

دانش آموزان عزیز ضمن تبریک برای شرکت در این مسابقه و آرزوی موفقیت شما، خواهشمند است اعضای تیم پس از فکر کردن و مشورت بایکدیگر حل کامل هر سوال را با خط خوانا زیر آن بنویسید.

\*\*\*\*\* توجه: مواب سوالات را با توضیح کامل بنویسید. \*\*\*\*\*

جمع امتیازات: (30 امتیاز)

تعداد صفحه: 4

تعداد سوالات: 10

مدرسه:

ناحیه / منطقه:

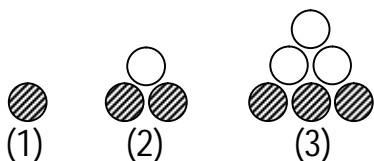
-3

-2

نام و نام خانوادگی اعضای تیم: 1-

2 امتیاز	1 به ازای چه مقدار $m$ ، فاصله نقطه $A = \begin{bmatrix} 2m-1 \\ 2-m \end{bmatrix}$ تا محورهای مختصات یکسان است.  حل: $2m-1=2-m \Rightarrow 3m=3 \Rightarrow m=1$ $2m-1=-(2-m) \Rightarrow 2m-1=-2+m \Rightarrow m=-1$
2 امتیاز	2 در عدد $1\frac{\square}{\square}$ به جای $\square$ حداقل چند رقم صفر قرار دهیم تا عدد به دست آمده کمتر از $\frac{1397}{1396}$ باشد.  حل: $\frac{1397}{1396} = 1\frac{1}{1396} \quad 1/001 > 1\frac{1}{1396} > 1/0001$
2/5 امتیاز	3 کوچکترین عدد طبیعی را بیابید که باقیمانده آن به اعداد 5 و 17 و 9 به ترتیب 3 و 3 و 4 شود.  حل: ابتدا کوچکترین عددی را که بر 5 و 17 بخش پذیر است را می یابیم. $5 \times 17 = 85$ . حاصل را به اضافه 3 کرده و بررسی می کنیم که باقیمانده ی آن بر 9 چند است و برای این منظور باقیمانده ی مجموع رقم های حاصل را بر 9 به دست می آوریم. $5 \times 17 = 85 \rightarrow 85 + 3 = 88 \rightarrow 8 + 8 = 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$ . باقیمانده بر 9 برابر 7 است. بنابراین 85 را به عدد 88 اضافه می کنیم و اگر باقیمانده 4 نشد، به همین روش ادامه می دهیم تا باقیمانده بر 9 برابر 4 شود.  $88 + 85 = 173 \rightarrow 1 + 7 + 3 = 11 \rightarrow 1 + 1 = 2 \quad \times$ $173 + 85 = 258 \rightarrow 2 + 5 + 8 = 15 \rightarrow 1 + 5 = 6 \quad \times$ $258 + 85 = 343 \rightarrow 3 + 4 + 3 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1 \quad \times$ $343 + 85 = 428 \rightarrow 4 + 2 + 8 = 14 \rightarrow 1 + 4 = 5 \quad \times$ $428 + 85 = 513 \rightarrow 5 + 1 + 3 = 9 \quad \times$ $513 + 85 = 598 \rightarrow 5 + 9 + 8 = 22 \rightarrow 2 + 2 = 4$  جواب عدد 598 است.

4 در چندمین شکل از الگوی زیر، 8% دایره‌های آن شکل رنگی است؟



حل:

$n = \text{تعداد دایره‌های رنگی در شکل } n \text{ ام}$  و  $\frac{n(n+1)}{2} = \text{تعداد دایره‌های شکل } n \text{ ام}$

$$\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{8}{100} \Rightarrow \frac{2}{n+1} = \frac{8}{100} \Rightarrow n = 24$$

2/5 امتیاز

5 کوچکترین مضرب مشترک اعداد طبیعی 1 تا 1000 را بر حاصلضرب اعداد اول کمتر از 1000 تقسیم کردیم. در تجزیه عدد حاصل، توان عدد 3 چند است.

حل:

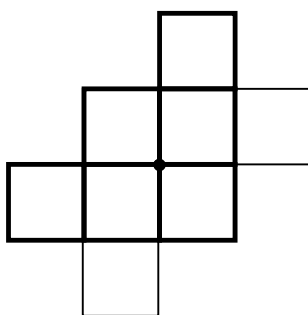
با توجه به اینکه  $3^6 = 729$ ، بنابراین 6 بزرگ‌ترین توان عدد 3 در کوچکترین مضرب مشترک اعداد می‌باشد. چون در حاصلضرب اعداد اول کمتر از 1000، فقط یک 3 وجود دارد، پس  $3^5 = \frac{3^6}{3}$ . در نتیجه توان عدد 3 برابر 5 است.

2/5 امتیاز

6 شکل زیر از شش مربع یکسان به ضلع یک سانتی‌متر تشکیل شده است..

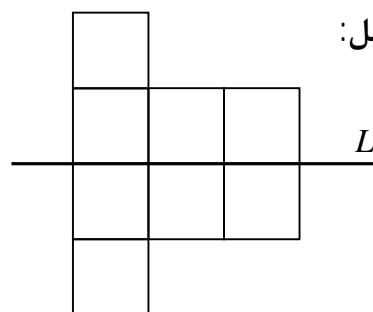
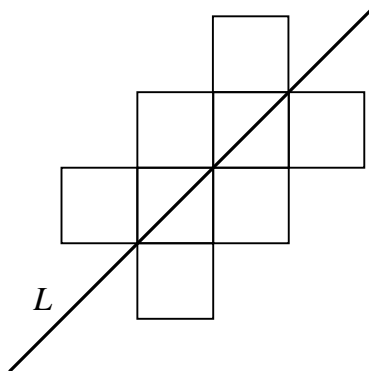
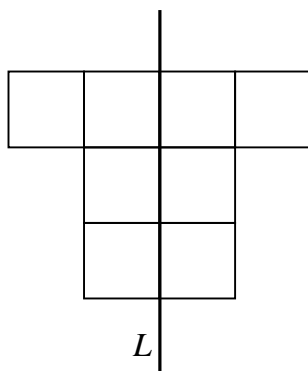
الف) قرینه شکل را نسبت به نقطه مشخص شده رسم کنید.

