

⑤ حاصل  $A - (A \cap B)$  چیست؟  $B - A$  (الف)  $A \cup B$  (ب)  $A \cap B$  (ج)  $A - B$  (د)

⑥ اگر  $A = \left\{ \frac{3x}{5} \mid \frac{3x}{5} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z} \right\}$  باشد، مجموع  $A$  چند عضو دارد؟ ۲

چون فقط ۵ و ۱۰ صفر (عدی) هستند و بتوانند خارج ۵ را سه کمتر

(الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

سؤال خیلی راحت: مجموع اعداد چند عضو دارد؟

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 = 27\}$$

⑦ روتا سن را با هم صبریزیم، احتمال اینکه مجموع اعدادی که روی سکه  $x$  باشد، حقیقی  $\frac{14}{15} = \frac{23}{34}$  تعداد کل حالت ها = ۳۴

$$A = \{(5, 9), (9, 5), (4, 6)\}$$

احتمال مجموع ۱۰ نه ۱۰ نیست

⑧ تاسی را صبریزیم، احتمال اینکه عدد درج شده زوج یا اول باشد چقدر است؟  $\frac{5}{9}$

$$P(A) = \left\{ 2, 4, 6 \right\} \quad P(B) = \left\{ 2, 3, 5 \right\} \quad P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{9} + \frac{3}{9} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

نکته ها: ضرب احتمالات: هرگاه چندین عمل پشت سرهم به وقوع بپیوندد احتمال اینکه در عمل اول

وقتی بین دو یا چند احتمال می آید

بسیار آمد  $A$  و در عمل دوم بسیار آمد  $B$  ... رخ دهد این احتمال از رابطه

$$P(A) \times P(B) \times P(C) \times \dots$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

مقابل یک است

(۱) مجموعه های معرزی را به ریاضی و مجموعه های ریاضی را به معرزی تبدیل کنید.

$$A = \{10, 9, 8, \dots\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 10\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots, 12\} = \{x^2 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 7\}$$

$$C = \{3, 6, 9, \dots, 27\} = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$$

$$D = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16} \right\} = \left\{ \frac{n}{n^2+1} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 4 \right\}$$

$$E = \{2, 4, 6, \dots\} = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$F = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 10\} = \{7, 8, 9\}$$

$$G = \{x^y - 1 \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 12\} = \{0, 11, 35, 93, 1001, \frac{35}{12}, \frac{93}{12}, \frac{11}{12}, \frac{1001}{12}\}$$

$$H = \{x^{x+y} \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 9\} = \left\{ \frac{1}{1092729}, \frac{1}{9091}, \frac{1}{1215}, 1215, 9091, 1092729 \right\}$$

$$I = \{(x+1)^{5-x} \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\} = \{5, 16, 27\}$$

$$J = \{2, 11, 101, 1001, \dots\} = \{10^x + 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$$



$$K = \{ 3^3, 3^3 3, 3^3 3^3, \dots \} = \left\{ \frac{10^x - 1}{3} \mid x \in \mathbb{N}, x > 1 \right\}$$



این سؤال بسیار آسان است

این سؤال را حل کنید.

$$A - B \neq B - A$$

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

$$A - B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$A - B \neq B - A$$

$$B = \{ 5, 6, 7 \}$$

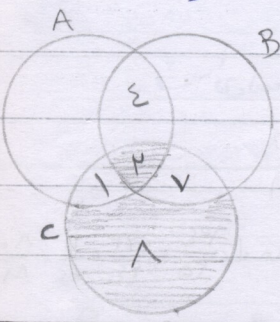
$$B - A = \{ 6, 7 \}$$

↓

$$\{ 1, 2, 3, 4 \} \neq \{ 6, 7 \}$$

۲ اگر  $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$  و  $B = \{ 2, 7, 4 \}$  و  $C = \{ 1, 2, 7, 8 \}$  باشد با توجه به

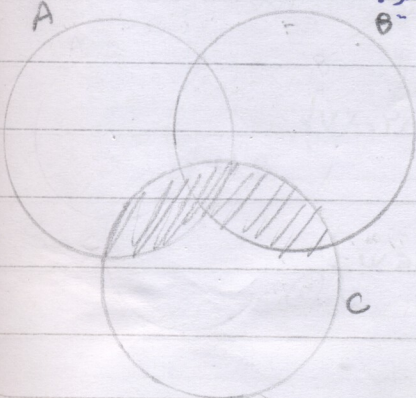
نمودار ون مجموع مقادیر درست آمده در قسمت هاشم زده را درست آورید.



$$2 + 8 = 10$$

تفاوت هشت  
اشتراک هشت  
هاشم زده

۳ عبارت های زیری مربوط به بخش هاشم زده را بنویسید.



