کتابچه نمونه سوالات چیست؛

سایت ما **افتخار** دارد برای اولین بار در ایران توانسته است کتابچه نمونه سوالا ت تمام دروس پیام نور که هر یک حاوی تمامی آزمون های برگزار شده پیام نور (تمامی نیمسالهای موجود حتی الامکان با جواب) را در یک فایل به نام کتابچه جمع آوری کند و هر ترم نیز آن را آپدیت نماید.

مراحل ساخت یک کتابچه نمونه سوال

(برای آشنایی با زحمت بسیار زیاد تولید آن در هر ترم) :

دسته بندی فایلها – سرچ بر اساس کد درس – چسباندن سوال و جواب – پیدا کردن یک درس در نیمسالهای مختلف و چسباندن به کتابچه همان درس – چسباندن نیمسالهای مختلف یک درس به یکدیگر – وارد کردن اطلاعات تک تک نیمسالها در سایت – آپلود کتابچه و خیلی موارد دیگر..

همچنین با توجه به تغییرات کدهای درسی دانشگاه استثنائات زیادی در ساخت کتابچه بوجود می آید که کار ساخت کتابچه را بسیار پیچیده می کند .

فهرست مطالب

فصل ۱

دما

۱-۱ سیستمهای A و B و C گازهائی به مختصات V,P؛ V',P'؛ V'',P''؛ می باشند. وقتی که A و C در تعادل گرمائی هستند، رابطه

$$PV - nbP - P''V'' = 0$$

برقرار است. وقتی B و C در تعادل گرمائی هستند، رابطه

$$P'V' - P''V'' + \frac{nB'P''V''}{V'} = 0$$

برقرار است. نمادهای n، b و 'B مقادیری ثابت هستند.

(الف) سه تابعی که در تعادل گرمائی با یکدیگر مساوی و هریک برابر با t است، کدامند؟ (t دمای تجربی است)

(ب) رابطه ای که تعادل گرمائی بین A و B را بیان می کند چیست؟

۱-۲ سیستمهای A و B ، نمکهای پارامغناطیسی ای هستند که مختصات آنها به ترتیب H ، M و M',H' می باشند، سیستم C گازی با مختصات P، V است. وقتی که A و C در تعادل گرمائی قرار دارند، معادله

$$4\pi nRC_cH - MPV = 0$$

برقرار است. وقتی که B و C در تعادل گرمائی هستند، خواهیم داشت

$$nR\Theta M' + 4\pi nRC_{c'}H' - M'PV = 0$$

که در آن n، R، C_c و C'_c و Θ مقادیری ثابت هستند.

(الف) سه تابعی را که در تعادل گرمائی با یکدیگر مساوی هستند به دست آورید.

(ب) هرکدام از این سه تابع را با دمای گاز کامل θ مساوی قرار دهید و ببینید که آیا هیچکدام از این معادلات همان معادلات حالتی هستند که در فصل 2 درباره آنها بحث خواهیم کرد؟

۱–۳ در جدول زیر، اعداد ردیف اول نمایشگر فشار گاز در حباب یک دماسنج گازی با حجم ثابت وقتی که حباب در داخل یک اتاقک حاوی آب واقع در نقطه سه گانه فرو برده شود، می باشند (تصحیحات مربوط به فضای مرده، انبساط گرمائی حباب و غیره به عمل آمده است). ردیف پائین، فشارهای متناظر را وقتی که حباب توسط جسمی با دمای ثابت مجهول احاطه می شود، نشان می دهد. دمای گاز کامل این جسم، θ، را بدست آورید (تا پنج رقم معنادار).

P_{TP}, mmHg	۱۰۰۰.۰	۷۵۰.۰۰	۵۰۰.۰۰	۲۵۰.۰۰
P, mmHg	۱۵۳۵.۱۳	۱۱۵۱.۶	۷۶۷.۸۲	۳۸۳.۹۵

۱–۴ مقاومت R' یک مقاومت کربنی خاص از معادله

$$\sqrt{\frac{\log R'}{\theta}} = a + b\log R'$$

پیروی می کند، که در آن a = −۱/۱۶ و b = ۰/۶۷۵.

(الف) در یک زمپا از نوع هلیم مایع، مقاومت دقیقاً برابر با ۱۰۰۰Ω است. دما چقدر است؟

(ب) منحنی تغییرات R' را برحسب θ در گستره ۱۰۰۰ تا ۳۰۰۰۰Ω بر روی یک کاغذ log-log رسم کنید.

۱–۵ مقاومت یک بلور ژرمانیوم که ناخالصی به آن وارد شده است از معادله زیر پیروی می کند

$$\log R' = 4/697 - 3/917\log\theta$$

(الف) اگر در زمپای هلیوم مایع، مقاومت اندازه گیری شده برابر ۲۱۸ Ω باشد، دما چقدر است؟

(ب) منحنی تغییرات R' را برحسب θ در گستره ۲۰۰ تا ۳۰۰۰۰Ω رسم کنید.

فصل ۲

سیستمهای ترمودینامیکی ساده

۲–۱ معادله حالت یک گاز کامل عبارت است از $P_v = R\theta$. نشان دهید که (الف) $\beta = 1/\theta$ و (ب) $k = 1/P$

۲–۲ معادله حالت تقریبی یک گاز حقیقی در فشارهای متوسط، که به منظور احتساب اندازه با پایان خود مولکولها نوشته می شود، عبارت از $P(v-b) = R\theta$ است، که در آن R و b مقادیر ثابتی هستند. نشان دهید

(الف)
$$\beta = \frac{1/\theta}{1 + bP/R\theta}$$

(ب)
$$k = \frac{1/P}{1 + bP/R\theta}$$

۲-۳ معادله حالت تقریبی یک گاز حقیقی در فشارهای متوسط بصورت $Pv = R\theta(1+B/v)$ داده شده است، که در آن R یک مقدار ثابت و B فقط تابعی از θ است. نشان دهید

(الف) $$\beta = \frac{1}{\theta}\cdot\frac{v+B+\theta(dB/d\theta)}{v+2B}$$

(ب) $$k = \frac{1}{P}\cdot\frac{1}{1+BR\theta/Pv^2}$$

۲-۴ فلزی که ضریب انبساط حجمی آن مساوی $۵\times۱۰^{-۵}\ K^{-۱}$ و ضریب تراکم همدمای آن $۱/۲\times۱۰^{-11}$ Pa است، در فشار ۱×۱۰^{۵} Pa و دمای ۲۰°C قرار دارد. یک لایه ضخیم از انوار[1]، با ضریب انبساط و تراکم ناچیز، کاملاً فلز را می پوشاند.

(الف) اگر دما به ۳۲°C برسد فشار نهائی چقدر می شود؟

(ب) اگر بیشینهٔ فشاری که پوشش خارجی می تواند تحمل کند $۱/۲\times۱۰^{۸}$ Pa باشد، بیشترین دمائی که سیستم می تواند داشته باشد، چقدر است؟

۲-۵ قطعه ای از فلز مسئله ۲-۴ با فشار ۱×۱۰^{۵} Pa ، حجم۵ لیتر، و دمای ۲۰°C دستخوش تغییر می شود و دمای آن ۱۲ درجه و حجم آن ۰/۵ سانتیمتر مکعب افزایش می یابد. فشار نهائی را محاسبه کنید.

۲-۶ (الف) ضریب انبساط حجمی و ضریب تراکم همدما را برحسب چگالی ρ ومشتقات جزئی آن، بیان کنید.

(ب) معادله زیر را به دست آورید

$$\frac{dV}{V} = \beta d\theta - kdP$$

۲-۷ ضریب انبساط گرمائی و ضریب تراکم اکسیژن مایع در جدول زیر آمده است. نمـوداری رسم کنید که نحوه بستگی $(\partial P/\partial\theta)_v$ به دما را نشان دهد.

---

[1]- Invar (نوعی فولاد با پوشش از نیکل)

θ , K	60	65	70	75	80	85	90
β ، $10^{-3}K^{-1}$	3.48	3.60	3.75	3.90	4.07	4.33	4.60
k ، 10^{-9} Pa^{-1}	0.95	1.06	1.20	1.35	1.54	1.78	2.06

۲–۸ ضریب انبساط گرمائی و ضریب تراکم آب در جدول زیر آمده است. نمـوداری رسـم کنیـد کـه نحوه بستگی $(\partial P/\partial \theta)_V$ به دما را نشان دهد. اگر حجم آب ثابت نگهداشته شود و دمـا مرتبـاً افـزایش داده شود، آیا فشار به طور نامحدود افزایش می یابد؟

t ، °C	0	50	100	150	200	250	300
β ، $10^{-3}K^{-1}$	0.07 –	0.46	0.75	1.02	1.35	1.80	2.90
k ، 10^{-9} Pa^{-1}	0.51	0.44	0.49	0.62	0.85	1.50	3.05

۲–۹ در نقطه بحرانی داریم $(\partial P/\partial V)_T = ۰$. نشان دهید که در نقطه بحرانی، ضریب انبساط حجمی و ضریب تراکم همدما هر دو بینهایت هستند.

۲–۱۰ اگر یک سیم درعبور از یک حالت تعادل اولیه به یک حالت تعادل نهائی، دستخوش یک تغییـر بینهایت کوچک شود، نشان دهید که تغییر کشش آن برابر با

$$df = -\alpha AY d\theta + \frac{AY}{L} dL$$

۲–۱۱ یک سیم فلزی به سطح مقطع $۰/۰۰۸۵cm^2$ که تحت کشش ۲۰N است و دمـای آن ۲۰°C اسـت، بین دو تکیه گاه صلب به فاصله ۱/۲ متر از یکدیگر کشیده شده است. اگر دما تا ۸°C کاهش داده شود،

کشش نهائی چقدر است؟ (فرض کنید که مقادیر α و Y به ترتیب برابر باشند با $1/5\times10^{-5}\ K^{-1}$ و $2.0\times10^{11}\ N/m^2$ و ثابت باقی بمانند)

۲–۱۲ بسامد اساسی ارتعاش یک سیم به طول L، جرم m، و کشش f با رابطه

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{fL}{m}}$$

تعیین می شود. سیم مورد بحث در مسئله ۲–۱۱، با چه بسامدی در دمای ۲۰°C ارتعاش خواهد کرد؟ در دمای ۸°C با چه بسامدی ارتعاش خواهد کرد؟
(چگالی سیم $9.0\times10^{3}\ kg/m^3$ است)

۲–۱۳ اگر علاوه بر شرایط مذکور در مسئله ۲–۱۱، تکیه گاهها را به اندازه ۰.۰۱۲ cm به یکدیگر نزدیک کنیم، کشش نهائی چقدر خواهد بود؟

۲–۱۴ معادله حالت یک جسم کشسان ایده آل به صورت

$$f = K\theta\left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2}\right)$$

است، که در آن K یک ثابت است و L_0 (مقدار L در کشش صفر) فقط تابعی است از دما.

(الف) نشان دهید که مدول همدمای یانگ از رابطه زیر به دست می آید.

$$Y = \frac{K\theta}{A}\left(\frac{L}{L_0} + \frac{2L_0^2}{L^2}\right)$$

(ب) نشان دهید که مدول همدمای یانگ در کشش صفر از رابطه زیر به دست می آید.

$$Y_0 = \frac{3K\theta}{A}$$

(ج) نشان دهید که ضریب انبساط طولی توسط رابطه

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{f}{AY\theta} = \alpha_0 - \frac{1}{\theta}\cdot\frac{L^3/L_0^3 - 1}{L^3/L_0^3 + 2}$$

معین می شود، که در آن α_0 ضریب انبساط طولی در کشش صفر، یا

$$\alpha_0 = \frac{1}{L_0}\frac{dL_0}{d\theta}$$

است.

(د) مقادیر زیر را برای نمونه معینی از لاستیک در نظر بگیرید: $\theta = ۳۰۰\ K$،
$K = ۱.۳۳ \times ۱۰^{-۲}\ N/K$ ، $A = ۱ \times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}$ ، $\alpha_0 = ۵ \times ۱۰^{-۴}\ K^{-۱}$. مقادیر f ، Y و α را به ازای L/L_0 مساوی با ۰/۵، ۱، ۱/۵ و ۲ حساب کنید. نحوه بستگی f ، Y و α با L/L_0 را به کمک نمودار نشان دهید.

۲–۱۵ معادله حالت یک ماده پارامغناطیسی ایده آل که برای تمام مقادیر H/θ معتبر است عبارت است از معادله بریلوئن

$$M = Ng\mu_B\left[(J+\frac{1}{2})\coth(J+\frac{1}{2})\frac{g\mu_B H}{k\theta} - \frac{1}{2}\coth\frac{1}{2}\frac{g\mu_B H}{k\theta}\right]$$

که در آن N ، g ، μ_B ، J و k ثابتهای اتمی هستند.

(الف) رفتار کتانژانت هیپربولیک x را وقتی x به سمت صفر میل می کند تعیین کنید.

(ب) نشان دهید وقتی که H/θ به سمت صفر میل می کند، معادله بریلوئن به معادله کوری تبدیل می شود.

(ج) نشان دهید که ثابت کوری با رابطه زیر تعیین می شود.

$$C'_c = \frac{Ng^2 J(J+1)\mu_B{}^2\mu_0}{3k}$$

فصل ۳

کار

۳-۱ یک محفظه به حجم V_B و با دیواره های نازک فلزی حاوی گازی با فشار زیاد است. به این محفظه یک لوله موبین و یک شیر متصل است. اگر شیر کمی باز شود، گاز به آهستگی وارد سیلندر می شود که مجهز به یک پیستون بدون نشت و بدون اصطکاک است و فشار داخل آن ثابت و برابر با فشار جو P_0 باقی می ماند.

(الف) نشان دهید که پس از نشت بیشترین مقدار ممکن گاز به خارج، مقدار کار انجام شده برابر است با

$$W = -P_0(V_0 - V_B)$$

که در آن V_0 حجم گاز در فشار و دمای جو است.

(ب) اگر گاز مستقیماً به داخل جو نشت کند، کار انجام شده چقدر است؟

$$W = 0$$

۳-۲ کار انجام شده توسط یک مول گاز را در یک انبساط ایستاوار همدما، که طی آن حجم گاز از مقدار اولیه v_i به مقدار نهائی v_f می رسد، حساب کنید. معادله حالت عبارت است از

(الف) $P(v-b)=R\theta \quad (R,b=const.)$

(ب) $P_v=R\theta(1-\frac{B}{v})\ [R=const; B=f(\theta)$

۳-۳ در طی یک انبساط بی دررروی ایستاوار یک گاز کامل، معادله فشار در هر لحظه عبارت است از

$$PV^{\gamma}=K$$

که در آن γ و K مقادیر ثابتی هستند. نشان دهید که کار انجام شده در انبساط از حالت (P_i,V_i) به حالت (P_f,V_f)، عبارت است از

$$W=-\frac{P_iV_i-P_fV_f}{\gamma-1}$$

اگر فشار و حجم اولیه به ترتیب ۲×۱۰^{۶} Pa و $۱۰^{-۳}\,m^{۳}$، و مقادیر نهائی آنها به ترتیب ۲×۱۰^{۵} Pa و $۳/۱۶\times۱۰^{-۳}\,m^{۳}$ باشند، چند ژول کار توسط گازی که برای آن $\gamma = ۱/۴$ است، انجام می گیرد؟

۳-۴ یک استوانه قائم که انتهای پائین آن بسته است، بر روی یک ترازوی فنری قرار گرفته است. استوانه حاوی گازی است که حجم آن را می توان به کمک یک پیستون بدون اصطکاک و بدون نشت تغییر داد. پیستون به پائین رانده می شود.

(الف) کار انجام شده توسط یک عامل خارجی در متراکم کردن گاز به اندازه dV وقتی که ترازوی فنری به اندازه dy پائین می رود چقدر است؟

(ب) اگر این سیستم فقط برای ایجاد اثراتی در گاز به کار رود- به عبارت دیگر، اگر گاز همان سیستم موردنظر باشد- عبارت مناسب برای کار چیست؟

۳-۵ یک استوانه قائم ساکن که سر آن بسته است حاوی گاز است که حجم آن را می توان به کمک این پیستون سنگین بدون اصطکاک و غیرقابل نشت به وزن w تغییر داد.

(الف) کار انجام شده توسط یک عامل خارجی در متراکم کردن گاز به اندازه dV که با بالا بردن پیستون به اندازه dy انجام می گیرد، چقدر است؟

(ب) اگر این وسیله فقط برای ایجاد تغییرات دمای گاز مورد استفاده قرار گیرد، عبارت مناسب برای کار چیست؟

(ج) این وضعیت را با وضعیت مسئله ۳-۴ و همچنین با وضعیت مربوط به افزایش القای مغناطیسی یک حلقه از ماده مغناطیسی، مقایسه کنید.

۳-۶ فشار وارد بر ۰/۱ کیلوگرم فلز، بطور ایستاوار و همدما از صفر به 10^8 Pa افزایش داده می شود. بافرض اینکه چگالی وضریب تراکم همدمابترتیب $10^4\ kg/m^3$ و $6/75\times10^{-12}\ Pa^{-1}$ باشند و این مقادیر ثابت بمانند، کار انجام شده را برحسب ژول حساب کنید.

۳-۷ (الف) کشش یک سیم به طور ایستاوار و همدما از f_i بـه f_f افزایش داده می شود. اگر طول، مساحت سطح مقطع، و مدول یانگ سیم عملاً ثابت بمانند، نشان دهید که کار انجام شده برابر است با

$$W = \frac{L}{2AY}(F_f^{\,2} - F_i^{\,2})$$

(ب) کشش یک سیم مسی به طول ۱متر و مساحت سطح مقطع $1\times10^{-7}\ m^2$ به طور ایستاوار و همدما در $0°C$ از ۱۰ به ۱۰۰ N افزایش داده می شود. چند ژول کار انجام شده است؟ (مدول همدمای یانگ در $0°C$ برابر است با $2/5\times10^{11}\ N/m^2$)

۳-۸ معادله حالت یک ماده کشسان ایده آل عبارت است با

$$F = K\theta\left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^{\,2}}{L^2}\right)$$

که در آن K ثابت است و L_0 (مقدار L در کشش صفر) فقط تابعی از دماست. کار لازم برای متراکم کردن ایستاوار و همدمای ماده از $L=L_0$ به $L=L_0/2$ را حساب کنید.

۳-۹ نشان دهید که کار لازم برای ایجاد یک حباب کروی صابون به شعاع R در یک فرایند ایستاوار در فشار جو برابر است با $8\pi R^2$.

۳-۱۰ یک دی الکتریک دارای معادله حالت $\Pi/V = \chi E$ است، که در آن x فقط تابعی از θ است. نشان دهید که کار انجام شده در یک تغییر همدمای ایستاوار حالت عبارت است از

$$W=\frac{1}{2V\chi}(\Pi_f^2-\Pi_i^2)=\frac{V\chi}{2}(E_f^2-E_i^2)$$

۳-۱۱ ثابت کنید که کار انجام شده در طی یک تغییر ایستاوار و همدمای حالت یک ماده پارامغناطیسی که از معادله کوری پیروی می کند، توسط رابطه

$$W=\frac{\mu_0\theta}{8\pi C_c'}({M_f}^2-{M_i}^2)$$
$$=\frac{2\pi\mu_0 C_c'}{\theta}({H_f}^2-{H_i}^2)$$

تعیین می شود.

۳-۱۲ یک ماده پارامغناطیسی به حجم $۲\times۱۰^{-۴}m^۳$ در دمای ثابت نگهداشته می شود. یک میدان مغناطیسی به طور ایستاوار و همدما از صفر به $۱۰^۶A/m$ افزایش داده می شود. با فرض اینکه معادله کوری در این مورد صادق باشد و ثابت کوری در واحد حجم مساوی ۰/۱۵ deg باشد به سؤالات زیر پاسخ دهید:

(الف) اگر هیچ ماده ای حضور نداشته باشد، کاری که باید انجام شود چقدر است؟

(ب) کار انجام شده برای تغییر آهنربایش ماده هنگامی که دما ۳۰۰K و همچنین هنگامی که دما ۱K است، چقدر است؟

(ج) کار انجام شده در این دو دما توسط عاملی که میدان مغناطیسی را ایجاد می کند چقدر است؟

سعیدرژ ۳-۱۳ اتاقکی با دیواره های صلب دارای دو قسمت است، یک قسمت حاوی گاز است و قسمت دیگر از هوا تخلیه شده است. جدار بین دو قسمت ناگهان تخریب می شود. آیا کار انجام شده در طی هر قسمت بینهایت کوچک این فرآیند (که انبساط آزاد خوانده می شود) برابر با PdV است؟ توضیح دهید.

۳-۱۴ باتری برگشت پذیری از یک الکترولیت، یک الکترود جامد و یک الکترود شامل گاز هیدروژن تشکیل شده است.

(الف) چه مختصاتی برای توصیف حالتهای تعادل این سیستم لازم اند؟

(ب) چند معادله حالت وجود دارد؟ چه مثالهای نمونه ای برای این معادلات وجود دارند؟

(ج) عبارت مربوط به dW چیست؟

(د) مختصات مستقل مناسب را انتخاب کنید.

۳-۱۵ سیستمی نظیر آنچه که در شکل۳-۴ نشان داده شده است در ظرفی که در آن فشار هوا را می توان به دلخواه تغییر داد، قرار گرفته است. دو فیلم سطحی و مایع بین آنها را به عنوان سیستم در نظر بگیرید.

(الف) مختصات مورد نیاز کدامند؟

(ب) چند معادله حالت وجود دارد؟

(ج) عبارت مربوط به dW چیست؟

(د) مختصات مستقل مناسب را انتخاب کنید.

۳-۱۶ سیستمی را طراحی کنید که شامل یک گاز کامل غیر مغناطیسی، یک جامد پارامغناطیسی، و یک باتری برگشت پذیر باشد و همه آنها توسط دیواره های گرمابر از یکدیگر جدا شده باشند. یک نمودار رسم کنید.

(الف) مختصات سیستم کدامند؟

(ب) چند معادله حالت وجود دارد؟

(ج) عبارت مربوط به dW چیست؟

(د) مختصات مستقل مناسب را انتخاب کنید.

فصل ۴

گرما و قانون اول ترمودینامیک

۴-۱ گاز موجود در داخل استوانه ای را که با لایه ضخیمی از نمد احاطه شده است، بسرعت متراکم می کنیم و دما چندصد درجه بالا می رود. آیا انتقال گرمائی وجود داشته است؟ آیا «گرمای گاز» افزایش یافته است؟

۴-۲ یک آزمایش احتراقی با سوزاندن مخلوطی از سوخت و اکسیژن دریک محفظه توخالی با حجم ثابت که با آب احاطه شده است، انجام می گیرد. در خلال آزمایش مشاهده می شود که دمای آب بالا می رود. اگر مخلوط سوخت و اکسیژن را به عنوان سیستم در نظر بگیریم:

(الف) آیا گرما منتقل شده است؟

(ب) آیا کار انجام شده است؟

(ج) علامت ΔU چیست؟

۴-۳ مایعی در یک ظرف کاملاً عایق بندی شده، به طور نامنظم به هم زده می شود و بـه ایـن ترتیـب دمای آن افزایش می یابد. اگر مایع را به عنوان سیستم تلقی کنیم:

(الف) آیا گرما منتقل شده است؟

(ب) آیا گرما انجام شده است؟

(ج) علامت ΔU چیست؟

۴-۴ مقدار آب یک دریاچه ممکن است از طریق چشمه های زیرزمینی، جریان ورودی از رودخانه ها و باران افزایش یابد، یا ممکن است از راه جریانهای خروجی مختلف و تبخیر، کاهش پیدا کند.

(الف) آیا صحیح است که بپرسیم: چقدر باران در داخل دریاچه وجود دارد؟

(ب) آیا بهتر است یا حتی معقول است که بپرسیم: چه مقدار از آب داخل دریاچه در اثر باران است؟

(ج) چه مفهومی مترادف با «باران در دریاچه» است؟

۴-۵ ظرفی با دیواره های صلب و پوشیده از پنبه نسوز توسط یک تیغه به دو بخش تقسیم مـی شـود. یکی از قسمتها حاوی گاز است، و قسمت دیگر از هوا تخلیه شده است. اگر تیغه ناگهان شکسته شـود، نشان دهید که انرژی داخلی اولیه و نهائی گاز با هم برابرند.

۴-۶ گازی در داخل مجموعه ای متشکل از یک سیلندر و یک پیستون محبوس است. در داخـل گـاز، پیوند گاهی از دو فلز غیرمشابه (یک پیوندگاه گرمائی) موجود است که سـیمهای اتـصال آن از دیـواره های سیلندر عبور می کنند و به یک کلید دوطرفه و یک مولد الکتریکـی کـه توسـط یـک وزنـه پـائین رونده به چرخش درمی آید، منتهی می شوند. با پائین رفتن وزنه، می توان جریان تولید شده را در یکی از دو جهت ممکن، در داخل پیوندگاه گرمائی هدایت کرد. به واسطه اثرپلتیه، دمـای پیونـدگاه گرمـائی وقتی جریان در یک جهت است، افزایش می یابد و وقتی جریان در جهت مخالف اسـت، کـاهش پیـدا می کند. تمام سیستم به طور بی در رو پوشیده شده است به طوری که همه برهم کنش هـای کـار، بـی دررو می باشند. فرض می کنیم که θ و U به تمامی سیستم، که متشکل از گاز و پیوندگاه گرمائی اسـت، مربوط اند.

(الف) نموداری طرح‌وار از سیستم رسم کنید.

(ب) اگر پیستون از استوانه خارج شود و جریان در پیوندگاه گرمائی نباشد چه می شود؟ علامت ΔU چیست؟

(ج) با ثابت نگه داشتن پیستون، چگونه می توان دما را افزایش داد؟ علامت ΔU چیست؟

(د) اگر پیستون ساکن نگه داشته شود، آیا ممکن است دما را کاهش داد؟ اگر چنین است، علامت ΔU چیست؟

(هـ) چگونه می توان یک فرایند بی دررو و همدما ایجاد کرد؟

۴-۷ وقتی که یک جریان الکتریکی در یک باتری الکترولیتی آب اسیدی برقرار می شود و یک مول آب الکترولیز شده و به هیدروژن و اکسیژن تبدیل می گردد، ۲ فاراده الکتریسیته از محل نیروی الکتروموتوریε منتقل می شود ($96500\ C$ = فاراده ۱). تغییر انرژی سیستم برابر با $+286500\ J$ است و $50000\ J$ گرما در آشامیده می شود. ε چقدر است؟

۴-۸ یک لوله استوانه ای با دیواره های صلب و پوشیده شده از پنبه نسوز، توسط یک تیغه صلب عایق که سوراخ کوچکی در آن تعبیه شده است به دو بخش تقسیم می شود. یک پیستون عایق بدون اصطکاک جلوی تیغه سوراخ دار قرار گرفته است، و به این ترتیب از نشت گاز واقع در طرف دیگر، از طریق سوراخ، جلوگیری می کند. گاز توسط یک پیستون عایق بدون اصطکاک دیگر ، در فشار P_i نگه داشته می شود . فرض کنید که هر دو پیستون به طور همزمان به گونه ای حرکت کنند که وقتی گاز از سوراخ عبور می کند ، فشار گاز در یک طرف دیوارهٔ تقسیم کننده به مقدار ثابت P_i و در طرف دیگر به مقدار ثابت و کمتر P_f باقی بماند ، تا اینکه تمام گاز از سوراخ خارج شود . ثابت کنید که

$$U_i + P_iV_i = U_f + P_fV_f$$

۴-۹ یک اتاقک تخلیه شده از هوا با دیواره های نا رسانا ، توسط یک دریچه با هوای بیرون، که فشار آن P_0 است ، مربوط است . شیر را باز می کنیم ، و هوا به داخل اتاقک جریان پیدا می کند تا فشار داخل اتاقک برابر P_0 شود . ثابت کنید که $u_0 + P_0v_0 = u_f$ ،که در آن u_0 و v_0 انرژی مولی و حجم مولی هوا در دما و فشار اتمسفر و u_f انرژی مولی هوا در اتاقک است . (*راهنمایی* :استوانه ای را که مجهز به یک پیستون بدون اصطکاک و بدون نشت است ، به اتاقک متصل کنید . فرض کنید که استوانه دقیقاً حاوی همان مقدار هوای اتمسفری است که به هنگام باز کردن دریچه ، داخل اتاقک می شود . به

محض این که اولین جزء هوا داخل اتاقک می شود ، فشار داخل استوانه اندکی کمتر از فشار اتمسفر می شود ، و هوای خارج ، پیستون را به داخل می راند .)

۴ـ۱۰ یک محفظهٔ تو خالی به حجم V_B حاوی n مول گاز با فشار زیاد است . یک لولهٔ مویین ، که گاز میتواند از آن بآهستگی به اتمسفر با فشار P_0 نشت کند ، به محفظه متصل است . اطراف محفظه و لولهٔ مویین آب است و یک مقاومت الکتریکی به داخل آب فرو برده شده است. گاز بآرامی از داخل لولهٔ مویین به اتمسفر نشت می کند ، در حالی که انرژی الکتریکی به میزانی در مقاومت مصرف می گردد که دمای گاز ، محفظه ،لولهٔ مویین و آب مساوی با دمای هوای بیرون باقی بماند . نشان دهید که پس از خروج حداکثر ممکن گاز در مدت زمان τ تغییر در انرژی داخلی عبارت است از

$$\Delta U = \varepsilon i \tau + P_0(nv_0 - V_B)$$

که در آن v_0 حجم مولی گاز در فشار اتمسفر ، ε اختلاف پتانسیل در دو سر مقاومت ، و i جریان موجود در مقاومت است .

۴ـ۱۱ یک اتاقک فلزی با دیواره های ضخیم عایق بندی شده شامل n_i مول هلیوم با فشار زیاد P_i می باشد. این اتاقک از طریق یک دریچه مخزن بزرگ و تقریباً خالی گاز که فشار آن $= P'$ ثابت و خیلی نزدیک به فشار اتمسفر نگه داشته می شود ، متصل است . دریچه را اندکی باز می کنیم ، و هلیوم بآهستگی و به طور بی دررو داخل مخزن گاز می شود تا این که فشار در دو طرف دریچه برابر شود . ثابت کنید که

$$\frac{n_f}{n_i} = \frac{h' - u_i}{h' - u_f}$$

که در آن

تعداد مولهای هلیوم باقیمانده در اتاقک $= n_f$

انرژی مولی اولیهٔ هلیوم در اتاقک $= u_i$

انرژی مولی نهای هلیوم در اتاقک $= u_f$

(انرژی مولی هلیوم درمخزن گاز$=u'$، حجم مولی هلیوم در مخزن گاز$=v'$) $h' = u' + P'v'$

۴ـ۱۲ ظرفیت گرمایی مولی یک گاز در فشار ثابت ، طبق معادلهٔ زیر با دما تغییر می کند

$$C_P = a + b\theta - \frac{c}{\theta^2}$$

که در آن a ، b و c ثابت اند . در طی یک فرایند همفشار ، دمای n مول گاز افزایش می یابد و از θ_i به θ_f می رسد ، چه مقدار گرما منتقل شده است ؟

۴ـ۱۳ ظرفیت گرمایی یک فلز در دمای ایین طبق معادلهٔ زیر با دما تغییر می کند

$$c = \frac{a}{\Theta^3}\theta^3 + b\theta$$

که در آن a ، Θ و b ثابت اند در طی یک فرایند که در آن دما از Θ ۰/۰۱ به Θ ۰/۰۲ می رسد ، چه مقدار گرما به ازای هر مول منتقل می شود ؟

۴ـ۱۴ با فرض اینکه انرژی داخلی یک سیستم هیدروستاتیکی تابعی از θ و P باشد ، معادلات زیر را به دست آورید

(الف) $$dQ = \left[(\frac{\partial U}{\partial \theta})_P + P(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P \right] d\theta + \left[(\frac{\partial U}{\partial P})_\theta + P(\frac{\partial V}{\partial P})_\theta \right] dP$$

(ب) $$(\frac{\partial U}{\partial \theta})_P = C_P - PV\beta$$

(ج) $$(\frac{\partial U}{\partial P})_\theta = PVk - (C_P - C_V)\frac{k}{\beta}$$

۴ـ۱۵ با فرض این که U تابعی از P و V باشد ، معادلات زیر را به دست آورید

(الف) $$dQ = (\frac{\partial U}{\partial P})_V dP + \left[(\frac{\partial U}{\partial P})_P + P \right] dV$$

(ب) $$(\frac{\partial U}{\partial p})_V = \frac{C_V k}{\beta}$$

(ج) $$(\frac{\partial U}{\partial v})p = \frac{C_P}{V\beta} - P$$

۴ ـ ۱۶ معادلات مندرج در جدول زیر را به دست آورید .

سیستم	ظرفیت گرمایی در متغیر فزونور ثابت	ظرفیت گرمایی در متغیر نافزونور ثابت
سیستم کشیده شده	$C_L = (\frac{\partial U}{\partial \theta})_L$	$C_F = (\frac{\partial U}{\partial \theta})_F - FL\alpha$
جسم جامد پارا مغناطیسی که از قانون کوری پیروی می کند	$C_M = (\frac{\partial U}{\partial \theta})_M$	$C_H = (\frac{\partial U}{\partial \theta})_H + \frac{M^2}{C'_c}$

۴ـ ۱۷ یک مول از یک گاز، از معادلهٔ حالت

$$(P+\frac{a}{v^2})(v-b)=R\theta$$

پیروی می کند ، که v حجم مولی گاز است و انرژی داخلی مولی آن را رابطهٔ

$$u=c\theta-\frac{a}{v}$$

تعیین می کند . در این روابط a ، b ، c و R ثابت اند . ظرفیتهای گرمایی c_v و c_p را حساب کنید .

۴ـ ۱۸ معادلهٔ حالت یک جسم جامد تک اتمی عبارت است از:

$$Pv+f(V)=\Gamma(u-u_0)$$

که در آن v حجم مولی است و Γ و u_0 ثابت اند. ثابت کنید که

$$\Gamma=\frac{\beta_v}{c_v k}$$

که در آن k ضریب تراکم پذیری همدماست . این رابطه ، که اولین بار توسط گرونیسن به دست آمد در نظریهٔ حالت جامد حائز اهمیت است .

۴ ـ ۱۹ (الف) معادلهٔ زیر را در مورد یک گاز پارامغناطیسی به دست آورید .

$$dQ=(\frac{\partial U}{\partial \theta})_{V,M}d\theta+\left[(\frac{\partial U}{\partial V})_{M,\theta}+P\right]dV+\left[(\frac{\partial U}{\partial M})_{\theta,V}-\mu_0 H\right]dM$$

(ب) در همین مورد عباراتی برای $C_{V,M}$ ، $C_{V,H}$ ، $C_{P,M}$ و $C_{P,H}$ به دست آورید .

۴ ـ ۲۰ فرض کنید رسانش گرمای با سرعت ثابت $\dot{Q}$ از طریق دیوارهٔ یک استوانهٔ تو خالی با شعاع داخلی r_1 در دمای θ_1، و شعاع خارجی r_2 در دمای θ_2 صورت گیرد . نشان دهید که برای استوانه ای به ارتفاع L و ضریب رسانش گرمایی K ، اختلاف دما بین دو سطح دیواره عبارت است از

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{\dot{Q}}{2\pi LK} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

۴ـ۲۱ گرما به صورت شعاعی از میان یک عایق استوانه ای به شعاع خارجی r_2 که یک لولهٔ بخار آب به شعاع خارجی r_1 را در بر می گیرد ، به خارج جریان می یابد . دمای سطح داخلی عایق θ_1 و دمای سطح خارجی آن θ_2 است . در چه فاصلهٔ شعاعی از مرکز لوله ، دما دقیقاً وسط θ_1 و θ_2 قرار دارد ؟

۴ـ۲۲ فرض کنید که در یک کرهٔ تو خالی با شعاع داخلی r_1 و در دمای θ_1، و شعاع خارجی r_2 در دمای θ_2، رسانش گرمایی با آهنگ ثابت $\dot{Q}$ صورت گیرد . نشان دهید که اگر ضریب رسانش گرمایی K باشد ، اختلاف دما بین دو سطح عبارت است از :

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{\dot{Q}}{4\pi K}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

۴ـ۲۳ کاواک میانی دو پوستهٔ کروی نازک هم مرکز که شعاع آنها به ترتیب ۰/۰۵ و ۰/۱۵ متر است ، با زغال چوب پر شده است . وقتی که به یک گرم کننده واقع در مرکز ، با آهنگ ثابت ۱۰/۸ W انرژی داده می شود ، یک اختلاف دمای ۵۰°C بین کره ها ایجاد می گردد . ضریب رسانش گرمایی زغال چوب را به دست آورید .

۴ـ۲۴ دیواره ای که در دمای ثابت t_w نگهداشته می شود ، با لایه ای از یک مادهٔ عایق به ضخامت x و ضریب رسانش گرمایی K پوشیده شده است . قسمت خارجی عایق با هوای واقع در دمای t_A در تماس می باشد . گرما از طریق عایق به وسیلهٔ رسانش و از طریق هوا به وسیلهٔ همرفت طبیعی ، انتقال می یابد .

(الف) نشان دهید که در حالت پایدار داریم

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \overline{U}(t_w - t_A)$$

که در آن $\overline{U}$، ضریب انتقال گرمایی کلی ، از رابطهٔ زیر به دست می آید

$$\frac{1}{\overline{U}}=\frac{x}{K}+\frac{1}{h}$$

(ب) چگونه t ، دمای سطح خارجی عایق را به دست می آورید ؟

۴ـ۲۵ دمای هوای بالای سطح آب دریاچهٔ شیرین θ_A است و آب در نقطه انجماد خود θ_I قرار دارد ($\theta_A < \theta_I$ که) . پس از گذشت زمان τ ، یخ به ضخامت y تشکیل می شود . با فرض اینکه گرمای آزاد شده در موقع انجماد آب ، توسط رسانش از طریق یخ ، به بالا جریان پیدا کند و سپس توسط همرفت طبیعی وارد هوا شود ، ثابت کنید که

$$\frac{y}{h}+\frac{y^2}{2K}=\frac{\theta_i-\theta_A}{\rho l}\tau$$

که درآن h ضریب همرفت در واحد سطح است که در هنگام تشکیل یخ ثابت فرض میشود؛ K ضریب رسانش گرمایی یخ ، L گرمای ذوب یخ ، و ρ چگالی یخ می باشد . (راهنمایی : دمای θی سطح فوقانی یخ متغییر است . فرض کنید ضخامت یخ y باشد و ضخامت بینهایت کوچک dy در زمان $d\tau$ تشکیل شود .)

۴ـ۲۶ انتهای یک میلهٔ استوانه ای مسی تو پر به طول ۰/۱۰m در دمای ۲۰ K است . انتهای دیگر میله سیاه شده و در معرض تابش گرمایی جسمی در دمای ۳۰۰ K قرارمی‌گیرد و در هیچ جای دیگر نه انرژی تلف می شود و نه به دست می آید . وقتی که تعادل بر قرار می شود ، اختلاف دمای دو انتها چقدر است ؟ (رک شکل ۸.۴)

۴ـ۲۷ یک قوطی فلزی استوانه ای به ارتفاع ۰/۱۰ m و قطر ۰/۰۵m ، که بیرون آن سیاه شده است ، حاوی هلیوم مایع واقع در نقطهٔ جوش متعارفش ، یعنی ۴/۲ K است . در این نقطه گرمای تبخیر kJ/kg ۲۱ است . دیواره هایی که در دمای ازت مایع (۷۸ K) قرار دارند، به طور کامل قوطی هلیوم را احاطه می کنند ، و فضای بین آنها از هوا تخلیه شده است . چه مقدار هلیوم در ساعت تلف می شود ؟

۴ـ۲۸ دمای یک رشتهٔ تنگستن در یک لامپ روشن ۲۴۶۰ K و در آشامندگی آن ۰/۳۵ است . مساحت سطح رشتهٔ یک لامپ ۱۰۰ w را پیدا کنید .

۴ـ۲۹ یک سیم مسی به طول ۱/۳۰۲ m و قطر $3/26 \times 10^{-4}$ m را سیاه می کنیم و در امتداد محور یک لولهٔ شیشه ای تخلیه شده از هوا قرار می دهیم . سیم به یک باتری ، یک رئوستا ، یک آمپرسنج ، و یک ولت سنج وصل شده است و جریان آنقدر افزایش داده می شود تا سیم به نزدیک نقطهٔ ذوبش برسد . در این حال آمپرسنج ۱۲/۸ A و ولت سنج ۲۰/۲ V را نشان می دهند . با فرض اینکه تمام انرژی داده شده ، تابیده شده باشد و تابش لولهٔ شیشه ای ناچیز باشد ، دمای ذوب مس را حساب کنید

۴ـ۳۰ ثابت خورشیدی انرژیی است که در واحد زمان بر واحد مساحت یک سطح عمود بر پرتو خورشید ، که درست در خارج از اتمسفر قرار گرفته است ، می تابد . اندازه گیریهای آبت ، مقدار ۱/۳۵W/m² را برای این ثابت به دست داده اند . مساحت یک کره به شعاع ۹۳۰۰۰۰۰۰m برابر با $2/806 \times 10^{23}$ m² ، و مساحت سطح خورشید $6/07 \times 10^{18}$ m² است . با فرض این که خورشید یک جسم سیاه باشد ، دمای سطح آن را حساب کنید .

۴ـ۳۱ (الف) جسم کوچکی به دمای θ و در آشامندگی α در یک کاواک بزرگ که هوای آن تخلیه شده و دیواره های داخلی آن در دمای θ_w قرار دارند، جای گرفته است . اگر $\theta_w - \theta$ کوچک باشد ، نشان دهید سرعت گرمای منتقل شده توسط تابش عبارت است از

$$Q = 4\theta_w^3 A\alpha\sigma(\theta_w - \theta)$$

(ب) اگر جسم در فشار ثابت باقی بماند ، نشان دهید زمان لازم برای اینکه دمای جسم از θ_1 به θ_2 برسد از رابطهٔ زیر به دست می آید

$$\tau = \frac{C_p}{4\theta_w^3 A\alpha\sigma} \ln \frac{\theta_w - \theta_1}{\theta_w - \theta_2}$$

(ج) دو کرهٔ کوچک با اندازه های مساوی را که یکی از مس و دیگری از آلومینیوم است سیاه می کنیم و توسط نخهای ابریشمی در داخل یک حفرهٔ بزرگ در یک قطعه یخ در حال ذوب آویزان می کنیم . ۱۰ دقیقه طول می کشد تا دمای آلومینیوم از ۳ °C به ۱°C کاسته شود ، و ۱۴/۲ دقیقه طول می کشد تا دمای مس همین مقدار تغییر کند . نسبت گرمای ویژهٔ آلومینیوم به گرمای ویژهٔ مس چیست ؟ (چگالیهای Al و Cu بترتیب $2/7 \times 10^3$ و $8/9 \times 10^3$ kg/m³ می باشد.)

۴ـ۳۲ یک کرهٔ توپر مسی به شعاع ۰/۰۲m در یک محفظهٔ تخلیه شده از هوا که دیواره های آن در ۱۰۰°C قرار دارند جای داده شده است . در چه مدت زمانی دمای آن از ۱۰۳ به ۱۰۲ °C می رسد ؟
$(\rho = 8/93 \times 10^3 \ kg/m^3 \ ; \ c_p = 3/81 \ kJ/kg.K)$

فصل ۵

گازهای کامل

۵ـ۱ جریانی از هوا مقابل یک مانع ثابت با سرعت ثابت w عبور می کند . فرض کنید که مقداری از هوا به جرم m به طور بی در رو توسط مانع متوقف شود .

(الف) ثابت کنید که افزایش دمای این مقدار از هوا عبارت است از $\Delta T = \dfrac{w^2}{5R/m}$

که در آن m جرم مولکولی هوا ست .

(ب) ΔT را به ازای w = ۶۰۰ mi/hr حساب کنید .

(ج) معادلهٔ قسمت (الف) را در مورد یک شهاب سنگ که در جو ساکن با سرعت ۲۰ mi/sec حرکت می کند به کار برید . چه اتفاق می افتد ؟

۵ـ۲ یک مخزن استوانه ای قائم به طول بیش از ۰/۷۶ m توسط یک پیستون بدون اصطکاک بدون نشت ، که وزن آن قابل چشم پوشی است، کاملا بسته شده است . هوای داخل استوانه در فشار مطلق ۱ atm (۱ atm = ۱/۰۱۳ × ۱۰ ^۵^ Pa) قرار دارد . پیستون با ریختن تدریجی جیوه بر روی آن به داخل

رانده می شود ، به طوری که دمای هوا ثابت می ماند . طول ستون هوا وقتی که جیوه شروع به سر ریز شدن از استوانه می کند چقدر است ؟

۵ـ۳ از انتها ی باز یک لولهٔ شیشه ای J ـ شکل که انتها ی کوتاه آن بسته است جیوه به داخل آن میریزیم و در نتیجه هوا در آن محبوس می شود. با فرض اینکه هوا مانند یک گاز کامل عمل کند ، چقدر جیوه می توانیم به داخل لوله بریزیم قبل از آنکه سر ریز کند ؟ طولهای قسمتهای بلند و کوتاه لوله بترتیب ۱ m و ۰/۵ m است ، و از اثر های مربوط به انحنای پایین لوله می توان چشم پوشی کرد . فشارِ اتمسفر را ۷۵ cm جیوه بگیرید .

۵ـ۴ یک لیوان بزرگ استوانه ای شکل به ارتفاع ۱۵ cm و سطح مقطع ۳۵ cm^2 ، تا ارتفاع ۱۰ cm آب دارد . کارتی را برروی در بطری می گذاریم و بطری را بر می گردانیم . اگر دست خود را برداریم چه جرمی از آب باید از شیشه خارج شود تا بقیهٔ آب در شیشه باقی بماند ؟ از وزن کارت صرفنظر می کنیم. (توجه: این عمل را بر روی یک دستشویی انجام دهید .)

۵ـ۵ دو حباب شیشه ای حاوی هوا ، که حجم یکی سه برابر حجم دیگری است ، توسط یک لولهٔ موبین که حجم آن قابل صرفنظر کردن است به یکدیگر متصل شده اند و دمای اولیهٔ آنها یکسان است . دمای هوای حباب بزرگتر چقدر باید افزایش یابد تا فشار دو برابر شود ؟ از رسانش گرما از طریق هوای داخل لولهٔ موبین صرفنظر کنید .

۵ـ۶ (الف) ثابت کنید که در یک گا حقیقی ضریب انبساط حجمی β وضریب تراکم Z از طریق معادلهٔ زیر به یکدیگر مربوط می شوند

$$\beta=\frac{1}{\theta}+\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial \theta})_P$$

(ب) ثابت کنید که ضریب انقباض همدمای k در یک گاز حقیقی را رابطهٔ زیر تعیین می کند .

$$k=\frac{1}{P}-\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial P})_\theta$$

۵ـ۷ معادلات زیر را به شکل

$$P_v=R\theta(1+\frac{B}{v}+\frac{C}{v^2}+\frac{D}{v^3}+...)$$

بسط دهید و ضریب ویریال دوم را در هر مورد تعیین کنید .

