)** ابتدا توجه کنید که اگر $x\to-\infty$، مقادیر $3x^2-1$، $2x^2-3$ و $5x^2-x$ مثبت‌اند، پس

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|3x^2-1|-|2x^2-3|}{|5x^2-x|-x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2-1-2x^2+3}{5x^2-x-x^2}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{4x^2}=\frac{1}{4}$$

**۱۸- گزینهٔ ۲)** توجه کنید که اگر $n$ عددی طبیعی باشد، $3n+2$ و $2n+5$ از ۲ بیشتر هستند، بنابراین

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{3n+2}+x^2+1}{x^{2n+5}-x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}x^{3n+2-(2n+5)}=\lim_{x\to+\infty}x^{n-3}$$

اگر این حد صفر باشد، باید $n-3<0$، یعنی $n<3$. بنابراین فقط $n=1$ و $n=2$ ویژگی مورد نظر را دارند.

**۱۹- گزینهٔ ۴)** توجه کنید جملهٔ دارای بزرگ‌ترین توان در صورت کسر $(3x)^4(mx)^6=3^4\times m^6x^{10}$ و در مخرج کسر $(2mx)^3(6x)^7=2^3\times6^7m^3x^{10}$ است. پس

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(3x+1)^4(mx+2)^6}{(2mx-1)^3(6x-1)^7}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3^4\times m^6x^{10}}{2^3\times6^7\times m^3x^{10}}$$

$$=\frac{m^3}{2^{10}\times3^3}$$

بنابراین

$$\frac{m^3}{2^{10}\times3^3}=\frac{1}{54}\Rightarrow m^3=2^9\Rightarrow m=8$$

**۲۰- گزینهٔ ۲)** ابتدا توجه کنید که اگر در صورت کسر داده شده جملهٔ شامل $x^3$ وجود داشته باشد، حد مورد نظر برابر $-\infty$ یا $+\infty$ می‌شود. بنابراین ضریب $x^3$ در صورت کسر داده شده صفر است. در نتیجه $2a-1=0$، پس $a=\frac{1}{2}$. به این ترتیب حد مسئله می‌شود

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2-1}{3x^2+x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2}{3x^2}=1$$

در نتیجه $b=1$ و $a+b=\frac{3}{2}$.

## آزمون ۵۵

**۱- گزینهٔ ۳)** ابتدا توجه کنید که اگر $x\to1^+$، آن‌گاه $(1-x^2)\to0^-$ و اگر $x\to1^-$، آن‌گاه $(1-x^2)\to0^+$ بنابراین

$$\lim_{x\to1^+}f(1-x^2)=\lim_{t\to0^-}f(t)=1$$

$$\lim_{x\to1^-}f(1-x^2)=\lim_{t\to0^+}f(t)=-2$$

در نتیجه

$$\lim_{x\to1^+}f(1-x^2)-\lim_{x\to1^-}f(1-x^2)=1-(-2)=3$$

**۲- گزینهٔ ۳)** توجه کنید که

$$\lim_{x\to3}f(f(x-3))=\lim_{t\to0}f(f(t))=\lim_{s\to-1}f(s)=0$$

و

$$\lim_{x\to3}(xf(x-1))=\lim_{x\to3}x\times\lim_{x\to3}f(x-1)=3\lim_{t\to2}f(t)=0$$

بنابراین

$$\lim_{x\to3}\frac{f(f(x-3))+1}{xf(x-1)+2}=\frac{0+1}{0+2}=\frac{1}{2}$$

**۳- گزینهٔ ۱)** با فرض $\lim_{x\to2}f(x)=L_1$ و $\lim_{x\to2}g(x)=L_2$ معلوم می‌شود که

$$\lim_{x\to2}f(x)+\lim_{x\to2}g(x)=3\Rightarrow L_1+L_2=3$$

$$\lim_{x\to2}f^2(x)-\lim_{x\to2}g^2(x)=21\Rightarrow L_1^2-L_2^2=21$$

$$(L_1-L_2)(L_1+L_2)=21\Rightarrow3(L_1-L_2)=21$$

$$L_1-L_2=7$$

از حل دستگاه معادله‌های $\begin{cases}L_1-L_2=7\\L_1+L_2=3\end{cases}$ به دست می‌آید $L_1=5$ و $L_2=-2$. بنابراین

$$\lim_{x\to1}\frac{f(2x^2)}{g(x+1)}=\frac{\lim_{x\to1}f(2x^2)}{\lim_{x\to1}g(x+1)}=\frac{\lim_{t\to2}f(t)}{\lim_{k\to2}g(k)}=\frac{5}{-2}$$