$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$

اشتراک  
اشتراک  
مجموع A و C  
مجموع B و C



$$K = \{33, 333, 3333, \dots\} = \left\{ \frac{10^n - 1}{3} \mid n \in \mathbb{N}, n > 1 \right\}$$

این سؤال بسیار آسان است

این سؤال را حل کنید.

$$A - B \neq B - A$$

۱) بازگشتن، ثابت کنید.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A - B \neq B - A$$

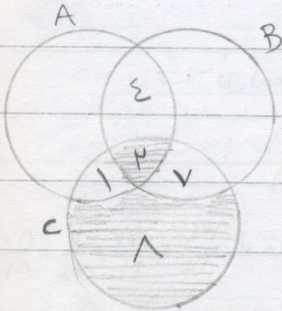
$$B = \{5, 6, 7\}$$

$$B - A = \{6, 7\}$$

$$\{1, 2, 3, 4\} \neq \{6, 7\}$$

۲) اگر  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  و  $B = \{2, 5, 6\}$  و  $C = \{1, 2, 5, 8\}$  باشد با توجه به

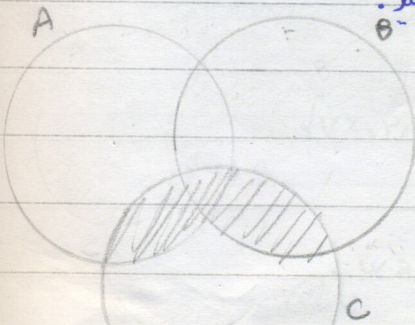
نمودار و آن مجموع مقادیر به دست آمده در قسمت هاشم زده را به دست آورید.



$$2 + 8 = 10$$

تفاوت هاشم زده  
اشتراک هر سه مجموعه

۳) عبارت های زیری مربوط به بخش هاشم زده را بنویسید.



$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$

اشتراک  
اشتراک  
مجموعه C با A  
مجموعه C با B



⑤ حاصل  $A - (A \cap B)$  چیست؟  
 $A \cap B$  (۱)  $A \cup B$  (۲)  $A - B$  (۳)  $A \cap B$  (۴)

⑥ اگر  $A = \left\{ \frac{3x}{5} \mid \frac{3x}{5} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 10 \right\}$  باشد، مجموع  $A$  چند عضو دارد؟

چون فقط ۱۰ عضو دارد (از ۰ تا ۱۰) پس به تعداد اعضا می‌تواند مجموع را حساب کنیم.

(الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) ۵

سؤال خیلی راحت: مجموع اعداد زوج چقدر دارد؟

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x^2 + 1 = 27\}$$

⑦ روتا سن را با هم می‌بیزیم، احتمال اینکه مجموع اعدادی که نوشتم  $34$  باشد، چقدر؟  
 تعداد کل حالت‌ها =  $34$

$$A = \{(5, 9), (4, 9), (9, 5)\}$$

است  $\Rightarrow$  اعدادی که مجموع آنها  $10$  نیست.

⑧ تاسی را می‌بیزیم، احتمال اینکه عدد درج شده زوجی یا اول باشد چقدر است؟

$$P(A) = \left\{ \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6} \right\} \quad P(B) = \left\{ \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{5}{6} \right\} \quad P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$\frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

نکته‌ها: ضرب احتمالات: هرگاه چندین عمل پشت سرهم به وقوع بپیوندد احتمال اینکه در عمل اول

وقتی بین دو یا چند احتمال و آمد

پیشامد  $A$  و در عمل دوم پیشامد  $B$  رخ دهد این احتمال از رابطه

$$P(A) \times P(B) \times P(C) \times \dots$$

مقابل می‌کند است.