(الف) (وان دروالس) $(P+\frac{a}{v^2})(v-b)=R\theta$

(ب) (بیتی و بریجمن) $P=\frac{R\theta(1-c/v\theta^3)}{v^2}\left[v+B_0(1-\frac{b}{v})\right]-\frac{A_0(1-a/v)}{v^2}$

(ج) (نوع دیگری از ویریال) $P_v=R\theta+B'P'+C'P^2+D'P^3+\ldots$

(د) (دیتریچی) $P=\frac{R\theta}{v-b}e^{-a/R\theta_v}$

۵ـ۸ گاز کاملی درون یک استوانه که مجهز به یک پیستون بدون اصطکاک و بدون نشت به مساحت A است ، قرار دارد . وقتی فشار برابر با فشار اتمسفری P_0 است ، صفحهٔ پیستون در فاصلهٔ l از انتهای مسدود آن قرار دارد . با حرکت پیستون به اندازهٔ x ، گاز متراکم می شود . ثابت فنر ، یا ثابت نیرو ، F/x را تحت شرایط (الف) همدمایی و (ب) بی دررویی محاسبه کنید . (ج) از چه لحاظ یک بالشتک گاز برتر از یک فنز فولادی است ؟ (د) با به کار بردن معادلهٔ (۴ـ ۱۴) ، نشان دهید که برای یک گاز کامل $C_p-C_r=nR$

۵ـ۹ دمای یک گاز کامل در یک لولهٔ موبین به سطح مقطع ثابت ، به طور خطی از یک انتها ($x=0$) تا انتها دیگر ($x=L$) بر طبق معادلهٔ زیر تغییر می کند

$$\theta=\theta_0+\frac{\theta_L-\theta_0}{L}x$$

اگر حجم لولهٔ موبین V باشد و فشار P در طول لوله یکنواخت باشد ، نشان دهید که تعداد مول های گاز ، n ، از رابطهٔ زیر به دست می آید

$$PV=nR\frac{\theta_L-\theta_0}{\ln(\theta_L/\theta_0)}$$

نشان دهید که اگر $\theta_L=\theta_0=\theta$ باشد ، معادلهٔ بالا به معادلهٔ آشنای $PV=nR\theta$ تبدیل می شود .

۵ـ۱۰ ثابت کنید کار انجام شده توسط یک گاز کامل با ظرفیتهای گرمایی ثابت در طی یک انبساط استاوار بی دررو برابر است با

(الف) $W=C_v(\theta_i-\theta_f)$

(ب)
$$W = \frac{P_f V_f - P_i v_i}{\gamma - 1}$$

(ج)
$$W = \frac{P_f V_f}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]$$

۵ ــ۱۱ (الف) نشان دهید که گرمای منتقل شده در طی یک فرایند بینهایت کوچک استاوار در یک گاز کامل را می توان به صورت زیر نوشت

$$dQ = \frac{C_v}{nR} VdP + \frac{C_p}{nR} PdV$$

با اعمال این معادله بر یک فرایند بی دررو، نشان دهید که $PV^{\gamma} = const.$

(ب) یک گاز کامل به حجم $۰/۰۵ \ ft^۳$ و فشار $۱۲۰ \ lb/in^۲$ دستخوش یک انبساط ایستاوار بی دررو می شود و فشار آن به $۱۵ \ lb/in^۲$ می رسد . با فرض اینکه مقدار γ ثابت و برابر ۱/۴ بماند ، حجم نهایی گاز چقدر است ؟ کار انجام شده چقدر است ؟

۵ــ۱۲ (الف) فرمول زیر را برای یک فرایند بی درروی استاواریک گاز کامل با فرض ثابت بودن γ ، به دست آورید .

$$\theta V^{\gamma - 1} = const.$$

(ب) تقریباً ۱۰۰ ms پس از انفجار یک بمب شکافتی اورانیومی، « قارچ آتش » آن از کره ای از گاز به شعاع 50 ft و دمای ۳۰۰۰۰۰ K تشکیل می شود ، با فرضهای خیلی تقریبی ، تخمین بزنید در چه شعاعی دما برابر با ۳۰۰۰ K است .

۵ــ۱۳ (الف) فرمول زیر را برای یک فرایند ایستاوار بی درروی یک گاز کامل ، با فرض ثابت بودن γ ، به دست آورید

$$\frac{\theta}{p^{(\gamma-1)/\gamma}} = const.$$

(ب) هلیوم ($\gamma = ۵/۳$) در دمای ۳۰۰ K و فشار ۱atm به طور ایستاورار و بی دررو متارکم می شود و فشر آن به ۵atm می رسد . بافرض اینکه هلیوم مانند یک گاز کامل عمل می کند ، دمای نهایی چقدر است ؟

۵ـ۱۴ یک استوانهٔ افقی عایق بندی شده شامل یک پیستون بدون اصطکاک غیر رساناست در هر سوی پیستون ۵۴ لیتر گاز بی اثر تک اتمی در فشار 1atm و دمای ۲۷۳ K قرار گرفته است . به گاز سمت چپ بآهستگی گرما داده می شود تا اینکه پیستون گاز سمت راست به اندازهٔ ۷/۵۹ atm متراکم کند .
(الف) کار انجام شده بر روی گاز سمت راست چقدر است ؟ (ب) دمای نهایی گاز سمت راست چقدر است ؟ (ج) دمای نهایی گاز سمت چپ چقدر است ؟

۵ـ۱۵ یک بطر تخلیه شده از هوا با دیواره های غیر رسانا از طریق شیر به یک مخزن گاز که در فشار P_0 و دمای θ_0 است متصل شده است . شیر بآهستگی باز می شود و هلیوم به داخل بطری جریان می یابد تا اینکه فشار داخل بطری برابر با P_0 شود با فرض اینکه هلیوم مانند یک گاز کامل با ظرفیتهای گرمایی ثابت عمل کند نشان دهید که دمای نهایی هلیوم در بطری برابر با $\gamma\theta_0$ است .

۵ـ۱۶ یک اتاقک با دیواره های ضخیم عایق بندی شده شامل n_i مول هلیوم در فشار زیاد P_i است . این اتاقک توسط یک شیر به یک مخزن بزرگ تقریباً خالی گاز که فشار آن P_0 ، خیلی نزدیک به فشار جو ، ثابت باقی می ماند ، متصل می شود . شیر بآهستگی باز می شود و هلیوم بآرامی و به طور بی دررو به داخل مخزن جریان می یابد تا اینکه فشار های دو طرف شیر مساوی می شوند . با فرض اینکه هلیوم مانند یک گاز کامل با ظرفیتهای گرمایی ثابت عمل کند، نشان دهید که
(الف) دمامی نهایی گاز داخل اتاقک عبارت است از

$$\theta_f = \theta_i (\frac{P_f}{P_i})^{(\gamma-1)/\gamma}$$

ب) تعداد مول های گاز باقی مانده در اتاقک عبارت است از

$$n_f = n_i (\frac{P_f}{P_i})^{1/\gamma}$$

(ج)دمای نهایی گاز داخل مخزن عبارت است از

$$\theta' = \frac{\theta_i}{\gamma} \frac{1 - P_f / P_i}{1 - (P_f / P_i)^{1/\gamma}}$$

(راهنمایی : رک مسئله ۴ـ۱۱)

۵ـ۱۷ (الف) اگر y ارتفاع از سطح دریا باشد ، نشان دهید که کاهش فشار جو در اثر افزایش dy از رابطهٔ:

$$\frac{dP}{p}=-\frac{mg}{R\theta}dy$$

که در آن m وزن مولکولی هوا ، g شتاب ثقل ، و θ دمای مطلق در ارتفاع y است به دست می آید .

(ب) اگر کاهش فشار در قسمت (الف) ناشی از یک انبساط بی دررو باشد ، نشان دهید

$$\frac{dP}{P}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{d\theta}{\theta}$$

(ج) از بندهای (الف)و (ب) و با به کار بردن بعضی از داده های عددی در بخش ۵-۷ $d\theta/dy$ را بر حسب درجه بر کیلومتر محاسبه کنید .

۱۸ــ۵ یک گلولهٔ فولادی به جرم ۱۰g در داخل لوله ای به سطح مقطع ۱cm۲ قرار داده می شود . لوله به یک مخزن هوا به گنجایش ۵ لیتر که فشار آن ۷۶cm جیوه است وصل می شود .

(الف) گلوله با چه دورهٔ تناوبی ارتعاش می کند ؟

(ب) اگر گلوله ابتدا در موقعیتی که فشار گاز دقیقاً برابر فشار اتمسفر است قرار گیرد و سپس رها شود ، قبل از اینکه شروع به بالا آمدن کند چه مسافتی را طی خواهد کرد ؟

۱۹ــ۵ یک گلولهٔ فولادی به جرم ۸ g در داخل لوله ای به سطح مقطع ۲ cm^2 را قرار گرفته است . لوله به یک مخزن هو به گنجایش ۶ لیتر که فشار آن ۷۶ cm جیوه است وصل می شود .

(الف) گلوله با چه دورهٔ تناوبی ارتعاش خواهد کرد ؟

(ب) اگر گلوله ابتدا در موقعیتی قرار گیرد که فشار گاز دقیقاً برابر فشار اتمسفر است و سپس رها شود ، قبل از اینکه شروع به بالا آمدن کند چه مسافتی طی خواهد کرد ؟

۲۰ــ۵ ظرفی با حجم ۵۲۷۰ cm^3 حاوی دی اکسید کربن است . گلوله ای به جرم ۱۶/۶۵ g که در داخل لوله ای به سطح مقطع ½ cm^2 قرار گرفته است با دورهٔ تناوب ۰/۸۳۴s ارتعاش می‌کند . مقدار γوقتی که فشار سنج عدد ۷۲/۳ cm را نشان می دهد چقدر است؟

۲۱ــ۵ در داخل یک شیشهٔ U شکل که هر دو انتهای آن باز است جیوه ریخته می شود تا اینکه طول کل جیوه h شود .

(الف) اگر سطح جیوه در یک طرف لوله به پایین رانده و سپس رها شود جیوه بادامنهٔ کوچک نوسان می کند ، نشان دهید، با صرفنظر کردن از اصطکاک، دورهٔ تناوب τ_1 عبارت است از

$$\tau_1 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

(ب) اکنون یک انتها لولهٔ U شکل را مسدود می کنیم به طوری که طول ستون هوای محبوس L می شود ، و مجدداً جیوه را به ارتعاش وا می داریم . با فرض اینکه اصطکاک قابل صرفنظر کردن باشد و هوا گاز کامل ، و تغییرات حجم بی دررو باشد ، نشان دهید که دورهٔ تناوب τ_1 در این حال عبارت است از

$$\tau_2 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g + \gamma h_0 g / L}}$$

که در آن h_0 ارتفاع ستون فشار سنجی است .

(ج) نشان دهید

$$\gamma = \frac{2L}{h_0}\left(\frac{\tau_1^2}{\tau_2^2} - 1\right)$$

۵ـ۲۲ ثابت کنید که عبارت مربوط به سرعت موج طولی در یک گاز کامل را می توان به صورت زیر نوشت

$$w = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

۵ـ۲۳ سرعت موج طولی در آرگون در ۲۰°C چقدر است ؟

۵ـ۲۴ یک موج ایستاده با بسامد ۱۱۰۰ Hz در ستونی از متان در ۲۰°C ایجاد گره هایی به فاصلهٔ ۲۰cm از یکدیگر می کند ، مقدار γ چقدراست ؟

۵ـ۲۵ سرعت یک موج طولی در مخلوطی از هلیوم و نئون در ۳۰۰ K برابر با ۷۵۸ m/s است . نسبت گازها در مخلوط چقدر است ؟

۵ـ۲۶ وزن اتمی ید ۱۲۷ است . یک موج ایستاده در بخار ید در ۴۰۰ K ایجاد گره هایی می کند که وقتی بسامد ۱۰۰۰ Hz است به فاصلهٔ ۶/۷۷ cm از یکدیگر قرار دارند . آیا بخار ید تک اتمی است یا دو اتمی ؟

۵ـ۲۷ دمای گاز هلیوم یک تداخل سنج صوتی را که داده های شکل (۱۱.۵) کتاب اصلیی از آن به دست آمده اند، تعیین کنید .

۵–۲۸ یک لولهٔ شیشه ای باز با قطر داخلی یکنواخت را به شکل L در می آوریم . یک بازوی آن را به داخل مایعی به چگالی ρ' فرو می بریم و بازوی دیگر به طول L در هوا به صورت افقی باقی می ماند . لوله با سرعت زاویه ای ثابت ω حول محور بازوی عمودی می چرخد . ثابت کنید ارتفاعی که مایع در بازوی عمود بالا می رود ، y ، مساوی است با

$$y=\frac{P_0(1-e^{-w^2L^{2m}/2R\theta})}{g\rho'}$$

که در آن P_0 فشارجو ، m وزن مولکولی هوا ، و g شتاب گزانش است .

۵ـ۲۹ یک مول از یک گاز کامل پارامغناطیسی از قانون کوری ، با ثابت کوری C'_c پیروی می کند . فرض کنید که انرژی داخلی U فقط تابعی از θ است ، بطوری که $dU=C_{v,m}d\theta$ که در آن $C_{V,M}$ ثابت است .

(الف) نشان دهید که معادلهٔ خانوادهٔ سطوح بی دررو عبارت است از

$$\frac{C_{V,M}}{R}\ln\theta+\ln V=\frac{\mu_0M^2}{8\pi mRC'_c}+\ln A$$

که برای یکی از سطوح A ثابت است .

(ب) یکی از این سطوح را برروی نمودار $\theta V M$ رسم کنید .

۵ـ۳۰ تعریف سرعت متوسط یک مولکول از یک گاز کامل عبارت است از

$$<w>=\frac{1}{N}\int_0^\infty wdN_w$$

ثابت کنید تعداد مولکولهایی که در واحد زمان به واحد سطح ظرف برخورد می کنند برابر است با

$$\frac{N < w >}{4V}$$

۵ــ۳۱ ریشهٔ میانگین مربعی سرعت ، w_{rms} به صورت $\sqrt{< w^2 >}$ تعریف می شود. نشان دهید

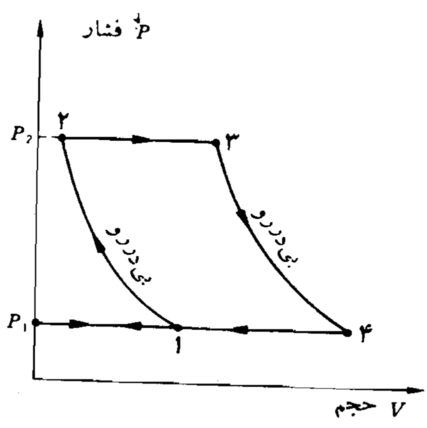
(الف) $$w_{rms} = \sqrt{\frac{3k\theta}{m}}$$

(ب) سرعت صوت $$w_{rms} = \sqrt{\frac{3}{\gamma}}$$

فصل ۶

ماشین، یخچال و قانون اول ترمودینامیک

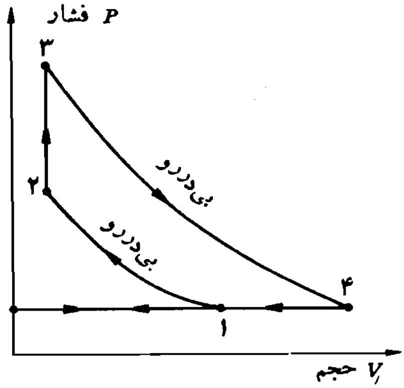
۶ــ۱ شکل (۶-۱) معروف به نمودار Pv ی ساده شده از چرخه ژول برای گاز کامل است. همهٔ فرایند ها استاوارند، و C_p ثابت است . ثابت کنید که بازده گرمایی ماشینی که این چرخه را انجام می دهد عبارت است از



شکل ۶ـ۱ (چرخهٔ ژول برای گاز کامل)

$$1-\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

۶ـ۲ شکل (۶-۲) یک نمودار ساده شدهٔ PV از چرخهٔ سارجنت برای گاز کامل را نشان می دهد. همهٔ فرایند ها ایستاوار ، و ظرفیتهای گرمایی ثابت اند . ثابت کنید که بازده گرمایی ماشینی که این چرخه را انجام می دهد عبارت است از



شکل ۶-۲ (چرخهٔ سارجنت برای گاز کامل)

$$1-\gamma\frac{\theta_4-\theta_1}{\theta_3-\theta_2}$$

۶-۳ شکل (۶-۳) یک چرخهٔ ماشینی با گاز کامل را نشان می دهد . با فرض ثابت بودن ظرفیتهای گرمایی ، نشان دهید که بازده گرمایی عبارت است از

$$\eta=1-r\frac{(V_1/V_2)-1}{(P_3/P_2)-1}$$

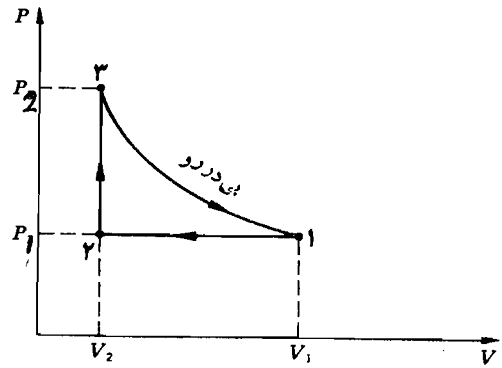
۶-۴ یک ماشین گاز کامل در چرخه ای عمل می کند که نمودار PV ی آن به صورت یک مستطیل است. P_1 و P_2 را بترتیب فشارهای پایین تر و بالاتر ، و V_1 و V_2 را بترتیب حجمهای پایینتر و بالاتر فرض کنید .

(الف) کار انجام شده در یک چرخه را حساب کنید .

(ب) تعیین کنید کدام قسمتهای چرخه شامل جریان گرما به داخل گاز است ، و مقدار گرمایی را که در یک چرخه وارد گاز می شود حساب کنید . (فرض کنید که ظرفیتهای گرمایی ثابت اند.)

(ج) نشان دهید که بازده ماشین عبارت از:

$$\eta = \frac{\gamma - 1}{\gamma\frac{P_2}{P_2 - P_1} + \frac{V_1}{V_2 - V_1}}$$



شکل ۶-۳

۶-۵ یک ظرف شامل 10^{-3} m^3 گاز هلیوم در دمای ۳K و فشار 10^3 Pa است . صفر انرژی داخلی هلیوم را در این نقطه اختیار کنید .

(الف) دما در حجم ثابت به ۳۰۰K افزایش داده می شود . با فرض اینکه هلیوم مانند یک گاز تک اتمی کامل عمل کند ، چه مقدار گرما جذب می شود ، و انرژی داخلی هلیوم چقدر است؟ این انرژی را باید گرمای ذخیره شده دانست یا کار ذخیره شده ؟

(ب) اکنون هلیوم به طور بی دررو تا دمای ۳ K منبسط می شود . کار انجام شده و انرژی داخلی جدید چقدر است ؟ آیا گرما ، بالعوض به کار تبدیل شده و در نتیجه قانون دوم نقض شده است ؟

(ج) اکنون هلیوم به طور همدما تراکم می یابد و به حجم اولیه اش رسانده می شود . مقادیر گرما و کار در این فرایند چه هستند ؟ بازده چرخه چقدر است ؟ نمودار آن را در PV رسم کنید .

۶–۶ بازده یک ماشین کامل ، که در چرخهٔ هوای دیزل استاندارد عمل می کند ، یعنی معادلهٔ (۶–۴) را به دست آورید .

۶–۷ (الف) یک گاز کامل در نظر بگیرید که چرخهٔ کامل ماشین استرلینگ را که در شکل ۱.۶ ب نشان داده شده است با « بازمولد » کامل طی می کند . نشان دهید

$$\eta = 1 - \frac{\theta_c}{\theta_H}$$

(ب) اگر این چرخه معکوس شود ، ضریب عملکرد را محاسبه کنید .

۶–۸ در نواحی استوایی، آب نزدیک به سطح اقیانوس گرمتر از آبهای عمقی است . آیا ماشینی که بین این دو سطح کار می کند قانون دوم را نقض می کند ؟

۶–۹ یک انبارهٔ الکتریکی به موتوری که برای بالا کشیدن یک وزنه به کار می رود ، متصل است . انباره با گرفتن گرما از هوای خارج در دمای ثابت باقی می ماند. آیا این ناقض قانون دوم است؟ چرا ؟

۶–۱۰ بسیاری از جامدات پارامغناطیسی وجود دارند که انرژی داخلی آنها نظیر یک گاز کامل فقط تابعی از دماست . در یک کاهش همدمای میدان مغناطیسی ، گرما از یک جسم جذب و کاملا تبدیل به کار می شود . آیا این ناقض قانون دوم است ؟ چرا ؟

۶–۱۱ حالت اولیهٔ ۰/۱ مول از یک گاز کامل تک اتمی عبارت است از $P_0 = ۳۲\text{Pa}$ و $V_0 = ۸\ \text{m}^۳$ در حالت نهایی $P_۱ = ۱\ \text{Pa}$ و $V_۱ = ۶۴\ \text{m}^۳$. فرض کنید که گاز فرایندی را در طول یک خط مستقیم به معادلهٔ $P = aV = b$ که در آن $a = -۳۱/۵۶$ و $b = ۲۵۵/۷$ می پیماید . این خط را با رعایت مقیاس یک نمودار PV رسم کنید و مقادیر زیر را حساب کنید .

(الف) θ ، که تابعی است از V در طول این خط .

(ب) مقدار V که به ازای آن θ بیشینه است .

(ج) مقادیر θ_0 ، θ_{max} و $\theta_۱$.

(د) گرمای منتقل شدهٔ Q از حجم V_0 به هر حجم دیگر V در طول خط .

(هـ) مقدار P و V که به ازای آنها Q بیشینه است .

(و) گرمای منتقل شده در طول خط از V_0 به V $(Q = Q_{max})$

(ز) گرمای منتقل شده از V $(Q = Q_{max})$ به V_1

۶-۱۲ نشان دهید که دو نقطهٔ انتهایی مشخص شده در مسئلهٔ ۶-۱۱ ، روی یک منحنی بی دررو قرار دارند . چرخهٔ «سعدی کارنو» خوانده می شود ، با پیشروی از 0 تا ۱ در طول خط مسئلهٔ ۶-۱۱ و از 1 تا 0 در امتداد منحنی بی دررو ، به دست می آید . نمودار PVی این چرخه را با رعایت مقیاس رسم کنید . مقادیر زیر را محاسبه کنید .

(الف) کار انجام شده بر روی گاز در طول منحنی بی دررو .

(ب) کار خالص انجام شده در چرخه .

(ج) گرمای خالص منتقل شده به گاز .

(د) بازده چرخه .

(هـ) بازده چرخهٔ کارنو که بین یک منبع در بیشینهٔ دما و یک منبع در کمینهٔ دما در چرخهٔ عمل میکند .

فصل ۷

برگشت پذیری و مقیاس دمای کلوین

۷–۱ مقداری گاز در داخل مجموعه ای مرکب از پیستون و استوانه ای قرار دارد . در هر یک از شرایط زیر ۱) آیا $dW = -PdV$ ، ۲) فرایند برگشت پذیر است ، ایستاوار است ، یا برگشت ناپذیر است ؟

(الف) هیچ فشار خارجی بر پیستون و هیچ اصطکاکی بین پیستون و دیوارهٔ استوانه وجود ندارد .

(ب) هیچ گونه فشار خارجی موجود نیست ، و اصطکاک اندک است .

(ج) پیستون سریعتر از سرعت متوسط مولکولی به بیرون رانده می شود .

(د) اصطکاک طوری تنظیم شده است که گاز می تواند بآرامی انبساط یابد.

(هـ) هیچ اصطکاکی موجود نیست ، ولی فشار خارجی طوری تنظیم شده است که گاز می تواند بآرامی منبسط شود .

۷–۲ در ادامهٔ استدلالی که در ابتدای بخش ۸.۷ در مورد یک سیستم با دو متغیر مستقل آمد ، نشان دهید که عبارت مربوط به dQ ، عامل انتگرال گیری می پذیرد .

۷–۳ عبارت دیفرانسیلی (یا عبارت فاف) $yzdx + dy + dz$

را در نظر بگیرید . برای اینکه تعیین کنیم آیا عامل انتگرال گیری وجود دارد یا نه ، جوابهای ممکن معادلهٔ فاف

$$yzdx + dy + dz = 0 \qquad (۷-۱)$$

را بررسی می کنیم. (الف) با فرض ثابت بودن x ، نشان دهید که معادلهٔ حاصل دارای جوابی به صورت

$$y + z = F(x)$$

است ولی این نمی تواند جواب معادلهٔ (م ۷-۱) باشد .

(ب) با فرض ثابت بودن z ، نشان دهید که معادلهٔ حاصل دارای جوابی به صورت

$$y = G(z)e^{-zx}$$

است ولی این نمی تواند جواب معادلهٔ (م ۷-۱) باشد .

(ج) آیا دو «مقطع» (x = const. و z = const.) ایجاد یک سطح هموار می کنند؟

(د) آیا عامل انتگرال گیری وجود دارد ؟

۷-۴ معین کنید که آیا معادلهٔ فاف

$$ydx + xdy + 2zdz = 0$$

دارای جواب هست یا خیر ؛ در صورت داشتن جواب ، معادلهٔ دسته سطوح مربوطه را به دست آورید .

۷-۵ عبارت فاف

$$a^2y^2z^2dx + b^2z^2x^2dy + c^2x^2y^2dz$$

را در نظر بگیرید .

(الف) با بررسی و حدس ، یک عامل انتگرال گیری پیدا کنید .

(ب) معادلهٔ دسته سطوحی را که در معادلهٔ فاف ، حاصل از مساوی صفر قرار دادن عبارت فوق ، صدق می کنند ، پیدا کنید .

۷-۶ به کمک عبارت مربوط به $\hat{\lambda}$ ، که در معادلهٔ (۷-۱۲) آمده است ، می توانیم بنویسیم $d\hat{Q} = o(t)\hat{f}\left(\hat{\sigma}\right)d\hat{\sigma}$ ، که همان شکل معادلهٔ (۷-۱۳) است . با این همه عبارت مربوط به λ به معادله ای برای dQ به دست می دهد که دارای همان شکل معادلهٔ (۷-۱۳) است ، مشروط به اینکه

$g(\sigma,\hat{\sigma}) = f(\sigma)$ باشد . منظور از این مسئله پیدا کردن راهی برای اثبات وابستگی تابعی $g(\sigma,\hat{\sigma})$ به σ است .

(الف) نشان دهید که

$$f = g\frac{\partial\sigma}{\partial\sigma}, \hat{f} = g\frac{\partial\sigma}{\partial\hat{\sigma}}$$

(ب) از f نسبت به $\hat{\sigma}$ مشتق بگیرید و حاصل را مساوی صفر قرار دهید . از $\hat{f}$ نسبت به σ مشتق بگیرید و حاصل را مساوی صفر قرار دهید .

(ج) دو معادلهٔ قسمت (ب) را از یکدیگر کم کنید .

(د) قسمت (ج) را به صورت یک دترمینان بنویسید و نتیجه را تفسیر کنید .

۷–۷ یک چرخهٔ کارنو ، مطابق شکلهای ۷–۸ و ۷–۹ ، شامل فرایندهای زیر است : یک فرایند بی دررروی برگشت پذیر از دمای T_c به دمای بالاتر T_H ؛ سپس یک فرایند همدمای برگشت پذیر در دمای T_H که در آن گرمای Q_H انتقال می یابد ؛ آنگاه یک فرایند بی دررروی برگشت پذیر از T_H به T_c ؛ و بالاخره یک فرایند برگشت پذیر در دمای T_c که در آن گرمای Q_c انتقال پیدا می کند . چرخهٔ کارنو را به طور کیفی برای حالتهای زیر رسم کنید:

(الف) یک گاز کامل بر روی نمودار PV

(ب) یک مایع که در حال تعادل با بخارش قرار دارد بر روی یک نمودار PV

(ج) یک باتری الکتریکی برگشت پذیر که نیروی محرکهٔ آن فقط تابعی از دماست ، بر روی یک نمودار εZ ، با فرض اینکه منحنیهای بی دررروی برگشت پذیر دارای شیب مثبت باشند .

(د) یک مادهٔ پارامغناطیسی که از قانون کوری پیروی می کند بر روی یک نمودار HM با این فرض که H/T عملاً در طی فرایند های بی دررروی برگشت پذیر ثابت باشد .

۷–۸ تعریف مقیاس کلوین را در مورد هر چرخهٔ کارنوی دلخواه به کار ببرید و مقادیر زیر را حساب کنید:

(الف) بازده یک ماشین کارنو. (ب) ضریب عمل یک یخچال کارنو .

۷–۹ کدام یک از راههای زیر برای افزایش بازده یک چرخهٔ کارنو ، مؤثر تر است : افزایش T_H با ثابت نگهداشتن T_c ، یا کاهش T_c با ثابت نگهداشتن T_H ؟

۷–۱۰ یک گاز که معادلهٔ آن $P(v-b)=R\theta$ است و انرژی کال آن فقط تابعی از θ است یک چرخهٔ کارنو را طی می کند . ثابت کنید $\theta=T$

۷–۱۱ در یک استوانه ، یک مول گاز کامل با ظرفیت گرمایی c_p توسط یک پیستون متحرک بدون اصطکاک از یک مول گاز کامل متفاوت دیگر با ظرفیت گرمایی c'_p جدا می شود . اگر گاز اول گرمای dq و گاز دوم گرمای dq' را از منبع جدا از هم در دماهای مختلف دریافت شده توسط این سیستم ناهمگون مرکب عبارت است از $đQ = đq + đq'$

تحت چه شرایطی dQ دارای یک عامل انتگرال گیری است ؟

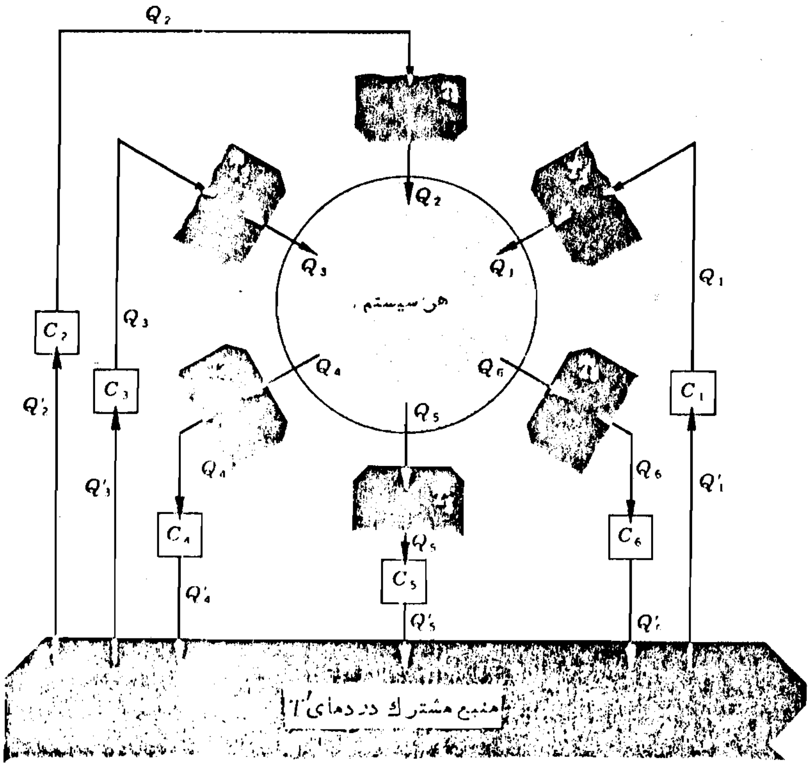
فصل ۸

آنتروپی

۸-۱ شکل (۸-۱) طرح سیستمی را نشان می دهد که چرخهٔ برگشت پذیری را طی کرده و تبادلات گرمای Q_1, Q_2,... بین آن سیستم و یک رشته منبع واق در T_1, T_2,... ، روی می دهد . هر یک از T ها دمای سیستم در لحظه ای است که با منبعی در دمای T مبادلهٔ حرارت می ند (چنانچه چرخهٔ برگشت پذیر نباشد ، دمای منبع و دمای سیستم الزاماً یکسان نیستند) . بعضی از Q ها مثبت و بعضی منفی اند . فرض کنید C_1, C_2,... ، معرف وسایلی باشند که هر کدام در یک چرخهٔ کارنو ، به صورت ماشین یا به صورت یخچال بین یکی از منبعها و منبع مشترکی واقع در T' عمل می کند . فرض کنید ترتیبی داده شده است که هر وسیله در کی یا چند چرخهٔ کامل همان قدر گرما با منبع خود مبادله کند که منبع با سیستم رد و بدل می کند ، به طوری که هر منبع بدون تغییر باقی بماند . Q'_1, Q'_2,... گرماهای مبادله شده بین وسایل کارنویی و منبع مشترک هستند . با استفاده از قانون دوم ترمودینامیک ، قضیهٔ کلاؤسیوس را که عبارت است

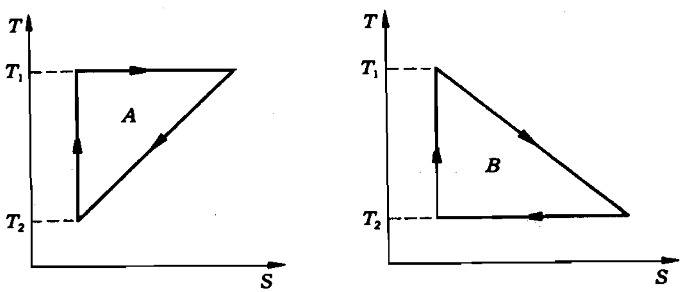
$$\oint_R \frac{dQ}{dT} = 0$$

بدست آورید



شکل ۸-۱ سیستم یک چرخه برگشت پذیر طی می کند.

۸-۲ (الف) عبارت مربوط به بازده یک ماشین کارنو را مستقیماً از نمودارTS بـه دست آوریـد . (ب) بازده چرخه های A و B ی شکل ۸-۲ را با هم مقایسه کنید .



شکل ۸-۲

۸–۳ نمودارهای تقریبی TS را برای چرخه های گاز کامل زیر رسم کنید : چرخهٔ استرلینگ چرخهٔ اتو ، چرخهٔ دیزل[1]؛ یک مستطیل بر روی نمودار PV ؛ یک «مثلث قائم الزاویه» بر روی نمودار PV که قاعدهٔ آن یک نحنی همفشار، ارتفاع آن یک منحنی هم حجم و «وتر» یک منحنی بی دررو است.

۸–۴ مختصات سیستمی عبارتند از دمای T ، هر تعداد نیروی تعمیم یافته ، $Y, Y', \ldots$ تغییر مکانهای تعمیم یافتهٔ متناظرشان $X, X', \ldots$

(الف) ثابت کنید

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{X, X', \ldots}$$

(ب) عبارت ۱/T برای یک سیال به چه صورت است ؟

(ج) این عبارت برای یک گاز پارامغناطیسی چیست ؟

۸–۵ نشان دهید که برای یک گاز کامل با ظرفیتهای گرمایی ثابت :

(الف) انتروپی از رابطهٔ زیر معین می شود

$$S = C_V \ln P + C_p \ln V + const$$

(ب) ضریب تراکم بی دررو برابر است با

$$k_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \frac{1}{\gamma P}$$

(ج) چناچه یک گاز ، هم کامل و هم پارامغناطیسی باشد و از قانون کوری تبعیت کند نشان دهید که انتروپی آن از رابطهٔ زیر به دست می آید

$$S = C_{V,M} \ln T + nR \ln V - \frac{M^2}{2C'_C} + \text{const.}$$

که در آن $C_{V,M}$ ظرفیت گرمایی در خجم و آهنربایش ثابت است ، که ثابت فرض می شود و C'_C ضریب کوری است .

۸–۶ شدت جریانی برابر ۱۰A به مدت یک ثانیه در یک مقاومت ۲۵ Ω برقرار است ، در حالی که دمای مقاومت در ۲۷C ثابت نگاه داشت می شود :

(الف) تغییر انتروپی مقاومت چقدر است ؟ (ب) تغییر انتروپی جهان چقدر است ؟

همین جریان به همین مدت در مقاومت مشابهی برقرار می شود ، ولی این بار مقاومت از نظر حرارتی عایق بندی شده است و دمای اولیهٔ آن $27^\circ C$ است. چنانچه جرم مقاومت برابر ۱۰ گرم $C_P = 0/84$ KJ/Kg.K باشد:

(ج) تغییر انتروپی مقاومت چقدر است؟ (د) تغییر انتروپی جهان چقدر است؟

۸–۷ (الف) یک کیلوگرم آب ۲۷۳ K را در تماس با یک منبع در ۳۷۳ K قرار می دهیم . وقتی دمای آب به ۳۷۳ K می رسد تغییر انتروپی آن چقدر است ؟ تغییر انتروپی منبع چقدر است؟ تغییر انتروپی جهان چقدر است ؟

(ب) چنانچه دمای آب را با دادن گرما از ۲۷۳ به ۳۷۳ K برسانیم ، به این ترتیب که ابتدا آن را با منبعی در ۳۲۳ K و سپس با منبعی در ۳۷۳ K در تماس قرار بدهیم، تغییر انتروپی جهان چقدر می شود؟

(ج) توضیح دهید که چگونه می توان دمای آب را بدون تغیر در انتروپی جهان از ۲۷۳ به ۳۷۳ K رسانید.

۸–۸ جسمی با ظرفیت گرمایی ثابت C_P و دمای T_i با یک منبع در دمای بالاتر T_f تماس پیدا می کند . در مدت زمانی که طول می کشد تا جسم با منبع به تعادل برسد فشار ثابت می ماند . نشان دهید که تغییر انتروپی جهان برابر است با

$$C_P[x-\ln(1+x)]$$

که در آن $x = -(T_f - T_i)/T_f$ ، ثابت کنید که این تغییر انتروپی مثبت است .

۸–۹ طبق قانون دبی ، ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت برای یک الماس به طریق زیر با دما تغییر می کند

$$C_V = 3R\frac{4\pi^4}{5}\left(\frac{T}{\Theta}\right)^3$$

تغییر انتروپی یک قطعه الماس به جرم ۱/۲ g وقتی آن را در حجم ثابت از دمای ۱۰ K تا دمای ۳۵۰ K گرم می کنیم ، بر حسب R چقدر است ؟ وزن اتمی کربن ۱۲، و Θ برابر با ۲۲۳۰ K است .

۸–۱۰ تغییر انتروپی جهان را در نتیجهٔ هر یک از فرایندهای زیر محاسبه کنید :

(الف) یک قطعه مس به جرم ۰/۴ Kg با ظرفیت گرمایی کل ۱۵۰J/ K در فشار ثابت ، و با دمای ۱۰۰°c به دریاچه ای با دمای ۱۰ $^\circ C$ انداخته می شود .

(ب) همین قطعه مس ، در دمای ۱۰ $^\circ C$ از ارتفاع۱۰۰m به داخل دریاچه انداخته مشود .

(ج) دو قطعه از این مس در دمای ۱۰۰ و $0^\circ C$ به هم متصل می شوند .

۸–۱۱ تغییر انتروپی جهان در نتیجهٔ هر یک از فرایندهای زیر چقدر است ؟

(الف) یک خازن با ظرفیت $1\mu F$ به یک باتری ۱۰۰ ولتی بر گشت پذیر وقع در دمای o°C متصل می شود. (ب) همین خازن ، پس از باردار شدن تا ۱۰۰V ، در مقاومتی که در $0^\circ C$ نگه داشته شده است تخلیه می شود .

۸–۱۲ ۳۶ گرم آب در دمای ۲۰C ، در فشار ثابت اتمسفری به بخار ۲۵C تبدیل می شود . با فرض اینکه ظرفیت گرمایی بر گرم آب (در حالت مایع) عملا در ۴/۲ J/g.K ثابت بماند و گرمای بتخیر در ۱۰۰ $^\circ C$ برابر ۲۲۶۰ J/g باشد ، با به کار بردن جدول ۲۰۵ ، تغییر انتروپی سیستم را حساب کنید.

۸–۱۳ ۱۰ گرم آب ۲۰C در فشار ثابت اتمسفری به یخ ۱۰C– تبدیل می شود با فرض اینکه ظرفیت گرمایی بر گرم آب (در حالت مایع) عملاً در۴/۲ J/g.K ثابت بماند ، و ظرفیت گرمایی بر گزم یخ نصف این مقدار باشد و گرمای ذوب یخ $0^\circ C$ برابر۳۳۵J/g باشد ، تغییر انتروپی کل سیستم را محاسبه کنید.

۸–۱۴ در یک استوانه که عایق بندی حرارتی شده و دو سر آن بسته است ، یک پیستون بدون اصطکاک و رسانای گرما قرار دارد که استوانه را به دو بخش تقسیم می کند . ابتدا ، پیستون در مرکز قرار دارد ، $10^{-3}m^3$ هوا با دمای ۳۰۰ K و فشار 2×10^5Pa در یک طرف و $10^{-3}m^3$هوا با دمای ۳۰۰ K و فشار 1×10^5Paدر طرف دیگر آن ، قرار دارد . پیستون را رها می کنیم تا از نظر فشرا و دما در وضعیت جدیدی به تعادل برسد . فشار و دمای نهایی و افزایش کل انتروپی را محاسبه کنید . چه فرایند برگشت نا پذیری اتفاق افتاده است ؟

۸–۱۵ پیستونی که دو انتهای آن بسته ، و دارای دیواره های بی دررو است ، توسط پیستون بی دررو متحرک بدون اصطکاکی به دو بخش تقسیم می شود . در آغاز فشار ، حجم و دما در دو طرف پیستون یکسان و برابر (P_0, V_0, T_0) هستند . گاز کامل است، C_V مستقل از T است و r=۱.۵ به وسیلهٔ یک پیچک گرمکن که در گاز طرف چپ قرار دارد بآرامی به گاز گرما می دهیم تا فشار آن به $27\,P_0/8$ برسد . بر حسب nR ، V_0 ، T_0 حساب کنید :

(الف) حجم نهایی بخش سمت راست چقدر است ؟

(ب) دمای نهایی بخش سمت راست چقدر است ؟

(ج) دمای نهایی بخش سمت چپ چقدر است ؟

(د) چقدر گرما باید به گاز سمت چپ داد ؟ (از گرمکن صرفنظر کنید)

(هـ) چقدر کار بر روی گاز سمت راست انجام می گیرد ؟

(و) تغییر انتروپی گاز سمت راست چقدر است ؟

(ز) تغییر انتروپی گاز سمت چپ چقدر است ؟

(ح) تغییر انتروپی جهان چقدر است ؟

۸–۱۶ طبق معادلهٔ (۸–۵) انتروپی n مول گز کامل با ظرفیت گرمایی ثابت C_v در یک دمای T وحجم V برابر است با

$$S = C_v \ln T + nR \ln V + S_{\cdot}$$

جعبه ای را در نظر بگیرید که توسط یک دیواره به دو قسمت مساوی ، هر یک به حجم V ، تقسیم شده است ، هر محفظه شامل یک مول از گاز واحدی در دما و فشار یکسان است .

(الف) انتروپی هر دو قسمت گاز را در حالی که دیواره درمحل خود قرار دارد محاسبه کنید .

(ب) انتروپی کل سیستم را بعد از برداشتن دیواره محاسبه کنید .

(ج) آیا هیچ فرایندی زخ داده است ؟ اگر چنین است ، آیا این فرایند برگشت پذیر بوده است یا برگشت ناپذیر؟ (د) آیا هیچ تغییری در انتروپی رخ داده است ؟ در صورت منفی بودن جواب ، علت آن چیست ؟

۸–۱۷ مقدار آب به جرم m و دمای T_1 با همان مقدار آب در دمای T_2 به طور همفشار و بی دررو مخلوط می شود . نشان دهید که تغییر انتروپی جهان عبارت است

$$2mc_p ln\frac{(T_1+T_2)/2}{\sqrt{T_1T_2}}$$

و با رسم نیم دایره ای به قطر T_1+T_2 ثابت کنید که این تغییر انتروپی مثبت است .

۸–۱۸ طبق معادلهٔ (۸–۹) ، تغییر انتروپی یک جسم جامد که فرایندی همفشار را در فشار P از یک حالت استاندارد $(T=0, S=S_0)$ تا حالت دیگر(S و T) طی می کند برابر است با

$$S = S_0 + \int_0^T \frac{C_P}{T} dT$$

آیا می توان به نتایجی دربارهٔ رفتار C_P ی یک جسم جامد وقتی که دما به سمت صفر مطلق میل می کند ، دست یافت ؟ امکانات زیر را بررسی کنید :

(الف) C_P ثابت می ماند. (ب) C_P متناسب با عکس T ، متناسب با عکس T^2 و غیره تغییر می کند .

(ج) C_P متناسب با T ، متناسب با T^2 ، و غیره تغییر می کند .

اگر هنگامی که T به سمت صفر میل می کند ،S به سمت بینهایت میل نکند چه نتیجه ای دربارهٔ رفتار C_P در دماهای پایین می توانید بگیرید ؟

۸–۱۹ با به کار بردن اصل انتروپی که در معادلهٔ (۸–۱۲) آورده شده است

(الف) قانون دوم به بیان کلوین – پلات را ثابت کنید. (ب) قانون دوم به بیان کلاؤوسیون را ثابت کنید

۸–۲۰ جسمی با جرم محدود ابتدا در دمای T_1 ، که بیش از دمای T_2 ی یک منبع است ، قرار دارد . فرض کنید یک ماشین در چرخه ای بین جسم عمل می کند تا دمای جسم از T_1 به T_2 کاهش یابد ، و به این ترتیب به اندازهٔ Q از منبع گرما بگیرد . اگر ماشین ، کاری برابر W انجام دهد ، گرمای $Q-W$ را به منبع واقع در دمای T_2 پس می دهد . با به کار بردن اصل انتروپی ، ثابت کنید بیشینه کاری که می توان به دست آورده برابر است با

$$W(\max) = Q - Y_2(S_1 - S_2)$$

که در آن $S_1 - S_2$ کاهش انتروپی جسم است .

۸-۲۱ دو جسم مشابه با ظرفیت گرمایی ثابت که دماهای آنها به ترتیب عبارت از T_1 و T_2 است به عنوان منبعهای یک ماشین حرارتی به کار می روند . چنانچه این دو جسم در فشار ثابت باقی بمانند و تغییر فاز ندهند ، نشن دهید که مقدار کار قابل حصول برابر است با:

$$W = C_P(T_1 + T_2 - 2T_f)$$

که در آن T_f دمای نهایی هر دو جسم است . نشان دهید که وقتي W بیشینه است ، داریم

$$T_f = \sqrt{T_1 T_2}$$

۸-۲۲ دو جسم مشابه با ظرفیت گرمایی ثابت ابتدا در دمای یکسان T_i قرار دارند . یخچالی بین این دو جسم کار می کند تا یکی از آنها خنک شود و دمایش به T_2 برسد . چنانچه این دو جسم در فشار ثابت باقی بمانند و تغییر فاز ندهند ، نشان دهید کمینهٔ کار لازم برای انجام این عمل برابر است با

$$W(\min) = C_P\left(\frac{T_i^2}{T_i} + T_2 - 2T_i\right)$$

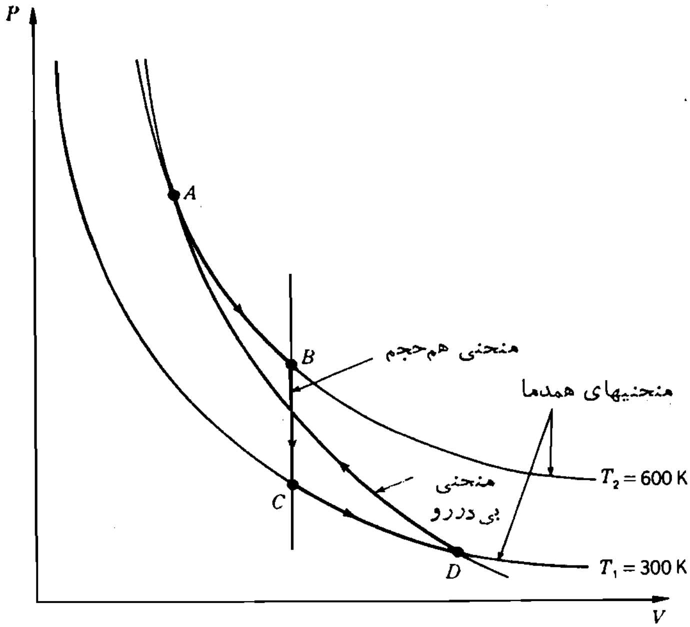
۸-۲۳ یک چرخهٔ گاز کامل که از سوی آروت از کلمبیای بریتانیا ، در کانادا ، پیشنهاد شد در شکل (۸-۳) نمایش داده شده است . در این شکل ، دو منحنی همدما که توسط یک منحنی بی دررو قط شده اند ، برای یک مول از یک گاز تک اتمی بر روی یک نمودار PV نشان داده شده است
گاز از A ، نقطهٔ فوقانی شروع می کند و به طور همدما در ۶۰۰ k تا حالت خاص B انبساط می یابد . بعد ، در تماس با یک منبع سرد در ۳۰۰ k قرار می گیرد و تا حالت C به طور هم حجم خنک می شود . سپس یک انبساط همدمای دیگر از C تا نقطهٔ تحتانی D انجام می گیرد . باقی ماندهٔ چرخهٔ صفر توسط یک تراکم بی دررو از D به A تکمیل می شود . منحنی هم حجم BC برای این انتخب شده است که شرط صفر بودن کار خالص در چرخه را برقرار کند .