**۴- گزینهٔ ۲)** ابتدا توجه که در یک همسایگی چپ نقطهٔ $x=1$ تساوی‌های $[2x]=1$، $[-x]=-1$ و $|1-x|=1-x$ برقرار هستند. بنابراین

$$\lim_{x\to1^-}\frac{[2x](x+2)}{x[-x]+|1-x|}=\lim_{x\to1^-}\frac{x+2}{-x+1-x}=\lim_{x\to1^-}\frac{x+2}{-2x+1}=-3$$

$1-1^-=0^+$    $2\times1^-$ $(2^-)$    $[-(1^-)]=-1$ $(-1^+)$

**۵- گزینهٔ ۲** با توجه به این که تابع $y=[x]$ فقط در نقاط صحیح حد ندارد، پس تابع f هم فقط در این نقاط ممکن است حد نداشته باشد. به دلیل حضور عامل صفر کنندهٔ $x^2-1$ که در $[x]$ ضرب شده است، تابع f در $x=1$ و $x=-1$ حد دارد و در بقیهٔ نقاط صحیح بازهٔ $(-2,3)$ یعنی نقاط $x=0$ و $x=2$ حد ندارد.

توجه کنید که اگر k عددی صحیح باشد، آن‌گاه

$$\lim_{x\to k^+} f(x)=\lim_{x\to k^+} k(x^2-1)=k(k^2-1)$$

$$\lim_{x\to k^-} f(x)=\lim_{x\to k^-} (k-1)(x^2-1)=(k-1)(k^2-1)$$

از تساوی $k(k^2-1)=(k-1)(k^2-1)$ نتیجه می‌شود $k=\pm1$، یعنی تابع f فقط در دو تا نقطه از نقاط صحیح ($x=1$ و $x=-1$) حد دارد و در بقیهٔ نقاط صحیح حد ندارد.

**۶- گزینهٔ ۳** **راه‌حل اول** توجه کنید که

$$\frac{2x^2-8}{x^2+3x+2}=\frac{2(x^2-4)}{x^2+3x+2}=\frac{2(x-2)(x+2)}{(x+2)(x+1)}=\frac{2(x-2)}{x+1},\ x\neq-2$$

بنابراین

$$\lim_{x\to-2}\frac{2x^2-8}{x^2+3x+2}=\lim_{x\to-2}\frac{2(x-2)}{x+1}=\frac{-8}{-1}=8$$

**راه‌حل دوم** از قاعدهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-2}\frac{2x^2-8}{x^2+3x+2}=\lim_{x\to-2}\frac{4x}{2x+3}=\frac{-8}{-1}=8$$

**۷- گزینهٔ ۴** **راه‌حل اول** ابتدا توجه کنید که

$$x(x-1)(x-2)-6=x^3-3x^2+2x-6=(x-3)(x^2+2)$$

$$x(x-1)(x+1)-24=x^3-x-24=(x-3)(x^2+3x+8)$$

بنابراین

$$\lim_{x\to3}\frac{x(x-1)(x-2)-6}{x(x-1)(x+1)-24}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x^2+2)}{(x-3)(x^2+3x+8)}$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{x^2+2}{x^2+3x+8}$$

$$=\frac{9+2}{9+9+8}=\frac{11}{26}$$

**راه‌حل دوم** از قاعدهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to3}\frac{x(x-1)(x-2)-6}{x(x-1)(x+1)-24}=\lim_{x\to3}\frac{x^3-3x^2+2x-6}{x^3-x-24}$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{3x^2-6x+2}{3x^2-1}$$