۱) از یک کلاس ۷ نفر، انتخاب می‌کنیم؛ احتمال این که مراد زیرخ رده هفت باشد چیست؟

الف) هر هفت نفر در یک روز هفته به دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7^7}$$

ب) احتمال اینکه این هفت نفر در روزهای مختلف هفته به دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7^7}$$

۲) اگر  $A_1 = \{1\}$ ،  $A_2 = \{2, 3\}$ ،  $A_3 = \{4, 5, 6\}$  و  $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$  و ...

$$A_1 = 0 + 1$$

باشد مجموع  $A_n$  یا به عبارتی  $171$  می‌شود.

$$A_2 = 0 + 1 + 2$$

$$A_n = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 18 = 171$$

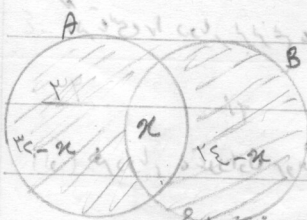
$$A_3 = 0 + 1 + 2 + 3$$

$$A_4 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4$$

۳) اگر  $A = \{x, \emptyset\}$  و  $B = \{\emptyset, x\}$  باشد،  $A \cap B$  کدام است؟

الف)  $\{\emptyset\}$  ب)  $\{x\}$  ج)  $\{x, \emptyset\}$  د)  $x$

۴) در یک کلاس ۳۰ نفره، ۳۲ نفر ریاضی و ۲۴ نفر فارسی تدریس شده و ۴ نفر قبول شده اند.



$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 32 + 24 - 30 = 26$$

۲۶ نفر در هر دو تدریس شده اند.

$$32 - x + x + 24 - x = 26 \Rightarrow x = 20$$

$$32 - 20 = 12$$

$$24 - 20 = 4$$

۱۲ نفر فقط ریاضی، ۴ نفر فقط فارسی و ۲۰ نفر موفق شدند.

$$24 - 4 = 20$$

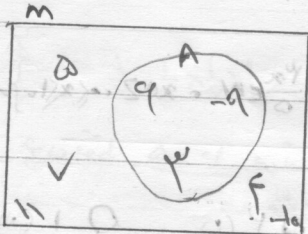
$$32 - 20 = 12$$





$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته: عدداً اصل اجتماع دو مجموعه:



نکته ۱-۱ = مجموعه مرجع را با  $A$  نمایش می دهند.

$$A \subseteq M$$

$$A = \{3, 6, 9\}$$

$$A' = M - A$$

مکمل مجموعه

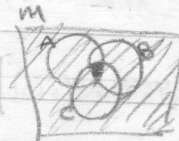
نکته و سؤال = مجموعه  $(A \cap B \cap C) \cup (A' \cap C) \cup (B' \cap C)$  یا کلاً مجموعه در برابر است؟



$C$  در  $M$  مجموعه ها هستند پس از  $C$  فاکتور می گیریم.

$$C \cap (A \cap B) \cup (A' \cup B')$$

$$\Rightarrow (A \cap B \cap C) \cup M = M$$



تمرین ص ۲۲

۱- پس از می به عدد قسمت کرده نمک را تا حاصل یک ساده کند.

$$1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

$$-1 + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{2} - \frac{1}{4} = \frac{10-1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{5}{2} \div 2\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \div \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{10} = 1$$

$\frac{2}{3}$

$-\frac{1}{9}$

۲- حاصل عبارت ها زیر را بدست آورید.

$$\left(-\frac{25}{6} + 3\frac{1}{4}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = -\frac{2}{5} = -\frac{4}{10}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{5}{9} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = \left(-\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{7}{5}\right) + \frac{2}{3} = -\frac{1}{10} + \frac{2}{3} = \frac{-3+20}{30} = \frac{17}{30}$$