(الف) W_{DA} را محاسبه کنید . (ب) Q_{EC} را محاسبه کنید .

(ج) تغییر انتروپی خالص گاز (نه منبعها) را محاسبه کنید و رابطهٔ زیر را به دست آورید .

$$\frac{Q_{AB}}{600K} + \frac{Q_{CD}}{300K} = 8/64 \frac{J}{mol.K}$$

(د) W_{AB} را محاسبه کنید . (هـ) W_{CD} را محاسبه کنید . (ز) نمودار TS را رسم کنید .



شکل ۸-۳ چرخهٔ صف آروت برای یک مول از یک گاز کامل تک اتمی

۸-۲۴ یک جریان گرمایی و یک جریان الکتریکی هر دو به طور همزمان در سیمی به سبب اختلاف دما ΔT و اختلاف پتانسیل Δ برقرار می شود ، ثابت کنید :

(الف) $$\left(\frac{\partial I_s}{\partial \Delta}\right)_{\Delta T} = \left(\frac{\partial I}{\partial \Delta T}\right)_{\Delta}$$

(ب) $L_{11} = KA/\Delta_x$ ، که در آن K ضریب رسانایی گرمایی و A و Δx بترتیب سطح مقطع و طول سیم هستند . (ج) $L_{22} = T/R'$ ، که در آن R' مقاومت الکتریکی سیم است .

۸-۲۵ نشان دهید که ، در مورد جریانهای جفت شدهٔ برگشت ناپذیر گرما و الکتریسیته داریم

(الف) $$T^2 \frac{dS}{d\tau} = L_{11}(\Delta T)^2 + (L_{12} + L_{21})\Delta T \Delta + L_{12}(\Delta)^2$$

(ب) $$\frac{\partial}{\partial \Delta E}\left(T\frac{dS}{d\tau}\right)_{\Delta T} = 2I, \frac{\partial}{\partial \Delta \mathrm{T}}\left(T\frac{dS}{d\tau}\right)_{\Delta E} = 2I_S$$

(ج) نشان دهید که با ΔT ی ثابت ، حالت تعادلی که با $I = 0$ حاصل می شود با حداقل سرعت تولید انتروپی همراه است .

(د) نشان دهید که با ثابت ماندن ΔE ، حالت تعادلی که با $I_S = 0$ حاصل می شود ، با حداقل سرعت تولید انتروپی همراه است .

۸–۲۶ سه جسم محدود یکسان با ظرفیت گرمایی ثابت در دماهای ۲۰۰K، ۳۰۰K و ۱۰۰K قرار دارند. چنانچه هیچ گونه کار یا گرمایی از خارج تأمین نشود ، بالاترین دمایی که هر یک از اجسام می تواند بر اثر کار ماشینها یا یخچالهای حرارتی به آن برسد چیست ؟

فصل ۹

مواد خالص

۹-۱ نشان دهیدکه، برای یک گاز کامل

(الف) $$F = \int C_V dT - T\int \frac{C_V}{T} dT - nRT\ln V - const.T + const.$$

(ب) $$G = \int C_p dT - T\int \frac{C_P}{T} dT - nRT\ln P - const.T + const.$$

(ج) معادلات بالا را برای یک مول از یک گاز کامل تک اتمی به کار برید.

۹-۲ (الف) با تعریف تابع ماسیو، F_M ، با معادله زیر نشان دهید.

$$F_M = -\frac{U}{T} + S$$

$$dF_M = \frac{U}{T^2} dT + \frac{P}{T} dV$$

(ب) با تعریف تابع پلانک، F_P ، با معادله

$$F_P = -\frac{H}{T} + S$$

نشان دهید که

$$dF_P = \frac{H}{T^2} dT + \frac{V}{T} dP$$

۹-۳ از این امر که dV/V یک دیفرانسیل کامل است، رابطه زیر را به دست آورید

$$(\frac{\partial \beta}{\partial P})_T = -(\frac{\partial k}{\partial T})_P$$

۹-۴ معادلات زیر را به دست آورید

(الف) $$U = F - T(\frac{\partial F}{\partial T})_V = -T^2(\frac{\partial F/T}{\partial T})_V$$

(ب) $$C_V = -T(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2})_V$$

(ج)*(معادله گیبس- هلمهولتز) $$H = G - T(\frac{\partial G}{\partial T})_P = -T^2(\frac{\partial G/T}{\partial T})_P$$

(د) $$C_P = -T(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2})_P$$

۹-۵ سومین معادله TdS ، یعنی $$TdS = C_V(\frac{\partial T}{\partial P})_V dP + C_P(\frac{\partial T}{\partial V})_P dV$$

را به دست آورید و نشان دهید که سه معادله TdS را می توان به صورت زیر نوشت

(الف) $$TdS = C_V \cdot dT + \frac{\beta T}{k} dV$$

(ب) $$TdS = C_P dT - V\beta T dP$$

(ج) $$TdS = \frac{C_v k}{\beta} dP + \frac{C_P}{\beta V} dV$$

۹-۶ فشار بر روی ۵۰۰ g مس در ۱۰۰ K به طور برگشت پذیر و همدما از صفر تا ۵۰۰ atm افزایش داده می شود.(فرض کنید که چگالی $\rho = ۸/۹۳\times۱۰^{۳}$ kg/m³ ، ضریب انبساط حجمی $\beta = ۳۱/۵\times۱۰^{-۶}$ K⁻¹ ، ضریب تراکم همدما $K = ۷/۲۱\times۱۰^{-۱۲}$ Pa⁻¹ و ظرفیت گرمائی $C_P = ۰/۲۵۴$ K ثابت می مانند).

(الف) در حین تراکم چه مقدار گرما منتقل شده است؟ (ب) در حین تراکم چه مقدار کار صورت گرفته است؟ (ج) تغییر انرژی داخلی را تعیین کنید. (د) چنانچه مس تحت تراکم بی در روی برگشت پذیری قرار گرفته بود افزایش دما چقدر می شد؟

۹-۷ فشار بر روی ۰/۲ kg آب در 0°C به طور برگشت پذیر و همدما از 1 تا ۳×۱۰^{۸} Pa افزایش داده می شود (مقادیر عددی در جدول ۹-۳ درج شده اند).

(الف) چه مقدار گرما منتقل می شود؟ (ب) چه مقدار کار صورت می گیرد؟ (ج) تغییر انرژی داخلی را محاسبه کنید.

۹–۸ فشار بر روی یک گرم آب بـه طـور برگـشت پـذیر و بـی دررو و از صـفر تـا 10^8 Pa افـزایش می یابد. تغییر دما را، وقتی دمای اولیه سه مقدار مختلف زیر را داراست، محاسبه کنید.

دما، $0^{o}C$	حجم ویژه v، $10^{-3}m^3/kg$	β, $10^{-3}K^{-1}$	C_P, KJ/kg . K
0	1	-68	4/22
5	1	+16	4/2
50	1/012	+458	4/18

۹–۹ گازی با C_V ی ثابت، از معادله P(v-b)=RT پیروی می کند، که در آن b ثابت است. نـشان دهیـد که (الف) u فقط تابعی از T است. (ب) γ مقداری است ثابت. (ج) رابطه ای که در حین یک فرایند بی دررو برقرار است، عبارت است از

$$P(v-b)^{\gamma} = const.$$

۹–۱۰ نشان دهید برای گازی که از معادله وان دروالس $(P+a/v^2)(v-b) = RT$ پیـروی مـی کنـد و C_V ی آن فقط تابعی از T است، معادله یک فرایند بی دررو عبارت است از

$$T(v-b)^{R/C_V} = const.$$

۹–۱۱ (الف) با به کار بردن بسط ویریال

$$P_V = RT\left(1+\frac{B}{v}+\frac{C}{v^2}+...\right)$$

$(\partial u/\partial v)_T$ و حد آن را وقتی $v \to \infty$ محاسبه کنید.

(ب) با به کار بردن همین بسط، $(\partial P/\partial v)_T$ و حد آن را وقتی $v \to \infty$ محاسبه کنیـد. (ج) بـا بـه کـار گرفتن (الف) و (ب)، $(\partial u/\partial P)_T$ و حد آن را وقتی $v \to \infty$ حساب کنید. (جواب را با نتایج روسـینی و فراندسن که در بخش ۵–۲ آمده اند مقایسه کنید) (د) با به کار بردن بسط ویریال

$$P_v = RT + B'P + C'P^2 + ...$$

و در نظر داشتن $B' = B$ ، $(\partial u/\partial P)_T$ را مستقیماً از معادله (۹-۱۹) حساب کنید.

۹-۱۲ نشان دهید که دیفرانسیلهای سه تابع ترمودینامیکی U ، H و F را می توان به صورتهای زیر نوشت

$$dU = (C_P - PV\beta)dT + V(kP - \beta T)dP$$

$$dH = C_P dT + V(1 - \beta T)dP$$

$$dF = -(PV\beta + S)dT + PVkdP$$

۹-۱۳ (الف) معادله زیر را بدست آورید.

$$(\frac{\partial C_V}{\partial V})_T = T(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2})_V$$

(ب) ثابت کنید که C_V ی مربوط به یک گاز کامل فقط تابعی از T است.

(ج) در مورد گازی که از معادله حالت

$$\frac{P_V}{RT} = 1 + \frac{B}{v}$$

پیروی می کند و در آن B تابعی فقط از T است، نشان دهید

$$C_V = -\frac{RT}{v}\frac{d^2}{dT^2}(BT) + (C_V)_0$$

که $(C_V)_0$ مقدار C_V در حجمهای خیلی بزرگ است.

۹-۱۴ (الف) معادله زیر را به دست آورید

$$(\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = -T(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2})_P$$

(ب) ثابت کنید که C_P ی مربوط به یک گاز کامل فقط تابعی از T است.

(ج) در مورد گازی که از معادله حالت

$$P_v = RT + BP$$

پیروی می کند و در آن B تابعی فقط از T است، نشان دهید

$$C_P = -T\frac{d^2 B}{dT^2}P + (C_P)_0$$

که $(C_P)_0$ مقدار C_P در فشارهای خیلی پایین است.

۹-۱۵ در جدول ذیل ویژگیهای نئون مایع، که توسط گلادن گردآوری گردیده، درج شده است.

(الف) C_V ، (ب) k_s و (ج) γ را محاسبه و آنها را برحسب دما رسم کنید.

C_P, KJ/kmol . K	k, 10^{-2} Pa^{-1}	β, 10^{-2} K^{-1}	ρ, kmol/m^3	T, K
36/6	0/43	1/33	6/5	25
37/6	0/50	1/46	59/9	27
39/2	0/62	1/63	58/1	29
41/2	0/79	1/84	56/2	31
43/9	1/03	2/12	54	33
47/7	1/40	2/52	51/7	35
53	2/04	3/14	49/1	37
62	3/4	4/24	46/1	39
82	6/9	6/8	42/3	41
100	11	10	40	42
160	26	18	36/8	43

۹–۱۶ معادلات زیر را به دست آورید:

(الف) $$C_V = -T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S$$

(ب) $$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S = -\frac{C_V \cdot k}{\beta T}$$

(ج) $$\frac{(\partial V / \partial T)_s}{(\partial V / \partial T)_s} = \frac{1}{1-\gamma}$$

۹–۱۷ معادلات زیر را به دست آورید:

(الف) $$C_P = T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S$$

(ب) $$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_s = \frac{C_P}{V\beta T}$$

(ج) $$\frac{(\partial P / \partial T)_s}{(\partial P / \partial T)_v} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

۹–۱۸ (الف) میزان یک بسط آزاد ژول، به وسیله ضریب ژول $\eta = (\partial T / \partial V)_U$ بیان می شود. نشان دهید

$$\eta = -\frac{1}{C_V}\left(\frac{\beta T}{k} - P\right)$$

(ب) میزان یک انبساط ژول- کلوین (فرایند خفانشی)، به وسیله ضریب ژول-کلوین $\mu = (\partial T / \partial P)_H$ بیان می شود. نشان دهید

$$\mu = \frac{V}{C_P}(\beta T - 1)$$

فصل ۱۱

مکانیک آماری

(ارزش ثابتها: $k = 1/38 \times 10^{-23}$ J/K و $h = 6/63 \times 10^{-34}$ J.S)

۱۱–۱ یک اتم جیوه در جعبه ای مکعبی شکل به یال ۱ متر حرکت می کند. انرژی جنبشی آن برابر انرژی جنبشی متوسط یک مولکول گاز کامل در ۱۰۰۰ K است. چنانچه اعداد کوانتومی n_x ، n_y و n_z همگی برابر n باشند، n را محاسبه کنید.

۱۱–۲ نشان دهید که وقتی N اتم گاز کامل به تعادل می رسند، داریم

$$\frac{g_i}{N_i} = \frac{Z}{N} e^{\varepsilon_i / kT} \quad \text{و} \quad \frac{Z}{N} = \frac{(kT)^{5/2}}{P} \left(\frac{2\pi m}{h^2}\right)^{3/2}$$

به ازای $\varepsilon_i = 3/2\ kT$ ، $T = 300K$ ، $P = 10^{3}$ Pa و $m = 10^{-26}$ kg ، g_i/N_i را محاسبه کنید.

۱۱–۳ تابع f را که با رابطه زیر تعریف می شود در نظر بگیرید

$$f(\Omega_A \Omega_B) = f(\Omega_A) + f(\Omega_B)$$

ابتدا نسبت به Ω_B، و سپس نسبت به Ω_A مشتق جزئی بگیرید. دو بار انتگرال بگیرید و نشان دهید که

$$f(\Omega) = const. \ln \Omega + const.$$

۱۱–۴ اگر N ذره تمیزپذیر داشته باشیم، تعداد راههایی (Ω) که با آن می توان به حالت ماکروسکوپیکی که در آن N_1 ذره در g_1 حالت کوانتومی با انرژی ε_1 ، N_2 ذره در g_2 حالت کوانتومی با انرژی ε_2 و غیره هستند رسید، وقتی $g_i >> N_i$ باشد، با رابطه زیر تعیین می شود.

$$\Omega = N! \frac{g_1^{N_1} g_2^{N_2} \ldots}{N_1! N_2! \ldots}$$

(الف) با به کار بردن تقریب استرلینگ، $\ln \Omega$ را محاسبه کنید.

(ب) $\ln \Omega$ را با قید $\sum N_i = N = const.$ و $\sum N_i \varepsilon_i = U = const.$ بیشینه کنید، و توضیح دهید که چرا باید U و P همانند U و P ی ذرات تمیزناپذیر باشند ولی S باید متفاوت باشد.

۱۱–۵ N ذره تمیزناپذیر، مستقل گونه داریم که قادرند در ترازهای انرژی $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ با واگنیهای $g_1, g_2, \ldots$ قرار گیرند. فرض کنید که در هر حالت ماکروسکوپیکی که N_1 ذره در تراز انرژی ε_1، N_2 ذره در تراز انرژی ε_2، و غیره قرار دارند، احتمال ترمودینامیکی با عبارت بوز- اینشتین

$$\Omega_{BE} = \frac{(g_1 + N_1)!(g_2 + N_2)\ldots}{g_1! N_1! g_2! N_2! \ldots}$$

تعیین می شود. با به کار بردن تقریب استرلینگ و روش لاگرانژ، $\ln \Omega_{BE}$ را تحت قیود $\sum N_i = N = const.$ و $\sum N_i \varepsilon_i = U = const.$ بیشینه کنید، و نشان دهید که

$$N_i = \frac{g_i}{Ae^{-\beta^{\varepsilon_i}} - 1}$$

۱۱–۶ همان سیستم مسأله ۱۱–۵ را با این تفاوت که این بار احتمال ترمودینامیکی با عبارت فرمی-دیراک

$$\Omega_{FD} = \frac{g_1! g_2! \ldots}{N_1!(g_1 - N_1)! N_2!(g_2 - N_e 2)! \ldots}$$

تعیین می شود، در نظر بگیرید. با به کار بردن تقریب استرلینگ و روش لاگرانژ، $\ln \Omega_{FD}$ را تحت قیود $\sum N_i = N = const.$ و $\sum N_i \varepsilon_i = U = const.$ بیشینه کنید و نشان دهید که

$$N_i = \frac{g_i}{Ae^{-\beta^{\varepsilon_i}} + 1}$$

۱۱–۷ یک سیستم گازی متشکل از N_A مولکول دو اتمی تمیزناپذیر با برهم کنش ضعیف داریم

(الف) هر مولکول می تواند با بسامد یکسان v ولی با انرژی ε_1

$$\varepsilon_i = (\frac{1}{2}+i)h\nu \qquad (i = 0 ،1 ،2 ،...)$$

ارتعاش کند. نشان دهید که تابع افراز ارتعاشی Z_v برابر است با

$$Z_v = \frac{e^{-h_\nu/2kT}}{1-e^{-h_\nu/kT}}$$

(ب) هر مولکول می تواند بچرخد، و تابع افراز چرخشی Z_v همان شکل تابع افراز انتقالی را دارد، با این تفاوت که حجم V را با زاویه فضایی کل 4π، جرم را با گشتاور لخت I ، و نمای ۳/۲ را (که مربوط به سه درجه آزادی انتقالی است) با ۲/۲ جایگزین می کنیم، زیرا فقط دو درجه آزادی وجود دارد. تابع افراز چرخشی را بنویسید.

(ج) با به حساب آوردن انتقال، ارتعاش و چرخش، تابع هلمولتز را محاسبه کنید.

(د) فشار را محاسبه کنید. (هـ) انرژی را محاسبه کنید. (و) ظرفیت گرمائی مولی در حجم ثابت را محاسبه کنید.

۱۱–۸ با تعریف تندی متوسط $<w>$ با عبارت زیر نشان دهید که:

$$< w >= \frac{1}{N}\int_0^\infty w dN_w$$

$$< w >= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

۱۱–۹ (الف) در شکل (۱۱–۵)، W_m را مقدار w وقتی dN_w/dw بیشینه است فرض کنید. W_m را محاسبه کنید. (ب) یک متغیر جدید $x = w/w_m$ انتخاب کنید و dN_x/dx را محاسبه کنید. بیشینه dN_x/dx را محاسبه کنید.

۱۱–۱۰ (الف) $<1/w>$ را محاسبه و آن را با $1/<w>$ مقایسه کنید.

(ب) نشان دهید که تعداد مولکولهایی که در واحد زمان به واحد سطح یک دیواره برخورد می کند برابر است با

$$\frac{P}{\sqrt{2\pi mkT}}$$

۱۱–۱۱ پهن شدگی دوپلر یک خط طیفی، با ریشه میانگین مربعی (rms) تندی اتمها در منبع نور افزایش می یابد. کدام یک از لامپهای زیر خط طیفی باریکتری تولید می کند:
یک لامپ جیون ۱۹۸ در K ۳۰۰ یا یک لامپ کریپتون ۸۶ در K ۷۷ ؟

۱۱–۱۲ در چه دمائی انرژی متوسط انتقالی یک مولکول با انرژی متوسط انتقالی یک یون تک بار با همان جرم که از حالت سکون تحت اختلاف پتانسیل (الف) یک ولت، (ب) ۱۰۰۰ ولت، (ج) ۱.۰۰۰.۰۰۰ ولت، شتاب می گیرد، برابر است؟ (از اثرهای نسبیتی صرفنظر کنید).

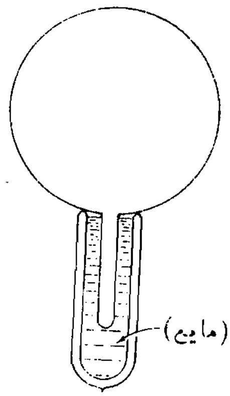
۱۱–۱۳ کوره ای حاوی بخار کادمیوم در فشار ۲/۲۸ پاسکال و دمای K ۵۵۰ می باشد. در یک دیواره کوره شکافی به طول 10^{-2} m و پهنای 10^{-5} m وجود دارد. در طرف دیگر دیواره تا حد بالایی خلاء است. اگر همه اتمهایی که به شکاف می رسند از آن عبور کنند، شدت جریان باریکه اتمی چقدر است؟

۱۱–۱۴ ظرفی به حجم V حاوی گازی است که دمای آن ثابت نگاه داشته شده است. گاز به آرامی از سوراخ کوچکی به سطح A به خارج نشت می کند. فشار خارج به قدری پائین است که هیچ مولکولی به داخل ظرف نشت نمی کند. ثابت کنید که فشار P در هر زمان τ با رابطه

$$P = P_0 e^{-k'\tau}$$

تعیین می شود، که P_0 فشار اولیه است. 'k را برحسب V ، A و <w> محاسبه کنید. (فرض کنید که همه مولکولهایی که به سوراخ می رسند از آن عبور می کنند)

۱۱–۱۵ یک حباب شیشه ای کروی به شعاع ۰/۱ m در دمای K ۳۰۰ نگاه داشته می شود و فقط زائده ای از آن به سطح مقطع 10^{-4} m در ازت مایع فرو برده شده است، شکل ۱۱–۱. حباب در آغاز حاوی بخار آب با فشار ۱۳/۳ Pa است.



شکل ۱۱-۱

فرض کنید که هر مولکول آب که وارد زائده می شود روی جدار آن به مایع تبدیل می شود و همانجا می ماند، مدت زمان لازم برای اینکه فشار کاهش یابد و به $۱/۳۳\times۱۰^{-۴}$Pa را برسد را پیدا کنید.

۱۱-۱۶ در قسمتی از یک ظرف سربسته که سوراخی به مساحت $۱۰^{-۲}$ m^۲ در بالای آن قرار دارد، مقداری جیوه ریخته شده است. این ظرف را در محفظه ای که به طور پیوسته تخلیه می شود در دمای ثابت o°C قرار می دهند. بعد از ۳۰ روز معلوم می شود که kg $۲/۴\times۱۰^{-۵}$ جیوه فرار کرده است. فشار بخار جیوه در o°C چقدر است؟

حل مسائل حرارت و ترمودینامیک

فصل اول : دما

حل مساله ۱- تابعی که حالت نهایی سیستم های A و C را که در دمای مشترک به تعادل رسیده اند نشان می دهد عبارت است از

$$f_{AC}(P,V,P'',V'') = PV - nbP - P''V'' = 0$$

از طرفی تابع نشان دهنده حالت نهایی سیستم های B و C عبارت است از:

$$f_{BC}(P',V',P'',V'') = P'V' - P''V''(1-\frac{nB'}{V'}) = 0$$

الف) در هنگام تعادل دمای تجربی برابر با توابعی به صورت زیر است:

$$t = h_A(P,V) = h_B(P',V') = hc(P'',V'')$$

بنابراین کافی است در معادلات فوق پارامترهای مشترک را منظم کنیم.

$$f_{AC} = 0 \Rightarrow \quad PV - nbP = P''V''$$

$$f_{BC} = 0 \Rightarrow \quad \frac{P'V'}{1-\frac{nB'}{V'}} = P''V''$$

$$h_B(P,V) = PV - nbP$$

در نتیجه به مقادیر زیر می رسیم

$$h_B(P',V') = \frac{P'V'}{(1-\frac{nB'}{V'})} \qquad \text{و} \qquad hc(P'',V'') = P''V''$$

ب) حال تابع مشترک A و B به راحتی محاسبه می شود.

$$h_A(p,v) = h_B(P',V') \Rightarrow (PV - nbP) = \frac{P'V'}{1-\frac{nB'}{V'}}$$

$$f_{AB}(P,V,P',V') = PV - nbP - \frac{P'V'}{1-\frac{nB'}{V'}}$$

حل مساله ۲-سیستم های A و C در حالت تعادل دارای تابع مشترک زیر می باشند.

$$f_{AC}(H,M,P,V) = 4\pi nRC_C H - MPV = 0$$

و برای سیستم های B و C داریم.

$$f_{BC}(H',M',P,V)=nR\Theta M'+4\pi nRC'_C H'-M'PV=0$$

الف) با مرتب کردن پارامترهای مربوط به هر سیستم توابع مشخص کننده تعادل گرمایی بدست می آید.

$$f_{AC}=0\Rightarrow\frac{4\pi C_C H}{M}=\frac{PV}{nR}$$

$$f_{BC}=0\Rightarrow(\Theta M'+4\pi C'_C H')/M'=\frac{PV}{nR}$$

$$h_A(H,M)=4\pi C_C\frac{H}{M}$$

$$h_B(H',M')=\Theta+4\pi C_C\frac{H'}{M'}$$ و $$h_C(P,V)=\frac{PV}{nR}$$

ب) $$\mathrm{h}_A(H,M)=\theta\Rightarrow 4\pi C_C\frac{H}{M}=\theta\Rightarrow 4\pi C_C\frac{H}{\theta}$$

که این معادله حالت کوری است.

$$h_B(H',M')=\theta\Rightarrow\Theta+4\pi C'_C\frac{H'}{M'}=\theta\Rightarrow M'=4\pi C'_C\frac{H'}{\theta-\Theta}$$

و این معادله حالت وایز است.

این نیز معادله حالت بویل است $$h_C(P,V)=\theta\Rightarrow \mathrm{PV}=\mathrm{nR}\theta$$

حل مساله ۳-

$$\theta_{TP}=\alpha x_{TP}\rightarrow\alpha=\frac{\theta_{TP}}{x_{TP}}=\frac{273.16}{x_{TP}}$$

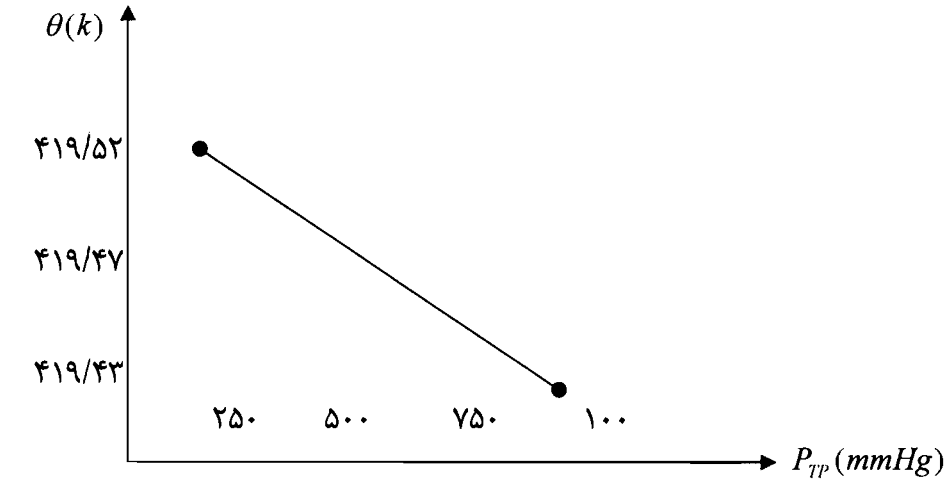
$$\theta_1=273.16\frac{383.95}{250}=419.51913k$$

$$\theta_2 = 273.16 \frac{767.82}{500} = 419.47542k$$

$$\theta_3 = 273.16 \frac{1151.6}{750} = 419.42807k$$

$$\theta_4 = 273.16 \frac{1535.3}{1000} = 419.38254k$$

نمودار θ بر حسب P_{TP} چنین است:



بنابراین دمای گاز آرمانی برابر است با:

$$\theta = 273.16 \lim_{P_{TP}\to 0}\left[\frac{P}{P_{Tp}}\right] = 273..16 \times 1..5359 = 419.57$$

مساله ٤- (الف)

$$\sqrt{\frac{\log R'}{\theta}} = a + b\log R'$$

$$\sqrt{\frac{\log(1000)}{\theta}} = -1.16 + 0.675\log(1000) \Rightarrow \theta = 4.01\,\mathrm{K}$$

ب)با تغییر بین ۱۰۰۰ تا ۳۰۰۰ مقادیر بدست آمده برای qچنین است .

ردیف	R'	θ	$\log(\theta)$	$\log(R')$
۱	۱۰۰۰	٤/۰۰۹	۰/٦۰۳	۳/۰۰۰
۲	۵۰۰۰	۲/۰۷۰	۰/۳۱۵	۳/٦۹۹
۳	۱۰۰۰	۱/٦۸۷	۰/۲۲۷	٤/۰۰۰
٤	۱۵۰۰۰	۱/۵۱۸	۰/۱۸۱	٤/۱۷٦
۵	۲۰۰۰۰	۱/٤۱۵	۰/۱۵۱	٤/۳۰۱
٦	۲۵۰۰۰	۱/۳٤٤	۰/۱۲۸	٤/۳۹۸
۷	۳۰۰۰۰	۱/۲۹۰	۰/۱۱۱	٤/٤۷۷

حل مساله ۵- الف)

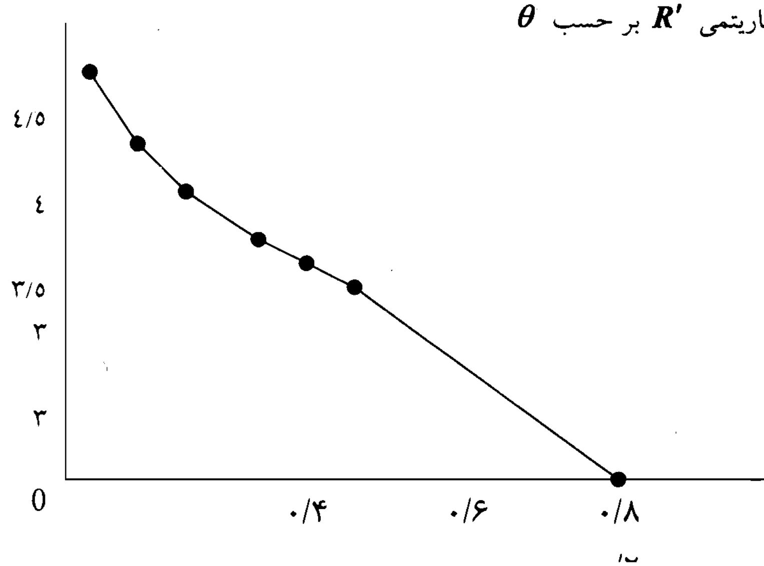
$$\log(218) = 4.697 - 3.917 \log\theta$$

$$\log\theta = \frac{2.358}{3.917} = .602 \Rightarrow \theta = 4.000k$$

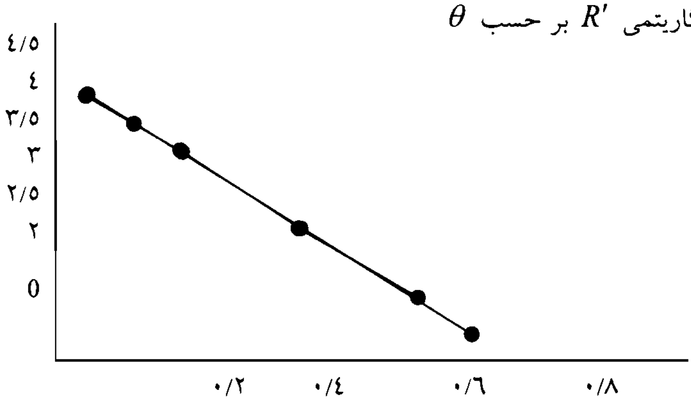
ب)

ردیف	R'	θ	$\log(\theta)$	$\log(R')$
۱	۲۰۰	٤/۰۹۳	۰/٦۱۲	۲/۳۰۱
۲	٤۰۰	۳/٤۲۸	۰/۵۳۵	۲/٦۰۲
۳	۱۰۰۰	۲/۷۱۰	۰/٤۳۳	۳/۰۰۰
٤	٤۰۰۰	۱/۹۰۱	۰/۲۷۹	۳/٦۰۲
۵	۱۰۰۰۰	۱/۵۰۷	۰/۱۷۸	٤/۰۰۰
٦	۲۰۰۰۰	۱/۲٦۲	۰/۱۰۱	٤/۳۰۱

نمودار لگاریتمی - لگاریتمی R' بر حسب θ



نمودار لگاریتمی - لگاریتمی R' بر حسب θ



فصل دوم: سیستمهای ترمودینامیکی ساده

۲-۱-الف)

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_P$$

برای گاز آرمانی

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_P = \frac{R}{P} \quad \Rightarrow \beta = \frac{1}{V}\frac{R}{P} = \frac{R}{R\theta} = \frac{1}{\theta}$$

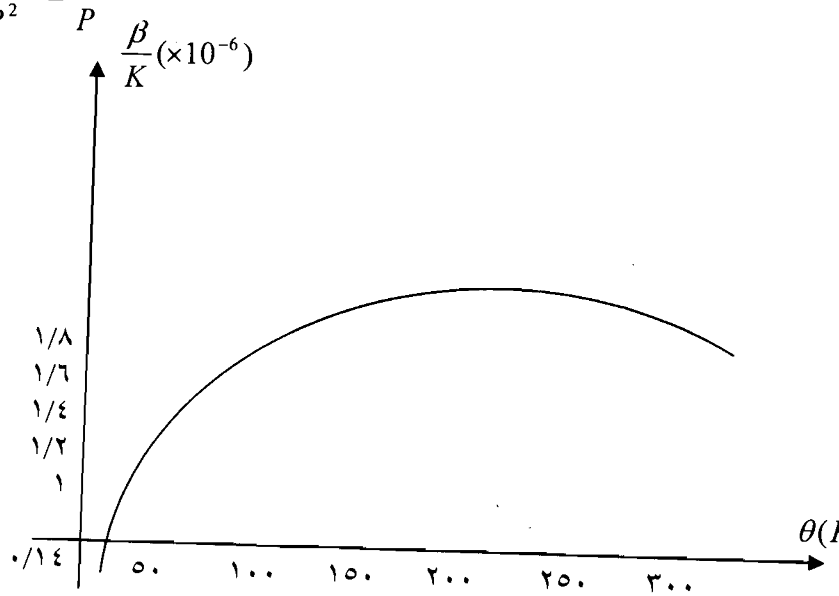
ب)

$$K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta$$

و

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta = \frac{-R\theta}{P^2}$$

$$\Rightarrow K = \frac{-P}{R\theta}\frac{-R\theta}{P^2} = \frac{1}{P}$$



(شکل ۲-۱)

حل مساله ۲-الف)

$P(V-b) = R\theta$ ثابتند b, R

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{d\theta}\right)_P$$

$$PV - Pb = R\theta \Rightarrow V\frac{R}{P}\theta + b \Rightarrow$$

$$dV = \frac{R}{P}d\theta \Rightarrow \frac{dV}{d\theta} = \frac{R}{P}, \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta = -\frac{R\theta}{P^2}$$

$$\beta=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_P \Rightarrow \beta=\frac{P}{R\theta+Pb}\,\frac{R}{P}=\frac{\frac{1}{\theta}}{1+\frac{Pb}{R\theta}}$$

ب)

$$V=\frac{R\theta+bp}{P} \quad \text{و} \quad k=\frac{1}{V}\left(\frac{dU}{dP}\right)_Q$$

$$K=\frac{-P}{R\theta+bP}\times\frac{b-V}{P}=\frac{(v-b)P}{(R\theta+bp)_P}=\frac{R\theta/P}{R\theta+bp}=\frac{1+\frac{1/P}{Pb}}{R\theta P}$$

حل مساله۳-بهتر است که از معادله $PV=R\theta\left(1+\frac{B}{V}\right)$ ابتدا لگاریتم طبیعی گرفته سپس مشتق بگیریم تا با ساده ترین روش به جواب برسیم :

$$\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_P=\frac{1}{\theta}+\frac{\frac{1}{V}\left(\frac{dB}{d\theta}\right)-\frac{\beta}{V^2}\left(\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_P}{1+\frac{B}{V}}$$

$$\beta=\frac{1}{\theta}+\frac{\frac{dB}{d\theta}-B\beta}{B+V}\Rightarrow\beta\left(1+\frac{B}{B+V}\right)=\frac{1}{\theta}\left(\frac{B+V+\theta\frac{dB}{d\theta}}{B+V}\right)$$

$$\beta=\frac{1}{\theta}\,\frac{B+V+\theta\frac{dB}{d\theta}}{2B+V}$$

ب – متغیرها V وP هستند :

$$PV^2-R\theta V-BR\theta=0$$

$$K=-\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)_Q \quad و \quad V^2dP+2PVdV-R\theta dV=0$$

$$\Rightarrow V^2+2VP\frac{dV}{dP}-R\theta\frac{dV}{dP}=0\Rightarrow\frac{dV}{dP}=\frac{-V^2}{2VP-R\theta}$$

$$\left(\frac{dV}{dP}\right)_a=\frac{-V^2}{\frac{R\theta}{V}(V+2B)}\Rightarrow K=\frac{-1}{V}\left(\frac{dU}{dP}\right)=\frac{V^2}{R\theta\frac{+1+2B}{V}}=\frac{1}{(1+2B/V)}$$

$$\Rightarrow P=\frac{R\theta}{V}+\frac{R\theta B}{V^2}\Rightarrow \quad K_S=\frac{1}{R\theta 0V+R\theta B0V^2+R\theta B0V^2}=\frac{1}{P+R\theta B0V^2}$$

$$\Rightarrow K=\frac{1}{P}\left[\frac{1}{1+BR\theta.PV^2}\right]$$

حل مساله ٤-

$$P_f-P_i=\frac{B}{K}(\theta_f-\theta_i) \quad و \quad \theta_f-\theta_i 12k$$

$$P_f-10^5=\frac{5\times10^5}{1.2\times10^{-11}}\times12\Rightarrow P_f=5.01\times10^7\,Pa$$

$$1.2\times10^8-1\times10^5=\frac{5\times10^{-5}}{1.2\times10^{-11}}(\theta_f-293)\Rightarrow\theta_f=321.8k=48.8^{\circ c}$$

$$dU=\left(\frac{V}{d\theta}\right)_P+\left(\frac{dU}{dP}\right)_Q dP$$

$$B=\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{d\theta}\right)_P\Rightarrow\left(\frac{dV}{d\theta}\right)=BV$$

$$K_S=\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)\Rightarrow\left(\frac{dV}{dP}\right)=-KV$$

حل مساله ٥-

$$dP=\frac{\beta}{k}d\theta-\frac{1}{kV}dV\Rightarrow\int_{P_i}^{P_f}dP=\frac{\beta}{k}\int_{\theta_i}^{\theta_f}d\theta-\frac{1}{k}\int_{V_i}^{V_f}\frac{dV}{V}$$

$$P_f-P_i=\frac{\beta}{k}(\theta_f-\theta_i)-\frac{1}{k}\ln\frac{V_f}{V_i}\Rightarrow P_f-10^5=$$

$$=\frac{5\times10^{-5}}{1.2\times10^{-11}}\times12-\frac{1}{1.2\times10^{-11}}\ln\left(\frac{5.0005}{5}\right)\Rightarrow$$

$$dV = BVd\theta - KVdP \qquad P_f = 4.18\times 10^7\,Pa$$

حل مساله ٦-الف

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \ln\rho = \ln m - \ln V$$

$$\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right)_P = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_P \Rightarrow \beta = +\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right)_P$$

$$\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_\theta = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta \Rightarrow K = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_\theta$$

ب)

$$V = V(\theta, P) \Rightarrow dV = \left(\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_P d\theta + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta dP$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_P d\theta + \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta dP \Rightarrow \frac{dV}{V} = \beta d\theta - kdP$$

حل مساله ۷-

مقادیر K,B در جدول مفروضند که می توانید نمودار را رسم کنید:

$$\frac{\beta}{K} = \frac{1/V(dV/d\theta)_P}{-1/V(dV/dP)_Q} \Rightarrow \left(\frac{dP}{d\theta}\right)_V = \frac{\beta}{K}$$

بنابر این از این جدول $\frac{B}{K}$ را برای هفت نقطه مورد نظر حساب می کنیم .

θ, K	٦٠	٦٥	۷٠	۷٥	۸٠	۸٥	۹٠
$\frac{\beta}{K},\times 10^6\, Pa/k$	۳/٦	۳/۳۹	۳/۱۳	۲/۸۹	۲/٦٤	۲/٤۱	۲/۲۳

حل مساله ۸- ابتدا $\frac{B}{K}$ را محاسبه کرده سپس نمودار تغییرات آن را بر حسب دما رسم می کنیم .

θ, K	٠	٥٠	۱٠٠	۱٥٠	۲٠٠	۲٥٠	۳٠٠
$\frac{\beta}{K},\times 10^6\,\frac{Pa}{k}$	-٠/۱٤	۱/٠٥	۱/٥۳	۱/٦٥	۱/٥۹	۱/۲٠	٠/۹٥

حل مساله ۹-

روش اول

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)\theta = 0 \quad K = \frac{-1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)\theta \Rightarrow \left(\frac{dP}{dV}\right) = \frac{-1}{V}$$

$$K_S = \frac{-1}{V(dP/dU)\theta} = \frac{-1}{0} - \infty$$

$$\left(\frac{dP}{dU}\right)\theta = \left(\frac{dP}{d\theta}\frac{d\theta}{dV}\right)\theta \Rightarrow \frac{d\theta}{dV} = 0 \quad \beta = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{d\theta}\right)_P \Rightarrow$$

$$\left(\frac{d\theta}{dV}\right)_P = \frac{1}{BV} \Rightarrow \beta = \frac{1}{V(d\theta/dV)_P} = \frac{1}{0} = \infty$$

روش دوم :

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)\theta = 0 \Rightarrow \left(\frac{dV}{dP}\right)\theta = \infty \Rightarrow K = \frac{-1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)\theta = -\infty$$

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)\theta\left(\frac{dV}{d\theta}\right)_P\left(\frac{d\theta}{dP}\right)_V = -1 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dV}{d\theta}\right)_P = \frac{1}{(dP/dV)\theta(d\theta/dP)_V} = \frac{-1}{0} = \infty \Rightarrow \beta\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{d\theta}\right)_P = -\infty$$

حل مساله ۱۰-

$$\tau = \tau(L,\theta) \Rightarrow d\tau = (\frac{d\tau}{dL})\theta dL + \left(\frac{d\tau}{d\theta}\right)_L d\theta$$

$$Y = \frac{L}{A}\left(\frac{d\tau}{dL}\right)\theta \Rightarrow \left(\frac{d\tau}{dL}\right)\theta = \frac{YA}{L}$$

$$\left(\frac{d\tau}{d\theta}\right)_L\left(\frac{d\theta}{dL}\right)_\tau\left(\frac{dL}{d\tau}\right)_\theta = -1$$

$$\left(\frac{d\tau}{d\theta}\right)_L = \frac{-1}{(d\theta/dL)_\tau(dL/d\tau)_\theta}$$

$$\infty = \frac{1}{L}(\frac{dL}{d\theta})_\tau \Rightarrow \left(\frac{d\theta}{dL}\right)_\tau = \frac{1}{\infty L} \Rightarrow \left(\frac{dL}{d\tau}\right)\theta = \frac{1}{YA}$$

$$\left(\frac{d\tau}{d\theta}\right)_L = \frac{-1}{(1/aL)\times(L/YA)} = -A\times Ya \qquad d\tau = \frac{YA}{L}dL - A\alpha Y d\theta$$

از فرمول در جدول داریم:

$$Y = \frac{L}{A}(\frac{dZ}{dL})\theta$$

ضریب انبساط حرارتی :

$$a = \frac{1}{L}(\frac{dL}{d\theta})_Z$$

حل مساله ۱۱-

$$\theta_F = 8C \quad و \quad Y = \frac{L}{A}(\frac{dF}{dL}) \quad و \quad A = 0.0085cm \quad و \quad F_F = ?$$

$$F_1 = 20N \quad و \quad a = 1.5\times10^{-5}K^{-1} \quad و \quad a = \frac{1}{L}(\frac{dL}{d\theta}) \quad و \quad \theta_1 = 20C \quad و$$

$$L = 1.2 \quad و \quad Y = 2\times10^{11} \Rightarrow$$

$$(\frac{dL}{d\theta})(\frac{d\theta}{dF})(\frac{dF}{dL}) = -1$$

$$(aL)(\frac{\theta_2-\theta_1}{F_2-F_1})(\frac{YA}{L}) = -1 \Rightarrow F_2 - F_1 = -AYa(\theta_2-\theta_1)$$

$$F_2 - 20 = (8/5\times10^{-7})(2\times10^{11})(1/5\times10^{-5}) = 30/6$$

$$dL = (\frac{dL}{d\theta})_F d\theta + (\frac{dL}{dF})_Q dF \quad و \quad F_2 = 50/6N$$

حل مساله ۱۲-

$$m = \rho V = \rho AL = 9\times10^3\times8.5\times10^{-7}\times1.2 = 9.18\times10^{-3}kg$$

$$f = \frac{1}{21}\sqrt{\frac{\tau L}{m}} = \frac{1}{2\times1.2} = (\frac{20\times1.2}{9.18\times10^{-3}})^{1/2}$$

بسامد دردمای $20^{\circ c}$ برابر $21/3$ هرتز بوده و در دمای $80^{\circ c}$ برابر است با :

$$f = \frac{1}{2\times1.2}(\frac{50.6\times1.2}{9.18\times10^{-3}})^{1/2} \Rightarrow f = 33.8Hz$$

حل مساله ۱۳- در این حالت $dl \neq 0$ و بنابراین از حل مساله (2-10) یا $dI = 0.012$ داریم

$$F = \frac{AY}{L}dl - AYad\theta \Rightarrow \int_{F_1}^{F_2}dF = \int_{l_1}^{l_2}AY\frac{dl}{l} - \int_{\theta_1}^{\theta_2}AYad\theta$$

$$F_2 - F_1 = AYlLn(\frac{l_2}{l_1})AYa(\theta_2-\theta_1) \Rightarrow$$

$$(f_2 - 20) = (8.5\times10^{-7})(2\times10^{11})\times\left[Ln(\frac{1.2-1.2\times10^{-4}}{1.2}) + (1.5\times10^{-5})(12)\right] = 13.6$$

$$F_2 = 33.6$$

حل مساله ۱۴-الف)

$$Y=\frac{L}{A}(\frac{dF}{dL})\theta, F=K\theta(\frac{L}{L_0}-\frac{L_0^2}{L^2}),(\frac{\partial F}{\partial L})_\theta=K\theta(\frac{1}{L_0}+\frac{2L_0^2}{L^3})$$

$$Y=\frac{L}{A}K\theta(\frac{1}{L_3}+\frac{2L_0^2}{L^3})\Rightarrow Y=\frac{K\theta}{A}(\frac{1}{L_0}+\frac{2L_0^2}{L^3})$$

$$F=0\Rightarrow\frac{L}{L_0}=\frac{L_0^2}{L^2}\Rightarrow L=L_0$$

$$Y_0=\frac{K\theta}{A}(\frac{l_0}{l_0}+\frac{2l_0^2}{l_0^2}\Rightarrow Y=\frac{3K\theta}{A}$$

ج)ابتدا توجه داریم که :

$$\frac{F}{AY\theta}=\frac{K\theta(\frac{L}{L_0}-\frac{L_0^2}{L^2})}{K\theta^2(\frac{L}{L_0}+\frac{2L_0^2}{L^2})}=\frac{1}{\theta}\frac{L^3-L_0^3}{L^3+2L_0^3}$$

برای محاسبه a بهتر است که از ابتدا F لگاریتم طبیعی گرفته سپس ضمن اینکه F را ثابت نگه میداریم نسبت به θ مشتق بگیریم

$$Ln=(\frac{F}{K\theta})=Ln(\frac{L^3-L_0^3}{L_0L^2})$$

$$Ln=(\frac{F}{K\theta})=Ln\theta=Ln(L^3-L_0^3)-Ln(L_0)-2LnL$$

$$-\frac{1}{\theta}=\frac{3L^2(\frac{\partial L}{\partial\theta})_F-3L_0^2(\frac{\partial L_0}{\partial\theta})_F}{L^3-L_0^3}-\frac{1}{L_0}(\frac{\partial L_0}{\partial\theta})_F-\frac{2}{L}(\frac{\partial L}{\partial\theta})_F$$

$$-\frac{1}{\theta}=\frac{3aL^3-3a_0L_0^3}{L^3-L_0^3}-a_0-2a$$

که در آن از تعریفهای $a=\frac{1}{L}(\frac{\partial L}{\partial\theta})_F, a_0=\frac{1}{L_0}(\frac{\partial L_0}{\partial\theta})_F$ استفاده شده است . پس از ساده سازی عبارت بالا خواهیم داشت.

$$a = a_0 - \frac{1}{\theta}\frac{L^3 - L_0^3}{L^3 + 2L_0^3} = a_0 - \frac{1}{\theta}\frac{F}{AY\theta} = a_0 - \frac{1}{\theta}\frac{(\frac{L}{L_0})^3 - 1}{(\frac{L}{L_0})^3 + 2}$$

د)بازای مقادیر مفروض $F = 3/99(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2}), Y = 3/99\times 10^6(\frac{L}{L_0} + 2\frac{L_0^2}{L^2})$ داریم :

حل مساله ۱۵-

$$Cath(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} =$$

$$\frac{1 + X + X^2/2! X^3/3! X^4/4! + ... + (1 - X + X^2/2! - X^3/3! + X^4 4! ...)}{1 + X + X^2/2! + X^3/3! + X^4/4! + ... + -(1 - X + X^2/2! - X^3/3! + X^4/4! ...)}$$

$$COth = \frac{2 + X^2/9 + X^4/24 + ...}{X + X^2/ + X^5/120 + ...}$$

و می توان نوشت :

$$\begin{array}{l|l} 1 + \frac{X^2}{2} + \frac{X^4}{24} + .. & X + X^3/6 + X^5/120 + .. \\ \hline 1 + \frac{X^2}{6} + \frac{X^4}{120} & \frac{1}{X} + \frac{X}{3} + ... \end{array}$$

$$0 + \frac{X^2}{3} + \frac{X^4}{30} + ... \quad , \quad -\frac{X^2}{3} \pm \frac{X^4}{18} \pm \frac{X^6}{360} + ...$$

$$Coth = \frac{1}{X} + \frac{X}{3} + ... \qquad , \qquad X << 1 \Rightarrow COTGX = \frac{1}{X} + \frac{X}{3}$$

$$Coth(x)(j + \frac{1}{2})\frac{j\mu_B H}{K\theta} = \frac{1}{(J + 1/2)g\mu_B H / K\theta} + \frac{(J + 1/2)g\mu_B H}{3K\theta} =$$

$$\frac{K\theta}{(J + 1.2)G\mu_B H} + \frac{(J + 1/2)g\mu_B H}{3K\theta}$$

$$\& Coth\frac{g\mu_B H}{2K\theta} = \frac{2K\theta}{gu_B H} + \frac{g\mu_B H}{6K\theta}$$

$$\Rightarrow M = Ng\mu_B\left\{(J+1/2)\left[\frac{K\theta}{(J+1/2)g\mu_B H}+\frac{(J+1/2g\mu_B H)}{3K\theta}\right]\right.$$

$$-\frac{1}{2}(\frac{2K\theta}{g\mu_B H})\frac{-1}{2}(\frac{G\mu_B H}{6K\theta})$$

$$\mu = Ng\mu_B\left[\frac{(J+1/2)^2 g\mu_B H}{2K\theta}-\frac{g\mu_B H}{3K\theta}\right]\Rightarrow$$

$$\mu = Ng\mu_B\,\frac{4(J^2+1/4+J)-1}{2K\theta}G\mu_B H$$

$$M = Ng\mu_B(\frac{J^2+1}{3K\theta})g\mu_B H \Rightarrow M = \frac{J(J+1)Ng^2\mu^2{}_B H}{3K\Theta}$$

ج)واضح است که با انتخاب $C'_{C} = \frac{Ng^2 J(J+1)\mu_B^2}{3K}$ معادله به شکل ساده تر نوشته می شود .

$$M = C'_C = \frac{H}{\theta}\mathrm{M}$$

فصل سوم: کار

حل مساله ۱-الف) گاز با فشار زیاد P داخل محفظه وجود دارد. اگر شیر را باز کنیم نشت گاز به داخل سیلندر آنقدر ادامه می یابد که حجم گاز به V_0 افزایش یابد این حجم مربوط به فشار و دمای جو است به گونه ای که $V_0 >> V_B$ از طرفی توجه داریم که در محفظه, با فشار P_0 باقی می ماند بنابراین این مقدار گازی که به داخل سیلندر نشت می کند $V_0 - V_B$ خواهد بود. چون فرآیند نشت گاز را ایستاوار در نظر گرفته ایم و فشار در سلیندر همراه P_0 است بنابراین کار انجام شده توسط پیستون برابر است با :

الف) $$P = P_0 CONST..W = -\int_0^F PdV = -\int_{V_B}^{V_0} P_0 dV = -P_0(V_0 - V_B)$$

ب) اگر گاز مستقیما به داخل جونشت کند انرژی داخلی آن طی یک فرآیند W=0 پیچیده به گرما تبدیل می شود و کار انجام شده صفر است .