$$=\frac{27-18+2}{27-1}=\frac{11}{26}$$

**۸- گزینهٔ ۴** چون حد صورت کسر وقتی $x\to2$ صفر است، پس باید حد مخرج کسر هم صفر باشد، زیرا در غیر این صورت حد کسر برابر صفر خواهد شد. پس

$$\lim_{x\to2}(ax^2+bx+2)=4a+2b+2=0\Rightarrow b=-1-2a$$

بنابراین

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{ax^2+bx+2}=\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{ax^2+(-1-2a)x+2}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{x+2-4}{(x-2)(ax-1)(\sqrt{x+2}+2)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{1}{(ax-1)(\sqrt{x+2}+2)}=\frac{1}{4(2a-1)}$$

بنابراین

$$\frac{1}{4(2a-1)}=\frac{3}{4}\Rightarrow 2a-1=\frac{1}{3}\Rightarrow a=\frac{2}{3}$$

در نتیجه $b=-\frac{7}{3}$ و $a+b=\frac{-5}{3}$.

**۹- گزینهٔ ۴** **راه‌حل اول** ابتدا توجه کنید که

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}-2}{x^2-25}$$

$$=\lim_{x\to5}\left(\frac{\sqrt{x+4}-3}{x^2-25}-\frac{\sqrt{x-4}-1}{x^2-25}\right)$$

$$=\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x+4}-3}{x^2-25}-\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x-4}-1}{x^2-25}$$

اکنون از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to5}\left(\frac{\sqrt{x+4}-3}{x^2-25}\times\frac{\sqrt{x+4}+3}{\sqrt{x+4}+3}\right)-\lim_{x\to5}\left(\frac{\sqrt{x-4}-1}{x^2-25}\times\frac{\sqrt{x-4}+1}{\sqrt{x-4}+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to5}\left(\frac{x+4-9}{(x-5)(x+5)}\times\frac{1}{\sqrt{x+4}+3}\right)$$

$$-\lim_{x\to5}\left(\frac{x-4-1}{(x-5)(x+5)}\times\frac{1}{\sqrt{x-4}+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to5}\frac{1}{(\sqrt{x+4}+3)(x+5)}-\lim_{x\to5}\frac{1}{(\sqrt{x-4}+1)(x+5)}$$

$$=\frac{1}{60}-\frac{1}{20}=-\frac{1}{30}$$

**راه‌حل دوم** از قاعدهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}-2}{x^2-25}=\lim_{x\to5}\frac{\frac{1}{2\sqrt{x+4}}-\frac{1}{2\sqrt{x-4}}}{2x}$$

$$=\frac{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}}{10}=-\frac{1}{30}$$

**۱۰- گزینهٔ ۴** چون حد صورت وقتی $x\to 5$ صفر است و حد مورد نظر صفر نیست، پس حد مخرج هم باید صفر باشد، تا حد به صورت $\frac{0}{0}$ در بیاید. بنابراین

$$\lim_{x\to 5}(\sqrt{2x+a}-a+2)=0 \Rightarrow \sqrt{2\times 5+a}-a+2=0$$

$$a^2-4a+4=10+a$$

$$a^2-5a-6=0$$

$$a=6,\ a=-1\ (\text{غ.ق.ق})$$

اگر $a=6$، حد مورد نظر می‌شود

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-5x}{\sqrt{2x+6}-4}=\lim_{x\to 5}\frac{x(x-5)(\sqrt{2x+6}+4)}{(\sqrt{2x+6}-4)(\sqrt{2x+6}+4)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{x(x-5)(\sqrt{2x+6}+4)}{2x+6-16}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{x(x-5)(\sqrt{2x+6}+4)}{2(x-5)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{x(\sqrt{2x+6}+4)}{2}=20$$

بنابراین

$$\frac{1}{b}=20\Rightarrow b=\frac{1}{20}$$

**۱۱- گزینهٔ ۱** توجه کنید که

$$f(12)=[6]-[4]=2$$

$$\lim_{x\to 12^-}f(x)=5-3=2$$

$$\lim_{x\to 12^+}f(x)=6-4=2$$

بنابراین تابع f در $x=12$ پیوسته است.