92 / 1 / 21

مؤهل

مؤهل



$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

مؤهل

$$M = \{x | x \in M, \frac{x \notin M}{x \in M'}\}$$

$$(A \cup \emptyset) \cup (A \cup M') \Rightarrow A' \cup A = M$$

$$\Downarrow M' = \emptyset$$

$$A \cap (A' \cap B) \Rightarrow (A \cap A') \cap B = \emptyset$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$(A')' = A$$

$$M' = \emptyset$$

$$A - (B \cup C)$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (A - C)$$

$$(A \cup B) \cup B' \Rightarrow A \cup (B \cup B') \Rightarrow A \cup M = M$$

$$A \cap (A' \cup B) \Rightarrow (A \cap A') \cup (A \cap B) \Rightarrow \emptyset \cup (A \cap B) \Rightarrow (A \cap B)$$

$$(A' \cup B) \cup (A \cup B') = (A \cup A') \cup (B \cup B') \Rightarrow M \cup M = M$$

$$(A' \cap B) \cup (A' \cap B') = A' \cap (B \cup B') \Rightarrow A' \cap M = A'$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$\Rightarrow (A \cup A) \cap (A \cup B) = A \cap (A \cup B) = A$$

$$(A \cap M) \cup (A \cap B) = A \cap (M \cup B) \Rightarrow A \cap M = A$$

$$(A \cup B)' = (A' \cap B') \rightarrow A' = M - A$$

$$B' = M - B$$

$$\rightarrow M - (A \cup B) = (M - A) \cap (M - B)$$



$$(A \cup B)' = (A' \cap B') \Rightarrow$$

$$\hookrightarrow M - (A \cup B) \Rightarrow (M - A) \cap (M - B) \Rightarrow A' \cap B' = A \cap B'$$

نکته ① = توزیع تفریق از سمت راست:  $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

نکته ①① = توزیع تفریق از سمت چپ:  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

نکته ⑤ اگر مجموعه‌های به شکل  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  داشته باشیم:

(الف) برای نمایش اشتراک این مجموعه‌ها از علامت  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  استفاده می‌کنند.

(ب) برای نمایش اجتماع این مجموعه‌ها از علامت  $\bigcup_{i=1}^n A_i$  استفاده می‌کنند.  
 این علامت به معنی شروع با عدد ۱

مثال =  $\bigcup_{i=3}^7 A_i = A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_7$

سؤال: اگر  $a > 3$  باشد نشان دهید:

$$\frac{2a}{2} > \frac{2a+3}{2+1} > \frac{3}{1} \iff \frac{2a}{2} > \frac{2a+3}{3} > \frac{3}{1} \quad (الف)$$

$$\frac{a^r}{a} > \frac{a^r + q}{a + r} > \frac{q}{r} \quad \Leftarrow \frac{a^r}{a} > \frac{a^r + q}{a + r} > \frac{q}{r} \quad (\text{by})$$

اگر  $\frac{y}{x} > 6$  نشان دهد:

در امتیاز مراحل کار به طور شفاهی کامل توضیح داده شود.

$$\frac{b^r}{b^s} \succ \frac{b^r + 1\epsilon}{b^s + 4} \succ \frac{1\kappa}{4} \quad \Leftarrow \quad b \succ \frac{b^r + 1\kappa}{b^s + 4} \succ \frac{1\epsilon}{4} \quad (2)$$