حل مساله ۲-

الف - $$P(V-B) = R\theta \quad R,B = Const \quad و \quad PV = R\theta(1-\frac{B}{V})$$

$$W = \int_{V_I}^{V_F} PdV = -\int \frac{R\theta}{V_r B} dV = R\theta Ln(V-B)\Big] = -R\theta Ln(\frac{V_F - B}{V_I - B})$$

$$W = \int_{V_I}^{V_F} PdV = -\int_{V_I}^{V_F} \frac{R\theta}{V}(1-\frac{B}{V})dV\Big] = +\int_{V_I}^{V_F} \frac{R\theta B}{V^2} dV - R\theta \int_{V_I}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$W = -R\theta \ln(\frac{V_f}{V_i}) - R\theta B(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i})$$

حل مساله ۳-

$$P_1 = 10^3 Pa \qquad PV^\gamma = P = \frac{K}{V^\gamma}$$

$$W = -\int_{V_I}^{V_F} PdV = -\int_{V}^{V_F} \frac{K}{V^\gamma} dV = -K \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\Big]_{V_I}^{V_F} \qquad و \qquad V_I = 10^{-3} m^3$$

$$P_F = 2\times 10^5 PA \qquad = \frac{K}{\gamma - 1}[V_F^{\gamma-1} - V_I^{\gamma-1}]$$

$$= -\frac{1}{\gamma-1}[V_I \frac{V_1}{V_1^\gamma} - V_F \frac{K}{V_F^\gamma} = -\frac{P_I V_I - P_F V_F}{\gamma - 1} \qquad V_F = 3.16\times 10^{-3} m^3$$

$$\gamma = 1.4.W = ?$$

$$W = \frac{P_F V_F - P_I V_I}{\gamma - 1} = \frac{6.32\times10^2 - 10^3}{1.4-1} = -929J$$

حل مساله ٤-الف) اگر فرض کنیم عامل خارجی نیروی Fرا در فاصله dz حرکت می دهد کار انجام شده توسط آن برابر است با : dw=Fdz

به طوریکه dz=dy+dh

قسمتی از کار انجام شده توسط عامل خارجی صرف تغییر طول فنر و قسمتی صرف تغیر حجم گاز می شود :

$$dw = (p - p_0)Adh + kydy$$

$$Fdy + Fdh = Kydy + (P - P_0)Adh$$

ب) اگر سیستم مورد نظر تنها گاز باشد در آنصورت کار لازم برای متراکم کردن آن عبارت است از :

$$dW = Fdh = (p - p_0)Adh$$

حل مساله ٥-الف) کار انجام شده توسط عامل خارجی از دو قسمت تشکیل می شود یکی کار لازم برای بالا بردن پیستون به وزن W به اندازه dy و دیگری کار لازم برای متراکم کردن گاز به اندازه dv

$$dW = wdh + (p - p_0)Ady$$

ب) در این حالت عبارت مناسب برای کار عبارت است از : $dW = (p - p_0)Ady$

ج) اگر سیستم مورد نظر فقط گاز داخل سیلندر باشد عبارت مناسب برای کار انجام شده روی و یا توسط سیستم مستقل از محیط آن است همان طوریکه جواب مسئله (٣-٤) نیز نشان می دهد. در مورد کار انجام شده روی سیستم مغناطیسی نیز قبلا مشاهده کردیم که از دو قسمت تشکیل می شود یکی سهم مربوط به افزایش شدت میدان مغناطیسی و دیگری سهم مربوط به تغییر گشتاور مغناطیسی ماده و چون این سهم از اهمیت ترمودینامیکی برخوردار است کار انجام شده را به صورت $dw = \mu_0 HdM$ می نویسیم :

حل مساله ٦-

با استفاده از روابط کتاب داریم : M=0.1KG

$$W=\frac{Km}{2P}(P_F^2-P_I^2)=\frac{6.75\times10^{-12}\times0.1}{2\times10^4}((10^4)^2=0.34J-(0)^2)=0.37J$$

$$P_0=0 \quad و \quad W=\int PdV \Rightarrow W=\int PKVdP$$

$$\Rightarrow W=\int\frac{Km}{P}PdP=\frac{Km}{2p}(P_F^2-P_I^2)$$

$$P=10^4\frac{KG}{m^3} \quad و \quad dV=(\frac{dV}{d\theta})d\theta+(\frac{dV}{dP})dP$$

$$K=-\frac{1}{V}(\frac{dV}{dP})\Rightarrow(\frac{dV}{dP})-KV$$

$$K=6.75\times10^{-1}PA^{-1} \quad و \quad dV=-KVdP \quad و \quad V=\frac{m}{P}$$

حل مساله ۷-

$$L=F(F,\theta)\Rightarrow dL=(\frac{dL}{dF})_Q dF+(\frac{dL}{d\theta})_F d\theta$$

$$Y=\frac{S}{\theta}=\frac{L}{A}(\frac{dF}{dL})_Q\Rightarrow\frac{dF}{dL}=\frac{YA}{L}$$

الف) $$\frac{dL}{dF}=\frac{L}{YA}\Rightarrow\frac{L}{AY}dF,\quad dL=\frac{1}{YA}dF\Rightarrow$$

$$W=\int FdL=\int F\frac{L}{YA}dF=\frac{L}{2YA}(F_F^2-F_I^2)$$

ب) $$L=1M \quad و \quad \theta=273.13K$$

$$W=\frac{1}{2\times2.5\times10^{11}\times1\times10^7}((100)^2-(10)^2)=0.198J$$

$$A=1\times10^{-7}M^2 \quad و \quad F=10N$$

$$F_2=100N,\quad \gamma=2.5\times10^{11}\frac{N}{M^2}\quad ,dL\#0$$

شرایط این معادله این است که طول ثابت نیست و نوعی تغییر می کند .

حل مساله ۸- $$dW=\tau dL \quad , \quad \tau=k\theta(\frac{L}{L_0}-\frac{L_0^2}{L^2})$$

$W = \int FdL$ چون فرآیند همدماست و L فقط تابع دما می باشد پس در اینجا L ثابت است .

$$W = \int FdL = \int_{L_0}^{L_0/2} K\theta(\frac{L}{L_0} - \frac{L^2}{L^2})dL = \left[\frac{K\theta}{2L_0}L^2 + \frac{L_0^2}{L}K\theta\right]_{L_0}^{\frac{L_0}{2}}$$

$$= K\theta\left[\frac{L_0}{8} - \frac{L_0}{2} + 2L_0 - L_0\right] = \frac{5}{8}L_0K\theta$$

حل مساله۹- $dA : W = \int FdL$ سطح کل است که شامل داخل و خارج می شود .

سطح خارج +سطح داخل= سطح کل A

$$A = 4\pi R^2 + 4\pi R^2 = 8\pi R^2 \Rightarrow dA = 16\pi \quad dR$$

$$\therefore W = \int FdA = \int_0^R F(16\pi R)dV = F\frac{16\pi R^2}{2} = 8\pi R^2 F$$

حل مساله ۱۰-

$W = \int Ed\pi$ معادله حالت $\frac{\pi}{V} = XE \quad ; \quad \pi = VXE$

$$W = \int Ed\pi = \int_{\pi_I}^{\pi_F} \frac{\pi}{VX}d\pi = \frac{1}{2VX}(\pi_F^2 - \pi_I^2) =$$

$$= \frac{V^2X^2}{27X}(E_F^2 - E_1^2) = \frac{VX}{2}(E_F^2 - E_1^2),$$

$$\pi_f = VXE_f, \pi_i = VXE_i$$

حل مساله ۱۱- با استفاده از معادله کوری $M = 4\pi\ C'_C\ \frac{H}{\theta}$ کار را می توان به شکل زیر نوشت :

$$dW = \mu_0 HdM = \frac{\mu_0\theta}{4\pi\ C'_C}MdM$$

در فرآیند دما داریم :

$$W = \frac{\mu_0}{4\pi\ C'_C}\int_{M_i}^{M_f}\theta M\ dM \Rightarrow W = \frac{\mu_0\theta}{8\pi\ C'_C}(M_f^2 - M_i^2)$$

از معادله کوری $M_i = 4\pi\ C'_C\ \frac{H_i}{\theta}$ ، $M_f = 4\pi C'_C\frac{H_f}{\theta}$ لذا داریم :

$$W = \frac{2\pi C'_C \mu_0}{\theta}(H_f^2 - H_i^2)$$

حل مساله ۱۲-الف)

$$V = 2\times10^{-4}\,m^3 \quad ,\frac{H}{\theta}C'_C = M \Rightarrow C'_C = \frac{\theta M}{H}$$

$$H_i = \theta\ ,\ H_f = 10^6\ {}^{A}\!/_{m} \quad ,C'_C = 0.15$$

$$W = \int M_0 H dM \Rightarrow W = \int M_0 H dM \Rightarrow W = \frac{M_0 C'_C}{2\theta}(H_f^2 - H_i^2) = 0$$

اگر هیچ ماده ای میان سیم پیچ چنبره ای نباشد Mبرابر صفر است

$$W = \varepsilon d\tau = NA\frac{dB}{dT}dZ = NAidB$$

$$W = HVdB \quad ,B = \mu_0(H + \frac{M}{V}) \Rightarrow$$

$$dB = \mu_0 dH + \frac{M_0}{V}dM$$

$$W = HV\mu_0 dH + H\mu_0 dM \Rightarrow$$

$$W = \int V\mu_0 H dH = \frac{V\mu_0}{2}(H_F^2 - H_i^2)$$

$$W = \frac{2\times10^{-4}\times4\pi\times10^{-7}}{2}(10^{12} - 0) \Rightarrow W = 125.7J$$

ب)با استفاده از مسئله(۲-۱۱) به ازای $\theta = 300K$ داریم :

$$W = \frac{2\pi C'_C \mu_0}{\theta}(H_f^2 - H_i^2)$$

$$W = 2\pi\times0.15\times2\times10^{-4}\times4\pi\times10^{-7}\times(10^{-12} - 0)/300 = 0.8J$$

ج)کار انجام شده توسط عامل ایجاد کننده میدان عبارت است از :

در $300k$: $W = 125.7 + 0.8 = 126.5J$

در$1k$داریم: $W = 125.7 + 236.9 = 362.6J$

حل مساله ۱۳- چون جدار بین دو قسمت به طور ناگهانی تخریب می شود ملکولهای گاز فرصت کافی برای وارد کردن فشار به جدار نمی یابند. پس از تخریب جدار, گاز در هر لحظه تغییر حجم dV می دهد و به سمت فضای خالی حرکت می کند تا سرانجام به تعادل برسد و فشار به مقدار نهایی خود

که کمتر از مقدار اولیه است برسد. در فاصله زمانی تخریب جدار تا به تعادل رسیدن گاز, مقدار فشار معلوم نیست زیرا سیستم از حالتهای عدم تعادل عبور می کند و نمی توان پارامترهای ترمودینامیکی نظیر فشار ودما را برای آن تعریف کرد.بنابراین طی فرآیندهای بی نهایت کوچکی که سیستم را از حالت اولیه به حالت نهایی می برند مقدار کار مشخص نبوده از رابطه P dV محاسبه نمی شود .

حل مساله ۱۴-الف) در اینجا سیستم مرکب شامل یک سلول برگشت پذیر و یک سیستم هیدروستاتیکی است که منشا آن هیدروژن است. بنابراین مختصات لازم برای توصیف این سیستم مرکب عبارتند از θ, ξ, Z, V, P

ب)دو معادله حالت وجود دارد,

$$\xi = \xi_{20} + \alpha(\theta - 20) + b(\theta - 20)^2 + \gamma(\theta - 20)^3 \quad , \quad PV = nR\theta$$

ج) $dW = -PdV + \xi dZ$

ب) θ, Z, V

حل مساله ۱۵-در اینجا چون فشار داخل ظرف متغییر است حجم فیلم سطحی و فشار آن نیز تغییر می کند و باید سیستم مرکبی در نظر بگیریم که علاوه بر خواص فیلم سطحی دارای خاصیت هیدروستاتیکی نیز باشد .

الف) مختصات مورد نیاز θ, A, S, V, P می باشند

ب)دو معادله حالت و ج) $dW = SdA - PdV$

حل مساله ۱۶-الف) $\theta, \xi, Z, H, M, V, P$

ب)سه معادله حالت ج) $dW = -PdV + \xi dZ + HdM$

د) مختصات مستقل مناسب عبارتند از θ, ξ, M, P

فصل چهارم : گرما و قانون اول ترمودینامیک

حل مساله ۱-

چون $\Delta U = Q + W$, چون با لایه ضخیمی احاطه شده است , بنابراین انتقال گرمایی وجود ندارد و چون گاز را متراکم می کنیم . بنابراین دمای گاز افزایش می یابد . و انرژی داخلی گاز افزایش می یابد و ممکن است تمام این انرژی به گرما تبدیل شود

حل مساله ۲-

نکته :در سوال ذکرنشده است که دیواره عایق است بنابراین گرما می تواند منتقل شود

الف)گرما منتقل می شود زیرا دمای آب افزایش یافته است

ب)کار انجام نشده فرض حجم تغییر نمی کند

ج) $\Delta U = U_F - U_1 < 0$ (چون انرژی از دست می دهد و انرژی نهایی آن کمتر است)

$CH_4 + O_2 \Rightarrow 20_2 + H_2O$

حل مساله ۳-

الف)خیر- ظرف عایق بندی شده است

ب)بله- کار مکانیکی روی سیستم انجام شده است

ج)چون روی سیستم کار انجام شده است پس $\Delta W > 0$ و طبق قانون اول $\Delta U > 0$

حل مساله ٤-

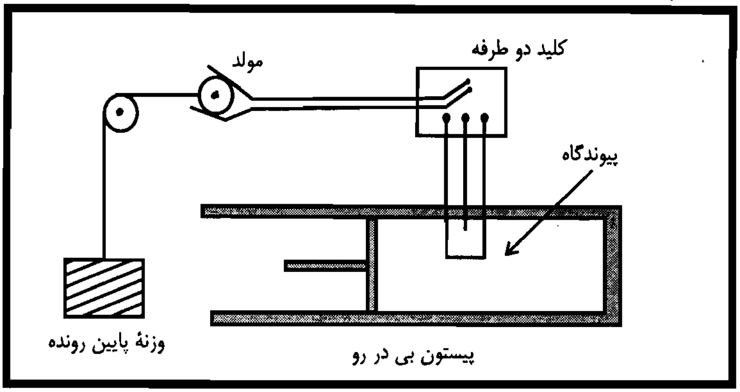
الف)خیر –چون آب داخل دریاچه ناشی از چشمه های زیر زمینی جریان های ورودی از رودخانه ها و باران می باشد و تنها مربوط به باران نیستند .

ب)بله- ولی کامل نیست زیرا همواره باید با آب قبل از ریزش مقایسه شود

ج)گرما در جسم

حل مساله ٥-این پدیده همان انبساط آزاد است. چون سیستم کاملا عایق بندی شده است بنابراین $\Delta Q = 0$ از طرفی چون تیغه به طور ناگهانی برداشته می شود ذرات گاز فرصت لازم برای نیرو وارد کردن به آن را نمی یابند و کاری انجانم نمی شود $\Delta W = 0$ بنابر این با توجه به اصل اول ترمودینامیک : $\Delta U = U_f - U_i = 0 \Rightarrow U_f = U_i$

حل مساله ٦-الف)



ب)در این حالت کاری انجام نشده و گرمایی نیز مبادله نشده است بنابراین $\Delta U = 0$

ج)اگر وزنه حرکت کند و جهت جریان در پیوندگاه به گونه ای باشد که دمای آن افزایش یابد به دنبال آن دمای گاز نیز افزایش می یابد زیرا گرما دریافت کرده است در این حالت $\Delta U = \Delta Q > 0$

د)با تعویض جهت کلید دو طرفه دمای پیوندگاه کاهش می یابد واز سیستم گرما می گیرد در این مورد

$$\Delta U = \Delta Q > 0$$

هـ)پیستون چه منبسط شود و چه متراکم، می توان فرآیند تکدما ایجاد کرد برای این منظور همزمان با انبساط پیستون وزنه را به پایین حرکت می دهیم و کلید دوطرفه را در جهتی که پیوندگاه گرم شود تنظیم می کنیم با افزایش حجم دما کاهش می یابد ولی پیوندگاه گرمای لازم را به سیستم می دهد و دما ثابت می ماند هنگامی که پیستون متراکم می شود کلید دو طرفه رادر جهت عکس تنظیم می کنیم با گرفتن گرما از سیستم دما ثابت میماند . چون کل سیستم به طور بی در رو محافظت می شود و بر همکنش های کار نیز بی در رو هستند پس فرآیند بی در رو هم هست.

حل مساله ۷- $\Delta u = \Delta Q + \Delta W \Rightarrow \Delta W = \Delta U - \Delta Q = 286500 - 50000$

$\Delta W = 236500J$ کار انجام شده

$$\Delta W = \xi \Delta Z \Rightarrow \xi = \frac{\Delta W}{\Delta Z} = \frac{236500}{2 \times 96500} = 1.22$$ ولت

حل مساله ۸- فرض می کنیم در لحظه اول فشار در سمت چپ سیستم شامل پیستون و سیلندر سمت چپ و سمت راست P_i و حجم آن V_i باشد و در سمت راست فشار $P_f < P_i$ و حجم در لحظه نهایی V_f باشد کاری که پس از انتقال تمام گاز به سمت راست انجام می شود برابر است با :

$$W = -\int_{V_i}^{0} P_i dV - \int_{0}^{V_f} P_f dV = P_i V_i - P_f V_f$$

از طرفی اگر انرژی داخلی سیستم در لحظه اولیه Ui و در لحظه نهایی Uf باشد مطابق اصل اول ترمودینامیک , از آنجایی که فرآیند بی در رو است خواهیم داشت:

$$U_f - U_i = W = P_i V_i - P_f V_f \Rightarrow U_i + P_i V_i = U_f + P_f V_f$$

حل مساله ۹-

چون دیواره نارساناست در نتیجه این فرآیند بی در رو است پس dQ=0 داریم :

انرژی مولی در هوا $\leftarrow \quad U_0 + P_0 V_0 = UF \quad \rightarrow$ انرژی مولکولی

فشار هوا در اتاقک P_0 و حجم مولی هوا در دما و فشار اتمسفر V_0:

$$\int dU = \int dQ + dW = -\int P dV \Rightarrow W = -\int P dV = -\int_{V_0}^{0} P_0 dV = P_0 V_0$$

$$\int_{U_1}^{U_F} dU = -P_0 \int_{0}^{V_0} dV \Rightarrow U_F - U_0 = -P_0 V_0 \Rightarrow U_0 - P_0 V_0 = U_F$$

حل مساله ۱۰-

هنگامی که انرژی الکتریکی به میزانی در مقاومت می رسد که دمای گاز, محفظه لوله مومنین و آب برابر با دمای هوای بیرون باقی بماند . $W = -\int P dV = -\int_{0}^{nV_0 - V_B} P_0 dV = -P_0 (nV_0 - V_B)$

$$\int dU = \int dQ + dW \Rightarrow \Delta U = \int_{0}^{T} EI dT - P \int_{V_B}^{nV_0} dV$$

$$= -EIT + P_0 (V_B - NV_0) = EIT + P_0 (NV_0 - V_B)$$

حل مساله ۱۱-

تعداد مول های هلیوم باقیمانده در اتاقک $N_F=$ به طور بی دررو وارد

انرژی مولی اولیه هلیوم در اتاقک $U_I=$ مخزن می شود تا فشار

انرژی مولی نهایی هلیوم در اتاقک هر طرف برابر شود

حجم مولی هلیوم در مخزن گاز $\rightarrow H' = U' + PV'V'$

انرژی مولی هلیوم در مخزن گاز $\rightarrow (U'$

مقداری گاز از اتاقک وارد مخزن می شود پس تعداد مول های گاز در اتاقک به اندازه N_I-N_F کم می شود و این تعداد وارد مخزن می شود چون فرآیندی دررو است و چون عایق بندی شده , $d\theta = 0$ طبق قانون بقای انرژی داریم :

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow (U_F)_T = W \Rightarrow U = W + U'$$

و داریم :

انرژی داخلی اولیه اتاقک: $U_I = n_I U_I$
انرژی داخلی نهایی اتاقک: $U_F = n_F U_F$
$\Rightarrow$ انرژی داخلی نهایی مخزن $= U'_F = (n_I - n_F)U'$ (II

انرژی داخلی کل نهایی کار توسط سیستم به صورت زیر است :

$$\Delta U = n_f V_f - n_i V_i + (n_i - n_f)V' \quad \text{(II}$$

$$W = -P'(n_I - n_F)\int_0^{V'} dV = -P'(n_I - n_F)V' \quad \text{(III}$$

از II و I و III داریم :

$$\Delta U = W$$
$$n_F U_F + (n_I - n_F)U' - n_I U_I = -P'(n_I - n_F)V' \Rightarrow$$
$$n_F U_F + n_I U' - n_F U' - n_I U_I = -P' n_I V' + n_F P' V'$$
$$\Rightarrow n_I(\frac{U' + P'V'}{h'}) - n_F U_F - n_I U_I = n_F(\frac{U' + P'V'}{h'})$$
$$n_I(h' - U_I) = n_F(h' - U_F) \Rightarrow \frac{n_f}{n_I} = \frac{h' - V}{h' - V_f}$$

حل مساله ۱۲- $C_P = A + B\theta - \frac{C}{\theta^2}$ مول n ثابت دمای C,B,A: $dQ = C_p d\theta$

$$C_P = (\frac{dQ}{d\theta})_P \Rightarrow n\int_{\theta_I}^{\theta_F}(A + B\theta - \frac{C}{\theta^2})d\theta = \int dQ \Rightarrow$$

$$Q = n(A\theta + \frac{B}{2}\theta^2 - \frac{C}{\theta}]_{\theta_I}^{\theta_F}$$

$$\Rightarrow Q = nA(\theta_F - \theta_I) + \frac{nB}{2}(\theta_F^2 - \theta_I^2) + nC(\frac{1}{\theta_F} - \frac{1}{\theta_I})$$

حل مساله ۱۳- $Q = \int C d\theta = \int_{0.01\Theta}^{0.02\Theta}(\frac{a}{\Theta^3}\theta^3 + b\theta)d\theta =$

$$Q = (\frac{a}{\Theta^3} \times \frac{1}{4}\theta^4 + \frac{b}{2}\theta^2)\Big|_{0.01\Theta}^{0.02\theta} =$$

$$\frac{a\Theta}{4}[(0.02)^4 - (0.01)^4] + \frac{b\Theta^2}{2}[(0.02)^2 - (0.01)^2]$$

$$= 3.75\times 10^{-8} a\Theta + 1.5\times 10^{-4} b\Theta^2$$

حل مساله ١٤-الف)

$$U = U(P,\theta) \Rightarrow dU = (\frac{du}{dp})_\theta dp + (\frac{du}{d\theta})_p d\theta, dW = -PdV$$

$$V = V(P,\theta) \Rightarrow dV = (\frac{\partial V}{\partial P})dP + (\frac{\partial V}{\partial \theta})_P d_\theta, dQ = dU + PdV$$

$$dQ = (\frac{\partial u}{\partial p})_\theta dp + (\frac{\partial u}{\partial \theta})_P d\theta + P(\frac{\partial V}{\partial p})_\theta dp + P(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P d\theta$$

$$dQ = [(\frac{\partial u}{\partial \theta})_P + P(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P]d\theta + P[(\frac{\partial u}{\partial p})_\theta + p(\frac{\partial V}{\partial p})_\theta)]dp$$

ب)چون Cp در جواب حل مساله است بنابراین

$dp=0, p\text{-contst}$

$$dQ = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_P d\theta + P(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P]d\theta \Rightarrow$$

$$(\frac{\partial u}{\partial \theta})_P = \frac{dQ}{d\theta} P(\frac{dV}{d\theta})_P d\theta = C_P - PV\beta$$

ج)

$$(\frac{\partial u}{\partial V})_\theta = \frac{C_P - C_V}{V\beta} - P$$

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_\theta = (\frac{\partial U}{\partial P})_\theta (\frac{\partial P}{\partial V})_\theta = (\frac{\partial U}{P})_\theta \frac{-1}{KV}$$

$$(\frac{\partial U}{\partial P})_\theta = -KV(\frac{Cp - Cv}{V\beta} - p) = PVK - (Cp - Cv)\frac{K}{\beta}$$

حل مساله ۱۵-الف

$$U = U(P,V), dQ = dU + dW = dU + PdV$$

$$dU = (\frac{du}{dp})_V dP + (\frac{du}{dV})_P dV \Rightarrow dQ = (\frac{\partial u}{\partial p})_V dP + \left[(\frac{\partial u}{\partial V})_p + p \right] dV$$ (

ب)

$$V = Const \Rightarrow dV = 0 \xrightarrow{\text{با استفاده از الف}} \frac{d\theta}{dP} = (\frac{du}{dP})_V \Rightarrow (\frac{\partial u}{\partial p})_V \xrightarrow[\text{زنجیری}]{\text{قاعده}}$$

$$(\frac{dQ}{dP})_V = (\frac{dQ}{d\theta})_V (\frac{d\theta}{dP})_V = C_V \frac{K}{\beta} \Rightarrow (\frac{\partial V}{\partial P})_V = \frac{C_V K}{\beta}$$

ج)

$$P = Const \Rightarrow dP = 0 \xrightarrow{\text{با استفاده از الف}}$$

$$dQ = (\frac{\partial U}{\partial V})_P dV + PdV + \Rightarrow$$

$$(\frac{dQ}{dV})_P - P = (\frac{\partial U}{\partial V})_P \Rightarrow (\frac{\partial U}{\partial V})_P = (\frac{dQ}{d\theta})_P (\frac{d\theta}{dV})_P - P = \frac{C_P}{\beta V} - P$$

حل مساله ۱٦-الف

سیم کشیده می شود $dU = dQ + dQ \Rightarrow dQ = dU + dW = dU - \tau dL$

$$\Rightarrow dQ = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_L d\theta + (\frac{\partial u}{\partial L})_B dL - TdL$$

اگر $U(\theta, L) \Rightarrow dU = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_L dB + (\frac{\partial u}{\partial L})_\theta dL$

$$dQ = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_L d\theta + \left| (\frac{\partial u}{\partial L})_B - T \right| dL \Rightarrow$$

صفر است dL اگر ثابت باشد, $\Rightarrow (\frac{dQ}{d\theta})_L = (\frac{dU}{d\theta})_L =$

$$U = U(\theta, L) \Rightarrow dU = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_L d\theta + (\frac{\partial u}{dL})dL \Rightarrow (\frac{\partial V}{\partial \theta})_L = (\frac{\partial V}{\partial \theta})_L$$

$$dQ = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_T d\theta + (\frac{\partial u}{\partial L})dL - TdL$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{d\theta} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_T + (\frac{\partial u}{\partial T})_\theta \frac{dT}{d\theta} - T(\frac{dL}{d\theta})$$

T را ثابت در نظر می گیریم آنگاه : $(\frac{dQ}{d\theta})_L = (\frac{\partial u}{\partial \theta})$ لذا: $C_L = (\frac{dQ}{d\theta})_L \Rightarrow C_L = (\frac{\partial V}{\partial \theta})_L$

$$\Rightarrow (\frac{dQ}{d\theta})_T = (\frac{\partial V}{\partial \theta})_T - T(\frac{\partial L}{\partial \theta})_T \Rightarrow C_T = (\frac{\partial V}{\partial \theta})_T - T\alpha L$$

جامد پارامغناطیس: $M = C'_C \frac{H}{\theta} \Rightarrow dQ = dU - dW = dU - \mu_0 HdM$

اگر $U = U(\theta, H) \Rightarrow du = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_H d\theta + (\frac{\partial u}{\partial H})_\theta dH \Rightarrow$

$$dQ = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_H d\theta + (\frac{\partial u}{\partial \theta})_\theta dH - \mu_0 HdM \Rightarrow$$

اگر H=CONST می شود dH=0: $(\frac{dQ}{d\theta}) = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_M - \mu_0 \frac{M\theta}{C_C}\frac{dM}{d\theta} \{(M = C_C \frac{H}{\theta}) \Rightarrow$

$$C_M = (\frac{\partial V}{\partial \theta})_M$$

$$dm = (\frac{\partial M}{\partial H})\theta \, , dH + (\frac{\partial M}{\partial \theta})_H d\theta = \frac{C'_C}{\theta} dH - \frac{C'_C}{\theta^2} d\theta$$

اگر $H = 0 \Rightarrow \frac{dM}{d\theta} = C'_C \frac{H}{\theta^2} = -C'_C \frac{1}{\theta}(\frac{M}{C'_C}) = -\frac{M}{\theta} \Rightarrow$

$$(\frac{dQ}{d\theta})_H = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_H + \frac{\mu_0 M^2}{C'_C} \Rightarrow C_H = (\frac{dU}{d\theta})_H + \frac{M^2}{C'_C}$$

حل مساله ۱۷- $U = C\theta - \frac{a}{V} \Rightarrow C_V = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_V = C \quad , \quad C_P = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_P + PVB$

$$,(\frac{\partial u}{\partial \theta})_P = C + \frac{a}{V^2}(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P$$

از معادله حالت برای محاسبه $(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P$ استفاده می کنیم .

$$(P+\frac{a}{V^2})(V-b)=R\theta \Rightarrow (\frac{\partial V}{\partial \theta})_P[\frac{-2a(V-b)}{V^3}+(P+\frac{a}{V^2})]=R$$

$$(\frac{\partial V}{\partial \theta})_P=\frac{R}{(P-\frac{a}{V^2}+\frac{2ab}{V^3})} \quad ,$$

$$(\frac{\partial U}{\partial \theta})_P=C+\frac{a}{V^2}(\frac{R}{P-\frac{a}{V^2}+\frac{2ab}{V^3}})$$

$$C_p=C+\frac{aRV}{PV^3-aV+2ab}+PVB \quad , \quad \beta V=(\frac{\partial V}{\partial \theta})_V$$

$$C_p=C+\frac{aRV}{PV^3-aV+2ab}+\frac{PRV^3}{PV^3-aV+2ab}$$

حل مساله ۱۸-

$PV+F(V)+\Gamma(U-U_0),(\Gamma,U:$ ثابت $)$ مشتق گیری از طرفین نسبت به دما (θ) در حجم ثابت

$$(V(\frac{dP}{d\theta})+0)=\Gamma(\frac{du}{d\theta})-(\frac{\partial V}{\partial \theta})$$

$$\Rightarrow V(\frac{\partial p}{\partial \theta})_v=\Gamma(\frac{\partial u}{\partial \theta})_V \quad ,(\frac{\partial P}{\partial \theta})_V=\frac{\beta}{K}\Rightarrow$$

$$\Gamma=\frac{V(\partial P/\partial \theta)}{(\partial V/\nabla \theta)}\Rightarrow \Gamma=\frac{\beta V}{C_V K}$$

حل مساله ۱۹-

پارامتر های یک گاز پارامغناطیس V,P,H,θ,M می باشد دو معادله حالت وجود دارد پس ۳/ مختصه مستقل داریم که عبارت از θ,V,M هستند .

$$U=U(\theta,V,M)\Rightarrow$$

$$du=(\frac{\partial u}{\partial \theta})_{V,M}d\theta+(\frac{\partial u}{\partial V})_{\theta,M}dV+(\frac{\partial u}{\partial M})_{\theta,V}dM, dW=-PdV+\mu_0 HdM$$

الف)

$$dQ = dU - dW = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{V,M} d\theta + \left[(\frac{\partial u}{\partial V})_{M,\theta} + P \right] dV$$

$$+ \left[(\frac{\partial u}{\partial m})_{\theta,V} - \mu_0 H_0 \right] dM$$

ب)

$$V_0 M = CONST \Rightarrow dV = dM = 0$$

$$\Rightarrow C_{V,M} = (\frac{dQ}{d\theta})_{V,M} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{V,M}$$

$$V, H = CONST \Rightarrow dV = dH_0 = 0, U = U(V, H, \theta) \Rightarrow$$

$$d\theta = (\frac{du}{d\theta})_{H,V} d\theta + (\frac{\partial u}{dH})_{V,\theta}$$

$$dH + \left[(\frac{\partial u}{\partial V})_{H,\theta} + P \right] dV + \mu_0 H dH \Rightarrow$$

$$C_{V,H} = (\frac{dQ}{d\theta})_{V,H} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{V,H} + [(\frac{\partial V}{\partial M})_{\theta,V} - \mu_0 H](\frac{dM}{d\theta})_{V,H}$$

$$,(\frac{dM}{d\theta})_{V,H} = C'_C H(-\frac{1}{\theta^2})$$

$$C_{V,H} = (\frac{\partial V}{\partial \theta})_{V,H} - C'_C H \frac{(\partial V / \partial M)_{\theta,V} - \mu_0 H}{\theta^2}$$

$$P, M = CONT \xrightarrow{U = U(M,P,\theta)} dQ = (\frac{\partial u}{\partial M})_{P,M} dM + (\frac{\partial u}{\partial p})_{M,V} dP + (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{M,P}$$

$$d\theta + PdV + \mu_0 H dM \Rightarrow dP = dM = 0 \Rightarrow$$

$$(\frac{dQ}{d\theta})_{P,M} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{M,P} + P(\frac{dV}{d\theta})_{M,P} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{M,P} + P\beta V$$

$$\Rightarrow C_{P,M} = P\beta V + (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{M,P}$$

$$U = U(\theta, P, V_0), P, H = CONST$$

$$dQ = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{P,M} d\theta + (\frac{\partial u}{\partial P})_{P,H} dP + (\frac{\partial u}{\partial H}) dH + PdV - \mu_0 HV dH$$

$$\Rightarrow C_{P,H} = (\frac{dQ}{d\theta})_{P,H} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{P,H} + P(\frac{dV}{d\theta})_{P,H} = (\frac{\partial u}{\partial \theta})_{P,H} + P\beta V$$

حل مساله ۲۰-

اگر یک پوست استوانه ای به شعاع $R_1<R<R_2$ در نظر بگیریم جریان گرمایی به طور شعاعی می باشد وگرما از V_1بهV_2 انتقال و $A = 2\pi r L$ سرعت ثابت Q می یابد اگر :

$$Q' = KA\frac{d\theta}{dX} = -K2\pi XL\frac{d\theta}{dX} \Rightarrow$$

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q'}{-K2\pi LX}dx(\theta_2 < \theta_1) \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = -\frac{Q'}{2\pi KL}Ln\frac{R_2}{R_1}$$

حل مساله ۲۱-

$$\int_{\theta_1}^{\frac{\theta_1+\theta_2}{2}} d\theta = -\frac{Q'}{2\pi KL}\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{r} \Rightarrow \frac{\theta_1+\theta_2}{2} - \theta_1 = \frac{Q'}{2\pi KL}Ln(\frac{r}{r_1})$$

$$(\theta_1 - \theta_2)\frac{\pi KL}{Q'} = Ln(\frac{r}{r_1}) \Rightarrow r = r_1 \exp[\frac{\pi KL}{Q'}(\theta_1 - \theta_2)]$$

حل مساله ۲۲-

$$Q' = KL\frac{d\theta}{dX} \Rightarrow d\theta = \frac{-Q'}{KA}dX \Rightarrow$$

$$-\int_{\theta_1}^{\theta_2} dB = \frac{Q'}{K}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dX}{4\pi X^2} = \frac{-Q'}{4\pi K}(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}) \Rightarrow$$

برای کره ای به ضخامت dXداریم .

$$(\theta_1 - \theta_2) = \frac{Q'}{4\pi K}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}) \Rightarrow \theta_1 - \theta_2 = \frac{Q'}{4\pi K}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

کاواک کروی $r_1=0/05$ طبق رابطه سوال ۲۲ داریم :

کاواک کروی $r_1=0/05$ طبق رابطه سوال ۲۲ داریم :

حل مساله ۲۳-

$$\theta_1-\theta_2=\frac{Q'}{4\pi K}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \qquad ,K=\frac{Q'}{4\pi(\theta_1-\theta_2)}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\Rightarrow r_2=0/05$$

$$K=\frac{10/8}{4\pi(-50)}\left(\frac{-1}{0/05}+\frac{1}{0/15}\right)=? \quad ,Q'=10/8W \qquad ,\theta_1-\theta_2=50^{0c}$$

$$K=0/230\frac{W}{K.M}$$

حل مساله ۲۴ -

T_A ضخامت خارجی با دمای Xدما و T_W

$$\dot{Q}_{conduction}=-AK\frac{d\theta}{dX}=-\frac{AK}{X-0}(T-T_W)\Rightarrow$$

$$\dot{Q}=\frac{-AK}{X}(T_W-T)$$

انتقال گرما در رسانش باعث ایجاد دمای مثبت در طرف دیگر عایق می شود و در همرفت دمای T_A,T کاهش می یابد .

همرفت $\dot{Q}=hA(T_A-T)$

و به روش دیگر می توان گفت:

$t_A<t<t_w \quad , \quad \dot{Q}=\frac{Ak}{x}(t_w-t)$ رسانش:

در حالت انتقال گرما در رسانش مطابق همرفت دمای T به T_A تبدیل می شود:

$$\Rightarrow t=\frac{k/x\ t_w-hAt}{k\ x+h} \quad \Rightarrow \frac{\dot{Q}}{A}=U(t_w+t_A)$$

$$\dot{Q}=\frac{-AK}{X}(T_W-T)\ ,\ -\frac{AK}{X}(T_W-T)=hA(T_A-T)$$

با فرض این که است، عبارت بالا را خواهیم داشت.

در ادامه راه حل اول داریم:

$$\dot{Q}=\dot{Q}\Rightarrow \frac{-AK}{x}(T_W-T)=hA(T_A-T)$$

$$\Rightarrow \frac{K}{x}T_W-\frac{K}{x}T=hT_A-hT\Rightarrow \frac{K}{x}T_W$$

$$-hT=T(\frac{K}{x}+h)\Rightarrow T=\frac{K/xT_W-hT_A}{K/x+h} ,, \dot{Q}=\frac{AK}{X}(T_W-T)$$

$$\frac{AK}{X}(T_W-\frac{KT_W-hxT_A}{K+hx})=\frac{AK}{x}(T_W-\frac{KT_W-hxT_A}{K+hx})$$

$$=\frac{AK}{x}(\frac{T_Whx+TAhx}{K+hx})=AK(\frac{T_wh-T_Ah}{K+hx})==\Rightarrow$$

$$\frac{\dot{Q}}{A}=K(\frac{hT_W}{K+hx}-\frac{hT_A}{K+hx})=\frac{Kh}{K+hx}(T_W-T_A)\Rightarrow \frac{\dot{Q}}{A}=u(T_W-T_A)$$

ب) $T=\frac{KT_W-hxT_A}{K+hx}$ بالا داریم *

$$Q=hA(T-T_A)\Rightarrow T=\frac{Q}{hA}+T_A\Rightarrow T=\frac{\upsilon(T_W-T_A)}{h}+T_A$$

$$T=\frac{x}{K+h}(T_W-T_A)+T_A$$

حل مسائه ۲۵-L,K,H گرمای ذوب یخ و Y چگالی یخ و در رسانش از دمای θ_i به اندازه θ کم می شود تا آب به یخ تبدیل شود.