**۱۲- گزینهٔ ۴** ابتدا توجه کنید که

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}(ax^2+1)=4a+1$$

$$\lim_{x\to 2^+}f(x)=\lim_{x\to 2^+}(4ax+21)=8a+21$$

برای این که تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید حدهای چپ و راست تابع در نقطهٔ ۲ با مقدار تابع در نقطهٔ ۲ برابر باشند، بنابراین

$$4a+1=8a+21,\quad 4a+1=b-1$$

از معادلهٔ اول به دست می‌آید $a=-5$ و در نتیجه از تساوی دوم به دست می‌آید $b=-18$.

**۱۳- گزینهٔ ۴** اگر $x\to 0^-$، آن‌گاه $|x|=-x$ و $[-x]=0$، در نتیجه

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{3x-|x|}{4x^2+[-x]}=\lim_{x\to 0^-}\frac{3x-(-x)}{4x^2+0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=-\infty$$

**۱۴- گزینهٔ ۴** توجه کنید که

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(4x^2-1)^3}{(6x^3-1)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{64x^6}{36x^6}=\frac{64}{36}=\frac{16}{9}$$

**۱۵- گزینهٔ ۴** توجه کنید که بزرگ‌ترین جمله در صورت کسر مورد نظر برابر است با $10x^2$، در نتیجه حد مورد نظر برابر است با

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{10x^2}{5x^2}=2$$

**۱۶- گزینهٔ ۲** ابتدا توجه کنید که اگر $x\to+\infty$، آن‌گاه $-\frac{1}{x}\to 0^-$ و در نتیجه $[-\frac{1}{x}]=-1$. بنابراین

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2-1}{4x^2+x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2}{4x^2}=-\frac{1}{4}$$

**۱۷- گزینهٔ ۳** توجه کنید که

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{n-6}-3}{x^{9-n}+4}=\lim_{x\to+\infty}x^{n-6-(9-n)}=\lim_{x\to+\infty}x^{2n-15}$$

چون این حد صفر است، پس $2n-15<0$، یعنی $n\le 7$. بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن n برابر ۷ است.

**۱۸- گزینهٔ ۱** توجه کنید که $m\neq 6$، در غیر این صورت حد مورد نظر برابر صفر می‌شود. اکنون توجه کنید که

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{6x^2-5x+1-mx^2}{(3x-2)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(6-m)x^2-5x+1}{9x^2-12x+4}$$

$$=\frac{6-m}{9}$$

بنابراین $\frac{6-m}{9}=\frac{1}{2}$، پس $m=\frac{3}{2}$.

**۱۹- گزینهٔ ۳** ابتدا توجه کنید که

$$\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{4x^3+ax^2+bx}=\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{x(4x^2+ax+b)}=-\infty$$

چون $\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{x}=\frac{1}{-2}$، پس باید $\lim_{x\to-2}\frac{1}{4x^2+ax+b}=+\infty$ و در نتیجه $x=-2$ باید ریشهٔ مضاعف مخرج باشد. بنابراین

$-\frac{1}{2}$

$$4x^2+ax+b=4(x+2)^2$$

عدد ← درجه‌ها

$$4x^2+ax+b=4x^2+16x+16$$

پس $a=16$، $b=16$ و $a+b=32$

درجه مخرج > درجه صورت ← حاصل $\infty$

**۲۰- گزینهٔ ۴** چون حاصل حد $-\infty$ شده است، پس باید درجهٔ صورت کسر بیشتر از درجهٔ مخرج آن شود. بنابراین

$$a-3=0\Rightarrow a=3$$

$$b^2-3a=0\Rightarrow b^2=9\Rightarrow b=\pm 3$$

از طرف دیگر حد مورد نظر به صورت زیر است:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(b-2)x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}((b-2)x)=-\infty$$

پس $b-2$ باید منفی باشد و در نتیجه $b=-3$ و $ab=-9$.

$b-2<0$

$b<2$

$b^2=9$

$(b-2)x$

on the radio :)