۸-۹  
۵-۶  
۹-۱۰  
۱۱-۱۲  
۱۳-۱۴  
۱۵-۱۶  
۱۷-۱۸  
۱۹-۲۰  
۲۱-۲۲  
۲۳-۲۴  
۲۵-۲۶  
۲۷-۲۸  
۲۹-۳۰  
۳۱-۳۲  
۳۳-۳۴  
۳۵-۳۶  
۳۷-۳۸  
۳۹-۴۰  
۴۱-۴۲  
۴۳-۴۴  
۴۵-۴۶  
۴۷-۴۸  
۴۹-۵۰  
۵۱-۵۲  
۵۳-۵۴  
۵۵-۵۶  
۵۷-۵۸  
۵۹-۶۰  
۶۱-۶۲  
۶۳-۶۴  
۶۵-۶۶  
۶۷-۶۸  
۶۹-۷۰  
۷۱-۷۲  
۷۳-۷۴  
۷۵-۷۶  
۷۷-۷۸  
۷۹-۸۰  
۸۱-۸۲  
۸۳-۸۴  
۸۵-۸۶  
۸۷-۸۸  
۸۹-۹۰  
۹۱-۹۲  
۹۳-۹۴  
۹۵-۹۶  
۹۷-۹۸  
۹۹-۱۰۰  
۱۰۱-۱۰۲  
۱۰۳-۱۰۴  
۱۰۵-۱۰۶  
۱۰۷-۱۰۸  
۱۰۹-۱۱۰  
۱۱۱-۱۱۲  
۱۱۳-۱۱۴  
۱۱۵-۱۱۶  
۱۱۷-۱۱۸  
۱۱۹-۱۲۰  
۱۲۱-۱۲۲  
۱۲۳-۱۲۴  
۱۲۵-۱۲۶  
۱۲۷-۱۲۸  
۱۲۹-۱۳۰  
۱۳۱-۱۳۲  
۱۳۳-۱۳۴  
۱۳۵-۱۳۶  
۱۳۷-۱۳۸  
۱۳۹-۱۴۰  
۱۴۱-۱۴۲  
۱۴۳-۱۴۴  
۱۴۵-۱۴۶  
۱۴۷-۱۴۸  
۱۴۹-۱۵۰  
۱۵۱-۱۵۲  
۱۵۳-۱۵۴  
۱۵۵-۱۵۶  
۱۵۷-۱۵۸  
۱۵۹-۱۶۰  
۱۶۱-۱۶۲  
۱۶۳-۱۶۴  
۱۶۵-۱۶۶  
۱۶۷-۱۶۸  
۱۶۹-۱۷۰  
۱۷۱-۱۷۲  
۱۷۳-۱۷۴  
۱۷۵-۱۷۶  
۱۷۷-۱۷۸  
۱۷۹-۱۸۰  
۱۸۱-۱۸۲  
۱۸۳-۱۸۴  
۱۸۵-۱۸۶  
۱۸۷-۱۸۸  
۱۸۹-۱۹۰  
۱۹۱-۱۹۲  
۱۹۳-۱۹۴  
۱۹۵-۱۹۶  
۱۹۷-۱۹۸  
۱۹۹-۲۰۰  
۲۰۱-۲۰۲  
۲۰۳-۲۰۴  
۲۰۵-۲۰۶  
۲۰۷-۲۰۸  
۲۰۹-۲۱۰  
۲۱۱-۲۱۲  
۲۱۳-۲۱۴  
۲۱۵-۲۱۶  
۲۱۷-۲۱۸  
۲۱۹-۲۲۰  
۲۲۱-۲۲۲  
۲۲۳-۲۲۴  
۲۲۵-۲۲۶  
۲۲۷-۲۲۸  
۲۲۹-۲۳۰  
۲۳۱-۲۳۲  
۲۳۳-۲۳۴  
۲۳۵-۲۳۶  
۲۳۷-۲۳۸  
۲۳۹-۲۴۰  
۲۴۱-۲۴۲  
۲۴۳-۲۴۴  
۲۴۵-۲۴۶  
۲۴۷-۲۴۸  
۲۴۹-۲۵۰  
۲۵۱-۲۵۲  
۲۵۳-۲۵۴  
۲۵۵-۲۵۶  
۲۵۷-۲۵۸  
۲۵۹-۲۶۰  
۲۶۱-۲۶۲  
۲۶۳-۲۶۴  
۲۶۵-۲۶۶  
۲۶۷-۲۶۸  
۲۶۹-۲۷۰  
۲۷۱-۲۷۲  
۲۷۳-۲۷۴  
۲۷۵-۲۷۶  
۲۷۷-۲۷۸  
۲۷۹-۲۸۰  
۲۸۱-۲۸۲  
۲۸۳-۲۸۴  
۲۸۵-۲۸۶  
۲۸۷-۲۸۸  
۲۸۹-۲۹۰  
۲۹۱-۲۹۲  
۲۹۳-۲۹۴  
۲۹۵-۲۹۶  
۲۹۷-۲۹۸  
۲۹۹-۳۰۰  