$\theta=hA(\theta-\theta_A)$ همرفت (۲ $Q=\frac{-KA}{Y}(\theta-\theta_i)$ رسانش (۱ دمای سطح فوقانی یخ

$\theta\frac{\theta_A}{\theta}$ درهمرفت از هر θ به مقدار θ_A کم می شود ($d\theta$ باید در جهت کـاهش θ باشد) θ_i

$Q=\frac{KA}{Y}(\theta_i-\theta)=hA(\theta-\theta A)\Rightarrow KA\theta_i-KA\theta=hAY\theta-hAY\theta A\Rightarrow$ همرفت ,

$Q=\theta$ رسانش

$$KA\theta_i + hAY\theta_A = \theta(hAY + KA) \Rightarrow$$

$$\theta = \frac{h\theta_i + hY\theta_A}{hY + K}, Q = -K\frac{A}{Y}$$

$$\left(\frac{K\theta_i + hY\theta_A}{hY + K} - \theta_i\right) = \frac{hAK(\theta_i - \theta_A)}{hY + K} \qquad \text{(I}$$

$$Q = \frac{d\theta}{dT}, Q = ML_f - \frac{KA}{V}\left(\frac{K\theta_i + hy\theta_A - hy\theta_i - K\theta_i}{hy + k}\right)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}mL_f = \frac{\rho Ady}{dt}L_f \qquad \text{(II}$$

$$(I, II) \Rightarrow \frac{hAK(\theta_i - \theta_A)}{KY + K} = \frac{\rho AdY}{dT}L_f \Rightarrow \int_0^y \frac{(hY + K)}{KH}dY = \int_0^T \frac{\theta_i - \theta_A}{\rho L_f}dT$$

$$\Rightarrow \frac{Y^2}{2K} + \frac{Y}{h} = \frac{\theta_i - \theta_A}{\rho L_f}T \Rightarrow \frac{Y}{h} + \frac{Y^2}{2K} = \frac{\theta_i - \theta_A}{\rho L}T$$

حل مساله ۲۶-

$$Q^0 = A\alpha\sigma(\theta_W^4 - \theta^4) \approx A\alpha\sigma\theta_W^4$$

زیرا $\theta_W^4 >> \theta^4$ با a=1 و $\sigma = 56/7 \times 10^{-9}$ داریم :

$$\frac{Q^0}{A} = 56/7 \times 10^{-9} \times (300)^4 = 549/3 \quad , \quad W/m^2$$

گرمایی که از طریق رسانش منتقل می شود

$$\frac{Q^0}{A} = K\frac{\Delta\theta}{\Delta x} = 10^5\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{495/3}{10^5} \approx 0/0046k$$

حل مساله ۲۷-مساحت استوانه $A = 2\pi \times 0.025 \times 0.1 + 2\pi(0.025)^2 = 0.019635m^2$

گرمایی که استوانه از طریق دیواره های خارجی که در دمای 78K قرار دارند جذب می نماید برابر است : $\dot{Q} = A\alpha\sigma\theta_W^4 = 0.0196 \times 1 \times 56.7 \times 10^{-9}(78)^4 = 0.0412W$

$$\dot{Q} = \dot{m}L_V \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{Q}}{L_v} = \frac{0.0412}{21 \times 10^3} \Rightarrow \dot{m} = 7.06\, g/h$$

حل مساله ۲۸-

$$Q^0 = A\alpha\sigma(\theta_W^4 - \theta^4) \approx A\alpha\theta_W^4$$

$$A = \frac{100}{0.35\times 5.67\times 10^{-9}(2460)^4} = 1.36\times 10^{-4} m^2 = 1.36 Cm^2$$

حل مساله ۲۹-

$$A = 2\pi \times \frac{3.26\times 10^{-4}}{2}\times 1.302 = 1.333\times 10^{-3} m^2$$

$$\dot{Q} = VI = 20.2\times 12.5 = 258.56W$$

$$\dot{Q} = A\alpha\sigma(\theta_{Cu}^4 - \theta_W^4) \approx A\alpha\sigma\theta_{Cu}^4$$

$$\theta_{Cu}^4 = \frac{258/56}{1.333\times 10^{-3}\times 1\times 56.7\times 10^{-9}} = 1360k$$

حل مساله ۳۰-توان دریافت شده در خارج از جو در واحد سطح برابر $1350\frac{W}{m^2}$ است بنابراین

توان کل تابش شده توسط خورشید برابر است با :

$$Q = 1350\times 2.806\times 10^{23} = 30881\times 10^{26} W$$

$$\dot{Q} = A\alpha\sigma(\theta_S^4 - \theta_E^4) \approx A\alpha\sigma\theta_S^4 \Rightarrow \theta_S^4 = \frac{\dot{Q}}{A\alpha\sigma} =$$

$$\frac{3.7881\times 10^{26}}{6.07\times 10^{18}\times 1\times 56.7\times 10^{-9}} = 5760k$$

حل مساله ۳۱-الف)

$$\dot{Q} = A\sigma\alpha(\theta_w^4 - \theta^4)$$

$$Lim(\theta_W - \theta) \to 0 \equiv Lim\theta_W = \theta$$

$$\theta_W^4 - \theta^4 = (\theta_W - \theta)(\theta_W^3 + \theta_W^2\theta + \theta_W\theta^2 + \theta^3) \approx 4\theta_W^3(\theta_W - \theta)$$

$$\dot{Q} = 4A\sigma\alpha\theta_W^3(\theta_W - \theta)$$

ب)اگر ظرفیت گرمایی جسم در فشار ثابت $Cp(\frac{J}{K})$ باشد داریم :

$$Cp = \left(\frac{dQ}{d\theta}\right)_p = \dot{Q}\frac{d\tau}{d\theta} \Rightarrow \dot{Q} = Cp\frac{d\theta}{d\tau} = 4A\sigma\alpha\theta_W^3(\theta_W - \theta)$$

$$\int_0^\tau d\tau = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{Cpd\theta}{4A\sigma\alpha\theta_W^3(\theta_W - \theta)} = [-\frac{Cp}{4A\sigma\alpha\theta_W^3}Ln(\theta_w - \theta)]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$\tau = \frac{Cp}{4A\sigma\alpha\theta_W^3}Ln\left(\frac{\theta_W - \theta_1}{\theta_W - \theta_2}\right)$$

ج) $Cp = C_P m = C_P \rho V \Rightarrow$ جرم /ظرفیت گرمایی = ظرفیت گرمایی ویژه

اگر زمان لازم برای کاهش دمای آلومینیم را τ_{Al} و در زمان لازم برای کاهش دمای مس را τ_{Al} بنامیم .

$$\frac{\tau_{AL}}{\tau_{Cu}} = \frac{(C_P)_{AL}}{(C_P)_{Cu}} \times \frac{\rho_{AL}}{P_{Cu}} \Rightarrow \frac{(Cp)_{Al}}{(Cp)_{Cu}} = \frac{\tau_{Al}}{\tau_{Cu}} \times \frac{\rho_{cu}}{\rho Al}$$

$$\frac{(C_p)_{AL}}{(C_p)_{Cu}} = \frac{10\times 8.9}{14.2\times 2.7} = 2.32$$

حل مساله ۳۲-

جرم کره مسی $= \frac{4}{3}\pi R^3\rho = \frac{4}{3}\pi(0.02)^3 \times 8.93\times 10^3 = 0.299kg$

سطح کره مسی $= 4\pi R^2 = 5.026\times 10^3 m^2$

$$\tau = \frac{mCp}{4\theta_w^3 A\alpha\sigma}Ln\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{0.299\times 3810}{4\times(373)^3\times 5.026\times 10^{-3}\times 56.7\times 10^{-9}} \approx 7800s$$

$\tau = 130$ دقیقه

فصل پنجم: گازهای کامل

حل مساله ۱– گرمای ایجادی تنها صرف افزایش دمای m از هوا وبه بقیه سرایت نمی کند.

الف در بی دررو :

$$w^2=\frac{1}{\rho K_S},K=\frac{1}{\gamma P}\Rightarrow W^2=\gamma P/\rho \quad ,\Delta Q=0$$

$$W=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}=\frac{\sqrt{PV\gamma}}{m}=\frac{\sqrt{nR\Delta T\gamma}}{m}=\frac{\sqrt{R\Delta T\gamma}}{m}\Rightarrow$$

$$W^2=\frac{\gamma R\Delta T}{M}\Delta T=\frac{mW^2}{\gamma R}=\frac{W^2}{\gamma R/m}\Rightarrow\Delta T=\frac{W^2}{\gamma R/m}$$

ب)

$$\Delta T=\frac{(\frac{600\times16.1}{3600})^2\times28.96\times10^{-3}}{5\times8/31}\cong50K$$

ج)برای شهاب سنگ فرمول قسمت الف به صورت زیر نوشته می شود :

$$\Delta U=\frac{1}{2}mW^2=mc\Delta T$$

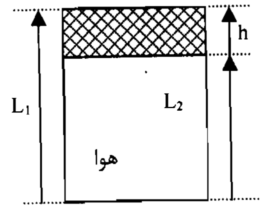
که در آن m جرم شهاب سنگ و C ظرفیتگرمایی ویـژه آن اسـت بـا W=20m یـا W=32180m/s

داریم :

$$\Delta T=\frac{W^2}{2C}=\frac{1}{C}\frac{(32180)^2}{2}=\frac{1}{C}\times5/17\times10^8$$

حل مساله ۲– اگر طول مخزن استوانهای را L فرض کنیم به گونه ای کـه L>76m آنگـاه بـه دلیـل اینکه فرایند همدما است می توانیم بنویسیم :

$$P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow P_1L_1A=P_2L_2A\Rightarrow P_1L_1=P_2L_2$$



توجه می کنیم که P_0=1atm=76cmHg بنابراین اگر در طرفین رابطه بالا فشار را بر حسب cmHg در نظر بگیریم افزایش فشار دراثر ریختن جیوه به مقدار h همان h خواهد بود .

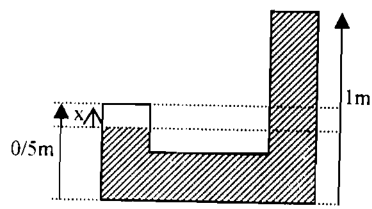
بنابراین اگر ارتفاع پیستون به مقدار h کاهش یابد ارتفاع جیوه h بوده فشار برابر p_0+h می شود .

$$P_1L_1 = P_2L_2 \Rightarrow 76L_1 = (76+h)(L_1-h) \rightarrow h^2 = hL_1 - 76h$$

و جوابهای آن h=0, h=L_1-76 می باشند . h=0 جواب بدیهی است زیرا قبل از ریختن جیوه سیستم در حال تعادل بوده است . بنابراین L_2=L_1-h=76cm جواب اصلی است. ضمنا توجه داریم که در معادلات بالا نیازی به تبدیل واحد به سیستم si نیست زیرا ضریب ثابت از دو طرف حذف می شود .

حل مساله ۳-

$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow P_1L_1 = P_2L_2 \Rightarrow 50\times75 = Px$$
$$P+(50-x)=175 \Rightarrow P^2 - 125P - 3750 = 0$$



جواب قابل قبول P=150cmHg است . مقدار x نیز برابر 25cm بدست می آید .

حل مساله ٤-

اگر ارتفاع لیوان را H ارتفاع فضای خالی را h_0 فشار جو را p_0 ارتفاع آب پس از خروج قدری از آن را h و فشار هوای محبوس را p بنامیم با توجه به اینکه فرآیند تقریبا همدما است داریم :

$$P_0V_0 = PV \Rightarrow p_0h_0 = P(H-h)$$

چون در لبه پایینی لیوان فشار همواره P است با حرکت ازداخل لیوان مقدار فشار محاسبه شده باید P_0 باشد .

$$P_0 = P + \rho gh \Rightarrow P = P_0 - \rho gh$$

$$P_0V_0 = (P_0 - \rho gh)(H - h)$$

بنابراین داریم :

$$h^2 - (\frac{P_0}{\rho g} + H)h + \frac{P_0}{\rho g}(H - h_0) = 0$$

سرانجام با قرار دادن مقادیر به $\frac{P_0}{\rho g}(H - h_0) = 1/03$, $H + \frac{P_0}{\rho g} = 10/4762$ به معادله درجه دوم زیر دست می یابیم .

$$h^2 - 10.4762h + 1.03 = 0 \Rightarrow h = 0.0995m$$

جرم آب خارج شده $= \rho V = 1\times 35\times 0.05 = 1.75g$

ارتفاع آب خارج شده $10 - h = 10 - 99.5 = 0.05cm$

حل مساله ۵- دو حباب در فشار یکسانی قرار دارند. با افزایش دما در حباب بزرگتر فشار ان افـزایش می یابد و تعدادی از مولکولها از طریق لوله موئین به به حباب کوچکتر می روند و فشار همواره در دو حباب یکسان باقی میماند . حال اگر فشار حجم و دمـای اولیـه را بـا θ ,v,p نمـایش دهـیم از معادلـه حالت گازهای آرمانی داریم :

۱) برای حباب بزرگ: $p(3V) = n_L R\theta$

۲) برای حباب کوچک: $PV = n_s R\theta$

ج)پس از اینکه دمای حباب بزرگتر از θ به θ' افزایش یافت تعداد مولهای ان از n_L به n_L -n کاهش می یابد n تعداد مولهای انتقال یافته است . هنگامی که فشار دو برابر می شود روابط زیر بر قرار است:

۳) برای حباب بزرگ $(2p)(3V) = (n_L - n)R\theta'$

٤) برای حباب کوچک $(2p)V = (n_s - n)R\theta$

بنابراین از تقسیم روابط ٤و۲ نتیجه می شود :

$$\frac{2PV}{PV} = \frac{n_s + n}{n_s} \Rightarrow 2n_s = n_s + n \Rightarrow n = n_s$$

از تقسیم روابط ۳و۱ نتیجه می شود :

$$\frac{6PV}{3PV}=\frac{(n_L-n)R\theta'}{n_L R\theta}=\frac{n_L-n_S}{n_L}\frac{\theta'}{\theta}$$

$$\frac{\theta'}{\theta}=\frac{2n_L}{n_L-n_S}=\frac{2\times 3n_s}{3n_s-n_s}=3$$

زیرا از تقسیم روابط ۱و۲ نتیجه می شود :

$$n_L=3n_S$$

حل مساله ٦-الف)

$$w^2=\frac{1}{\rho K_S},K=\frac{1}{\gamma P}\Rightarrow W^2=\gamma P/\rho \quad ,\Delta Q=0$$

$$\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial\theta})_P=\frac{R\theta}{PV}[\frac{-PV}{R\theta^2}+\frac{P}{R\theta}(\frac{\partial V}{\partial\theta})_P]\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial\theta})_P=\frac{-1}{\theta}+\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial\beta})_P$$

$$\frac{1}{Z}(\frac{dZ}{d\theta})\beta=\frac{-1}{\theta}+\beta\Rightarrow\beta=\frac{1}{\theta}+\frac{1}{Z}(\frac{dZ}{d\theta})_P$$

$$k=-\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_\theta, LnP+LnV=LnR\theta+LnZ$$

ب)

$$\frac{1}{P}+\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_\theta=\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial P})_\theta,\frac{1}{P}-k=\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial P})_\theta\Rightarrow k=\frac{1}{P}-\frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial P})_\theta$$

حل مساله ۷- ابتدا توجه می کنیم که ضرایب ویریال به صورت زیر محاسبه می شوند :

$$Z=\frac{PV}{R\theta}=1+\frac{B}{V}+\frac{C}{V^2}+\dots$$

که در ان B دومین ضریب ویریال و C سومین ضریب ویریال و ... نامیده می شود ضمنا اولین ضریب ویریال $A=R\theta$ در متن درس محاسبه شده است . بنابراین داریم :

$B=\frac{\partial Z}{\partial(\frac{1}{V})}$ تمام ضرایب بالاتر از $\frac{1}{V}$ برابر صفر

$C=\frac{\partial^2 Z}{\partial(\frac{1}{V})^2}$ تمام ضرایب بالاتر از $\frac{1}{V^2}$ برابرصفر

الف)مطابق گاز و اندروالس داریم :

$$PV+\frac{a}{V^2}-b(P+\frac{a}{V^2})=R\theta$$

$$Z=\frac{Rr}{R\theta}=(1+\frac{b}{V-b}-\frac{a}{R\theta}.\frac{1}{V})$$

$$B=\frac{\partial Z}{\partial(\frac{1}{V})}=-V^2\frac{\partial Z}{\partial V}=[-\frac{a}{R\theta}+\frac{bV^2}{(V-b)^2}]$$

معمولا در گاز واندروالس $V\geq b$ و در نتیجه :

$$B=b-\frac{a}{R\theta}$$

ب)معادله ی بیتی و بریجمن :

$$P_V=R\theta.\left\{(\frac{1}{V}-\frac{C}{V^2\theta^3})(V+B_\circ(1-\frac{b}{V}))-\frac{A_\circ}{R\theta}(1-\frac{a}{V})\frac{1}{V}\right\}$$

$$=R\theta\left\{1+\frac{B_\circ}{V}(1-\frac{b}{V})-\frac{C}{\theta^3}\frac{1}{V}-\frac{B_\circ C}{\theta^3}\frac{1}{V^2}(1-\frac{b}{V})-\frac{A_\circ}{R\theta V}\frac{1}{V}+\frac{A_\circ a}{R\theta}\frac{1}{V^2}\right\}$$

$$=R\theta\left\{1+(B_\circ-\frac{C}{\theta^3}-\frac{A_\circ}{R\theta})\frac{1}{V}+(\frac{A_\circ a}{R\theta}-B_\circ b+\frac{B_\circ C}{\theta^3})\frac{1}{V^2}+\dots\right\}$$

بنابراین دومین ویریال برابر است با :

$$B=B_\circ-\frac{C}{\theta^3}-\frac{A_\circ}{R\theta}$$

ج)بسط ویریال بر حسب فشار :

$$P_V=R\theta(1+\frac{B'P}{R\theta}+\frac{C'}{R\theta}P^2+\dots)$$

$$\text{ضریب دوم ویریال}=\frac{\partial Z}{\partial(\frac{1}{V})}=\frac{B'}{R\theta}\frac{\partial P}{\partial(\frac{1}{V})}=\frac{B'}{R\theta}[-V^2(\frac{\partial P}{\partial V})_\theta]\Rightarrow B=\frac{B'}{R\theta}VK$$

د)معادله ی حالت دیتریچی :

$$Z=\frac{PV}{R\theta}=\frac{V}{V-b}e^{-\frac{\alpha}{R\theta V}}\Rightarrow$$

$$\frac{\partial Z}{\partial V}=[\frac{a}{R\theta V(V-b)}-\frac{b}{(V-b)}]e^{-\frac{\alpha}{R\theta V}}$$

بازای $V\geq b$ معادله ی بالا شکل ساده ی زیر را پیدا می کند:

$$\frac{\partial Z}{\partial V}=[\frac{a}{R\theta}\frac{1}{V^2}-\frac{b}{V^2}]e^{-\frac{a}{R\theta V}}$$

بنابراین ضریب دوم ویریال برابر است با :

$$B=-V^2\frac{\partial Z}{\partial V}=(b-\frac{a}{R\theta})e^{-\frac{a}{R\theta}\frac{1}{V}}$$

با بسط تابع نمایی ضریب دوم ویریال برای گاز دیتریچی در پایین ترین تقریب با ضریب ویریال گاز واندروالس برابر می شود :

$$B=b-\frac{a}{R\theta}$$

حل مساله ۸-الف)همدما

$$\frac{P_i}{P_f}=\frac{AP_0}{KX}\ \text{تکدما}\ \frac{P_i}{F_f}=\frac{V_f}{V_i}=(\frac{(L-X)A}{LA})\frac{AP}{KX}=\frac{L-X}{L}\Rightarrow$$

$$K=\frac{AP_0L}{X(L-X)}\ \text{بی درو}\ \Rightarrow P_iV_i^\gamma=P_fV_f^\gamma\Rightarrow\frac{P_i}{P_f}=(\frac{V_f}{V_i})^\gamma\Rightarrow$$

$$\frac{AP}{KX}=(\frac{L-X}{L})^\gamma\Rightarrow K=\frac{AP_\circ}{X((L-X)/L)^\gamma}=\frac{AP_\circ L^\gamma}{X(L-X)^\gamma}$$

$$(\frac{\partial U}{\partial V})B=\frac{C_P-C_V}{\gamma B}-P\Rightarrow B=\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial B}$$

از معادله ٤-١٤ داریم :

$$C_P=C_V+nR\Rightarrow(\frac{\partial u}{\partial V})_\theta=(C_P-C_V)/(\frac{\partial V}{\partial B})_P$$

$$(\frac{du}{dV})_\theta(\frac{dV}{d\theta})_P)=(C_P-C_V)-p(\frac{dV}{d\theta})_P$$

$$(\frac{\partial V}{\partial\theta})((\frac{\partial u}{\partial V})_\theta)+P=C_P-C_V,PV=nR\theta\Rightarrow$$

$$(\frac{\partial V}{\partial\theta})_P=\frac{nR}{P}\Rightarrow\frac{nR}{P}(0+P)=nR$$

(معادله گاز کامل) $PV=nR\theta\, d\theta$

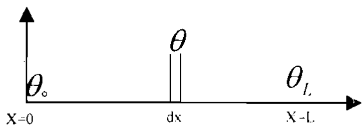
$$PVd\theta = nRd\theta = nR\theta d\theta \Rightarrow PV\frac{d\theta}{\theta} = nRd\theta$$

$$PV\int_{\theta_0}^{\theta L}\frac{d\theta}{\theta} = nR\int_{\theta_0}^{\theta L}\frac{d\theta}{\theta} \Rightarrow PVLn\frac{\theta_L}{\theta_0}nR(\theta_L - \theta_0) \Rightarrow$$

$$P_V = \frac{nR(\theta_L - \theta_0)}{Ln\theta_L/\theta_0} \Rightarrow \theta_L = \theta_0 = \theta$$

$$\Rightarrow PV = \frac{nR(0)}{LN\theta_L/\theta_0}, \frac{nR}{1/\theta_0} = NR\theta$$

حل مساله ۹- مطابق شکل یک عنصر کوچک ازمیله به ضخامت d_x در نظر می گیریم و فرض می کنیم که دمای ان θ و تعداد مولهای آن d_n باشد از معادله ی حالت گازهای آرمانی می توان نوشت :



$$PdV = R\theta dn \Rightarrow PAdx = Rdn(\theta_0 + \frac{\theta_L - \theta_0}{L}x)$$

$$\frac{dx}{\theta_0 + \frac{\theta_L - \theta_0}{L}x} = \frac{R}{PA}dn \Rightarrow \int_0^L \frac{dx}{\theta_0 + \frac{\theta_L - \theta_0}{L}x} = \frac{R}{PA}\int_0^n dn$$

$$\frac{1}{\frac{\theta_L - \theta_0}{L}}Ln[\frac{\theta_L}{\theta_0}] = \frac{Rn}{PA} \Rightarrow PV = \frac{nR(\theta_L - \theta_0)}{Ln[\frac{\theta L}{\theta_0}]}$$

حل مساله ۱۰-

الف) $du = dQ + dW \Rightarrow \int_\theta^{\theta_L} C_V d\theta = \int dW \Rightarrow W = C_V(\theta_f - \theta_i)$

ب) $P_I V_I^\gamma = P_f V_f^\gamma \Rightarrow \frac{P_I}{P_f} = (\frac{V_f}{V_I})^\gamma\ P_I V_I = nR\theta_I, P_f V_f = nR\theta_f$

$$P_f V_f = P_i V_i \Rightarrow nR(\theta_f - \theta_i), W = C_V(\theta_i - \theta_f) \Rightarrow$$

یک مول $W = \frac{C_V}{n_R}(P_f V_f - P_i V_i) = \frac{C_V}{R}(P_f V_f - P_I V_I)$

$$C_P - C_V = R \Rightarrow \frac{C_P}{C_V} \Rightarrow 1 + \frac{R}{C_V} = (\gamma - 1) = \frac{R}{C_V}$$

$$W = \frac{1}{\gamma - 1}(P_f V_f - P_I V_I)$$

مطابق مسئله قبل $W = \frac{P_f V_I}{\gamma - 1}[1 - \frac{P_I V_I}{P_f V_f}]$ باید ثابت کنیم $(\frac{P_I}{P_f})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{P_I V_I}{P_f V_f}, \frac{V_I}{V_f} = [\frac{P_I}{P_f}]^{-\frac{1}{\gamma}}$ است .

ج) $P_I V_I = nR\theta_I$

$$P_f V_f = nR\theta_f \Rightarrow \frac{P_I V_I}{P_f V_f} = \frac{\theta_i}{\theta_f}, \theta_i^\gamma P_I^{1-\gamma} = \theta_f^\gamma P_f$$

$$\frac{\theta_I}{\theta_f} = (\frac{P_I}{P_f})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow W = \frac{P_f V_f}{\gamma - 1}(1 - \frac{P_i}{P_f}\frac{V_i}{V_f}) = \frac{P_f V_f}{\gamma - 1}[1 - (\frac{P_i}{P_f})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}]$$

حل مساله ۱۱-

از متن کتاب داریم : $dQ = C_V d\theta + PdV \Rightarrow \frac{dQ - PdV}{C_V} = d\theta$

۱) $dQ = C_P d\theta - VdQ$

۲) $dQ = C_P(\frac{dQ - PdV}{C_V}) - VdP = \frac{C_P dQ}{C_V} - \frac{PC_P dV}{C_V} - VdP$

۳) $dQ(1 - \frac{C_P}{C_V}) =$

$$-\frac{PC_P dV}{C_V} - Vd_P \Rightarrow dQ = \frac{-PC_P dV / C_V}{C_V - C_P / C_V} - \frac{VdP}{C_V - C_P / C_V} \Rightarrow$$

$$dQ = \frac{-PC_P dV}{C_V - C_P} - \frac{VC_V - dP}{C_V - C_P} \Rightarrow dQ = \frac{C_V}{nR}VdP + \frac{C_P}{nR}PdV$$

(بی در رو) $dQ = 0 \Rightarrow C_V VdP = -C_P PdV \Rightarrow$

$$\frac{dP}{P}=(\frac{C_P}{CV/-\gamma})(\frac{dV}{V})\Rightarrow$$

$$LnP=-\gamma LnV, Ln(PV^{\gamma})=LnC\Rightarrow PV^{\gamma}=C\Rightarrow$$

$$P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}\Rightarrow V_2^{\gamma}=\frac{P_1V_1^{\gamma}}{P_2},$$

$$W=\frac{P_fV_f-P_iV_i}{\gamma-1}=\frac{15\times 0/221-120\times 0/05}{1/4-1}\times 12^2\Rightarrow W=-967\ell bft$$

حل مسائله ۱۲-

الف)

$$d\varphi=P_0d\theta+PdV$$

$$PC_Vd\theta+PdV=0\Rightarrow\frac{C_Vd\theta}{R\theta}=\frac{-dV}{V}\Rightarrow\frac{1}{\gamma-1}\frac{d\theta}{\theta}=\frac{dV}{V}$$

اگر ساده سازی شود داریم:

$$\frac{C_V}{R}=\frac{C_V}{C_P-C_V}=\frac{1}{\gamma-1}$$

$$Ln\theta=-(\gamma-1)LnV+C\Rightarrow Ln\theta+(\gamma-1)LnV=C\Rightarrow\theta V^{\gamma-1}=C$$

روش دوم :برای گاز کامل داریم :

$$PV=nR\theta\Rightarrow$$

$$P=\frac{nR\theta}{V}\qquad\frac{nR\theta}{V}V^{\gamma}=K\Rightarrow nR\theta V^{\gamma-1}=K$$

$$\theta V^{\gamma-1}=\frac{K}{nR}=CONST$$

ب)

$$\theta_1V_1^{\gamma-1}=\theta_2V_2^{\gamma-1}=CONST\Rightarrow\theta_1(\frac{4}{3}\pi R_1^3)^{\gamma-1}=\theta_2(4/3\pi R_2^3)^{\gamma-1}$$

$$\frac{R_2}{R_1}=(\frac{\theta_1}{\theta_2})^{\frac{1}{3(\gamma-1)}}\Rightarrow R_2=50\times(\frac{3\times 10^5}{3000})^{\frac{1}{3(5/3-1)}}=2321ft$$

حل مسائله ۱۳-

$$dQ=C_Pd\theta-VdP=0\Rightarrow C_Pd\theta=\frac{nR\theta}{P}dP$$

با استفاده از $C_P-C_V=nR$ و در نظر گرفتن $\gamma=\frac{C_P}{C_V}$ دارم :

$$\frac{d\theta}{\theta}=(1-\frac{1}{\gamma})\frac{dP}{P}\Rightarrow Ln\theta-LnP^{(\frac{\gamma-1}{\gamma})}=0$$

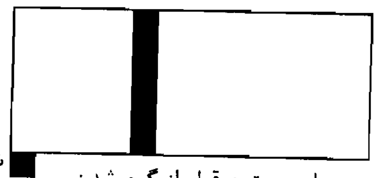
$$\frac{\theta}{P^{(\frac{\gamma-1}{\gamma})}}$$ ثابت و $$\theta_i P_i^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\theta_f P_f^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

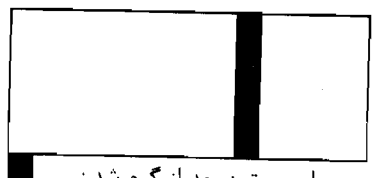
$$\theta_f=\theta_i[\frac{P_f}{P_i}]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\Rightarrow\theta_f=300[\frac{5}{1}]^{\frac{2}{5}}=571k$$

حل مساله ۱۴- گاز سمت راست به طور بی در رو متراکم می شود و فشار آن به 7/59 atm افزایش می یابد .. بنابراین حجم آن عبارت است از :

$$V_f=V_I[\frac{P_i}{P_f}]^{\frac{1}{\gamma}}\quad ,P_iV_i^{\gamma}=P_fV_f^{\gamma}$$

$$V_f=16lit\quad ,V_f=54\times[\frac{1}{7/59}]^{\frac{3}{5}}$$


شعله
محل پیستون قبل از گرم شدن


شعله
محل پیستون بعد از گرم شدن

برای گاز تک اتمی $\gamma=\frac{5}{3}$ کار انجام شده روی گاز سمت راست به شکل زیر محاسبه می شود :

$$W=\frac{P_fV_f-P_iV_i}{\gamma-1}=\frac{(7/59\times1/013\times10^5\times16\times10^{-3})-(1/013\times10^5\times54\times10^{-3})}{2/3}$$

$$W=10247j\Rightarrow W=10/2kj$$

ب)

$$\theta_f=\theta_i(\frac{V_i}{V_f})^{\gamma-1}=273\times(\frac{54}{16})^{2/3}\Rightarrow\theta_f\cong614k$$

ج) حجم نهایی گاز سمت چپ مجموع حجم اولیه آن و اختلاف حجم گاز سمت راست می باشد :

$$V_f=54+(54-16)=92lit$$

چون تعداد مولهای گاز در سمت چپ همواره ثابت است بنابراین :

$$\frac{P_iV_i}{\theta_i}=\frac{P_fV_f}{\theta_f}\Rightarrow \theta_f=\theta_i\frac{P_fV_f}{P_iV_i}$$

$$\theta_f=273\frac{7/59\times 92}{1\times 54}lit\Rightarrow \theta_f=3530k$$

د)چه مقدار گرما به گاز سمت چپ افزوده شده است ؟ ابتدا تعداد مولهای گاز سمت چپ را حساب می کنیم .

$$n=\frac{PV}{R\theta}\Rightarrow nR=\frac{(1/013\times 10^5\times 54\times 10^{-3})}{273}=20j/k$$

حال گرمای جذب شده توسط این گاز را محاسبه می کنیم.

$$dQ=nC_Vd\theta+PdV\Rightarrow \Delta Q=nC_V(\theta_f-\theta_i)+\Delta W$$

کار انجام شده همان است که در قسمت الف بدست آوردیم:

$$\Delta Q=3/2nR(\theta_f-\theta_i)+\Delta W=3/2\times 20\times(3530-273)+10200$$

$$\Delta Q=107910j\cong 107/9Kj$$

حل مساله ۱۵- فرض می کنیم که طی یک فرآیند ایستاوار هم دما و هم فشار حجم مخزن از V به V+v افزایش می یابد که در آن v حجم بطری است . در این صورت کار انجام شده برابر است با :

$$W=-\int_V^{V+v}P_\circ dV=-P_\circ v$$

کار انجام شده روی بطری $+P_0v$ می باشد . اگر تعداد مولهای گاز که به بطری می روند n باشد و دمای اولیه آن $\theta_\circ$ برابر گرمای مخزن، تغییر انرژی داخلی گازی که وارد بطری می شود چنین است :

$$\Delta U=nC_V(\theta-\theta_\circ)$$

از طرفی با استفاده از معادله گاز آرمانی می دانیم $P_\circ V=nR\theta_\circ$ و این بدان معنی است که n مول از گاز مخزن در فشار P_0 و دمای $\theta_\circ$ حجم اولیه V را اشغال می کند.

$$\Delta U=W\Rightarrow nC_V(\theta-\theta_\circ)=nR\theta_\circ$$

$$\theta-\theta_\circ=\frac{R}{C_V}\theta_\circ=(\gamma-1)\theta_\circ \quad ,\theta=\gamma\theta_\circ$$

حل مساله ۱۶-الف) فشار داخل مخزن تقریبا ثابت می ماند. اگر تمام گازی که داخل اتاقک قرار دارد در فشار P_0 قرارگیرد حجم آن افزایش می یابد, مانند وقتی که اتاقک به یک پیستون بدون اصطکاک وصل باشد و به طور بی در رو و حجم آن افزایش یابد:

$$\theta_i P_i^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \theta_f P_f^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \Rightarrow \quad \theta_f = \theta_i \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

ب) با توجه به اینکه حجم اتاقک ثابت است می توان نوشت :

از قسمت الف($\frac{\theta_f}{\theta_i}$) را جایگزین می کنیم:

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{n_f}{n_i}\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow n_f = n\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

ج)تعداد مولهایی که از اتاقک به مخزن می رود برابر n_i-n_f می باشد و تغییر انرژی داخلی گاز داخل مخزن برابر است با $(n_i-n_f)C_V d\theta$ و گرمای منتقل شده برابر است با :

$$dQ = dU + PdV = (n_i-n_f)C_V d\theta + (n_i-n_f)Rd\theta = (n_i-n_f)C_p dV$$

کار انجام شده توسط اتاقک در یک فرآیند بی در رو که همراه با افزایش حجم آن باشد برابر تغییر انرژی داخلی گاز مخزن است یعنی :

$$(n_i-n_f)C_p + (\theta'-0) = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1}$$

علامت منفی به این دلیل است که تغییر انرژی داخلی گاز اتاقک مثبت است بنابراین :

$$(n_i-n_f)C_p\theta' = \frac{1}{\gamma-1}(n_f R\theta_f - n_i R\theta_i)$$

$$\theta' = \frac{R}{C_p(\gamma-1)} \times \frac{n_f\theta_f - n_i\theta_i}{n_i-n_f}$$

از طرفی با توجه به قسمت ب داریم :

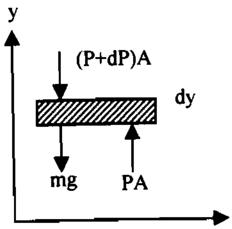
$$\frac{n_f\theta_f - n_i\theta_i}{n_i-n_f} = \frac{n_i\theta_i\left(\frac{n_f\theta_f}{n_i\theta_i}-1\right)}{n_i\left(1-\frac{n_f}{n_i}\right)} = \frac{\theta_i\left[\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{1}{\gamma}}-1\right]}{1-\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

و همچنین $\frac{1}{\gamma}=\frac{R}{C_P(\gamma-1)}$ در نتیجه :

$$\theta'=\frac{\theta_i}{\gamma}\frac{1-\frac{P_f}{P_i}}{1-(\frac{P_f}{P_i})^{\frac{1}{\gamma}}}$$

حل مساله ۱۷–

الف)یک لایه هوا به ضخامت dyو سطح A در نظر می گیریم , فرض می کنیم فشار در طول این لایه به اندازه dp تغییر کند. با رسم نمودار نیروهای وارد بر این لایه در می یابیم :



$$\left.\begin{array}{r} mg+(P+dP)A+PA \\ m=\rho V=\rho Ady \end{array}\right\}\rho Adyg=-dPA \quad \vee \quad dP=-\rho gAdy$$

اگر جرم مولی هوا m باشد و حجم مولی آن را با v نمایش دهیم :

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{R\theta/P}=\frac{mP}{R\theta}$$

$$\frac{dP}{P}=\frac{-m/Vgdy}{P}=\frac{mgdy}{PV}=\frac{mgdy}{nR\theta}\Rightarrow\int_{P_\circ}^{P}\frac{dP}{P}=\int_0^{n}\frac{mgdy}{R\theta}\Rightarrow$$

$$\frac{dP}{P}=-\frac{mg}{R\theta}dy\Rightarrow P=P_\circ C^{\frac{-mgdy}{R\theta}}$$

با جایگذاری در رابطه بالا بدست می آوریم .

ب)

$$\frac{\theta}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\ \text{ثابت}\Rightarrow In\theta-\frac{\gamma-1}{\gamma}InP=\ \text{ثابت}$$

$$\theta=C_P\frac{\gamma-1}{\gamma}\Rightarrow d\theta=\frac{\gamma-1}{\gamma}CdPP^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$d\theta=\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\theta}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\times P^{-\frac{1}{\gamma}}\times dP\Rightarrow d\theta=\frac{\gamma-1}{\gamma'}\frac{1'}{P}dP$$

با مشتق گرفتن نتیجه می دهد :

$$\frac{dP}{P}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{d\theta}{\theta}$$

ج)

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{d\theta}{\theta}=-\frac{mg}{R\theta}dy \Rightarrow \frac{d\theta}{dy}=\frac{mg}{R}\frac{\gamma-1}{\gamma}$$

$$\frac{d\theta}{dy}=-\frac{28/96\times10^{-3}\times9/8(1/4-1)}{8/314\times1/4}$$

$$=-0/00975km$$

حل مساله ۱۸–الف) این روش روخ هارت برای اندازه گیری γ است از فرمول زمان تناوب استفاده می کنیم .

$$\tau=2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma PA^2}} \Rightarrow \tau=2\pi[\frac{0/01\times5\times10^{-3}}{1/4\times1/013\times10^5(1\times10^{-4})^2}]^{0/5}=1/18$$

ب)پس از اینکه گلوله به انتهای مسیر رسید حجم لوله از V_i=5lit به V_f کاهش پیدا می کند .

چون فرآیند بی در رو است :

$$P_iV_i^{\gamma}=P_fV_f^{\gamma} \Rightarrow V_f=(\frac{P_i}{P_f})^{\frac{1}{\gamma}}V_i$$

$$V_f=(\frac{P_i}{P_i+\frac{mg}{A}})^{\frac{1}{\gamma}}V_i=[\frac{1013\times10^5}{1/01310^5+\frac{0/01\times9/8}{1\times10^{-4}}}]^{\frac{1}{1/4}}\times5=4/9655lit$$

بنابراین حجم جاروب شده توسط گلوله برابر است با :

$$\Delta V=V_i-V_f=0/0345lit$$

و مسافت طی شده :

$$y=\frac{\Delta V}{A}=0/345m$$

حل مساله ۱۹–الف)

$$\tau=2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma PA^2}}=2\pi[\frac{0/008\times6\times10^{-3}}{1/4\times1/013\times10^5(1/2\times10^{-4})^2}]^{0/5}=0/9635$$

ب)پس از اینکه گلوله به انتهای مسیر رسید حجم لوله از V_i=5lit به V_f کاهش پیدا می کند چون فرآیند بی در رو است :

$$P_iV_i^\gamma = P_fV_f^\gamma \Rightarrow V_f = (\frac{P_i}{P_f})^{\frac{1}{\gamma}} V_i$$

$$V_f = (\frac{P_i}{P_i + \frac{mg}{A}})^\gamma V_i = [\frac{1013\times10^5}{1013\times10^5 + \frac{0/008\times9/8}{12\times10^{-4}}}]^{\frac{1}{14}} \times 6 = 5/9725 lit$$

بنابراین حجم جاروب شده توسط گلوله برابر است با : $\Delta V = V_i - V_f = 0/0275 lit$

و مسافت طی شده : $y = \frac{\Delta V}{A} = 0/275 m$

حل مساله ۲۰- عوامل موجود M,V,A,Z ,P

$$Z = 2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma PA^2}}$$

$$\gamma = \frac{4\pi^2 MV}{A^2P^2} = \frac{4\pi^2\times16/65\times10^{-3}\times5270\times10^{-6}}{(2/01\times10^{-4})^2\times(0/96368\times10^5)\times(0/834)^2} = 1/28 s$$

حل مساله ۲۱-

$$\Delta P = -2\rho gY, F = PA = 2\rho gYA \Rightarrow My'' = -2\rho gYA \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} Y'' = -\frac{2\rho gYA}{M}, W^2 = \frac{2\rho gYA}{M} = \frac{2MgA}{MV} \Rightarrow \\ A = \frac{V}{h}, F = \frac{M}{V} \end{array}\right\} W^2 = \frac{2MgV}{MVh} = \frac{2g\rho}{ph} = \frac{2g}{h}$$

انبساط بی دررو $\Delta P = -2\rho gY + P$

$$PY^{-\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \Rightarrow PA^{\gamma}(L-Y)^{\gamma} = P_0 A^{\gamma} L^{\gamma}$$

$$P = \frac{P_0 L^{\gamma}}{(L-Y)^{\gamma}} \Rightarrow P = P_0 (1-(\frac{Y}{L}))^{\gamma} \quad ,Y\langle 1 \Rightarrow P = P_0(1+\frac{\gamma Y}{L})$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta P_2 = \dfrac{P_0 \gamma Y}{L} \\ \\ \Delta P_2 = -2\rho g Y \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta P = \frac{-P_0 \gamma Y}{L} - 2\rho g Y \quad ,F = -2\rho A Y g - \frac{Y P_0 \gamma A}{L}$$

$$F = m\frac{d^2 Y}{dt^2} = \rho h g \frac{d^2 Y}{dt^2} \quad Y'' = -Y(\frac{L_0 g A}{ML} - \frac{2\rho g A}{M}) \Rightarrow$$

$$W^2 = \frac{f_0 \gamma A}{ML} - \frac{-2\rho g A}{M} = \frac{\rho_0 \gamma A}{M} - \frac{2\rho}{h}, P_0 = \rho g h \Rightarrow$$

$$W^2 = \frac{\rho g h_0 \gamma A}{ML} - \frac{2g}{h} = \frac{h_0 \gamma}{Lh} + \frac{2g}{h}, \rho = \frac{M}{V} - \frac{M}{hA}, T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{W^2}}$$

جواب ب)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1}{h}(2g + \frac{\gamma g h_0}{L}) y = 0$$

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\dfrac{h\gamma A}{Lh} + \dfrac{2g}{h}}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g + \dfrac{h.\gamma.g}{L}}}$$

$$\tau_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad , \quad (\frac{\tau_1}{\tau_2})^2 = \frac{h/2g}{h/(2g + \dfrac{\gamma h_0 g}{L})} = 1 + \frac{\gamma h_0}{2L}$$

ج)

(با استفاده از الف و ب) $\rightarrow \gamma = \dfrac{2L}{h_0} \times (\dfrac{\tau_1^2}{\tau_2^2} - 1)$

حل مساله ۲۲-

$$W = \sqrt{(\frac{\partial P}{\partial \rho})s} \quad K_s = \frac{-1}{V}(\frac{\partial V}{\partial \rho}) \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \rho} = -VK_s$$

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow M = \rho V \Rightarrow \rho dV + V d\rho = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{V}{\rho} \Rightarrow (\frac{\partial V}{\partial \rho})(\frac{\partial P}{\partial \rho}) = -K_s V (\frac{\partial P}{\partial \rho})_s \frac{V}{\rho} = -K_s V (\frac{\partial P}{\partial \rho})s \Rightarrow \frac{1}{K_s \rho} = (\frac{\partial P}{\partial \rho})s$$

$$W = \sqrt{\frac{1}{\rho K_s}} = \sqrt{(\frac{\partial P}{\partial \rho})s}$$

حل مساله ۲۳-

$$W = \sqrt{\frac{\gamma R\theta}{M}} \Rightarrow \sqrt{\frac{5/3 \times 8314 \times 293}{39 \times 10^{-3}}} = 319 m/s$$

حل مساله ۲٤-

$$W = \lambda\gamma \Rightarrow W = \sqrt{\frac{\gamma R\theta}{\underset{(2)}{m}}}$$

$$\gamma = \frac{W^2 m}{R\theta} = \frac{(440)^2 \times (16 \times 10^{-3})}{8.314 \times 293} = 1/2\gamma$$

$$(1),(2) \Rightarrow MW^2 = \gamma R\theta \Rightarrow \frac{MW^2}{R\theta} = \gamma$$

حل مساله ۲۵- m محاسبه می شود با توجه به جرم مولی هلیوم نئون می توان نسبت آنها را بدست آورد .

$$W = 758 , \ W = \sqrt{\frac{\gamma R\theta}{m}} \quad ,\upsilon = 300h$$

$$\upsilon = 100 \quad , \ \lambda = 6.77 \quad , \ m = 127 \quad , \ \theta = 400$$

$W = \lambda\upsilon \quad , \ \gamma = \frac{5}{3}$ تک اتمی و $\gamma = \frac{7}{5}$ دو اتمی $W^2 = \frac{\gamma R\theta}{m} \Rightarrow \gamma = \frac{MW^2}{R\theta}$

اگر در صد هلیوم را با x نشان دهیم :

$$m=\frac{\gamma R\theta}{W^2}=\frac{5/3\times 8/314\times 300}{(758)^2}=7/23g$$

$4x+20/18(100-x)=100\times 7/23 \quad 16/18x=1295\Rightarrow x=80\%$ در صد هلیوم

حل مساله ۲۶-

$$\lambda=2\times 6/77cm=13/54cm$$

$$W=f\lambda=1000\times 13/54\times 10^{-2}=135/4m/s$$

$$\gamma=\frac{W^2m}{R\theta}=\frac{(13/54m/s)^2\times 127(kg/kmol)}{8/314(kg/kmol)\times 400(k)}=700$$

حل مساله ۲۷-

$$W^2=47/825 \quad m=4kg/kmol \quad R=8/314kg/kmol$$

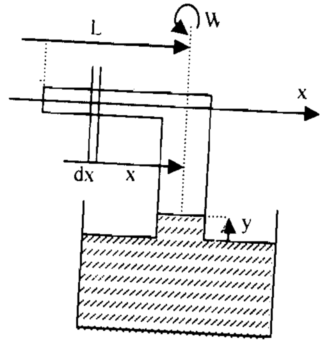
$$\theta=\frac{W^2m}{R\gamma}=\frac{47/825\times 4}{(8/314\times 5/3)}=13/8057k$$

حل مساله ۲۸-به دلیل چرخش لوله Lشکل, مولکولهای هوا از داخل آن رانده می شود و فشار در قسمت مرکزی کاهش یافته به P می رسد. این کاهش در مرکز بیشترین مقدار است وهر چه به سمت بیرون پیش می رویم فشار به P_0 نزدیکتر می شود. مطابق شکل عنصر کوچکی به ضخامت dx و فاصله x از مرکز در نظر می گیریم و اختلاف فشار دو سر این عنصر را محاسبه می کنیم .

$$AdP=-dmx\omega^2, dm=\rho Adx$$

$$\rho=\frac{m}{V}, PV=R\theta\Rightarrow \rho\ \frac{mP}{R\theta}$$

$$dP=-\rho\omega^2xdx=-\frac{mP}{R\theta}\omega^2xdx$$



$$\int_0^P \frac{dP}{P} = -\frac{m\omega^2}{R\theta}\int_0^L x dx, P = P_0 e^{-\frac{m\omega^2}{2R\theta}L^2}, P_0 - P = \rho' g y$$

$$y = \frac{P_0(1 - e^{-\frac{m\omega^2}{2R\theta}L^2})}{\rho' g}$$

حل مساله ۲۹-الف)برای یک گاز پارامغناطیس از مسئله(۱۹-٤):

$$dQ = (\frac{\partial U}{\partial \theta})_{m,V} d\theta + [p + (\frac{\partial U}{\partial \theta})_{\theta,M}]dV + [(\frac{\partial U}{\partial \theta})_{\theta,V} - \mu_\circ H]dM$$

چون U تنها تابع از θ است بنابراین :

$$dQ = C_{M,V} d\theta = pdV - \mu_\circ HdM$$

با استفاده از معادله حالت گاز آرمانی $PV = nR\theta$ و معادله کوری $M = 4\pi C'_C \frac{H}{\theta}$ برای فرآیند بی dQ=0 در رو داریم :

$$C_{m,V} d\theta + \frac{nR\theta}{V} dV - \frac{\mu_\circ \theta}{4\pi C'_C} dm = 0, \frac{C_{M,V}}{nR}\frac{d\theta}{\theta} + \frac{dV}{V} = \frac{\mu_\circ}{4\pi nRC'_C} MdM$$

یا

$$\frac{C_{M,V}}{nR} In\theta + InV = \frac{\mu_\circ}{8\pi nRC'_C} M^2 + \cos t$$

برای سادگی ثابت را برابر LnA در نظر می گیریم که A نیز یک ثابت است .

$$W^2 = \frac{\rho g h_0 \gamma A}{ML} - \frac{2g}{h} = \frac{h_0\gamma}{Lh} + \frac{2g}{h}, \rho = \frac{M}{V}\frac{M}{hA}, T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{W^2}}$$

کسری که از این مولکولهای که در مدت زمان $d\tau$ به dA برخورد می کنند.

