حل:روش اول

$$4n! = 1.2 \dots (3n)(3n+1)(3n+2) \dots (4n) \geq \underbrace{(3n) \dots (3n)}_{n\text{ بار}} = 3^n n^n$$

$$((4n)!)^n \geq 3^{n^2} n^{n^2}$$

$$0 \leq \lim_{n\to\infty} \frac{n^{(n^2)}}{((4n)!)^n} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{n^{(n^2)}}{3^{n^2} n^{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3^{n^2}} = 0$$

بنابراین طبق قضیه فشردگی حد مورد نظر صفر می‌شود.

روش دوم (استفاده از فرمول استرلینگ)

$$n! \approx \sqrt{2n\pi} e^{-n} n^n \to 4n! \approx \sqrt{8n\pi} e^{-4n} (4n)^{4n}$$

$$0 \leq \lim_{n\to\infty} \frac{n^{(n^2)}}{((4n)!)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{(n^2)}}{(\sqrt{8n\pi})^n e^{-4n^2} (4n)^{4n^2}} \leq \lim_{n\to\infty} (\frac{e}{4})^{4n^2} \frac{1}{n^{3n^2}} = 0$$

روش سوم (تستی): یه روشی که تو این جور سوال ها که رشد دنباله هایی که داریم خیلی خیلی سریع هست اینه که با ایتخاب یه مقدار کم برای $n$ محاسبات رو انجام بدیم و ببینیم جواب به کدوم گزینه نزدیک هست و همون رو انتخاب کنیم این روش تو ۹۰ درصد مواقع جواب درست میده. مثلا اگه تو این مسئله $n$ رو ۵ بزاریم داریم

$$\frac{5^{5^2}}{(20!)^5} = \frac{(5^5)^5}{(20!)^5} = (\frac{5^5}{20!})^5 = (\frac{5.5.5.5.5}{20.19.18 \dots .2.1})^5$$

واضح است که این عدد به صفر از همه گزینه ها نزدیک تر است پس به احتمال ۹۰ درصد گزینه ۱ جواب است. (تو حدهایی که رشد سریع داریم این روش اغلب عالی جواب میده)