۳۰۱-۳۰۲  
۳۰۳-۳۰۴  
۳۰۵-۳۰۶  
۳۰۷-۳۰۸  
۳۰۹-۳۱۰  
۳۱۱-۳۱۲  
۳۱۳-۳۱۴  
۳۱۵-۳۱۶  
۳۱۷-۳۱۸  
۳۱۹-۳۲۰  
۳۲۱-۳۲۲  
۳۲۳-۳۲۴  
۳۲۵-۳۲۶  
۳۲۷-۳۲۸  
۳۲۹-۳۳۰  
۳۳۱-۳۳۲  
۳۳۳-۳۳۴  
۳۳۵-۳۳۶  
۳۳۷-۳۳۸  
۳۳۹-۳۴۰  
۳۴۱-۳۴۲  
۳۴۳-۳۴۴  
۳۴۵-۳۴۶  
۳۴۷-۳۴۸  
۳۴۹-۳۵۰  
۳۵۱-۳۵۲  
۳۵۳-۳۵۴  
۳۵۵-۳۵۶  
۳۵۷-۳۵۸  
۳۵۹-۳۶۰  
۳۶۱-۳۶۲  
۳۶۳-۳۶۴  
۳۶۵-۳۶۶  
۳۶۷-۳۶۸  
۳۶۹-۳۷۰  
۳۷۱-۳۷۲  
۳۷۳-۳۷۴  
۳۷۵-۳۷۶  
۳۷۷-۳۷۸  
۳۷۹-۳۸۰  
۳۸۱-۳۸۲  
۳۸۳-۳۸۴  
۳۸۵-۳۸۶  
۳۸۷-۳۸۸  
۳۸۹-۳۹۰  
۳۹۱-۳۹۲  
۳۹۳-۳۹۴  
۳۹۵-۳۹۶  
۳۹۷-۳۹۸  
۳۹۹-۴۰۰  
۴۰۱-۴۰۲  
۴۰۳-۴۰۴  
۴۰۵-۴۰۶  
۴۰۷-۴۰۸  
۴۰۹-۴۱۰  
۴۱۱-۴۱۲  
۴۱۳-۴۱۴  
۴۱۵-۴۱۶  
۴۱۷-۴۱۸  
۴۱۹-۴۲۰  
۴۲۱-۴۲۲  
۴۲۳-۴۲۴  
۴۲۵-۴۲۶  
۴۲۷-۴۲۸  
۴۲۹-۴۳۰  
۴۳۱-۴۳۲  
۴۳۳-۴۳۴  
۴۳۵-۴۳۶  
۴۳۷-۴۳۸  
۴۳۹-۴۴۰  
۴۴۱-۴۴۲  
۴۴۳-۴۴۴  
۴۴۵-۴۴۶  
۴۴۷-۴۴۸  
۴۴۹-۴۵۰  
۴۵۱-۴۵۲  
۴۵۳-۴۵۴  
۴۵۵-۴۵۶  
۴۵۷-۴۵۸  
۴۵۹-۴۶۰  
۴۶۱-۴۶۲  
۴۶۳-۴۶۴  
۴۶۵-۴۶۶  
۴۶۷-۴۶۸  
۴۶۹-۴۷۰  
۴۷۱-۴۷۲  
۴۷۳-۴۷۴  
۴۷۵-۴۷۶  
۴۷۷-۴۷۸  
۴۷۹-۴۸۰  
۴۸۱-۴۸۲  
۴۸۳-۴۸۴  
۴۸۵-۴۸۶  
۴۸۷-۴۸۸  
۴۸۹-۴۹۰  
۴۹۱-۴۹۲  
۴۹۳-۴۹۴  
۴۹۵-۴۹۶  
۴۹۷-۴۹۸  
۴۹۹-۵۰۰  
۵۰۱-۵۰۲  
۵۰۳-۵۰۴  
۵۰۵-۵۰۶  
۵۰۷-۵۰۸  
۵۰۹-۵۱۰  
۵۱۱-۵۱۲  
۵۱۳-۵۱۴  
۵۱۵-۵۱۶  
۵۱۷-۵۱۸  
۵۱۹-۵۲۰  
۵۲۱-۵۲۲  
۵۲۳-۵۲۴  
۵۲۵-۵۲۶  
۵۲۷-۵۲۸  
۵۲۹-۵۳۰  
۵۳۱-۵۳۲  
۵۳۳-۵۳۴  
۵۳۵-۵۳۶  
۵۳۷-۵۳۸  
۵۳۹-۵۴۰  
۵۴۱-۵۴۲  
۵۴۳-۵۴۴  
۵۴۵-۵۴۶  
۵۴۷-۵۴۸  
۵۴۹-۵۵۰  
۵۵۱-۵۵۲  
۵۵۳-۵۵۴  
۵۵۵-۵۵۶  
۵۵۷-۵۵۸  
۵۵۹-۵۶۰  
۵۶۱-۵۶۲  
۵۶۳-۵۶۴  
۵۶۵-۵۶۶  
۵۶۷-۵۶۸  
۵۶۹-۵۷۰  
۵۷۱-۵۷۲  
۵۷۳-۵۷۴  
۵۷۵-۵۷۶  
۵۷