تعداد مولکولهایی که از زاویه فضایی $d\Omega$ حرکت می کنند و سرعت آنها بین W و W+dW است

تعداد مولکولهایی که از زاویه فضایی $d\Omega$ حرکت می کنند و به dA برخورد می کنند

حل مساله ۳۰-

$$d^3N_{W,\theta,\phi}d\tau dA=[dN_W\frac{d\Omega}{4\pi}][\frac{d_V}{V}]$$

$$d^3N_{W,\theta,\phi}d\tau dA=[dN_W\frac{\sin\theta d\theta .d\phi}{4\pi}][\frac{Wdt\cos\theta dA}{V}]$$

$$\int_0^\infty d^3N_{W,\theta,\phi}=\frac{1}{4V}\int_0^\infty WdN_W\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\sin\theta d\theta$$

$$=\frac{1}{4V}\int_0^\infty WdN_W=\frac{\langle W\rangle}{4V}$$

حل مساله ۳۱-الف)از ۵-۲۲ استفاده می کنیم

$$\frac{1}{2}m\langle W^2\rangle=\frac{3}{2}K\theta \Rightarrow \langle W^2\rangle=\frac{3K\theta}{m}\Rightarrow Wrms=\sqrt{\frac{3K\theta}{m}}$$

ب) حال با توجه به ۵-۱۲($\sqrt{\frac{\gamma R\theta}{M}}$= صوت M.W جرم ملکولی هوا)داریم :

$$Wrms=\sqrt{\frac{3K\theta}{m}}=\sqrt{\frac{3NK\theta}{mN}}=\sqrt{\frac{3nR\theta}{Nm}}\Rightarrow Wrms=\sqrt{\frac{3}{\gamma}\frac{\gamma R\theta}{M}}=\sqrt{\frac{3}{\gamma}}W$$

$$W=\frac{|Q_C|}{|Q_H|-|Q_C|}=\frac{\theta_C}{\theta_H-\theta_C}=\frac{\frac{\theta_C}{\theta_H}}{1-\frac{\theta_C}{\theta_H}}$$

فصل ششم : ماشین یخچال , قانون اول ترمودینامیک

حل مساله ۱-

(۱

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

(۲

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma$$

$$|Q_H| = \int_{\theta_2}^{\theta_3} C_P d\theta = C_P(\theta_3 - \theta_2) \qquad \theta_3 \rangle \theta_2 \qquad SIN\theta = \frac{V_2}{\theta_2} = \frac{V_3}{\theta_3}$$

$$V_3 \rangle V_2 |Q_C| = \int_{\theta_4}^{\theta_1} \qquad \theta_4 \rangle \theta_1 \qquad SIN\theta = \frac{\theta_1}{V_1} = \frac{\theta_4}{V_4} =, V_4 \rangle V_1$$

(۳

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{\theta_4 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_2}, \frac{\theta_1}{V_1} = \frac{\theta_4}{V_4} \to \frac{\theta_4}{\theta_1} = \frac{V_4}{V_1}$$

از (۲)داریم :

(٤

$$\eta = 1 - \frac{\theta_1}{\theta_2}\left(\frac{\frac{\theta_4}{\theta_1} - 1}{\frac{\theta_3}{\theta_2} - 1}\right) \frac{\theta_2}{V_2} = \frac{\theta_3}{V_2} \to \frac{\theta_3}{\theta_2} = \frac{V_3}{V_2}$$

(٥

$$(1,2,3,4) \to \eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{\frac{V_4}{V_1} - 1}{\frac{V_3}{V_2} - 1}\right)$$

$$\left.\begin{matrix} P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma \\ P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \end{matrix}\right\} \to \frac{P_4}{P_1}\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^\gamma = \frac{P_3}{P_2}\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma \Rightarrow P_4 = P_1, P_3 = P_2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^\gamma = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} (6) \text{ از } (5 \backslash 6) \Rightarrow \eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

حل مساله ۲-

$$P_1 = P_4 \Rightarrow \frac{V_1}{\theta_1} = \frac{V_4}{\theta_4} \Rightarrow \theta_4 = \frac{V_4}{V_1}\theta_1, V_4 \langle V_1 \to \theta_4 \rangle \theta_1$$

$$|Q_C| = \left| \int_{\theta_4}^{\theta_1} C_P d\theta \right| = C_P(\theta_4 - \theta_1)$$

$$V_2 = V_3 \Rightarrow \frac{P_2}{\theta_2} = \frac{P_3}{\theta_3} \Rightarrow \theta_3 = \frac{P_2}{P_3}\theta_2, P_3 \rangle P_2$$

$$\Rightarrow \theta_3 \rangle \theta_2 \Rightarrow |Q_H| = \left| \int_{\theta_2}^{\theta_3} C_V d\theta \right| = C_V(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\eta = 1 - \frac{C_P(\theta_4 - \theta_1)}{C_V(\theta_3 - \theta_2)} \to \eta = 1 - \gamma \frac{(\theta_4 - \theta_1)}{(\theta_3 - \theta_2)}$$

حل مساله ۳-

$$P_1 = P_2 \to \frac{V_1}{\theta_1} = \frac{V_2}{\theta_2} \to \theta_1 = \frac{V_1}{V_2}\theta_2, V_1 \rangle V_2 \to \theta_1 \rangle \theta_2$$

$$|Q_C| = \left| \int_{\theta_1}^{\theta_2} C_P(\theta_2 - \theta_1) \right|$$

$$V_2 = V_3 \to \frac{P_2}{\theta_2} = \frac{P_3}{\theta_3} \to \theta_3 = \frac{P_3}{P_2}\theta_2, P_3 \rangle P_2 \to \theta_3 \rangle \theta_2 \to$$

$$|Q_H| = \left| \int_{\theta_2}^{\theta_3} C_V d\theta \right| = C_V(\theta_3 - \theta_2)$$

(۱)
$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{C_P(\theta_1 - \theta_2)}{C_V(\theta_3 - \theta_2)} \Rightarrow \eta = 1 - \gamma \left(\frac{\frac{\theta_2}{\theta_1} - 1}{\frac{\theta_3}{\theta_2} - 1} \right)$$

(۲)
$$\begin{matrix} P_1V_1 = nR\theta_1 \\ P_2V_2 = nR\theta_2 \end{matrix} \to \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{P_1V}{P_2V_2} = \frac{V_1}{V_2}$$
از دوچرخه فوق داریم.

(۳)
$$\begin{matrix} P_2V_2 = nR\theta_2 \\ P_3V_3 = nR\theta_3 \end{matrix} \to \frac{\theta_3}{\theta_2} = \frac{P_3V_3}{P_2V_2} = \frac{P_3}{P_2}$$
از دوچرخه فوق داریم.

$$(3),(2),(1) \Rightarrow \eta = 1-\gamma \frac{\frac{\theta_1}{\theta_2}-1}{\frac{\theta_3}{\theta_2}-1} = 1-\gamma\left(\frac{\frac{V_1}{V_2}-1}{\frac{P_3}{P_2}-1}\right)$$

حل مساله ٤- الف)

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P_1 dV = \int_{V_2}^{V_1} P_1 dV \rightarrow W = [P_1(V_2-V_1)+P_1(V_1-V_2)] \Rightarrow$$

$$W = (P_1-P_2)(V_2-V_1)\langle 0$$

ب)

$$4 \rightarrow 1 \qquad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_4}{T_4} \rightarrow T_4 = \frac{V_2}{V_1}T, V_2 \rangle V_1 \rightarrow T_4 \langle T_1, |Q_C| = C_P(\theta_4-\theta_1)$$

$$4 \rightarrow 2 \qquad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1}T, P_2 \rangle P_1 \rightarrow T_2 \langle T_1$$

$$2 \rightarrow 3 \qquad \frac{V_2}{T_3} = \frac{V_1}{T_2} \rightarrow T_3 = \frac{V_2 T_2}{V_1}, V_2 \rangle V_1 \rightarrow T_2 \langle T_3$$

$$3 \rightarrow 4 \qquad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_3} \rightarrow T_3 = \frac{P_2}{P_1}T_4, P_2 \rangle P_1 \rightarrow T_2 \langle T_4, |Q'_C| = C_P(\theta_3-\theta_4)$$

$$2 \rightarrow 3 \qquad C_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P \rightarrow Q_{2\rightarrow 3} = \int_{T_2}^{T_2} C_P dT - C_P(T_3-T_2), |Q'_H| = C_P(\theta_3-\theta_2)$$

$$2 \rightarrow 1 \qquad C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V \rightarrow \partial Q_{1\rightarrow 2} = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT - C_V(T_2-T_1)$$

$$1 \rightarrow 2 \qquad |Q_H| = C_V(\theta_2-\theta_1)$$

گرمای خارج یافته از سیستم= $|Q_C| + |Q'_C| = C_P(\theta_4-\theta_1) + C_V(\theta_3-\theta_4)$

گرمای شارش یافته به سیستم $|Q| = Q_{2\rightarrow 3}, Q_{1\rightarrow 2} = C_P(T_3-T_2) + C_V(T_2-T_1)$

ج)

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{(P_2-P_1)(V_2-V_1)}{C_P(T_3-T_2)+C_V(T_2-T_1)} \Rightarrow$$

$$\eta=\frac{(P_2-P_1)(V_2-V_1)}{(1/V_1)C_PT_2(V_2-V_1)+1/P_1\times[C_VT_1(P_2-P_1)]}$$

$$\eta=\frac{(P_2-P_1)(V_2-V_1)}{C_PT_2\left(\frac{V_2}{V_1}-1\right)+C_VT_1\left(\frac{P_2}{P_1}-1\right)}\Rightarrow$$

$$\eta=\frac{1}{\frac{C_PT_2}{V_1}\left(\frac{1}{P_2-P_1}\right)+\frac{C_VT_1}{P_1}\left(\frac{1}{V_2-V_1}\right)}$$

$$\eta=\frac{1}{\left(\frac{C_V}{nR}\right)\left(\frac{\gamma P_2}{P_2-P_1}+\frac{V_1}{V_2+V_1}\right)},\qquad C_P-C_V=nR$$

$$\eta=\frac{\gamma-1}{\left(\gamma\frac{P_2}{P_2-P_1}+\frac{V_1}{V_2+V_1}\right)}\quad,\qquad C_V\left(\frac{C_P}{C_V}-1\right)=nR\Rightarrow\frac{C_V}{nR}=\frac{1}{\gamma-1}$$

حل مساله ۵- الف)

$$V_1=10^{-3}n=\frac{P_1V_1}{TR}=\frac{10^{-3}\times10^{-3}}{3R}=\frac{1}{3R}\quad,\ T_2=300K,V_2,V_1\to$$

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\to P_2=\frac{T_2}{T_1}P_1=10^5P_A\qquad C_V=\frac{3}{2}nR$$

$$Q=\int_{T_1}^{T_2}C_VdT=\frac{3}{2}nR(300-3)=\frac{891}{2}nR148.5$$

$$\Delta u=u+u_0=\frac{891}{2}nR+0=\frac{891}{6}=148.5$$

انرژی داخلی هم می تواند تبدیل به کار شود و هم تبدیل به گرما یا ترکیبی از هر دوی اینها، بنابراین اطلاق کار یا انرژی ذخیره شده به انرژی داخلی لزومی ندارد.

ب)

$$Q=0,T_I=4R,T_F=3R\qquad T_1-T_2=3R$$

$$\Delta U = W, \Delta U = U_F - U_I = \frac{891}{2} nR$$

ذخیره انرژی داخلی تبدیل به کار شده است.

$$W = \frac{-891}{2} nR = \frac{-891}{6} = -148, T_3 = T_1, P_1V_1 = P_3V_3$$

ج) $\Delta U = 0 \rightarrow Q = -W, W = -\int_{V_3}^{V_1} PdV, PV = nRT = 3nR$

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{1}{V} \rightarrow Q = -W \quad , \quad W = -\int_{V_3}^{V_1} \frac{dV}{V} = -Ln\frac{V_1}{V_3} = Ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$P_3P_3^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \rightarrow 10^5 \times \left(10^{-3}\right)^{9.67} = 1$$

$$P_3V_3 = 10^3 \times 10^{-3} - 1 \rightarrow (P_3V_3)(V_2)^{\gamma-1} = 1$$

۲) $V_2^{\gamma-1} = 1 \rightarrow V_3 = 1 \xrightarrow{\gamma-1} V_3 = 1$

$$(2),(1) \rightarrow W = nR\theta \ln(\frac{V^3}{V^1}) = \frac{1}{3} \times 3 \times 6.9 = 6.9J \Rightarrow$$

$$W = 6.9 \rightarrow Q = -W = -6.9$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{6.9}{148.5} = 0.954 \Rightarrow \eta = 95.4\%$$

حل مسأله ٦-

شاخه $2 \rightarrow 3 : |Q_H| = \int_{\theta_2}^{\theta_3} C_P d\theta = C_P\left(\theta_3 - \theta_2\right)$

شاخه $4 \rightarrow 1 : |Q_C| = \int_{\theta_4}^{\theta_1} C_V d\theta = C_V\left(\theta_4 - \theta_1\right)$

معادله (4-6) $n = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{(1.R_E)^{\gamma} - (1.R_C)^{\gamma}}{(1.R_E) - (R_C)}$

که در آن R_E نسبت انبساط $R_E = \frac{V_1}{V_3}$ و نسبت تراکم $R_C = \frac{V_1}{V_2}$ و $1 \rightarrow 2 \quad \theta_1V_1^{\gamma-1} = \theta_2V_2^{\gamma-1}$

$$2-3 \quad |Q_H| = \int_{\theta_2}^{\theta_3} C_p \theta d = (\theta_3 \theta_2) C_p \;\;,\;\; 4-1 \quad |Q_C| = \int_{\theta_2}^{\theta_3} C_V \theta d = C_V(\theta_4 \theta_1) C_p$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{C_V(\theta_{4-}\theta_1)}{Cp(\theta_3\theta_2)} = 1 - \left[\frac{1}{\gamma}\right]\frac{\theta_{4-}\theta_1}{\theta_3\theta_2} =$$

$$1 - \frac{1}{\gamma}\frac{(\frac{\theta_4}{\theta_1}-1)}{(\frac{\theta_3}{\theta_1}-\frac{\theta_2}{\theta_1})} = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{(\frac{\theta_4}{\theta_1}-1)}{(\frac{\theta_3}{\theta_1}-\frac{\theta_3}{\theta_1})}$$

$$V_1^\gamma(\theta_4 - \theta_1) = \theta_3 V_3^{\gamma-1} \qquad ,\theta_3 = \frac{PV_3}{R}, \theta_2 = \frac{PV_2}{R}$$

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{P_2} = (\frac{V_2}{V_1})^\gamma = (\frac{1}{rc})^\gamma \;\;,\;\; P_4V_1^\gamma = P_3V_2^\gamma \Rightarrow \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_4}{P_2} = (\frac{V_2}{V_1})^\gamma = (\frac{1}{r_E})^\gamma$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{\frac{(V_3^\gamma - V_2^\gamma)}{\gamma-1}}{V_1}}{\gamma(V_3 - V_2)} = 1 - \frac{V_1\left[(\frac{V_3}{V_1})^\gamma - (\frac{V_2}{V_1})^\gamma\right]}{\gamma(V_3 - V_2)} = 1 - \frac{\left[(\frac{V_3}{V_1})^\gamma - (\frac{V_2}{V_1})\right]}{\gamma\left[(\frac{V_3}{V_1}) - (\frac{V_2}{V_1})\right]}$$

$$\frac{V_1}{V_3} = R_E, \frac{V_1}{V_2} = R_C \rightarrow n = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{(\frac{1}{R})_{E^\gamma} - (\frac{1}{R_C})^\gamma}{(\frac{1}{R_E}) - (\frac{1}{R_C})}$$

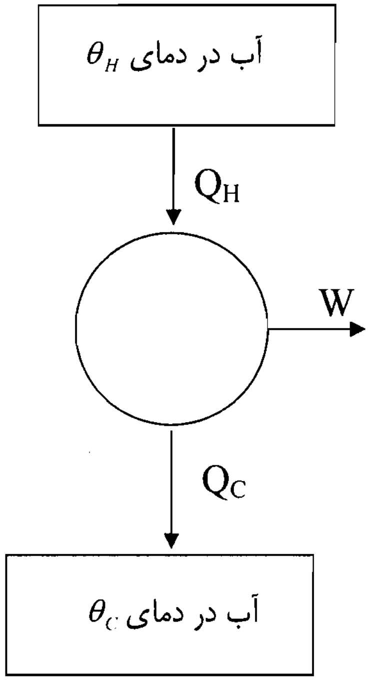
حل مساله ۷ -

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} \qquad 2 \rightarrow 3 \qquad \frac{P_2}{\theta_C} = \frac{P_3}{\theta_H} \qquad 1 \rightarrow 2 \qquad P_1V_1 = P_2V_2$$

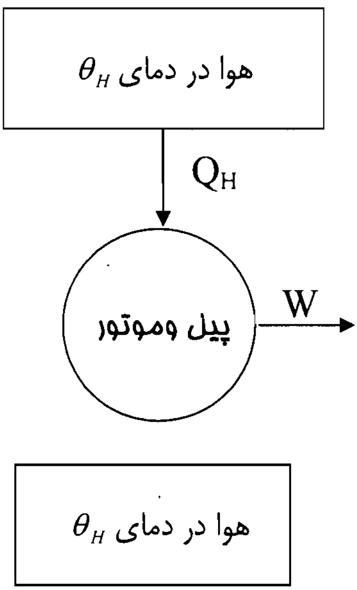
$$1 \rightarrow 2 \qquad \partial U = 0 \;,\; |Q_C| = |-W_{1\rightarrow 2}|, |Q_C| = |W_{1\rightarrow 2}| = \left|\int_{V\Pi}^{V_2} PdV\right| = nR\theta_C L_n \frac{V_1}{V_2}$$

$$3 \rightarrow 4 \partial u = 0 \;,\; |Q_H| = |-W_{3\rightarrow 4}| = \int_{V_3}^{V_4} PdV = nR\theta_H LN \frac{V_1}{V_2}$$

ب)ضریب عملکرد یخچال استرلینگ به شکل زیر محاسبه می شود. بازده ماشین $\eta = 1 - \dfrac{\theta_C}{\theta_H}$



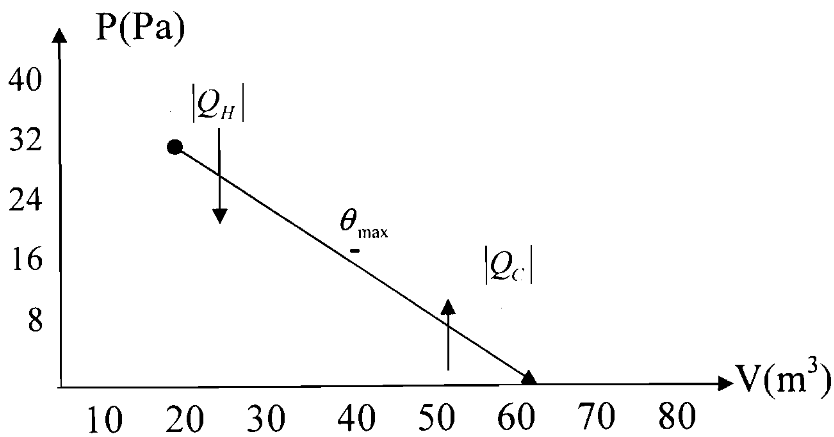
حل مسأله ۸- مطابق شکل گرمایی $|Q_H|$ توسط ماشین از آب اقیانوس در دمای θ_H جذب می شود. مقداری از این گرما تبدیل به کار می شود ومقداری به آب در دمای θ_C پس داده می شود. اگر بتوانیم آبهای سرد وگرم را از هم جدا کنیم وبه عنوان دو منبع سرد وگرم مورد استفاده قرار دهیم در آنصورت قانون دوم نقض نمی شود.



حل مسأله ۹- سیستم شامل پیل وموتور می باشد. دمای سیستم ثابت می ماند وبنابراین مقداری از گرما از هوا دریافت می کند. کار انجام شده توسط موتور را W می نامیم. در نگاه اول به نظر می رسد که این سیستم قانون دوم را نقض می کند زیرا گرمای $|Q_H|$ را از هوا دریافت کرده آن را کاملا به کار تبدیل می کند. از طرفی توجه می‌کنیم که جذب گرما توسط پیل برای ادامه یافتن فرایند شیمیایی ان است که منجر به تولید جریان می شود. پس از انجام مقداری کار پیل دیگر در شرایط اولیه خود قرار ندارد یعنی انرژی داخلی آن تغییر نکرده است. اگر بخواهیم چرخه ای را که اکنون نیمه کاره رها شده است کامل کنیم باید به اندازهٔ W' کار انجام دهیم تا انرژی داخلی پیل به حالت اول بازگردد. دراین فرایند گرمای $|Q_C|$ به هوا پس داده خواهد شد. در آن صورت کار خالص $W - W'$ وگرمای جذب شده $|Q_H|$ وگرمای پس داده شده $|Q_C|$ بوده وقانون دوم نقض نمی شود.

حل مساله ۱۰–انرژی داخلی جامد پارامغناطیس در فرایند کاهش همدمایی میدان مغناطیسی تغییر نمی کند زیرا فرض شده است که این جسم شبیه به گاز آرمانی عمل می کند. اما توجه داریم که مطابق قانون کوری $(M = C'_C \frac{H}{\theta})$ کاهش H باعث کاهش M درجسم پارامغناطیس می شود. لذا برای اینکه مغناطیس پذیری به مقدار اولیه بازگردد باید کار W انجام شده گرمای $|Q_C|$ به منبع سرد تحویل شود.

حل مساله ۱۱– نمودار حاصله با رعایت مقیاس به شکل زیر است.



الف) $P = aV + b \qquad a = -\frac{31}{56} \qquad b = \frac{255}{7} \qquad n = 0.1 \qquad P = P_0 = 32Pa$

$P_1 = 1Pa \ ,V_0 = 8m^3, V_1 = 64M^3$

$$\theta = \frac{PV}{nR} = \frac{(aV+b)V}{nR} = \frac{a}{nR}V^2 + \frac{b}{nR}V \rightarrow \theta = -0.57V^2 + 43.8V$$

$$\frac{d\theta}{dV} = 0 \rightarrow -0.67 \times 2V + 43.8 = 0 \rightarrow V = \frac{43.8}{1.34} = 32.7$$

ب) $$\frac{d\theta}{dV} = 0 \rightarrow -0.67 \times 2V + 43.8 = 0 \rightarrow V = \frac{43.8}{1.34} = 32.7$$

ج)

$$\theta_0 = 0.67V_0^2 + 43.8V_0 - 0.67(8)^2 = 43.8(8) = 302K$$

$$\theta_1 = \frac{P_1V_1}{nR} = \frac{1\times 64}{0/1\times 8/314} \Rightarrow \theta_1 = 77K$$

$$\theta_{\max} = 0.76(32.7)^2 + 43.8(32.7) = 716K$$

$$Q_1 = 0.67V_0^2 + 43.8V_1 = 0.67(64)^2 + 43.8(64)59K$$

$$Q = U - W \qquad \theta_0 = \frac{P_0V_0}{nR} = \frac{32\times 8}{0.1\times 8.14} = 308 \rightarrow$$

$$\Delta V = nC_V\Delta\theta = \frac{3}{2}R\times 0.1\times(\theta_V - \theta_0)$$

$$= 1.25(\theta_V - 308) \qquad \Delta V = 1.25\theta_V \quad 385 = 1.25(-0.67V^2 + 43.8V) = 385$$

$$\Delta V = -0.84V^2 + 54/8_V - 383$$

$$Q = -\int_{V_0}^{V} PdV = -\int_0^V (-\frac{31}{56} + \frac{255}{7})dV = \left[\frac{31}{56\times 2}V^2 - \frac{255}{7}V\right]_0^V$$

$$W = 0.28V^2 - 36.4V + 273.7$$

$$Q = \Delta V - W = -0/84V^2 + 54/8V - 385 - 0/28V^2 + 36.4V - 373.7$$

$$Q = 01.12V^2 + 9102V - 659$$

$$\frac{dQ}{dV} = -2.247_0 + 91.2 = 0 \rightarrow V = \frac{91.2}{1.24} = 40/7M^3$$

$$\theta = -0.67(40/7)^2 + 43.8(40.7) = 673K$$

ه)

$$P = \frac{nR\theta}{V} = \frac{0.1\times 8.314\times 673}{40.7} = 13.7Pa$$

و)

$$Q_{MAX} = (-1\times 10)(40.7)^2 + 91.2(40.7) - 659 = 1198J$$

ز)

$$Q_{0\to 1}(V_1) = -1.12(64)^2 + 91/2(64) - 659 = 690J$$

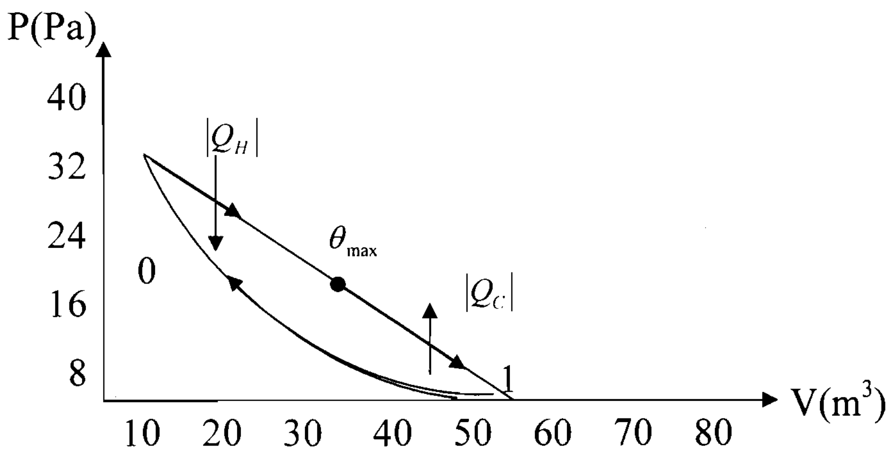
$$Q_f = Q_l = Q(V_1) - Q_{MAX} = 590 - 1198 - 608j$$

حل مساله ۱۲- شرط بی دررو بودن را برای نقاط $(P_1,V),(P_0,V_0)$ بررسی می کنیم:

$$P_0V_0^{\gamma} = 32\times 8^{5/3} = 1024$$

$$P_1V_1^{\gamma} = 1\times 64^{5/3} = 1024$$

پس نتیجه می شود که فرایند بی دررو است. شکل چرخه بیهوده شده توسط گاز چنین است:



الف)کار انجام شده شاخه

$$W = \frac{P_0V_0 - PV}{\gamma - 1} = \frac{32\times 8 - 1\times 64}{5/3-1} \Rightarrow W = +288J \quad (1\to 0)$$

ب)کار انجام شده در شاخه $(0\to 1)$ برابر است با:

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} PdV = -\int_{V_0}^{V_1}(aV+b)dV = -\tfrac{1}{2}a(V_1^2 - V_0^2) - b(V_1 - V_0)$$

$$W = 1116 - 2040 = -924J$$

وکار خالص در این چرخه بدست می آید.

$$|\Delta W| = |-924 + 288| = 636J$$

ج) گرمای خالصی که گاز دریافت می کند:

$$Q = 1215 - 579 = 636J$$

د) بازده چرخه:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{579}{1215} = 0/523 \Rightarrow \eta = \%52/3$$

ه)بیشینه دما۷۲۱K وکمینه آن ۷۷K است بنابراین:

$$\eta = 1 - \frac{\theta_{min}}{\theta_{max}} = 1 - \frac{77}{721} = 0/893 \Rightarrow \eta = \%89/3$$

فصل هفتم : برگشت پذیری و مقیاس دمای کلوین

حل مساله ۱- الف-چون فشار خارجی وجود ندارد فرآیند ایستاوار نیست و معادله dw=-pdv را نمی توان برای کار انجام شده نوشت در این حالت پیستون شتاب دار است و فرآیند بازگشت پذیر نیست .

ب)اصطاک اندک است و نمی تواند مانع حرکت شتاب دار پیستون شود پس فرآیند غیر ایستاوار برگشت ناپذیر است اگر شتاب زیاد نباشد می توان از معادله dw=-pdv کار انجام شده توسط سیستم را به طور تقریبی بدست آورد .

ج)در این حالت گاز هیچ کاری روی پیستون انجام نمی دهد و dw=0 همانند انبساط آزاد در اینجا نیز فرآیند برگشت ناپذیر و غیر ایستاوار است

د)اصطکاک به اندازه کافی وجود دارد و مانع حرکت شتابدار پیستون می شود کار انجام شده توسط پیستون dw=-pdv است . فرآیند ایستاوار است ولی چون اصطکاک وجود دارد برگشت ناپذیر است

ه) در این حالت نیز چون حرکت پیستون ایستاوار و بدون شتاب است رابطه dw=-pdv صادق است و در ضمن چون اصطکاک وجود ندارد فرآیند برگشت ناپذیر و ایستا وار است .

حل مساله ۲-به ازای $d\sigma = 0$ که شرط لازم برای یک فرآیند بی در روی برگشت پذیر است معادله ۷-٤ می شود :

$$dQ = [-y + (\frac{\partial u}{\partial x})_{\partial, x'}]dx + [-y + (\frac{\partial u}{\partial x'})_{u,x}]dx'$$

$$dQ = Mdu + Ndx'$$

و شرط اینکه عبارتی نظیر dQ دیفرانسیل کامل باشد و این است که $(\frac{\partial M}{\partial X'})_x = (\frac{\partial^2 N}{\partial x})_{X'}$ حال ببینیم آیا این شرط برقرار است ؟

$$(\frac{\partial M}{\partial x'})_X = \frac{\partial}{\partial X'}[-y + (\frac{\partial u}{\partial x})_{\sigma, X'}] = (\frac{\partial^2 u}{\partial X' \partial X})_\sigma$$

$$(\frac{\partial M}{\partial x'})_X = \frac{\partial}{\partial X}[-y + (\frac{\partial u}{\partial x'})_{\sigma, X}] = (\frac{\partial^2 u}{\partial X \partial X'})_\sigma$$

و چون ترتیب مشتق گیری مهم نمی باشد پس دو عبارت بالا با هم برابر هستند و dQ عامل انترال گیری قبول می کند.

حل مساله ۳-الف – اگر x ثابت باشد dX صفر است داریم :

$$dy + dz = 0 \Rightarrow \int dy + \int dZ = const. \Rightarrow y + Z = F(X)$$

ولی این جواب مسئله نیست زیرا :

$$dy + dZ = (\frac{dF}{dX})dX$$

ب)Zثابت است و dZ=0 بنابراین :

$$yzdx + dy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{d} = -zdx$$

$$Lny = -zx + G(Z) \Rightarrow y = G(Z)e^{-Zx}$$

این جواب نیز نمی تواند ثابت باشد زیرا : $dy + yzdX = \frac{G'(Z)}{G(Z)}ydZ$

ج)سطح ناهموار است (چرا ؟)

د)اگر شرط کامل بودن دیفرانسیل را در معادله dy=Mdx+Ndz بکار ببریم :

$$(\frac{\partial M}{\partial Z})_x = -y \qquad (\frac{\partial N}{\partial X})_Z = 0$$

در می یابیم که این معادله دیفرانسیل کامل نبوده و عامل انتگرال گیری برای آن وجود ندارد.

حل مساله ٤-

اگر معادله را بر حسب dz حل کنیم مشاهده می شود که :

$$dZ = \frac{1}{2Z}ydu + \frac{1}{2Z}Xdy = Mdx + Ndy$$

در شرط دیفرانسیل کامل صدق می کند زیرا :

$$\left.\begin{aligned} (\frac{\partial M}{\partial y})x &= \frac{1}{2Z} \\ (\frac{\partial N}{\partial X})_y &= \frac{1}{4Z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow (\frac{\partial M}{\partial y})_X = (\frac{\partial N}{\partial X})_y$$

از طرف دیگر مشاهده می کنیم که معادله فافی را می توان به شکل زیر باز نویسی کرد:

$$2ZdZ = ydX + XdY = d(xy)$$

که جواب آن عبارتست از :

$$Z^2 = xy + const.$$

و معادله دسته سطوح مربوطه چنین است :

$$Z = \sqrt{xy + const.}$$

حل مساله ۵-

الف)برای اینکه تعیین می کنیم برای عبارت فاف انترال گیری وجود دارد یا نه, ابتدا آن را مساوی صفر قرار دهیم .

$$a^2 y^2 z^2 dX + b^2 Z^2 X^2 dy + C^2 X^2 y^2 dZ = 0$$

حال طرفین آن را در عبارت $\frac{1}{x^2 y^2 z^2}$ ضرب می کنیم

$$a^2 \frac{dX}{X^2} + b^2 \frac{dY}{y^2} + C^2 \frac{dZ}{Z^2} = 0$$

با استخراج Dz به عبارت زیر می رسیم :

$$dZ = \frac{-Z^2}{C^2}(a^2 \frac{dX}{X^2} + b^2 \frac{dy}{y^2}) = MdX + Ndy$$

ملاحظه می کنیم که عبارت فافی در شرط دیفرانسیل کامل صدق می کند زیرا:

$$(\frac{\partial M}{\partial Y})_X = (\frac{\partial N}{\partial X})_Y = 0$$

لذا $\frac{1}{X^2 y^2 Z^2}$ برای عبارت فافی یک عامل انتگرال گیری است

ب) با انتگرال گیری از عبارت حاصل در الف داریم :

$$\int \frac{dZ}{Z^2} = -\frac{1}{C^2} \int (a^2 \frac{dX}{X^2} + b^2 \frac{dy}{y^2})$$

و معادله دسته سطوح چنین است :

$$\frac{1}{Z} = -\frac{1}{C^2}(\frac{a^2}{X^2} + \frac{b^2}{y^2}) + const$$

حل مساله ٦-الف)

$$\lambda = \phi(t)f(\sigma)y$$ ۱۲-۷

$$\lambda = \phi(t)\hat{f}(\hat{\sigma})$$ ۱۳-۷

$$dQ = \phi(t)f(\sigma)d\sigma$$

$$\lambda = \phi(t)g(\sigma,\hat{\sigma})$$

با توجه به معادله dQ در ۷-۱۳ می توانیم معادله مشابهی برای dQ بنویسیم :

$$dQ = \lambda d\sigma = \phi(t)f(\sigma)d\sigma$$

از طرف دیگر داریم :

$$dQ = \lambda d\sigma = \phi(t)g(\sigma,\hat{\sigma})d\sigma$$

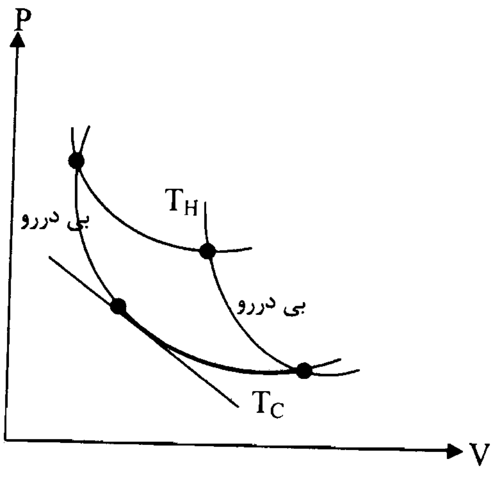
بنابراین با این انتخاب $f(\sigma) = g(\sigma,\hat{\sigma})$ معادله شبیه به ۷-۱۳ برای dQ ایجاد می شود .

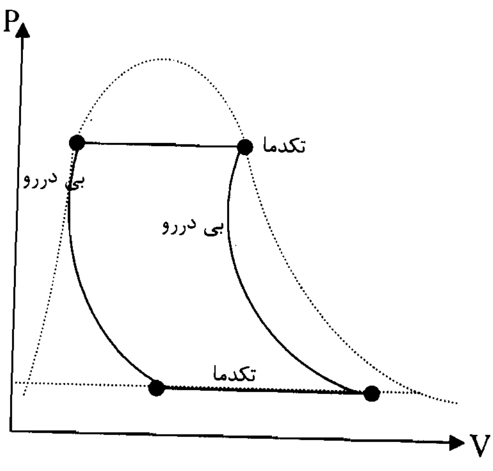
حال می خواهیم وابستگی تابعی $g(\sigma,\hat{\sigma})$ به σ بدست آوریم از معادلات ۷-۱۱و ۷-۱۲ در می یابیم :

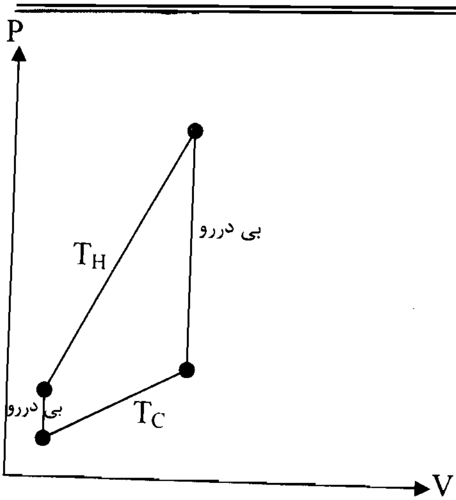
$$\frac{\lambda}{\lambda} = \frac{\partial}{\partial\sigma}(\sigma) \Rightarrow \frac{\phi(t)f(\sigma)}{\phi(t)g(\sigma,\sigma)} = \frac{\partial}{\partial\sigma}(\sigma) \Rightarrow f = g\frac{\partial}{\partial\sigma}.(\sigma)$$

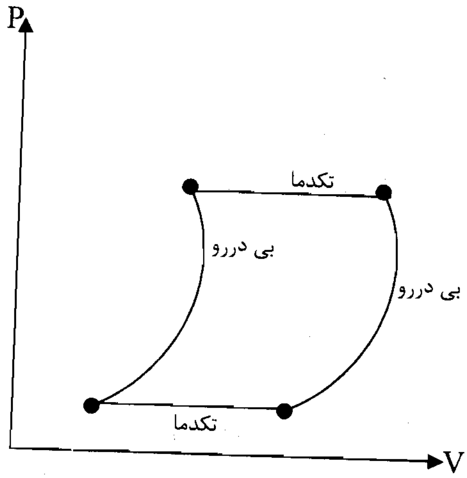
$$\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} = \frac{\partial}{\partial\sigma}(\sigma) \Rightarrow \frac{\phi(t)f(\hat{\sigma})}{\phi(t)g(\sigma,\hat{\sigma})} = \frac{\partial}{\partial\hat{\sigma}}(\sigma) \Rightarrow \hat{f} = g\frac{\partial}{\partial\hat{\sigma}}.(\sigma)$$

ب)









$$\frac{\partial f}{\partial \hat{\sigma}} = \frac{\partial g}{\partial \hat{\sigma}} \frac{\partial}{\partial \hat{\sigma}}(\sigma) + g \frac{\partial^2}{\partial \hat{\sigma} \partial \sigma}(\sigma) = 0$$

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma} = \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}(\sigma) + \frac{g}{\partial \sigma} \frac{\partial^2}{\partial \hat{\sigma}}(\sigma) = 0$$

ج)

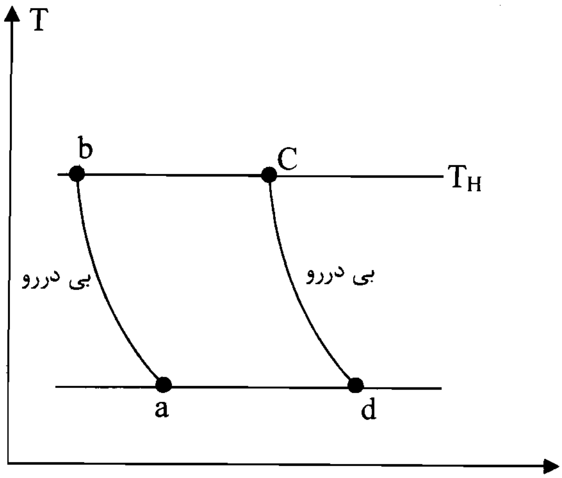
$$\frac{\partial g}{\partial \hat{\sigma}} \frac{\partial}{\partial \sigma}(\sigma) - \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial}{\partial \hat{\sigma}}(\sigma) = 0$$

د)

$$\begin{bmatrix} g.\sigma \\ \sigma, \hat{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

نمودار Pv چرخه کارنو در شکل الف نشان داده شده است اگر دما ثابت باشد آنگاه نسبت $\frac{M}{M}$ مقدار ثابتی است که شیب خط را تعیین می کند واز مبدا عبور می کند (شکل د)چنانچه فرآیند بی در روی برگشت پذیر باشد آنگاه مطابق فرضی $\frac{M}{T}$ثابت است پس M نیز مقدار ثابتی است و یک خط عمودی در نمودار M,M را می دهد .

حل مساله ۸-



الف)ابتدا یک چرخه کارنو مطابق شکل زیر در نظر می گیریم :

بازده این چرخ $\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$ است . با توجه به تعریف مقیاس کلوین (فرمول ۱٤-۷) بازده به شکل

زیر ساده می شود . $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$

ب)ضریب عملکرد ماشین کارنو چنین است.

$$w = \frac{|Q_C|}{w} = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} = \frac{|Q_C|/|Q_H|}{1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}}$$

و با استفاده از تعریف مقیاس کلوین می شود :

$$w = \frac{T_C/T_H}{1 - \frac{T_C}{T_H}} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

حل مساله ۹-

می دانیم که بازده ماشین کارنو برابر $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$ است. با ثابت نگه داشتن T_H و کاهش T_C افزایش

بازده ماشین را بدست می آوریم : $\Delta\eta = -\frac{\Delta T_C}{T_H}$

همچنین اگر T_C را ثابت نگه داشته و T_H را افزایش دهیم خواهیم داشت :

$$\Delta\eta = -\frac{\Delta T_C}{T_H^2}\Delta T_H$$

فرض کنیم $\Delta T_H = +1, \Delta T_C = -1$ دمای منبع گرم ۳۷۳ و دمای منبع سرد ۲۷۳ باشد انگاه :

$$\eta = 1 - \frac{273}{373} = 0/268, \Delta\eta = \frac{1}{373} = 0/003$$

بنابراین در T_H و ثابت داریم $\eta + \Delta\eta = 26/8 + 0/3$ و در T_C ثابت :

$$\Delta\eta = \frac{273}{373^2} \times = 0/002 \qquad \eta + \Delta\eta = 26/8 + 0/2$$

لذا کاهش T_C و ثابت نگه داشتن T_H موثرتر است .