حل:



ب) خط L را چنان رسم کنید که اگر قرینه شکل را نسبت به خط L به‌دست آوریم، مساحت شکل اصلی و قرینه‌ی آن روی هم 8 سانتی‌متر مربع شود. مسئله چند جواب دارد؟

حل:



مسئله 3 جواب دارد.

3/5 امتیاز

<p>4 امتیاز</p>	<p>7 در شکل مقابل <math>PM</math> عمود منصف <math>BC</math> است و <math>AB = PC</math> , <math>\hat{A} = 70^\circ</math> اندازه زاویه <math>\hat{MPC}</math> چقدر است؟ حل: پاره خط <math>BP</math> را رسم می کنیم چون <math>P</math> روی عمود منصف <math>BC</math> قرار دارد پس <math>PB = PC</math> و چون <math>AB = PC</math> پس <math>AB = BP</math> در نتیجه مثلث <math>ABP</math> متساوی الساقین است و <math>\hat{BPA} = \hat{A} = 70^\circ</math> و در نتیجه <math>\hat{ABP} = 40^\circ</math> <math>x + x + 40 + 70 = 180 \Rightarrow 2x = 70 \Rightarrow x = 35 \Rightarrow \hat{MPC} = 90 - 35 = 65</math></p>
<p>3 امتیاز</p>	<p>8 از میان دانش آموزان مدرسه ای <math>\frac{97}{190}</math> آنها دارای گروه خونی <math>O</math> و 25 درصد آنها دارای گروه خونی <math>A</math> و 20 درصد دارای گروه خونی <math>B</math> و بقیه دارای گروه خونی <math>AB</math> هستند. الف) چند درصد آنها دارای گروه خونی <math>AB</math> هستند؟ حل: درصد <math>AB = \frac{75}{19} = 3\frac{18}{19}</math> <math>\frac{97}{190} \times 100 = \frac{970}{19} \Rightarrow 100 - \left(25 + 20 + \frac{970}{19}\right) = \frac{75}{19}</math> ب) این مدرسه حداقل چند دانش آموز دارد؟ حل: چون <math>\frac{25}{100} = \frac{1}{4}</math> و <math>\frac{20}{100} = \frac{1}{5}</math>، بنابراین تعداد دانش آموزان باید مضرب 190، 4 و 5 باشد. کوچکترین عدد، 380 می باشد. پس حداقل تعداد دانش آموزان 380 نفر می باشد.</p>
<p>5 امتیاز</p>	<p>9 چند نوع مکعب مستطیل با ابعاد عدد صحیح وجود دارد که حجم آن برابر عبارت زیر باشد. <math display="block">V = [(-1)^1 \times \sqrt{2} + (-1)^2 \times 2\sqrt{2} + (-1)^3 \times 3\sqrt{2} + \dots + (-1)^{97} \times 97\sqrt{2}]^2</math> حل: <math display="block">V = [(-1)^1 \times \sqrt{2} + (-1)^2 \times 2\sqrt{2} + (-1)^3 \times 3\sqrt{2} + \dots + (-1)^{97} \times 97\sqrt{2}]^2</math> <math display="block">= [-\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \dots + 97\sqrt{2}]^2 = (+48\sqrt{2} - 97\sqrt{2})^2 = (-49\sqrt{2})^2 = (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 2)</math> <math display="block">2, 7, 7 \times 7 \times 7 \quad 2, 7 \times 7, 7 \times 7 \quad 2 \times 7, 7, 7 \times 7 \quad 2 \times 7 \times 7, 7, 7</math> چهار نوع مکعب مستطیل وجود دارد.</p>

4 امتیاز	<p>10 فرض کنید 525 توپ سفید و 225 توپ قرمز دارید. می‌خواهید توپ‌ها طوری درون جعبه‌هایی بسته‌بندی کنید که تعداد توپ‌های همه جعبه‌ها با هم برابر باشند و توپ‌های هر جعبه از یک رنگ باشند.</p> <p>الف) کمترین تعداد جعبه‌ها چند تا است؟</p> <p>حل:</p> <p>باید ب م م 525 و 225 را تعیین کنیم.</p> <p>در هر جعبه باید 75 توپ قرار گیرد <math>\Rightarrow (525, 225) = 3 \times 5^2 = 75 \Rightarrow</math></p> $\left. \begin{array}{l} 525 = 3 \times 5^2 \times 7 \\ 225 = 3^2 \times 5^2 \end{array} \right $ <p>حداقل <math>7 + 3 = 10</math> , <math>255 \div 75 = 3</math> , <math>525 \div 75 = 7</math></p> <p>ب) اگر قاعده جعبه‌ها مربعی شکل باشند، در هر جعبه چند ردیف توپ قرار می‌گیرد؟</p> <p>حل:</p> <p>اگر بخواهیم قاعده مربعی شکل باشد باید در هر ردیف 25 توپ قرار گیرد پس <math>75 \div 25 = 3</math> بنابراین 3 ردیف قرار می‌گیرد.</p>
	مسائل رگ‌هایی هستند که به بدن ریاضیات خون می‌رسانند «پروفسور هشتروودی»