

تمرین دوم بخش PDE

۱- نشان دهید که $v = F(y - 3x)$ یک حل کلی برای معادله PDE زیر است

$$\frac{\partial v}{\partial x} + 3 \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

سپس به ازای شرط $v(0, y) = 4 \sin y$ پاسخ خاص این معادله را بدست آورید.

۲- نوع هر کدام از معادلات شبه خطی زیر را (هذلولی، سهمی، بیضی) را مشخص کنید

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 5 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} + 4u = 2x - 3y,$$

۳- نشان دهید که $y(x, t) = F(2x + 5t) + G(2x - 5t)$ یک حل کلی برای معادله PDE زیر است

$$4 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 25 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

سپس به ازای شروط زیر پاسخ خاص این معادله را بدست آورید.

$$\begin{cases} y(0, t) = 0 \\ y(\pi, t) = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} y(x, 0) = \sin 2x \\ y_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

۴- پاسخ کلی معادله زیر را به روش مشخصه ها بدست آورید. (راهنمایی: ابتدا پاسخ معادله همگن را بدست آورید)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 10e^{2x+y},$$