حل مساله ۱۰-

برای هر فرآیند بی نهایت کوچک برگشت پذیر یک گاز آرمانی قانون اول را می توان نوشت :

$$dQ = C_V d\theta + PdV$$

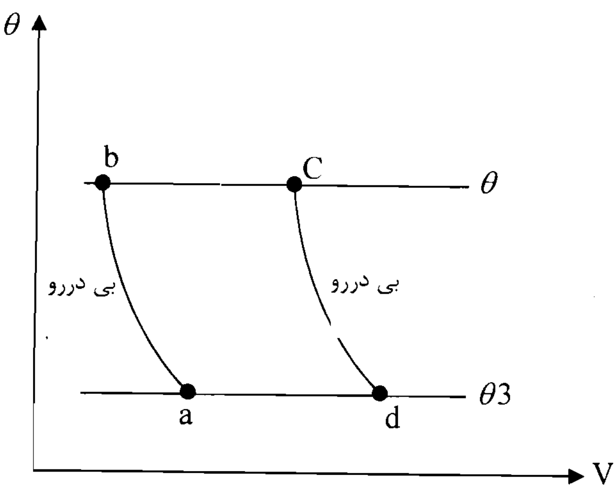
$$Q = \int_{Vb}^{VC} PdV = \int_{Vb}^{VC} \frac{R\theta}{V-b} PV = R\theta Ln(\frac{V_C - b}{V_b - b})$$

$$Q_3 R\theta Ln(\frac{V_d - b}{V_a - b})$$

بنابراین :

$$\frac{Q}{Q^3} = \frac{\theta}{\theta^3}[Ln(\frac{V_c - b}{V_b - b}) / Ln(\frac{V_d - b}{V_a - b})]$$

شکل ج۷-۱۰نمودار V



و چون فرآیند $b \to a$ بی در رو است برای هر قسمت بی نهایت کوچک آن را می توان نوشت :

$$dQ = 0 \quad du = dQ - dW \Rightarrow du = PdV = -\frac{R\theta}{V-b}dV$$

چون انرژی داخلی تنها تابعی از دما است می توان نوشت :

$$\int_{\Theta_3}^{\Theta} du = u(\theta) - u(\theta_3) = Ln\frac{V_a - b}{V_b - b}$$

بنابراین :

$$Ln(\frac{V_a - b}{V_a - b}) = Ln(\frac{V_d - b}{V_C - b}), Ln(\frac{V_C - b}{V_b - b}) = Ln(\frac{V_a - b}{V_a - b})$$

و سرانجام خواهیم داشت :

$$\frac{Q}{Q_3} = \frac{\theta}{\theta_3}$$

و اگر با مقیاس دمای کلوین (معادله ۷-۱۷) مقایسه در می یابیم که :

$$\frac{\theta}{\theta_3} = \frac{T}{T_3}$$

با انتخاب $T_3 = T_{TP}, \theta_3 = \theta_{TP}$ در نهایت بدست می آوریم :

$$\theta = T$$

فصل هشتم : انتروپی

حل مسئله ۱– ابتدا فرض کنید T از تمام دماهای T_1،T_2،T_3 و...بزرگتر باشد.ماشینهای کارنو طوری تنظیم شده اند که هر کدام به منبع سرد خود درست همان مقدار گرمادر هر سیکل پس میدهدکه سیستم از آن منبع گرفته است.برای هر ماشین کارنو که بین دو دمای T_1 و T کار کند، داریم:

$$\frac{dQ_1}{dQ_1'}=\frac{T_1}{T'}=dQ_1'=T'\frac{dQ_1}{T_1}$$

مقدار کل حرارتی که توسط ماشینهای کارنواز منبع T گرفته میشود برابر است با:

$$\theta=dQ_1'+dQ_2'+\ldots\quad=\sum dQ_i'=T'\sum\frac{T\theta_i}{T_i}(1)$$

چون ماشبن مرکب فوق تبادل حرارتی با هیچ منبع دیگری ندارد،پس از یک سیکل به حالت اولیه بازگشته وانرژی داخلی آن تغییر نمیکند($\Delta V=0$)، لذا طبق قانون اول باید θ در رابطهٔ(۱)تبدیل به کار برده باشد،اما قانون دوم محل است ماشینی در یک سیکل کامل مقدار گرمای مثبتی راتماما تبدیل به کار کند،بنابراین θ باید منفی یا صفر باشد.

$$Q\le O\Rightarrow T'\sum\frac{dQ_i}{T_i}\le O\Rightarrow\frac{dQ_i}{T_i}\le O$$

به صورت انتگالی $\int_R\frac{dQ_i}{T_i}$ واگر بحث فوق را بااین فرض انجام بدهیم T' از تمام دماهای T_1 و T_2،...کوچکتر باشد،نتیجه $\int_R\frac{T\theta_i}{T_i}$ میرسیم.مجموع دو قسمت بحث نتیجه مورد نظر را به دست میدهد:

$$\int_R\frac{dQ}{T_i}=0$$

حل مسئله ۲– الف:

$$\eta=1-\frac{\|Q_C\|}{\|Q_H\|}\text{،}\ |Q_C|=\int_{S1}^{S2}T_C dS=T_C(S_2-S_1)$$

$$|Q_H|=\int_{S1}^{S2}T_H dS=T_H(S_2-S_1)\Rightarrow\eta=\frac{T_C(S_2-S_1)}{T_H(S_2-S_1)}\Rightarrow\eta=1-\frac{T_C}{T_H}$$

۸–۲ ب:

$$1\rightarrow 2: dS=0\Rightarrow dQ=0$$

$$2 \to 3: T = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{S_1 - S_2}(S - S_1)$$

$$|\theta_H| = \theta_{2\to 3} = \int_{S1}^{S3} TdS = T_{11}\int_{S1}^{S2} dS + \frac{T_1 - T_2}{S_1 - S_3} SdS - \frac{T_1 - T_2}{S_1 - S_3} S_1 \int_{S1}^{S2} dS$$

$$= T_1S_3 - T_1S_1 + \frac{T_1 - T_2}{S_1 - S_3}.\frac{1}{2}.(S_3^2 - S_1^2) - \frac{T_1 - T_2}{S_1 - S_3} S_1(S_3 - S_1) = T_1S_3 - T_1S_1 - \frac{1}{2} *$$

$$(T_1 - T_2)(S_1 + S_3) + (T_1 - T_2)S_1$$

۸-۲- ب ←

$$\Rightarrow |Q_H| = |Q_{2\to 3}| = \frac{T_1 - S_3}{2} - \frac{T_1 - S_1}{2} - \frac{T_2 - S_1}{2} + \frac{T_2 - S_3}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(T_1 + T_2)(S_3 - S_1)$$

$$|Q_C| = |Q_{3\to 1}| = T_1 \int_{S1}^{S2} dS = T_2(S_3 - S_1)$$

$$\therefore \eta = 1 - \frac{2T_1}{T_1 + T_2}$$

$$|Q_H| = Q_{2\to 3} = T_1(S_3 - S_1)$$

$$|Q_C| = |Q_{3\to 1}| \frac{1}{2}(S_3 - S_1)(T_1 + T_2)$$

$$\eta' = 1 - \frac{2T_2}{T_1 + T_2} \langle \eta : (T_2 \rangle T_1)$$

حل مساله ۳- چرخه استرلینگ دو فرآیندهمدمادرT_CوT_Hودو فرآیند هم حجم بینT_CوT_H

$$1 \to 2: T = T_C ؛ \Delta S = \frac{1}{T_C}\int_{S1}^{S2} dQ_C = \frac{Q_C}{T_C}$$

$$2 \to 3: \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = C_V \int_{TC}^{TH} \frac{dT}{T} = C_V Ln\frac{T_H}{T_C}$$

$$3 \to 4: T = T_H$$

$$4 \to 1: \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = C_V \int_{TH}^{TC} \frac{dT}{T} = C_V Ln\frac{T_C}{TH}$$

چرخه اتو،فرآیند بی دررو ودو فرآیندهم حجم

فرایند بی دررو: $1 \to 2 \Rightarrow dQ = 0 \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow S_1 = S_2$

فرایند هم حجم: $2 \to 3 \Rightarrow \Delta S = \Rightarrow \int \frac{dQ}{T} = C_V \int_{T2}^{T3} \frac{dT}{T} = C_V Ln \frac{T_3}{T_2}$

$\& \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \& P_3 > P_2 \Rightarrow T_3 \Rightarrow T_2 \Rightarrow (\Delta S)_{2\to3} > 0$

فرایند بی دررو $3 \to 4 \Rightarrow \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = C_V \int_{T4}^{T1} \frac{dT}{T} = C_V Ln \frac{T_1}{T_4}$

$\& \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1} \& P_4 > P_1 \Rightarrow T_4 > T_1 \Rightarrow (\Delta S)_{4\to1} < 0$

چرخه دیزل:دو فرآیند بی دررو،یک فرآیندهم فشار ویک فرآیند هم حجم

فرایند بی دررو $1 \to 2 \Rightarrow dQ = 0 \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow S_1 = S_2$

فرایند هم فشار $2 \to 3 \Rightarrow dQ = C_p dT \Rightarrow \Delta S = C_p \int_{T2}^{T3} \frac{dT}{T} = C_p Ln \frac{T_3}{T2}$

$\& \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_2}{T_3} \& V_3 > V_2 \Rightarrow T_3 > T_2 \Rightarrow (\Delta S)_{2\to3} > 0$

فرایند بی دررو $3 \to 4 \Rightarrow dQ = 0 \Rightarrow dS = 0 \quad S_3 = S_4$

فرایند هم دما $4 \to 1 \Rightarrow \Delta S = C_V \int_{T2}^{T1} \frac{dT}{T} = C_V Ln \frac{T_1}{T_4}$

$\& \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1} \& P_4 > P_1 \Rightarrow T_4 > T_1 \Rightarrow (\Delta S)_{4\to1} < 0$

چرخه مستطیلی در صفحه PوV :دو فرآیند هم فشار ودو فرآیند هم حجم

فرایند هم فشار $1 \to 2 \Rightarrow \Delta S = C_p Ln \frac{T_2}{T_1}$

$\& \frac{V_1}{V_1} = \frac{V_2}{T_2} \& V_1 > V_2 \Rightarrow T_1 > T_2 \Rightarrow (\Delta S)_{1\to2} < 0$

فرایند هم حجم
$$2 \rightarrow 3 \Rightarrow \Delta S = C_V Ln\frac{T_2}{T_3} > 0$$

فرایند هم فشار
$$3 \rightarrow 4 \Rightarrow \Delta S = C_P Ln\frac{T_4}{T_3} > 0$$

فرایندهم فشار
$$4 \rightarrow 1 \Rightarrow \Delta S = C_V Ln\frac{T_1}{T_4} < 0$$

حل مساله ٤-

چرخه مثلثی در صفحه PV :یک فرآیند هم فشار یک فرآیند هم حجم ویک فرآیند بی دررو:

فرایند هم حجم
$$1 \rightarrow 2 \Rightarrow \Delta S = C_P Ln\frac{T_2}{T_1} < 0$$

فرایند هم حجم
$$2 \rightarrow 3 \Rightarrow \Delta S = C_V Ln\frac{T_3}{T_2} < 0$$

فرایند بی دررو
$$3 \rightarrow 4 \Rightarrow dQ = 0 \Rightarrow \Delta S = 0 \Rightarrow S_3 - S_1$$

حل مساله ٥-الف)

$$dU = dQ + dW = dQ - YdX - Y'dX' - \dots\dots$$

$$TV = TdS - YdX - YdX' \Rightarrow \frac{dU}{dS} = T - Y\frac{dX}{dS} - Y'\frac{dX'}{dS} - \dots$$

$$(\frac{\partial U}{\partial S})_{X,X',\dots} = T \Rightarrow \frac{1}{T} = (\frac{\partial S}{\partial U})_{X,X'\dots}$$

$$(\frac{1}{T}) = (\frac{\partial S}{\partial U})_V \quad , \quad (\frac{1}{T}) = (\frac{\partial S}{\partial U})_M$$

حل مساله ٦- الف:

$$dQ = C_V T + PdV . d(PV) = NRdt \Rightarrow dT = \frac{1}{nR}(PdV + VdP)$$

$$\rightarrow dQ = \frac{C_V}{nR}PdV + \frac{C_V}{nR}VdP + PdV = \frac{C_V}{nR}VdP + (\frac{C_V + nR}{nR})PdV$$

$$\rightarrow dQ = \frac{C_V}{nR}VdP + \frac{C_P}{nR}PdV \Rightarrow dS = (\frac{C_V}{nR})\frac{V}{T}dP + (\frac{C_P}{NR})\frac{P}{T}dV$$

$$\frac{V}{nRT}=\frac{1}{P}\ \&\ \frac{P}{nRT}=\frac{1}{V}\Rightarrow dS=C_V\frac{dP}{P}+C_P\frac{dV}{V}\Rightarrow$$

$$S=C_V\ln P+C_PLnV+CONSET$$

$$dS=C_V\frac{dP}{P}+C_P\frac{dV}{V}\ \&\ dS=0\Rightarrow C_V\frac{dP}{P}=-C_P\frac{dV}{V}\Rightarrow$$

$$(\frac{C_V}{C_P})\frac{1}{P}=\frac{-1dV}{VdP}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\gamma P}=\frac{-1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_S\Rightarrow\frac{1}{\gamma P}=K_S$$ ←۸-۶-ب

$$dQ=C_VdT+PdV-\mu_0XdM$$

$$dW=dW_1+dW_2=PdV+\mu_0XdM$$

۸-٦-ج-

$$M=XH\Rightarrow dQ=C_VdT+PdV=\frac{\mu_0T}{C_C}MdM$$

$$\&\ X=\frac{C'_C}{T}dS=\frac{dQ}{T}=C_V\frac{dT}{T}+\frac{P}{T}dV-\frac{\mu_0}{C_C}MdM$$

$$\int dS=C_C\int\frac{dT}{T}+nR\int\frac{dV}{V}-\frac{\mu_0}{C_C}\int MdM$$

$$\Rightarrow S=C_VLnT+nRLnV-\frac{\mu_0M^2}{2C_C}+CONST.\Rightarrow(\Delta S)=0$$

حل مساله۷-الف

فرایند از نوع برگشت ناپذیر مکانیکی خارج است. مشخصات ترمو دینامیکی مقاومت تغییر نکرده و فقط انتقال گرما به منبع میشود.

$$\tau=1SEC.,R=25\Omega,I=10A,T=300K,dS=\frac{dQ}{T}$$

$$(\Delta S)_T=\frac{1}{T}\int dQ=\frac{Q}{T}=\frac{I^2R\tau}{T}=\frac{2500}{300}=8/3JK$$

۸-۷-ج

$$(\Delta S)_{RES} = MC_P \ln\frac{T_F}{T_1}, Q = MC_P(T_F - T_I) \;\&\; Q = I^2 R\tau = 2500J$$

$$\Rightarrow 2500 = 0.01\times 480(T_F - 300) \Rightarrow T_F = \frac{2500}{8/4} + 300 = 295/6$$

$$\Rightarrow (\Delta S)_{RES} = 8/4 Ln\frac{597/6}{300} = 5/8 JK$$

$$(\Delta S)_T = (\Delta S)_{RES} + (\Delta S)' = 5/8 + 0 = 5/8$$

$$JK, dQ = dQ = 0 \Rightarrow (\Delta S)' = 0$$

۸-۷-د

$$(\Delta S)_1 = \int_{T_I}^{T_F} \frac{dQ}{T} = \int_{T_I}^{T_F} C_P \frac{dT}{T} =$$

۸-۷-الف

$$4200 Ln\frac{T_F}{T_I}\, 4200 Ln\frac{373}{273} = 1310JK$$

برای آب داریم :

$$C_p = 4200\frac{J}{KG.K}$$

حل مساله ۸- الف-

$$(\Delta S)_2 = \frac{-Q}{T_F} = -\frac{C_P \Delta T}{373} = \frac{-4200\times 100}{373} = -1126J/K$$

$$\Rightarrow (\Delta S)_T = (\Delta S)_1 + (\Delta S)_2 = 1310 - 1126 = 184J/K$$

$$(\Delta S)_1 \int_{373}^{323} C_P \frac{dT}{T} = 4200 Ln\frac{373}{323} = 706$$

$$(\Delta S)_2 = \int_{323}^{373} C_P \frac{dT}{T} = 4200 Ln\frac{373}{323} = 404$$

$$(\Delta S_1)' - \frac{Q_1'}{T_1'} = \frac{-4200\times 50}{323} = -650$$

$$(\Delta S_2)' = -\frac{Q_2'}{T_2'} = \frac{-4200\times 50}{323} = -563$$

$$(\Delta S)_T = (\Delta S)_1 + (\Delta S)_2 + (\Delta S)_1' + (\Delta S)_2' = 706 + 604 - 650 - 563 = 97 \quad J/K$$

$$= 97 \quad J/K < 184 \quad J/K$$

۸-۸-ج-با توجه به نتایج قسمت های الف و ب: اگر بینهایت منبع حرارتی با دماهائی که هر کدام به اندازه dT با دیگری اختلاف دارند و از 273تا 373 کلوین گسترده می باشند، داشته باشیم، آنگاه چنانچه آب را به ترتیب با منبع های مذکور از کمترین دما (273)تا بیشترین دما(373) در تماس قراردهیم به طوری که یک فرآیند باز گشت پذیر داشته باشیم تغییر انتروپی کل صفر خواهد بود.

حل مساله ۹-

$$(\Delta S)_1 = \int \frac{dQ}{T} = C_P \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T} = C_P Ln\frac{T_f}{T_I}$$

$$(\Delta S)_2 = -\int \frac{dQ}{T_F} = \frac{-1}{T_F} \& dQ = \frac{-C_P}{T_F}\int_{T_I}^{T_f} dT = \frac{-C_P(T_F - T_I)}{T_F}$$

$$(\Delta S) = C_P\left[\frac{-(T_F - T_I)}{T_F} + Ln\frac{T_F}{T_I}\right] ,(1) \quad X = \frac{(T_F - T_I)}{T_F} \Rightarrow X = -1 + \frac{T_I}{T_F}$$

$$\Rightarrow X + 1 = \frac{T_I}{T_F} \Rightarrow \frac{1}{X+1} = \frac{T_F}{T_I} \qquad (2$$

$$(1)\&(2) \Rightarrow (\Delta S)_T = C_P\left[X + Ln(\frac{1}{X+1})\right] = C_P\left[X - Ln(1+X)\right]$$

$$X - Ln(1+X) = Lne^{X} - Ln(1+X) = Ln\frac{e^X}{1+x} = LnY$$

(4

$$\Rightarrow Y=\frac{e^X}{1+X}(3)\quad,\quad X=-1+\frac{T_I}{T_C}\Rightarrow -1<X<0$$

$$(3)\,\&\,(4)\Rightarrow (X=-1\Rightarrow Y=\infty\Rightarrow LnY=\infty\;\&\;X=0\Rightarrow$$

$$Y=1\Rightarrow LnY=0\Rightarrow X-Ln(1+X)\in(0,\infty)>0$$

حل مساله۱۰-

$$M=1/2\times10^{-3}KG, T_1=10K, T_F=350K$$

$$M=2230K,\qquad MOL\qquad 12\times10^{-3}KG$$

$$N=0.1=MOL\qquad 1/2\times10^{-3}\qquad C_V=3R\frac{4\pi^4}{5}(\frac{T}{\Theta})^3$$

$$\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=\int_{T1}^{T_F}nC_V\frac{dT}{T}=n\int_{TC}^{T_F}C_V\frac{dT}{T}=3nR\frac{4\pi^4}{5\Theta^3}\int_{10}^{350}T^2dT$$

$$\Rightarrow \Delta S=3\times0.1\times R\frac{4\pi^4}{5(2230)^3}\frac{(350)^3-10^3}{3}=0.03R$$

$$M=0/4KG\qquad (\Delta S)_{CU}=C_P Ln\frac{T_F}{T_I}=150Ln\frac{283}{373}=-41/4$$

حل مساله ۱۱-الف

$$(\Delta S)_{SARCE}=\frac{-\theta}{T_F}=\frac{-150(283-373)}{283}=47/7$$

$$(\Delta S)_T=47/7=41/6=6/3\quad J/K$$

ب)چون مختصات ترمودینامیکی مس عوض نشده است: $(\Delta S)_{CU}=0$ می باشد.

$$dU=0\Rightarrow Q=W=mgh=0.4\times9/8\times100=392J$$

$$(\Delta S)_{SOWCE}=\frac{Q}{T}=\frac{392}{283}=1/39\quad J/K:(\Delta S)_T=1/39+01/39$$

$$T_F = \frac{0+100}{2} = 50^0C = 323K$$

$$(\Delta S)_1 + (\Delta S)_2 = C_P(Ln\frac{323}{273} + Ln\frac{323}{373}) = 150(0/168 - 0.144) = 3/6 \quad J/K$$

$$(\Delta S)_{SOWCE} = \frac{-Q_1}{323} + \frac{Q_2}{323} = \frac{-150(323-273)+150(373-323)}{323} = 0$$

$$\Rightarrow (\Delta S)_T = (\Delta S)_1 + (\Delta S)_2 + (\Delta S)_{SOWCE} = 3/6 \quad J/K$$

حل مساله ۱۲-الف

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\times 10^{-2}J, Q = 0 \Rightarrow (\Delta S)_{CAPASTPR} = \frac{Q}{T} = 0$$

$$(\Delta S)_b = \frac{-Q}{T} = 0 \quad , \quad (\Delta S)_T = 0+0=0$$

$$(\Delta S)_R = \frac{1/2\times 10^{-2}}{273} = 1/83\times 10^{-5}$$

ب)

$$(\Delta S)_{CAPASTAR} = 0 \quad , \quad (\Delta S)_T = 1/83\times 10^{-5} = 1/83\times 10^{-5} J/K$$

حل مساله ۱۳-

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int_{293}^{373} mC_P\frac{dT}{T} + \frac{mL}{327} + \int_{293}^{373} mC_P\frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = 36\times 4/2Ln\frac{373}{293} + \frac{36\times 2260}{373} + 2\int_{373}^{523} C_P\frac{dT}{T}(1)$$

با استفاده از جدول(۵-۲) داریم :

$$C_P = 3/63 + 1/195R\times 10^{-3}T + 0/135R\times 10^{-6}T^2(2)$$

$$(1)\ \&\ (2) \Rightarrow \Delta S = 36/5 + 218 + 2\times 3/63RLn\frac{523}{373} + 2\times 1/195R\times 10^{-3}(523-373) +$$

$$2\times 0/135R\times 10^{-6}\times\frac{(523-373)_2}{2}$$

$$\Delta S = 36/5 + 218 + 20/4 + 4/86 + 0.025 = 279J/K$$

حل مساله ١٤-

$$\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=\int_{293}^{273}mC_P\frac{dT}{T}-\frac{md}{273}+\int_{273}^{263}mC'_P\frac{dT}{T}$$

$$\Delta S=10\times4/2Ln\frac{273}{2930}-\frac{10\times335}{273}+10\times2/1Ln\frac{263}{273}$$

$$\Delta S=-2/97-12/27-0/78\equiv16J/K$$

حل مساله ١٥-

$$V_{I,}=V'_I,T_I=T'_I,P_I=P'_I\therefore\frac{P_IV_I}{T_I}=nR\ \&$$

$$\frac{P'_DV'_D}{T'_I}=nR,(1)\quad,\quad T_F=T'_F\ \&\ d_F=d'_F,(2)$$

$$(1)\ \&\ (2)\Rightarrow V_F=2V'_F,(3)$$

تحویل سیستم بدون پرایم:

$$\frac{P_IV_I}{T_I}=-\frac{P_FV_F}{T_F}$$

تحویل سیستم پرایدار :

$$\frac{P'_IV'_I}{T'_I}=\frac{P'_FV'_F}{T'_F}=\frac{P_FV_F}{2T_F}$$

دمای دوسیستم درابتدای تحویل مساوی ودرانتهای آن نیزمساوی است وچون توسط یک دیواره گرما از هم جدا شده اند، تحویل همدما می باشد: $T_I=T_F$

حجم کل استوانه را با V نشان می دهیم(٤) $P_IV_I=P_FV_F,P_I\frac{V}{2}=P_3(\frac{2}{3}V)$

$V_F=\frac{2}{3}V$ است زیرا $V_F+V'_F=V$ وطبق رابطه (۳) داریم $V'_F=\frac{V_F}{2}$.

فشار نهایی:

$$(4)\Rightarrow P_F=\frac{3}{4}P_I=\frac{3}{4}\times2\times10^5PA=\frac{3}{2}10^5PA$$

تغییر انتروپی: کاهش انتروپی سیستم پرایم دار + افزایش انتروپی سیستم بدون= ΔS

به دلیل کاهش حجم آن پرایم به دلیل افزایش حجم آن

$$\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=\frac{1}{T}\int PdV+\frac{1}{T}\int P'dV'=2nR\int_{\frac{V}{2}}^{\frac{2V}{3}}\frac{dV}{V}+nR\int_{\frac{V}{2}}^{\frac{V}{3}}\frac{dV'}{V'}=\dots$$

حل مساله ۱۶-الف- $P_0 V^{\gamma}{}_0 = P_R V_R^{\gamma} \quad , \quad P_R = \frac{27}{8} P_0 , P_0 V_0^{\gamma} = \frac{27}{8} P_0 V_R^{\gamma}$

۸-۱۶-ب- $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_R V_R}{T_R} \longrightarrow \frac{P_0 V_0}{T_0} = (\frac{27}{8} P_0)(\frac{4}{9} V_0)\frac{1}{T_R}$

۸-۱۶-ج- $\Rightarrow T_R = \frac{3}{2} T_0$

۸-۱۶-د- $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_L V_L}{T_L} , V_L = 2V_0 - \frac{4}{9} V_0 = \frac{14}{9} V_0$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = (\frac{27}{8} P_0)(\frac{14}{9} V_0)\frac{1}{T_L} \Rightarrow T_L = \frac{21}{4} T_0$$

۸-۱۶-ه- $Q_L = \frac{17}{4} nC_V T_0 \; Q_L = \int nC_V dT = nC_V \int_{T_0}^{21/4 T_0} dT = nC_V (\frac{21}{4} T_0 - T_0)$

۸-۱۶-ه- $dQ = 0 \Rightarrow W = \Delta U = nC_V \Delta T = nC_V (\frac{3}{2} T_0 - T_0) = \frac{1}{2} nC_V T_0$

۸-۱۶-و تمام کار انجام شده روی گاز سمت راست به شکل انرژی داخلی گاز درآمده است و چیزی از آن هدر نرفته است $\Delta W = \Delta U_R = \frac{1}{2} nC_V T_0 \quad , \quad \Delta Q_R = 0$

۸-۱۶-ز- $\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \; , dQ = 0 \rightarrow \sum \Delta S = 0$

۸-۱۶-ث- گرمایی که سمت چپ در هر لحظه دریافت می کند برابر است با:

$$dQ = nC_p dT - VdP$$

بنابراین تغییر آنتروپی چنین است:

$$\Delta S_L = \int_{T_0}^{T_L} nCp \frac{dT}{T} - \int_{P_0}^{P_L} nR \frac{dP}{P} = nCpL_n(\frac{21}{4}) - nRL_n(\frac{27}{8})$$

۸-۱۶-ح-تغییر آنتروپی جهان:

$$\Delta S_R = \int_{T_0}^{T_R} nCp\frac{dT}{T} - \int_{P_0}^{P_R} nR\frac{dP}{P}$$

$$\Delta S_R = nCpL_n(\frac{3}{2}) - nRL_n(\frac{27}{8})$$

$$\Delta S = \Delta S_R + \Delta S_L = nCpLn(\frac{63}{8}) - 2nRL_n(\frac{27}{8})$$

حل مساله ۱۷- الف

$$S_1 = C_V LnT + RLnV + S_0, S_2 = C_V LnT + RLnV + S_0$$

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T}\frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}nR$$

پس از مخلوط شدن:

$$C'_V = \frac{3}{2}(2nR) = 2C_V$$

$$S = S_1 + S_2 = 2C_V LnT + 2RLnV + 2S_0$$

۸-۱۷-ب-

$$S = C'_V LnT + 2RLn2V + S'_0 = 2C_V LnT + 2RLnV + 2RLn2 + s'_0$$

صرفنظر از مقدار ثابت انتروپی، سایر جملات انتروپی تغییر نکرده اند. با قرار دادن دیواره در سر جای خود راهی برای تشخیص مخلوط شدن دو قسمت از یک گاز با فشار دمای مساوی وجود ندارد. لذا این فرآیند دارای تغییر انتروپی نیست.

۸-۱۷-ج-فرآیند بازگشت پذیر است.

۸-۱۷-د- تغییری در انتروپی وجود ندارد،زیرا فرآیند بازگشت پذیر است.

حل مساله۱۸-

$$T_F = \frac{T_1 + T_2}{2}, dQ = mC_P dT$$

$$\Delta S = \int \frac{d\theta}{T} = \int_{T_1}^{\frac{T_1+T_2}{2}} mC_P\frac{dT}{T} + \int_{T_1}^{\frac{T_1+T_2}{2}} T_1 mC_P\frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = mC_P(Ln\frac{T_1+T_2}{2T_1} + Ln(\frac{T_1+T_2}{2T_2}) = mC_P Ln(\frac{(T_1+T_2)/2)}{\sqrt{T_1T_2}})^2$$

$$\Rightarrow \Delta S = 2mC_P Ln(\frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2}})$$

مثبت بودن ΔS را میتوان بدون استفاده از شکل اثبات نمود.

$$\frac{BH}{BC}=\frac{BC}{AB}\Rightarrow (BC)^2=(AB)(BH)=(T_1+T_2)T_1)$$

برای اینکه نشان دهیم ΔS مثبت است کافی است که نشان دهیم متغیر تابع Ln در رابطه (1) از ۱ بزرگتر می باشد.

$$\frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2}}>1$$

$$T_1+T_2>2\sqrt{T_1T_2}\Rightarrow (T_1+T_2)^2>4T_1T_2\Rightarrow T_1^2+T_2^2+2T_1T_2>4T_1T_2$$

$$\Rightarrow T_1^2+T_2^2-2T_1T_2>0\Rightarrow (T_1-T_2)^2>0\rightarrow T_1^2+T_2^2+2T_1T_2\geq 4T_1T_2$$

$$\Rightarrow (T_1-T_2)^2\geq 4T_1T_2\rightarrow \frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2}}\geq 1\Rightarrow$$

به این ترتیب $Ln\frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2}}>0$ است $\leftarrow \Delta S\geq 0$

حل مساله ۱۹-الف) $C_p=Const\rightarrow S=S_0+C_pLnT=S_0+C_p\left[LnT-LnO\right]$

$$C_p=(\frac{dQ}{dT})_pT\rightarrow 0\Rightarrow C_p\rightarrow\infty$$

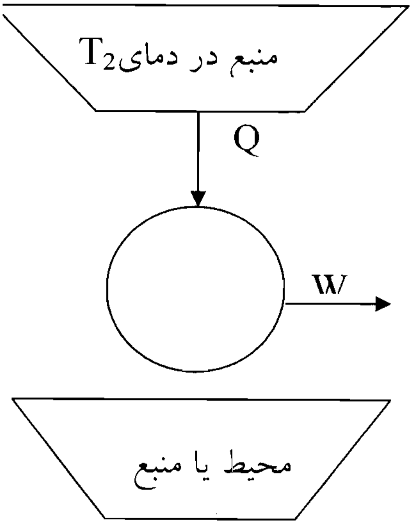
ب) $C_p=\frac{1}{T}\rightarrow S=S_0+\int_0^T T_0^{-2}dT=S_0-\frac{2}{-3}=\infty$

ج) C_p متناسب با T و T^2 وغیره است: $C_p=Const.T^N$

$$S=S_0+\int_0^T C_p\frac{dT}{T}=S_0+Const.\int_0^T dTT^{n-1}=S_0+\frac{Const}{n}T^n$$

در حد $T\rightarrow 0$ جمله T^n صفر می شود وبا مشخص بودن آنتروپی مقدار معینی خواهد داشت نتیجه می شود که در دماهای پائین C_p متناسب با T^n است.

حل مساله ۲۰-الف) فرض کنیم که ماشینی داشته باشیم که بدون دادن گرما به محیط بتواند گرمای Q را از منبعی در دمای T دریافت وآن را تماما به کار تبدیل کند. آنگاه مطابق اصل آنتروپی می باید:



$$\Delta S_{\text{جهان}}=\Delta S_{\text{محیط}}+\Delta S_{\text{منبع}}+\Delta S_{\text{ماشین}}\geq 0$$

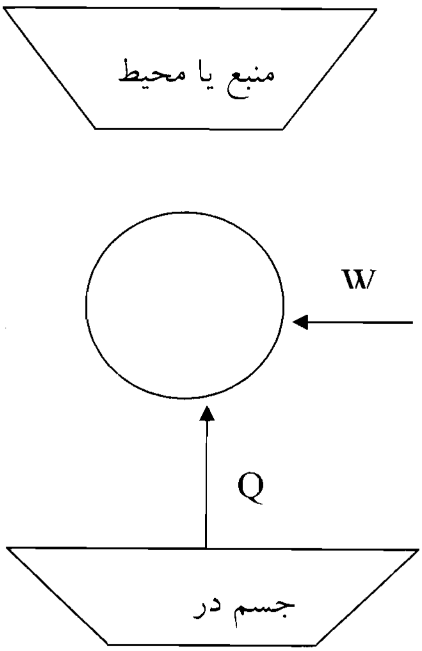
اما داریم:

$$\Delta S_{\text{محیط}}=0,\ \Delta S_{\text{ماشین}}=0,\ \Delta S_{\text{منبع}}=-\frac{Q}{T}$$

$$\Delta S_{\text{جهان}}=-\frac{Q}{T}<0$$

لذا قانون دوم نقض می شود.

ب) حال یخچالی را در نظر می گیریم که با انجام کارWگرمای Q را از جسم سرد دریافت میکند ولی گرمائی به محیط پس نمی دهد. آنگاه مطابق اصل آنتروپی باید:



$$\Delta S_{\text{جهان}}=\Delta S_{\text{محیط}}+\Delta S_{\text{جسم}}+\Delta S_{\text{ماشین}}\geq 0$$

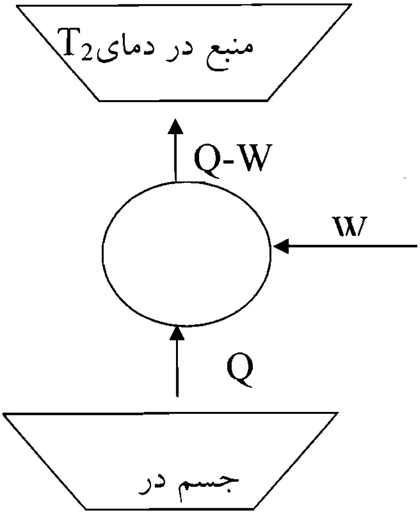
اما داریم:

$$\Delta S_{\text{محیط}}=0,\ \Delta S_{\text{ماشین}}=0,\ \Delta S_{\text{جسم}}=-\frac{Q}{T}$$

$$\Delta S_{\text{جهان}}=-\frac{Q}{T}<0$$

لذا قانون دوم نقض می شود.

حل مساله ۲۱-



اگر $\Delta S_{\text{جسم}} = S_1 - S_2$, $\Delta S_{\text{منبع}} = \frac{Q-W}{T_2}$ آنگاه:

$$\Delta S_{\text{جهان}} = S_1 - S_2 + \frac{Q-W}{T_2} \geq 0$$

$$\Rightarrow (S_1 - S_2)T_2 + Q \geq W$$

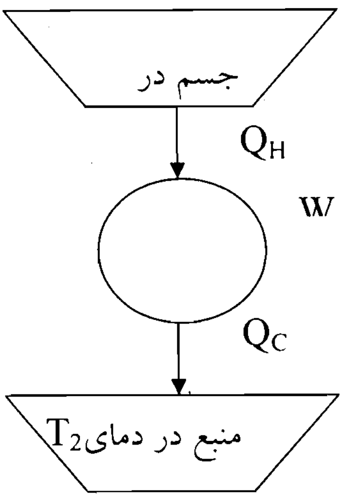
$$\Rightarrow (S_1 - S_2)T_2 + Q \geq W$$

بنابراین کار بیشینه برابر است با

$$W\max = (S_2 - S_1)T_2 + Q \geq W$$

حل مساله ۲۲- فرض کنیم $T_1 > T_2$ آنگاه گرمایی که جسم گرم از دست می دهدبرابر است با:

$$|Q_H| = \int_{T_F}^{T_1} Cp dT = Cp(T_1 - T_F)$$



گرمایی که جسم سرد دریافت می کند:

$$|Q_C| = \int_{T2}^{T_F} Cp dT = Cp(T_F - T_2)$$

بدین ترتیب کار قابل حصول بدست می آید.

$$W = |Q_H| - |Q_C| = Cp(T_1 + T_2 - 2T_F)$$

این کار هنگامی بیشینه است که تغییرات آنتروپی جهان برابر صفر باشد($\Delta S_{\text{جهان}} = 0$)

$$\Delta S_{\text{جهان}} = \int_{T_1}^{T_F} Cp \frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T_F} Cp \frac{dT}{T} = CpLn(\frac{T_F}{T_1}) +$$

$$CpLn(\frac{T_F}{T_2}) = Cp \ln\left[\frac{T_F^2}{T_1 T_2}\right] = 0 \Rightarrow T_F = \sqrt{T_1 T_2}$$

حل مساله ۲۳- برای اینکه دمای یکی از اجسام به T_2 کاهش یابد لازم است گرمای $Q_C = C_P(Ti - T2)$را پس دهد. دمای جسم دوم با دریافت مقداری گرما به T_1 افزایش می یابد. این مقدار گرما برابر: $Q_H = C_P(T_1 - T_i)$ است. کاری که یخچال انجام میدهد: $W = Q_H - Q_C = C_P(T_1 + T_2 - 2T_i)$

این کار هنگامی کمینه است که تغییر آنتروپی جهان صفر باشد.

$$\Delta S_{\text{جهان}} = \int_{T_i}^{T_2} Cp\frac{dT}{T} + \int_{T_i}^{T_1} Cp\frac{dT}{T} = CpLn(\frac{T_2}{T_i}) + CpLn(\frac{T_1}{T_i})$$

$$\Delta S_{\text{جهان}} = -CpLn\left[\frac{T_i^2}{T_1T_2}\right] \Rightarrow T_1 = \frac{T_i^2}{T_2}$$

بنابراین:

$$W_{\min} = C_P(\frac{T_i^2}{T_2} + T_2 - 2T_i)$$

حل مساله ۲۴-الف)چون فرآیند بی دررو است کار انجام شده برابر تغییر انرژی داخلی گاز است:

$$W_{DA} = AU = C_V(T_2 - T_1) = 1 \times {}^3\!/_2 R(600 - 300) = 3741J$$

ب)در فرآیند هم حجم $B \to C$ کار انجام شده صفراست وگرمای آزاد شده برابر تغییر انرژی داخلی گاز است.

$$Q_{BC} = \Delta U = C_V(T_1 - T_2) = -3741J$$

ج) چون در یک چرخه تغییر آنتروپی گاز صفر است بنابراین:

$$\Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD} + \Delta S_{DA} = 0$$

اما داریم: $\Delta S_{AB} = \frac{Q_{AB}}{T_1} = \frac{Q_{AB}}{600}$, $\Delta S_{CD} = \frac{Q_{CD}}{T_2} = \frac{Q_{CD}}{300}$ وچون فرآیند بی دررو وبرگشت پذیر است بنابراین داریم :

$$\Delta S_{DA} = \int \frac{dQ_{DA}}{T} = 0$$

$$\Delta S_{BC} = \int_{600}^{300} \frac{C_V dT}{T} = C_V Ln\left[\frac{300}{600}\right] = -8/64$$

با جمع مقادیر فوق در نهایت داریم:

$$\frac{Q_{AB}}{600K} + \frac{Q_{CD}}{300K} = +8.64\frac{J}{moL.K}$$

د)چون کار خالص در چرخه صفر است بنابراین:

$$W_{AB}+W_{CD}+W_{DA}=0$$

$$W_{AB}+W_{CD}=-3741J$$

$$\frac{-W_{AB}}{600}+\frac{-W_{CD}}{300}=8.64$$

زیرا در فرآیند $C\to D, A\to B$ دما ثابت است و انرژی داخلی نیز ثابت است. بنابراین مطابق اصل اول ترمودینامیک گرمای مبادله شده و کار انجام شده مساوی هستند. از دو رابطه بالا بدست می آوریم.

ه)

$$\frac{W_{AB}}{600}+12.47=8.64\Rightarrow W_{AB}=-2298J$$

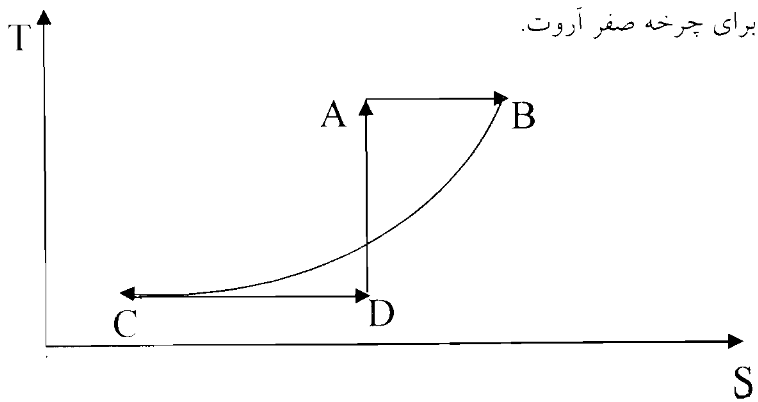
$$W_{CD}=-3741+2298=-1443J$$

و)تغییر آنتروپی خالص منبع به شکل زیر محاسبه می شود:

$$\Delta S_{\text{منبع}}=-\frac{Q_{AB}}{600}-\frac{Q_{CD}}{300}+\frac{Q_{BC}}{300}$$

$$=-8.64+\frac{1}{300}C_V(600-300)=3.83\quad\frac{J}{mole.K}$$

ز)نمودار TS برای چرخه صفر آروت.



حل مساله ۲۵- الف) با توجه به $8-15, dS/d\tau$ یک دیفرانسیل کامل است وداریم:

$$\frac{dS}{d\tau}=I_S\frac{\Delta T}{T}+I\frac{\Delta\varepsilon}{T}=M\Delta T+N\Delta_\varepsilon$$

که در آن $N=\frac{I}{T}, M=\frac{I_S}{T}$:

$$\left[\frac{\partial M}{\partial\Delta_\varepsilon}\right]_{\Delta T}=\frac{1}{T}\left[\frac{\partial I_S}{\partial\Delta_\varepsilon}\right]_{\Delta T}$$
$$\left[\frac{\partial N}{\partial\Delta T}\right]_{\Delta\varepsilon}=\frac{1}{T}\left[\frac{\partial I_S}{\partial\Delta T}\right]_{\Delta T}$$
$$\Rightarrow\left[\frac{\partial I_S}{\partial\Delta\varepsilon}\right]_{\Delta T}=\left[\frac{\partial I}{\partial\Delta T}\right]_{\Delta\varepsilon}$$

ب) با توجه به فرمول رسانش گرمائی وتعریف آنتروپی به ازای $\Delta\varepsilon=0$ داریم.

اگر با معادله انزاگر مقایسه شود داریم:

$$dQ=TdS\Rightarrow\frac{dQ}{d\tau}=T\frac{dS}{d\tau}=KA\frac{T}{X}$$

$$\left(\frac{dS}{d\tau}\right)_{\varepsilon=0}=I_S=\frac{KA}{\Delta X}\frac{\Delta T}{T}$$

$$L_{11}=\frac{KA}{\Delta X}$$

از معادله دوم انزاگر با $\Delta T=0$ داریم:

$$I=L_{22}\frac{\Delta_\varepsilon}{T}$$

اما می دانیم $\Delta_\varepsilon=R'I$ لذا نتیجه می گیریم:

$$R'I=\frac{T}{L_{22}}I\Rightarrow L_{22}=\frac{T}{R}$$

حل مساله ۲۶- الف) ازمعادله ۸-۱۵ استفاده کرده طرفین را در T^2 ضرب می کنیم:

$$\frac{dS}{d\tau}=I_S\frac{\Delta T}{T}+I\frac{\Delta_\varepsilon}{T}\rightarrow T2\frac{dS}{d\tau}=I_ST\Delta T=IT\Delta_\varepsilon$$

$$TI_S=L_{11}\Delta T+L_{12}\Delta_\varepsilon$$

همچنین طرفین معادله ۸-۱٦ را در T ضرب می کنیم.

$$TI_s=L_{11}\Delta T+L_{12}\Delta\varepsilon$$

وبا جایگزین کردن این مقدار در معادله بالا می شود.

$$T^2\frac{dS}{d\tau}=\Delta T(L_{11}\Delta T+L_{12}\Delta_\varepsilon)+\Delta_\varepsilon(L_{12}\Delta T+L_{22}\Delta_\varepsilon)$$

$$T^2\frac{dS}{d\tau}=L_{11}\Delta T^2+(L_{12}+L_{21})\Delta\varepsilon\Delta T+L_{22}(\Delta\varepsilon)^2$$

ب)با استفاده از نتیجه قسمت (الف) داریم:

$$(T\frac{dS}{d\tau})=\frac{1}{T}L_{11}(\Delta T)^2+(L_{12}+L_{21})\Delta\varepsilon\frac{\Delta T}{T}+L_{22}\frac{(\Delta\varepsilon)^2}{T}$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta\varepsilon}(T\frac{dS}{d\tau})_{\Delta T}=(L_{12}+L_{21})\frac{\Delta T}{T}+2L_{22}\frac{(\Delta\varepsilon)}{T}$$

وچون $L_{12}=L_{21}$ وبا توجه به ۸-۱۷ نتیجه می شود:

$$\frac{\partial}{\partial\Delta\varepsilon}(T\frac{dS}{d\tau})_{\Delta T}=2I$$

از طرف دیگر اگر عبارت $(T\frac{dS}{d\tau})$ نسبت به ΔT مشتق بگیریم:

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T}(T\frac{dS}{d\tau})_{\Delta\varepsilon}=2L_{11}\frac{(\Delta T)}{T}+(L_{12}+L_{21})\frac{\Delta_\varepsilon}{T}$$

که از ۸-۱۶ نتیجه می شود: $L_{12}=L_{21}$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T}(T\frac{dS}{d\tau})_{\Delta\varepsilon}=2I_S$$

ج) آهنگ تولید آنتروپی عبارتست از:

$$(T\frac{dS}{d\tau})=\frac{1}{T}L_{11}(\Delta T)^2+(L_{12}+L_{21})\Delta\varepsilon\frac{\Delta T}{T}+L_{22}\frac{(\Delta\varepsilon)^2}{T}$$

هنگامی که ΔT ثابت است در صورتی که مشتق این عبارت نسبت به Δ_ε برابر صفر باشد آنگاه آهنگ تولید آنتروپی کمینه است. چون در حالت تعادل $i=0$ لذا داریم:

$$\frac{\partial}{\partial\Delta_\varepsilon}(T\frac{dS}{d\tau})_{\Delta T}=2I=0$$

پس در حالت تعادل آهنگ تولید آنتروپی کمینه است.

د)آهنگ تولید آنتروپی عبارتست از:

$$(T\frac{dS}{d\tau})=\frac{1}{T}L_{11}(\Delta T)^2+(L_{12}+L_{21})\Delta_\varepsilon\frac{\Delta T}{T}+L_{22}\frac{(\Delta_\varepsilon)^2}{T}$$

هنگامی که Δ_ε ثابت است در صورتی که مشتق این عبارت نسبت به ΔT برابر صفر باشد آنگاه آهنگ تولید آنتروپی کمینه است .چون در حالت تعادل $i_S = 0$ لذا داریم:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T}(T\frac{dS}{d\tau})_{\Delta\varepsilon} = 2I_S = 0$$

پس در حالت تعادل آهنگ تولید آنتروپی کمینه است.

فصل نهم : مواد خالص

حل مساله ۱- الف)

$$F = V - ST$$

$$dS = \int \frac{dQ}{T}, dQ = C_V dT \Rightarrow S = \int \frac{C_V}{T} dT + CONST$$

$$U = Q - \int PdV = \int C_V dT - \int nRT \frac{dV}{V} + CONST : \int nRT \frac{dV}{V} = nRT \int \frac{dV}{V}$$

$$U = \int C_V dT - nRTLnV + CONST.$$

$$(1) \& (2) \& (3) \Rightarrow F = \int C_V dT - nRTLnV + CONST + T\int \frac{C_V}{T} dT - CONST.T$$

$$G = H - ST$$

ب)

$$dH = dV + PVd + VdP = d\theta - pdV + pdV + Vdp = C_p dT + Vdp =$$

$$C_p dT + \frac{nRT}{P} dP \Rightarrow H = \int C_p dT - nRTLnP + CONST.$$

$$S = \int \frac{dQ}{T} = \int C_p \frac{dT}{T} + CONST.$$

$$(4) \& (5) \& (6) \Rightarrow C = \int C_p dT + nRTLnp + CONST. - T\int C_p \frac{dT}{T} - CONSt.T$$

حل مساله ۲- الف)

$$dF_M = (\frac{\partial F_M}{\partial T})dT + (\frac{\partial F_M}{\partial V})dV \ \& \ F_M = \frac{-U}{T} + S$$

$$dF_M = (\frac{U}{T^2} - \frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{\partial S}{\partial S})_V dT - \frac{1}{T}(\frac{\partial U}{\partial V})_T dV - (\frac{\partial S}{\partial V})_T dV$$

$$dF_M = \frac{U}{T^2} dT + (\frac{-\partial S}{\partial T} + \frac{\partial S}{\partial T})_V dT - \frac{1}{T}(\frac{\partial Q}{\partial V})_T + \frac{P}{T} dV$$

$$dF_M = \frac{U}{T^2} dT + \frac{P}{T} dV$$

۹-۲-ب)

$$F_P = \frac{H}{T} + S : dF_P = (\frac{\partial F_P}{\partial T})_P dT + (\frac{\partial F_P}{\partial P})_T dP$$

$$dF_P = \frac{H}{T^2} - \frac{1}{T}\frac{\partial H}{\partial T} + (\frac{\partial S}{\partial T})_P dT + (\frac{1}{T})(\frac{\partial H}{\partial T})_T dP + (\frac{\partial S}{\partial P})_T dP$$

$$dF_p = \frac{H}{T^2}dT + \left[-\frac{1}{T}\frac{\partial\theta}{\partial T} - \frac{1}{T}\frac{\partial(W+PV)}{\partial T} + \frac{\partial S}{\partial T}\right]_P$$

$$dT - \frac{1}{T}\left[\frac{\partial(U+PV)}{\partial P}\right]_T dP = \frac{1}{T}(\frac{\partial\theta}{\partial P})_T dP$$

$$dF_p = -\frac{dH}{T} + \frac{H}{T}dT + dS$$

ب)

$$\Rightarrow dF_p = \frac{H}{T^2}dT + (-\frac{\partial S}{\partial T} - \frac{1}{T}\frac{-PdV + V\partial P + P\partial V}{\partial T} + \frac{\partial B}{\partial T})_P dT +$$

$$+(-\frac{1}{T})(\frac{\partial\theta - P\partial V + P\partial V + V\partial P}{\partial P})_T dP = \frac{H}{T^2}dT - \frac{1}{T}(\frac{\partial\theta}{\partial P})_T dP - \frac{1}{T}(V\frac{\partial P}{\partial P})_T dP$$

$$\Rightarrow dF_p = \frac{H}{T^2}dT - \frac{V}{T}dP$$

حل مساله ۳-

$$V = V(P,T)$$

$$dV = (\frac{\partial V}{\partial P})_T dP + (\frac{\partial V}{\partial T})dT \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_T dP + \frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial T})_P dT$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = -KdP + \beta dT = MdP + NdT; M = -K \ \& \ N = \beta$$

$$(\frac{\partial M}{\partial T})_P = (\frac{\partial N}{\partial P})_T \Rightarrow -(\frac{\partial K}{\partial T})_P = (\frac{\partial \beta}{\partial P})_T$$

حل مساله ٤- الف)

$$F = U - TS \Rightarrow U = F + TS\begin{cases} dF = dU - TdS - SdT \\ dS - PdV - TS - SDT = -PdV - SdT \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{dF}{dT} = -S - P\frac{dI}{dT} \Rightarrow S = -(\frac{\partial F}{\partial T}); (1) \ \& \ (2) \Rightarrow U = F - T(\frac{\partial F}{\partial T})_V$$

$$= -T^2\left[\frac{1}{T}(\frac{\partial F}{\partial T})_V - \frac{F}{T^2}\right] == -T^2\left[\frac{\partial}{\partial T}(\frac{F}{T})\right]_V$$

۹-٤-ب)

$$U = F - T(\frac{\partial F}{\partial T})_V \Rightarrow (\frac{\partial U}{\partial T})_V = (\frac{\partial F}{\partial T})_V - \frac{\partial}{\partial T}(T\frac{\partial F}{\partial T})$$

$$\Rightarrow C_V = (\frac{\partial F}{\partial T})_V - (\frac{\partial F}{\partial T})_V - T(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2})_V \Rightarrow C_V = -T(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2})_V$$

۳) $C = H - TS \Rightarrow H = CONST;$

۹-٤-ج) $H = U + PV \quad dH = dU + pdV + VdP$

$$dG = dH - TdS - SdT = dQ -$$

$$PdV + pdV + VdP - TdS - SdT = Vdp - SdT$$

٤) $$\Rightarrow \frac{dG}{dT} = V\frac{dP}{dT} - S \Rightarrow (\frac{\partial G}{\partial T})_P = -S$$

۵) $$(3)\ \&\ (4) \Rightarrow H = G - T(\frac{\partial G}{\partial T})_P = -T^2\left[\frac{1}{T}(\frac{\partial G}{T^2}) - \frac{G}{T^2}\right] = -T^2\left[\frac{\partial}{\partial T}(\frac{G}{T})\right]_P$$

۹-٤-د)

$$H = U + PV \Rightarrow (\frac{\partial H}{\partial T})_2 = (\frac{\partial U}{\partial T}) + \frac{\partial PV}{\partial T})_P = (\frac{\partial U}{\partial T} +_P \frac{\partial V}{\partial T})_P$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial H}{\partial T})_P = (\frac{\partial \theta}{\partial T}) - P\frac{\partial V}{\partial T} + P\frac{\partial V}{\partial T})_P = (\frac{\partial \theta}{\partial T})_P = C_P$$

$$(5)\ \&\ (6) \Rightarrow C_P = -T(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2})_P$$

حل مساله ۵- $S = S(P,V); TdS = T(\frac{\partial S}{\partial P})_V dP + T(\frac{\partial S}{\partial V})_P dV$

$$\Rightarrow TdS = T(\frac{\partial S}{\partial T})_V(\frac{\partial T}{\partial P})_V dP + T(\frac{\partial S}{\partial T})_P(\frac{\partial T}{\partial V})_P dV$$

$$\Rightarrow TdS = C_V(\frac{\partial T}{\partial P})_V dP + C_P(\frac{\partial T}{\partial V})_P dV$$

۹-۵-الف)

$$\beta = \frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial T})_P (1) \qquad K = -\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_T (2)$$

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V (\frac{\partial T}{\partial V})_P (\frac{\partial V}{\partial P}) = -1(3)$$

$$TdS = C_V dT + T(\frac{\partial P}{\partial T})_V dV$$

۹-۵-ب-

$$(3) \Rightarrow (\frac{\partial P}{\partial T})_V = \frac{(\partial V / \partial T)_P}{(\partial V / \partial T)_T} = \frac{-\beta V}{-KV} = \frac{\beta}{K}(5)$$

$$(4) \& (5) \Rightarrow TdS = C_V dT + \frac{\beta T}{K} dV$$

۹-۵-ج-

$$TdS = C_p dT - T(\frac{\partial V}{\partial T})_P dP = C_P dT - T\beta V dP$$

$$TdS = C_V (\frac{\partial T}{\partial P})_V dP + C_P (\frac{\partial T}{\partial V})_P dV (6)$$

$$(3) \Rightarrow (\frac{\partial T}{\partial P})_V = -(\frac{\partial V}{\partial P})_T (\frac{\partial T}{\partial V})_P = \frac{-(\partial V / \partial P)_T}{(\partial T / \partial V)_P} = \frac{KV}{\beta V} = \frac{K}{\beta}$$

$$(3) \& (5) \Rightarrow TdS = \frac{C_V K}{\beta} dP + \frac{C_P}{\beta V} dV$$

$$(4),(6) \to dQ = 0 \Rightarrow CpdT = -(b-V)dP, C_V dT = -PdV$$

$$\frac{Cp}{C_V} = (\frac{b-V}{dV})(\frac{dP}{P}) \Rightarrow -\gamma(\frac{dV}{V-b}) = \frac{dP}{P} \Rightarrow -\gamma L_n(V-b) = LnP - LnC$$

حل مساله ٦- الف) از معادله دوم TdS گرمای منتقل شده در فرآیند تک دما به دست می آید:

$$\Delta Q = -\int V\beta T dp = -\overline{V}\overline{\beta} T(P_f - P_i) = -\frac{0/5}{8930} \times 31.5 \times 10^{-6} \times 100(500 \times 1.013 \times 10^5)$$

توجه داریم که β و V با تغییر فشار تقریبا ثابت هستند.

$$\Delta Q = -8/93J$$

ب) از روابط $\frac{dV}{V} = -KdP + \beta dT, \Delta W = -\int PdV$ کار را محاسبه می کنیم.

$$\Delta W = \int_{P_i}^{P_f} KVPdV = \frac{\overline{K}\overline{V}}{2}(P_F^2 - P_i^2)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2}\times 7.21\times 10^{-12}\times 5.6\times 10^{-5}(500\times 1.013\times 10^5)^2 = 0.52J$$

ج)

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q = -8.93 + 0.52 = -8.41$$

د)در فرایند بی دررو برگشت پذیر داریم:

$$TdS = C_P dT - T(\frac{\partial V}{\partial T})dP = 0$$

$$dT = \frac{T}{C_P}(\frac{\partial V}{\partial T})_P dP = \frac{T\beta V}{C_P}dP$$

$$\Delta T = \frac{T\overline{V}\overline{\beta}}{C_P}(P_f - P_i) = \frac{100\times 5.6\times 10^{-5}\times 31.5\times 10^{-6}}{0.254\times 10^3}(500\times 1.013\times 10^5)$$

$$\Delta T = 0.035K$$

حل مساله ۷- الف)گرمای منتقل شده برابر است با:

$$\Delta Q = -V\overline{\beta}\overline{T}(P_f - P_i) = 67.8\times 10^{-6}\times \frac{0.2}{1000}\times 273\times 3\times 10^8 = 1110J$$

ب) کار انجام شده نیز برابر است با:

$$\Delta W = \frac{\overline{K}\overline{V}}{2}(P_F^2 - P_i^2)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2}\times 0.5088\times 10^{-9}\times 2\times 10^{-4}(3\times 10^8)^2 = 4.58KJ$$

ج)

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W = 4.58 + 1.11 = 5.69KJ$$

حل مساله ۸- از رابطه دوم TdS برای فرآیند بی دررو برگشت پذیر داریم:

$$\Delta T = \frac{T\overline{V}\overline{\beta}}{Cp}(P_f - P_i) = \frac{273.15\times 10^{-6}(-68\times 10^{-6})}{4.220}\times 10^8 = -0.434K$$

زیرا برای یک گرم آب حجم وظرفیت گرمایی در 0^0Cبرابر است با:

$$V = mv = 1\times 10^{-3}\times 10^{-3} = 10^{-6}m^3$$

$$Cp = mCp = 10^{-3}\times 4.220\times 10^{+3} = 4.220J/K$$

در 5^0c :

$$V = 10^{-6}m^3, Cp = 4.200J/K \Rightarrow \Delta T = +0.104K$$

در 5^0c:

$$V = 1/012\times 10^{-6}m^3, Cp = 4.18J/K \Rightarrow \Delta T = 3.03K$$

حل مساله ۹- الف)

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_T = T(\frac{\partial P}{\partial T})_V - P; P = \frac{RT}{U-H}(1)$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial U}{\partial V})_T \frac{TR}{V-H} - P = P - P = 0 \Rightarrow (\frac{\partial U}{\partial V})_T = 0 \Rightarrow U = U(T)$$

۹-۹-ب)

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}; C_P = (\frac{\partial h}{\partial T})_P = \left[\frac{\partial(U+PV)}{\partial T}\right]_P$$

$$C_P = \frac{\partial U}{\partial T} + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P = C_V + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P(2)$$

$$(1) \Rightarrow U = \frac{RT}{P} + b \Rightarrow (\frac{\partial V}{\partial T})_P = (\frac{R}{P})_P = CONST(3)$$

$$(2) \& (3) \Rightarrow C_P = C_V + CONST \& C_V = CONST \Rightarrow \gamma = \frac{C_P}{C_V} = CONST$$

۹-۹-ج)

$$dQ = C_V dT + PdU(4) \qquad P(V-B) = KT \Rightarrow PV = RT + bP$$

$$VdP + PdV = RT + bdP \Rightarrow PdV = RT(b-V)dP(5)$$

$$dQ = CpdT + (b-V)dP(6)$$

حل مساله ۱۰-

$$dU = dQ - PdV \Rightarrow dQ = dU + PdV \& dU = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV$$

$$\Rightarrow dQ = C_V dT + (P + \frac{a}{V})dV(1)$$

$$(P + \frac{a}{V^2})(V-b) = RT \Rightarrow P + \frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V-b}(2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow dQ = C_V dT + (\frac{RT}{U-B})dU; \& dQ = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{dT}{T} = (\frac{R}{C_V})\frac{dV}{V-b} \Rightarrow \int \frac{dT}{T} = \frac{R}{C_V}\int \frac{dU}{V-b}$$

$$-LnT + LnC = \frac{R}{C_V}Ln(U-B) \Rightarrow Ln(V-b)^{R/CV} + LnT = LNC \Rightarrow$$

$$T(V-b)^{R/CV} = Const.$$

حل مساله ۱۱- الف) برای محاسبه $(\frac{\partial U}{\partial V})_T$ معادله اول انرژی را بکار می بریم.

در حد $V \to \infty$ از بسط ویریال مقادیر P, $(\frac{\partial P}{\partial T})_V$ را بدست می آوریم.

ب)

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_T = T(\frac{\partial P}{\partial T})_V - P$$

$$P = \frac{RT}{V}(1+\frac{B}{V}+\frac{C}{V^2}+....)$$

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V = \frac{R}{V}(1+\frac{B}{V}+\frac{C}{V^2}+....) + \frac{RT}{V}(1+\frac{\frac{dB}{dT}}{V}+\frac{\frac{dC}{dT}}{V^2}+...)$$

$$\lim_{V\to\infty}(\frac{\partial P}{\partial T})_V = \frac{R}{V} \qquad ,\lim_{V\to\infty}(\frac{\partial U}{\partial T})_V = \frac{TP}{T} - P = 0$$

$$P = \frac{RT}{V}(1+\frac{B}{V}+\frac{C}{V^2}+....) \quad , \quad (\frac{\partial P}{\partial V})_T = RT(-\frac{1}{V^2}-\frac{2B}{V^2}-\frac{3C}{V^4}-...)$$

ج)

$$\lim_{V\to\infty}(\frac{\partial P}{\partial V})_T = \frac{-RT}{V^2} \quad , \quad (\frac{\partial U}{\partial P})_P = -(\frac{\partial P}{\partial T})_V(\frac{\partial V}{\partial P})_T$$

$$\lim(\frac{\partial V}{\partial T})_P = -\frac{R}{V}(\frac{-V2}{RT}) = \frac{V}{T} \quad , \quad (\frac{\partial u}{\partial P}) = -T(\frac{\partial V}{\partial T})_P - P(\frac{\partial V}{\partial T})_T$$

$$\lim_{V\to\infty}(\frac{\partial u}{\partial P}) = -T(\frac{V}{T}) + P(\frac{V^2}{RT}) = 0$$

با نتایج روسینی و فراندسن سازگار می باشد.

د)

$$(\frac{\partial V}{\partial T})_P = \frac{1}{P}(R + P\frac{dB'}{dT} + P^2\frac{dC'}{dT} + ...)$$

$$\lim_{P\to 0}(\frac{\partial V}{\partial T})_P = \frac{R}{P} \qquad ,(\frac{\partial V}{\partial T})_P = -\frac{RT}{P^2} + C' + ...$$

$$\lim_{P\to 0}(\frac{\partial u}{\partial P})_T = -\frac{RT}{P^2} \quad , \quad (\frac{\partial u}{\partial P})_T = -T(\frac{\partial V}{\partial T})_P - P(\frac{\partial u}{\partial P})_T$$

انرژی داخلی به V,P بستگی ندارد وفقط تابع دماست.

$$PV = RT + B'P + C'P^2 + ... \to V = \frac{RT}{P} + B' + dP + ...$$

$$(\frac{\partial U}{\partial T})_P = \frac{R}{P}, (\frac{\partial V}{\partial P})_T = \frac{RT}{P^2} + C' + \ldots$$

$$(\frac{\partial U}{\partial T})_T = \frac{-RT}{P} - P(\frac{-RT}{P^2} + C' + \ldots) = \frac{-RT}{P} + \frac{RT}{P} - PC' + \ldots$$

حل مساله ۱۲-

$$dU = (\frac{\partial U}{\partial T})_P dT + (\frac{\partial U}{\partial P})_P (1) dU = dQ - PdV$$

$$(\frac{\partial U}{\partial T})_P = \left[(\frac{\partial Q}{\partial T})_P - P(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right]dT + \left[(\frac{\partial Q}{\partial P})_T - P(\frac{\partial V}{\partial P})_T\right]dP$$

$$(\frac{\partial U}{\partial T})_P = (C_P - PV\beta)dT + \left[T(\frac{\partial S}{\partial P})_T + PVK\right]dP \,\&\, (\frac{\partial S}{\partial P})_T = -(\frac{\partial V}{\partial T})_P = -\beta V$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial U}{\partial T})_P = (C_P - PV\beta)dT + V(PK - T\beta)dP$$

$$H = H(T,P), dH = (\frac{\partial H}{\partial T})_P dT + (\frac{\partial H}{\partial P})_T dP \Rightarrow dH = C_P dT + (\frac{\partial H}{\partial P})_T dP (1)$$

$$dH = TdS + VdP \Rightarrow (\frac{\partial H}{\partial P})_T = T(\frac{\partial S}{\partial P})_T + V(\frac{\partial P}{\partial P}) \,\&\, (\frac{\partial S}{\partial P})_T = -(\frac{\partial V}{\partial T})_P$$

$$= -\beta V \Rightarrow (\frac{\partial H}{\partial P}) = -\beta VT + V = V(1 - \beta T)(2)$$

$$(1) \,\&\, (2) \Rightarrow dH = C_P dT + V(1 - T\beta)dP$$

$$dF = (\frac{\partial F}{\partial T})_P dT + (\frac{\partial F}{\partial P})_T dP; (1) \,\&\, dF = -SdT - PdV$$

$$(\frac{\partial F}{\partial T})_P = -S - P(\frac{\partial V}{\partial T})_P = -S - PV\beta (2)$$

$$(\frac{\partial F}{\partial P})_T = 0 - P(\frac{\partial V}{\partial P})_T = +PVK(3)$$

$$(1) \,\&\, (2) \,\&\, (3) \Rightarrow dF = -(S + PV\beta)dT + PVKdP$$

حل مساله ۱۳-الف)

$$TdS = C_V dT - T(\frac{\partial P}{\partial T})_V dV$$

$$C_V = T\frac{dS}{dT} - T(\frac{\partial P}{\partial T})_V \frac{\partial V}{\partial T}$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial C_V}{\partial V})_T = T\frac{d}{dT}(\frac{\partial S}{\partial V})_T - T\left[(\frac{\partial}{\partial V})_T(\frac{\partial P}{\partial T})_V\right]\frac{dV}{dT} - T(\frac{\partial P}{\partial T})_V \times$$

$$\left[\frac{d}{dT}(\frac{dV}{dV})_T\right] \Rightarrow (\frac{\partial C_V}{\partial V})_T = -T\left[(\frac{\partial}{\partial V})_T(\frac{\partial P}{\partial T})_V\right]\frac{dV}{dT}$$ (۱

$$(\frac{\partial}{\partial v})_T(\frac{\partial v}{\partial T})_?(\frac{\partial T}{\partial ?})_P = -1 \Rightarrow (\frac{\partial ?}{\partial V})_T = -(\frac{\partial ?}{\partial T})_V(\frac{\partial T}{\partial V})_?$$ (۲

$$\Rightarrow (\frac{\partial C_V}{\partial V})_T = T(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2})_V$$

فرض شود

$$P = \frac{nRT}{V} \Rightarrow (\frac{\partial C_V}{\partial V})_T = T(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2})_V = T(\frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial}{\partial T}\frac{nRT}{V})_V$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial C_V}{CV})_T = T\frac{\partial}{\partial T}\frac{nR}{V} = 0 \Rightarrow$$

۹-۱۳-ب) Cv مستقل از V است.

$$C_V(P,T) = C_V(\frac{nRT}{V},T) \to C_V(V,T)$$

۹-۱۳-ج)

$$(3) \Rightarrow \int dC_V = T\int\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}dV (4) P = \frac{RT}{V} + \frac{RTB}{V^2}$$

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V = \frac{R}{V} + \frac{RB}{V^2} + \frac{RT}{V^2}\frac{dB}{dT}$$

$$(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2})_V = \frac{R}{V^2} = \frac{dB}{dT} + \frac{R}{V^2}\frac{dB}{dT} + \frac{RT}{V^2}\frac{d^2B}{dT^2} = \frac{2R}{V^2}\frac{dB}{dT} + \frac{RT}{V^2}\frac{d^2B}{dT^2}$$ (۵

$$(4) \& (5) \Rightarrow \int dC_V = T\int\frac{2R}{V^2}\frac{dB}{dT}dV + \int\frac{RT}{V^2}\frac{d^2B}{dT^2}dV$$

$$\Rightarrow C_V = \frac{-2RT}{V}\frac{dB}{dT} - \frac{RT^2}{V}\frac{d^2B}{dT^2} + CONST.$$

$$\Rightarrow C_V = -\frac{RT}{V}\frac{d^2(BT)}{dT^2} + CONST.$$

در حجم های خیلی بزرگ فقط CONST باقی می ماند.

حل مساله ۱۴- الف)

$$TdS = C_P dT - T(\frac{\partial V}{\partial T})_P dP$$

$$\Rightarrow C_P = T\frac{dS}{dT} + T(\frac{\partial V}{\partial T})_P\frac{dP}{dT}$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = T\frac{d}{dT}(\frac{\partial S}{\partial P})_T + T\left[(\frac{\partial}{\partial P})(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right]\frac{dP}{dT} + T(\frac{\partial V}{\partial T})_P \times$$

$$\left[\frac{d}{dT}(\frac{dP}{dP})_T\right] \Rightarrow \left[(\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = T(\frac{\partial}{\partial P})_T(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right]\frac{dP}{dT}(1)$$

$$(\frac{\partial ?}{\partial P})_T(\frac{dP}{dT})_?(\frac{\partial T}{\partial ?})_P = -1 \Rightarrow (\frac{\partial}{\partial P})_T = -(\frac{\partial T}{\partial P})(\frac{\partial}{\partial T})_P$$

$$(1)\,\&\,(2) \Rightarrow (\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = -T\left[(\frac{\partial T}{\partial P})(\frac{\partial}{\partial T})_P(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right]\frac{dP}{dT}$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = -T(\frac{dT}{dP})(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2})_P(\frac{dP}{dT})$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = -T(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2})_P(3)$$

۹-۱٤-ب)

$$V = \frac{nRT}{P} \Rightarrow (\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = -T(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2})_P = -T(\frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial}{\partial T}\frac{nRT}{P})_P$$

$$= -T(\frac{\partial}{\partial T}\frac{nR}{P})_P = 0 \Rightarrow (\frac{\partial C_P}{\partial P})_T = 0 \Rightarrow$$

C_P مستقل از P است.

۹-۱٤-ج)

$$V = \frac{RT}{P} + B \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{R}{T} + \frac{dB}{dT} \Rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} = \frac{d^2 B}{dT^2}$$

$$(3) \Rightarrow \int dC_P = -\int T(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2})dP(5)$$

$$(4)\,\&\,(5) \Rightarrow \int dC_P = -T\frac{d^2 B}{dT^2}\int dP$$

در فشارهای بسیار کم، که فقط جمله CONST باقی می ماند.

$$\Rightarrow C_P = -T\frac{d^2 B}{dT^2}P + CONST$$

حل مساله ۱۵- با توجه به جدول مساله مقادیر K_S, γ, C_V را محاسبه کرده، سپس منحنی تغییرات آنها را بر حسب دما رسم می کنیم.

K_S $\times 10^{-10} pa^{-1}$	γ	CV KJ/Kmole.K	TVB^2/K KJ/Mole	V $\times 10^{-2} m^3 / K.mole$	T K
۰/۲۳	۱/۸۴	۱۹/۹	۱۶/۷	۱/۹۲۶	۲۵
۰/۲۴	۲/.۴	۱۸/۴	۱۹/۲	۱/۶۶۹	۲۷
۰/۲۸	۲/۲۰	۱۷/۸	۲۱/۴	۱/۷۲۱	۲۹
۰/۳۴	۲/۳۴	۱۷/۶	۲۳/۶	۱/۷۷۹	۳۱
۰/۴۰	۲/۵۵	۱۷/۲	۲۶/۷	۱/۸۵۲	۳۳
۰/۵۰	۲/۸۱	۱۷/۰	۳۰/۷	۱/۹۳۴	۳۵
۰/۶۲	۳/۲۹	۱۶/۱	۳۶/۹	۲/۰۳۷	۳۷
۰/۹۵	۳/۵۸	۱۷/۳	۴۴/۷	۲/۱۶۹	۳۹
۱/۴۴	۴/۷۹	۱۷/۱	۶۴/۹	۲/۳۶۴	۴۱
۰/۵۰	۲/۱۷	۴/۶	۹۴/۴	۲/۵۰۰	۴۲
۲/۴۰	۱/.۷	۱۴/۴	۱۴۵/۶	۲/۷۱۷	۴۳

حل مساله ۱۶- الف)

$$C_V dT + T(\frac{\partial P}{\partial T})_V dV = Tds \;\&\; S = CONST. \Rightarrow$$

$$C_V dT_S + T(\frac{\partial P}{\partial T})_V dV = 0$$

$$\Rightarrow C_V dT_S = -T(\frac{\partial P}{\partial T})_V dV_S \Rightarrow C_V = -T(\frac{\partial P}{\partial T})_V (\frac{\partial V}{\partial T})_S \quad (1$$

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V (\frac{\partial T}{\partial V})_P (\frac{\partial V}{\partial P})_T = -1 \Rightarrow (\frac{\partial P}{\partial T})_V = -\frac{(\partial V / \partial T)_P}{(\partial V / \partial P)} = \frac{\beta}{K} \quad (2$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow C_V = -T(\frac{\beta}{K})(\frac{\partial V}{\partial T})_S$$

$$(\frac{\partial V}{\partial T})_S = -\frac{C_V K}{T\beta} \quad (3$$

$$(\frac{\partial V}{\partial T})_P = \beta V$$

$$(3)\,\&\,(4) \Rightarrow \frac{(\partial V/\partial T)_S}{(\partial V/\partial T)_P} = \frac{-C_V K/\beta T}{\beta V} = \frac{-C_V K}{\beta^2 TV}) \quad (5$$

$$C_P - C_V = \frac{\beta^2 TV}{K} \quad (6$$

$$(5)\,\&\,(6) \Rightarrow \frac{(\partial V/\partial T)_S}{(\partial V/\partial T)_P} = \frac{-C_V}{C_P - C_V} = \frac{-1}{\gamma - 1} = \frac{1}{1-\gamma}$$

حل مساله ۱۷- الف روش اول

$$Tds = CpdT - T(\frac{\partial V}{\partial T})_P dp$$

$$dS = 0 \Rightarrow CpdT_s = T(\frac{\partial V}{\partial T})_P dP_S \Rightarrow Cp = T(\frac{\partial V}{\partial T})_P (\frac{\partial P}{\partial T})_S$$

مطابق تعریفCp داریم: (روش دوم)

$$C_P = T\left[\frac{\partial S}{\partial T}\right]_P$$

با استفاده از مشتق زنجیری:

$$\left[\frac{\partial S}{\partial T}\right]_P = \left[\frac{\partial S}{\partial v}\right]_P \left[\frac{\partial V}{\partial T}\right]_P$$

بنابراین:

$$C_P = \left[\frac{\partial P}{\partial T}\right]_S \left[\frac{\partial V}{\partial T}\right]_P$$

که در آن از معادله دوم ماکسول استفاده شده است.

ب)از قسمت الف و با استفاده از ۹-۲۱می شود:

$$\left[\frac{\partial P}{\partial T}\right]_S = \frac{-Cp}{T\left[\frac{\partial V}{\partial T}\right]_p} = -\frac{Cp}{\beta VT} \quad (2$$

ج)

$$(\frac{\partial v}{\partial T})_P(\frac{\partial T}{\partial P})(\frac{\partial P}{\partial v})_T = -1 \Rightarrow (\frac{\partial P}{\partial T})_V = -\frac{(\frac{\partial v}{\partial T})_P}{(\frac{\partial v}{\partial P})_T} = \frac{\beta}{K} \qquad (3)$$

$$(3),(2) \Rightarrow \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial T}\right]_S}{\left[\frac{\partial P}{\partial T}\right]_P} = -\frac{\frac{Cp}{\beta VT}}{\beta / K} = Cp\frac{K}{\beta^2 TV} = \frac{Cp}{Cp - CV} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$$

حل مساله ۱۸-

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV$$

توجه داریم که dS دیفرانسیل کامل است ودر شرط ۹-۱۳صدق می کند:

$$\left[\frac{\partial(\frac{1}{T})}{\partial V}\right]_U = \left[\frac{\partial(\frac{P}{T})}{\partial U}\right]_V \rightarrow -\frac{1}{T^2}(\frac{\partial T}{\partial V})_U = \frac{1}{T}(\frac{\partial P}{\partial U})_V - \frac{P}{T^2}(\frac{\partial T}{\partial U})_V$$

$$\eta = (\frac{\partial T}{\partial V})_U = -T(\frac{\partial P}{\partial U})_V + P(\frac{\partial T}{\partial U})_V$$

$$= -T(\frac{\partial P}{\partial T})_V(\frac{\partial T}{\partial U})_V + P(\frac{\partial T}{\partial U})_V = -T\frac{\beta}{KC_V} + \frac{P}{C_V}$$

$$\eta = -\frac{1}{C_V}(\frac{\beta T}{K} - P)$$

ب) از معادله ۹-۱۵-۲ نیزآنتروپی را حساب کرده از شرط دیفرانسیل کامل استفاده می کنیم.

$$dS = \frac{1}{T}dH - \frac{V}{T}dP, \mu = (\frac{\partial T}{\partial P})_H = T(\frac{\partial V}{\partial H})_P - V(\frac{\partial T}{\partial H})_P$$

$$\mu = \frac{T\beta V}{Cp} - \frac{V}{Cp} \Rightarrow \mu = \frac{V}{Cp}(T\beta - 1)$$

روش دوم: ۱)

$$\eta = (\frac{\partial T}{\partial V})_U$$

$$(\frac{\partial T}{\partial V})_U(\frac{\partial V}{\partial U})_T(\frac{\partial U}{\partial T})_V = -1 \Rightarrow (\frac{\partial T}{\partial v})_U(\frac{\partial V}{\partial U})_T Cv = -1$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial T}{\partial V})_U = \frac{-1}{C_V}(\frac{\partial U}{\partial V})_T$$ (۲

$$dU = dQ - pdV \rightarrow (\frac{\partial U}{\partial V})_T = (\frac{\partial Q}{\partial V})_T - P$$ (۳

$$(\frac{\partial Q}{\partial V})_T = T(\frac{\partial S}{\partial V})_T = T(\frac{\partial P}{\partial T})_V$$ (٤

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V(\frac{\partial T}{\partial V})_P(\frac{\partial V}{\partial P})_T = -1 \Rightarrow T(\frac{\partial P}{\partial T})_V = \frac{(\frac{\partial V}{\partial T})_P}{(\frac{\partial V}{\partial P})_T} = \frac{\beta}{k}$$ (٥

$$(2),(3) \Rightarrow (\frac{\partial T}{\partial V})_U = \frac{-1}{C_V}\left[(\frac{\partial Q}{\partial V})_T - P\right]$$ (٦

$$(4),(5) \Rightarrow (\frac{\partial Q}{\partial V})_T = \frac{T\beta}{k}$$ (٧

$$(1),(6),(7) \Rightarrow \qquad \eta = \frac{-1}{C_V}(\frac{T\beta}{k} - P)$$

۹-۱۸ب)

$$\mu = (\frac{\partial T}{\partial P})_H$$ (۸

$$(\frac{\partial T}{\partial P})_H(\frac{\partial P}{\partial H})_T(\frac{\partial H}{\partial T})_P = -1 \Rightarrow (\frac{\partial T}{\partial P})_H(\frac{\partial P}{\partial H})_T Cp = -1$$

$$\Rightarrow (\frac{\partial T}{\partial P})_H = \frac{-1}{Cp}(\frac{\partial H}{\partial P})_T \qquad dH = dQ + VdP$$ (۹

$$(\frac{\partial H}{\partial P})_T = (\frac{\partial Q}{\partial P})_T + V$$ (۱۰

$$(\frac{\partial Q}{\partial P})_T = T(\frac{\partial S}{\partial P})_T = -T(\frac{\partial V}{\partial T})_P = -TV\beta$$ (۱۱

$$(8),(9),(10),(11) \Rightarrow \mu = \frac{-1}{Cp}(-TV\beta + V) = \frac{V}{Cp}(T\beta - 1)$$

فصل یازدهم : مکانیک آماری

حل مساله ۱-

$$n_X = ny = n_z = n$$

$$\varepsilon = \frac{3n^2h^2}{8ml^2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{8m\varepsilon l_2}{3h^2}} \Rightarrow n = \frac{L}{h}\sqrt{\frac{8}{3}m\varepsilon}$$

$$E = \frac{h^2}{8ml^2}(n_X^2 + n_y^2 + n_Z^2)$$

$$m = \frac{200.6}{6/02\times10^{23}}3.3\times10^{-22}\,gr = 3.3\times10^{-25}\,kg$$

$$\varepsilon = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times1000 = 2.07\times10^{-20}$$

حل مساله ۲-

$$Z = V(\frac{2m\pi KT}{h^2})^{3/2} = \frac{NKT}{P}(\frac{2\pi mkT}{h^2})^{3/2}$$

تک اتمی:

$$= \frac{N}{P}(KT)^{5/3}(\frac{2\pi m}{h^2})^{3/2}$$

$$\frac{g_i}{N_i} = \frac{(KT)^{5/2}}{P}(\frac{2\pi m}{h^2})^{\frac{3}{2}}e^{a/KT}$$

$$\frac{gi}{Ni} = \frac{(1.38\times10^{-23}\times300)^{\frac{5}{2}}}{10^3}\left[\frac{2\pi\times10^{-26}}{6.62\times10^{-34}}\right]^{\frac{3}{2}}e^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{gi}{Ni} = 1.1\times10^{-54}\times5.473\times10^{61}\times4.48 \quad , \quad \frac{gi}{Ni} = 2.7\times10^8$$

حل مساله ۳-

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 F(\Omega_A\Omega_B)}{\partial\Omega_A\partial\Omega_B} = 0 \qquad (1) \qquad \Omega = \Omega_A\Omega_B \Rightarrow$$

$$\frac{\partial F(\Omega_A\Omega_B)}{\partial\Omega_B} = \frac{\partial F(\Omega)}{\partial\Omega}\frac{\partial\Omega}{\partial\Omega_B} = \Omega_A\frac{dF(\Omega)}{d\Omega}$$

$$F(\Omega_A\Omega_B) = F(\Omega_A) + (\Omega_B)$$

$$\frac{\partial F(\Omega_A\Omega_B)}{\partial\Omega_B} = \frac{\partial F(\Omega_B)}{\partial\Omega_B}$$

$$\frac{\partial^2 F(\Omega_A\Omega_B)}{\partial\Omega_A\partial\Omega_B}=\frac{\partial}{\partial\Omega}\left[\Omega_A\frac{dF(\Omega)}{d\Omega}\right]\frac{\partial\Omega}{\partial\Omega_A}=$$

$$\frac{\partial\Omega_A}{\partial\Omega}\frac{dF(\Omega)}{d\Omega}\frac{\partial\Omega}{\partial\Omega_A}+\Omega_A\frac{d^2F(\Omega)}{d\Omega^2}\frac{d\Omega}{d\Omega_A}=$$

$$=\frac{dF(\Omega)}{d\Omega}+\frac{\Omega d^2F(\Omega)}{d\Omega^2}$$ (۲)

$$2,1\Rightarrow\frac{dF(\Omega)}{d\Omega}+\frac{\Omega d^2F(\Omega)}{d\Omega^2}=0$$

$$\frac{d}{d\Omega}(\Omega\frac{dF(\Omega)}{d\Omega})=0\Rightarrow\qquad\Omega\frac{dF(\Omega)}{d\Omega}=\text{ثابت}$$

$$dF(\Omega)=\text{ثابت}\times\frac{d\Omega}{\Omega}\Rightarrow F(\Omega)=\text{ثابت}\quad lm\Omega+\text{ثابت}$$

حل مساله ٤- الف)

$$\Omega=N!(\frac{g_1^{N1}}{Ni!})(\frac{g_2^{N2}}{Ni!})=N!\prod_{i=1}\frac{gi^{Ni}}{Ni!}$$

$$Ln\Omega=LnN!+\sum_i N_iLngi-\sum_i LnNi$$

$$Ln\Omega=NLnN-N+\sum N_iLng_i-\sum_i N_iL_nN_i+\sum_i N_i$$

$$Ln\Omega=NLnN+\sum_i N_iLng_i-\sum N_iLnN_i$$

$$dLn\Omega=0\rightarrow\sum(Lng_i)dN_i-\sum_i\left[(LnN_i)dN_i+N_i\frac{1}{N_i}dN_i\right]=0$$

$$\sum_i(Lng_i-LnN_i+1)dN_i=0\Rightarrow\sum Ln(\frac{gi}{Ni})dN_i+\sum_i dN_i=0$$

$$\sum Ln(\frac{gi}{Ni})dN_i=0\qquad\sum N_i=N\rightarrow\sum_i dN=0$$

$$\sum N_i\varepsilon_i = \quad \to \sum \varepsilon_i dN_i = 0$$

$$\sum Ln(\frac{gi}{Ni})dN_i - \alpha\sum dN_i - \beta\sum\varepsilon_i dN_i = 0$$

$$\Rightarrow \sum_i\left[Ln(\frac{gi}{Ni}) - \alpha - \beta\varepsilon_i\right]dN_i = 0 \to Ln\frac{gi}{Ni} = \alpha + \beta\varepsilon_i$$

$$\frac{gi}{Ni} = e^{\alpha+\beta\varepsilon i} \to N_i = g_i e^{-\alpha}e^{-\beta\varepsilon i}$$

$$N_i = Ag_i e^{-\beta\varepsilon i}, \sum N_i = A\sum g_i e^{-\beta\varepsilon i}$$

$$N = AZ \to A = \frac{N}{Z} \to N_i = \frac{Ng_i}{Z}e^{-\beta\varepsilon i}$$

چون ترزیع ذرات بر روی حالت های کوانتومی با حالت ذرات تمیز پـذیر یکسان اسـت.P,u تغییری نمی کنند.اما تغییر می کند.زیرا، $S = KLn\Omega$ است وبرای ذرات تمیز پـذیر ضـریب!N در Ω وجـود دارد: (ذرات تمیز ناپذیر) $N!\Omega =$(ذرات تمیز پذیر) Ω

حل مساله ۵- تعدادی حالتهای در دسترس برای توزیع بوز-انیشتن:

$$\Omega_{B,E} = \frac{(g_1+N_1)!(g_2+N_2)!.....}{g_1!N_1!g_2+N_2!.....} = \prod\frac{(g_i+N_i)!}{g_i!N_i!}$$

$$Ln\Omega_{B,E} = Ln\prod_i\frac{(g_i+N_i)!}{g_i!N_i!} = \sum Ln\frac{(g_i+N_i)}{g_i!N_i!} = \sum Ln(g_i+N_i)$$

$$\mathrm{Ln}\Omega_{B,E} = \sum_i\Big[(g_i+N_i)\mathrm{Ln}(g_i+N_i) -$$
$$(g_i+N_i)g_i\mathrm{Lng}_i + g_i - N_i\mathrm{LnN}_i + N_i\Big] \to \mathrm{dLn}\Omega_{B,E} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_i\Big[dN_i\mathrm{Ln}(g_i+N_i) + (g_i+N_i)\frac{1}{(g_i+N_i)}$$
$$dN_i - dN_i - dN_i\mathrm{LnN}_i - dN_i + dN_i\Big] = 0$$

$$\rightarrow \sum_i [Ln(g_i + N_i) - LnN_i]dN_i = 0$$

$$\sum_i Ln(\frac{g_i + N_i}{N_i})dN_i = 0, \sum_i N_i = N \rightarrow \sum_i dN_i = 0$$

$$\sum_i N_i\varepsilon_i = 0 \rightarrow \sum_i \varepsilon_i dN_i = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_i Ln(\frac{g_i + N_i}{N_i})dN_i - \alpha \sum_i dN_i - \beta \sum_i \varepsilon_i dN_i = 0 \rightarrow$$

$$\sum_i \left[Ln(\frac{g_i + N_i}{N_i}) - \alpha\beta\varepsilon_i \right] dN_i = 0$$

$$Ln(\frac{g_i + N_i}{N_i}) = \alpha + \beta\varepsilon_i \rightarrow \frac{g_i + N_i}{N_i} = e^{\alpha + \beta\varepsilon_i}$$

$$g_i + N_i = N_i e^{\alpha + \beta\varepsilon_i} \rightarrow g_i = N_i(e^{\alpha + \beta\varepsilon_i} - 1)$$

$$\rightarrow N_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \beta\varepsilon_i} - 1}$$

نحوه توزیع ذرات در حالت برای توزیع بوز-انیشتن

حل مساله ٦-

تعداد حالتهای در دسترس برای توزیع فرمی دیراک:

$$\Omega_{F.D} = \frac{g_1!g_2!....}{N_1(g_1 - N_1)!N_2!(g_2 - N_2)} = \prod_i \frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

$$Ln\Omega_{F.D} = Ln\prod_i \frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!} = \sum_i Ln\frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

$$= \sum_i [Lng_i! - LnN_i! - Ln(g_i - N_i)!] \rightarrow$$

$$Ln\Omega_{F.D} = \sum_i [g_i Lng_i - g_i - N_i \times LnN_i + N_i - (g_i - N_i)L_n(g_i - N_i)]$$

$$dLn\Omega_{F.D} = 0$$

$$\rightarrow \sum_i [(-dN_i)LnN_i + (dN_i)Ln(g_i - N_i)] = 0$$

$$\sum_i Ln(\frac{g_i - N_i}{N_i})dN_i = 0 \quad (1) \qquad \sum_i N_i = N \rightarrow \sum_i dN_i = 0(2)$$

$$\sum_i N_i\varepsilon_i = U \to \sum_i \varepsilon_i dN_i = 0(3)$$

$$3,2.1) \to \sum_i Ln(\frac{g_i - N_i}{N_i})dN_i - \alpha\sum_i dN_i - \beta\sum_i \varepsilon_i dN_i = 0$$

$$\sum_i (Ln\frac{g_i - N_i}{N_i} - \alpha - \beta\varepsilon_i)dN_i = 0 \to Ln\frac{g_i - N_i}{N_i} - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

$$\frac{g_i - N_i}{N_i} = e^{\alpha+\beta\varepsilon i} \to g_i = N_i(e^{\alpha+\beta\varepsilon i} + 1) \to$$

نحوهٔ توزیع ذرات در حالت فرمی دیراک ←

$$N_i = \frac{g_i}{e^{\alpha+\beta\varepsilon i} + 1}$$

حل مساله ۷- الف) از $\sum_i = (\frac{1}{2} + i)hV$ مشخص است که هر تراز $\sum_i$ متناظر با یک عدد کوانتومی i است ،در نتیجه $g_i = 1$

$$Z = \sum_i g_i.e^{-\beta\varepsilon i} \qquad g_i = 1 \to Z = \sum_i e^{-\beta\varepsilon i} \Rightarrow Z = \sum e^{-\beta\varepsilon_X}$$

$$Z = \sum e^{\frac{-1}{KT}(\frac{1h\nu}{2}+ih\nu)} = \sum e^{\frac{-h\nu}{2KT}} e^{\frac{-h\nu}{KT}} \qquad (1)$$

$$Z = e^{\frac{-h\nu}{2KT}} \int_0^\infty e^{\frac{-h\nu}{KT}x} = (e^{\frac{-h\nu}{2KT}})(\frac{-KT}{h\nu})e\frac{-h\nu}{KT}xJ_0^\infty$$

$$= e^{\frac{-h\nu\beta}{2}}(\frac{-1}{h\nu\beta})\left[\bar{e}^{\infty} - e^0\right] = \frac{1}{h\nu\beta}e^{\frac{-h\nu\beta}{2}} \quad , \quad = \frac{hT}{h\nu}e^{\frac{-h\nu}{2KT}}$$

$$Z_{transition} = V(\frac{2\pi mkT}{h^2})^{\frac{3}{2}}$$

از رابطه(۱) و بسط $\sum_x e^{-\alpha x} = \frac{1}{1-e^{-\alpha}}$ استفاده می کنیم.

$$Z = \frac{e^{\frac{h\nu}{2KT}}}{1 - e^{\frac{-h\nu}{KT}}}$$

از رابطه(۱۱-۲٤) برای تابع افراز انتقالی داریم:

$$Z_{transition} = V(\frac{2\pi mKT}{\beta h^2})^{\frac{3}{2}}$$

ج)

$$Z_t = \sum e^{-\Sigma i/KT} = \sum e^{-(\Sigma Vibration + \Sigma transition + \Sigma Rotation)}$$

$$Zt = (\sum e^{-\Sigma Vibration/KT})(\sum e^{-\Sigma transition/KT})(\sum e^{-\Sigma Rotation/KT})$$

$$LnZ_t = LnZ_{Vibration} + LnZ_{Translation} + LnZ_{Rotation}$$

$$LnZ_t = Ln\frac{e^{-h\nu/2kT}}{1-e^{-h\nu/KT}} + Ln\left[v\left(\frac{2\pi mKT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\right] + Ln\left(\frac{8\pi^2 IKT}{h^2}\right)$$

$$LnZ_t = -Lne\frac{-h\nu}{2kT} - Ln(1-e^{-h\nu/KT}) + LnV + \frac{3}{2}Ln\left(\frac{2\pi mKT}{h^2}\right) + Ln\left(\frac{8\pi^2 IKT}{h^2}\right)$$

$$F = -KT(NLnZ - LnN!)$$

د) $$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = NKT\left(\frac{\partial LnZ}{\partial V}\right)_T = \frac{N_A KT}{v} = \frac{RT}{v}$$

ه) $$U = NKT^2\left(\frac{\partial LnZ}{\partial T}\right)_v$$

و) $$C_v = \frac{1}{N_A}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v$$

حل مساله ۸-

$$\langle w\rangle = \frac{1}{N}\int_0^\infty w\,dN_w$$

از رابطه(۱۱-۳٤)داریم:

$$dN_w = \frac{2N}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{m}{KT}\right)^{\frac{3}{2}} w^2 e^{-mw^2/2KT}dw$$

$$\langle w\rangle = \left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{2N}{\sqrt{2\pi}}\right)\left(\frac{m}{KT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty w^3 e^{\frac{-mw^2}{2KT}}dw$$

$$\frac{mw^2}{2KT} = y \to w = \sqrt{\frac{2KTy}{m}} \to dw = \sqrt{\frac{KT}{2m}}\frac{dy}{\sqrt{y}}$$

$$w^3 = \left(\frac{2KT}{m}\right)^{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}}, w = 0 \to y = 0 \qquad w = \infty \to y = \infty$$

$$\langle w\rangle = \left(\frac{1}{N}\right)\frac{2N}{\sqrt{2\pi}}\left(m/KT\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2KT}{m}\right)^{\frac{3}{2}} \times \int_0^\infty y^{\frac{3}{2}} e^{-y}$$

$$\sqrt{\frac{KT}{2m}}\frac{dy}{\sqrt{y}} \Rightarrow < w > = \frac{1}{N}\frac{2N}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{m}{KT}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{KT}m\left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$\int_0^\infty ye^{-y}dy\Gamma(2) = 1 \quad , \quad \Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-x}x^{\alpha-1}dx$$

سرعت متوسط گاز:

$$\langle w\rangle = \frac{1}{N}(\frac{4N}{\sqrt{2\pi}})\sqrt{\frac{KT}{m}} = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$$

حل مساله ۹-

الف)

$$\frac{d}{dw}(\frac{dNw}{dw}) = 0 \rightarrow \frac{d}{dw}\left[\frac{2N}{\sqrt{2\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}} w^2 e^{-mw^2/2KT}\right]$$

ب)تعداد ذراتی که با سرعت w_m حرکت می کنند از تعدادذرات دارای سرعت ω $(w \neq w_m)$ بیشتر است.با توجه به مسئله قبل $w_m \langle < w >$ می باشد.

حل مساله ۱۰-الف)

$$\langle\frac{1}{w}\rangle = \frac{1}{N}\int_0^\infty \frac{1}{\omega} dN_w$$

$$\frac{1}{w}\rangle = \frac{1}{N}(\frac{2N}{\sqrt{2\pi}})(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty (\frac{1}{w}) w^2 e^{-mw^2/2KT} dw$$

$$\Rightarrow \langle\frac{1}{w}\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty we^{-mw^2/2KT} dw$$

$$\langle\frac{mw^2}{2KT} = y \rightarrow w\sqrt{\frac{2KTy}{m}} \rightarrow dw\sqrt{\frac{KT}{2m}}\frac{dy}{\sqrt{y}}$$

$$w = 0 \rightarrow y = 0 \qquad m = \infty \rightarrow y = \infty$$

$$\langle\frac{1}{w}\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \sqrt{\frac{2KT}{m}}\sqrt{y}e^{-y}\sqrt{\frac{2KT}{2m}}\frac{dy}{\sqrt{y}}$$

$$\langle\frac{1}{w}\rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}(\frac{KT}{m})\int_0^\infty e^{-y} dy$$

$$\langle\frac{1}{w}\rangle = \sqrt{\frac{2m}{\pi KT}}(\int_0^\infty e^{-y} dy) = \sqrt{\frac{2m}{\pi KT}}$$

طبق مسئله ۱۱-۸ داریم :

$$\frac{1}{\langle w\rangle} = \sqrt{\frac{\pi m}{8KT}}$$

$$\frac{\langle\frac{1}{w}\rangle}{\langle\frac{1}{w}\rangle}=\frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\sqrt{\frac{\pi}{8}}}=\frac{4}{\pi}\rightarrow\langle\frac{1}{w}\rangle=\frac{4}{\pi}\frac{1}{\langle w\rangle}>\frac{1}{\langle w\rangle}$$

ب) فشار $P=\frac{F}{A}$

تغییر تکانه برای یک ذره $\Delta P=(-2mw)N=F\Delta t\Rightarrow F=\frac{-2m\omega}{\Delta t}w$

(اندازه نیروی ناشی از برخوردNذره) $F=\frac{2mwN}{\Delta T}$

N تعداد برخوردهای درواحد زمان است،لذا $\Delta t=1$ وفشار وارد بر سطحA برابر است با:

فشار وارد بر واحد سطح(A=1) در واحد زمان $P=(2mN)w\Rightarrow N=\frac{P}{2mN}=$

به طور متوسط داریم: $\langle N\rangle=\frac{P}{2m}\langle\frac{1}{w}\rangle=\frac{P}{2m}\sqrt{\frac{2m}{\pi KT}}$

$$\rightarrow\langle N\rangle=\frac{P}{\sqrt{2\pi mKT}}$$

به این ترتیب رابطه موير(مربوط به انتهای فصل دهم)اثبات می گردد.

حل مساله ۱۱-

$$w_{rms}=\sqrt{\langle w^2\rangle}=\frac{1}{N}\int_0^\infty w^2dN_w$$

$$=\frac{1}{N}\frac{2N}{\sqrt{2\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \omega^4e^{-mw^2/2KT}dw$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty w^4e^{-mw^2/2KT}dw \qquad \alpha=\frac{m}{2KT}$$

$$w^4e^{-\alpha w4}=\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}e^{-\alpha w2}$$

$$\langle w^2\rangle=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}\frac{\partial}{\partial\alpha}(-\frac{1}{2}\alpha^{-\frac{3}{2}})$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})\alpha^{-5/2}=\frac{3}{4\sqrt{2}}(\frac{m}{KT})^{\frac{3}{2}}(2)^{\frac{5}{2}}(\frac{m}{KT})^{-5/2}$$

$$\langle w^2\rangle=\frac{3KT}{m} \qquad (1)\rightarrow w_{rms}=\sqrt{\frac{3KT}{m}}$$

$$w_{rms}(Hg,300K)=\sqrt{\frac{3\times1.38\times10^{-23}\times300}{(0.198/6.02\times10^{23})}}$$

$$w_{rms}(Kr,77K)=\sqrt{3\times1.38\times10^{-23}\times77}$$

چون درست rmss بارکریپتون در 77K کمتر است پهنای خط طیفی کوچکتر تولید می کند.

حل مساله ۱۲- الف)

انرژی متوسط انتقالی یک مولکول $\frac{1}{2}m\langle w^2\rangle$ است.اگر به جای $\langle w^2\rangle$ از رابطه یک مسئله(۱۱-۱۱)قرار دهیم.در نتیجه ← $\frac{1}{2}m\langle w^2\rangle=\frac{3}{2}KT$

$$V=?\Sigma=1.6\times10^{-19}\times1=1.6\times10^{-19}$$

$$1.6\times10^{-19}=\frac{3}{2}KT\rightarrow T=(\frac{2}{3})\frac{1.6\times10^{-19}}{1.38\times10^{-23}}=7729K$$

ب)

$$U=?E=1.6\times10^{-16} \quad , T=(\frac{2}{3})\frac{1.6\times10^{-16}}{1.38\times10^{-23}}\Rightarrow T=7.73\times10^{+6}$$