ثلاثة اعداد هي ١٥ : اعداد كويا فقط نسبت به تقسيمه نسبت  $\frac{15}{0} = 0 \div 15$

۱. سادہ شریف (کولہ پڑی) = ب. ۲. ۴ ص ۱۰ و صفحہ ۱۱

۲- داده نشدن (کولاً نولاً) : صوت و مخارج نسبت به هم اول هستند.

← الف) كَمَعَنِي (مُحَقَّقٌ / مُسَاهِي) = مَاتِقٌ مَانِزٌ لِمُسَيِّمٍ صَدْرُ بَرَجٍ صَفْرَاسٍ.

← راه تشخیص عوامل اول فخرج ۵۷۲ تا ۵۷۴ (۵۷۲)

کتاب غرائب (نامشاهي / نامعلوم) = ھيچوقت باقى مانده تقسيم صورت بر مخرج صفر نهي شود.

مسار ۵ : عوامل اولیٰ بخارج ۲ نه ۵ نه (۲۵)

۱. مثال = بوز اعلا، تکرار می شود.

$$\frac{V}{q} = 0,129129 \rightarrow 129$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$



سؤال ۱۲: اگر  $\alpha$  عددی طبیعی و یک رقمی باشد، مقادیر  $\alpha$  را طوری بیابید که  $\frac{\alpha}{12}$  متناوب مرکب باشد.

$$\alpha = \{1, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\frac{\alpha}{12} = \frac{\alpha}{2^2 \cdot 3} \rightarrow \text{میان دو عدد ۲ و ۳ باید عددی بیاید}$$

$$\frac{17}{40} = 0.425 \rightarrow \frac{425}{1000} = \frac{17}{40}$$

۱- ختم

$$\frac{237}{999} = \frac{79}{333} \rightarrow \text{از ۳۳۳ به ۹۹۹ ضرب کنیم}$$

۲- متناوب ساده  
۳- متناوب مرکب

$$x = \frac{237}{999} \xrightarrow{\times 1000} 1000x = 237,237 \dots$$

$$x = 0.237 \dots \xrightarrow{\times 1000} 1000x = 237,237 \dots$$

$$x = \frac{237}{999}$$

فرمول تستی: اگر  $\frac{a}{b}$  متناوب ساده باشد،  $\frac{a}{b}$  کسر متناوب ساده را بیابید.

$$x = 0.425 \dots \xrightarrow{\times 1000} 1000x = 425,425 \dots$$

۲) کسر متناوب  $0.237 \dots$  را بیابید.

$$x = 0.237 \dots \xrightarrow{\times 1000} 1000x = 237,237 \dots$$

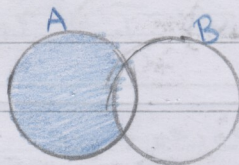
سؤال ۱۳: اگر  $c$  عددی طبیعی و  $10 \leq c \leq 24$  باشد، به ازای چه مقادیر  $c$  کسر  $\frac{c^2}{18}$  متناوب ساده باشد؟

$$\frac{c^2}{18} = \frac{c^2}{2 \cdot 3^2} \rightarrow \text{باید عددی باشد که بتواند ۲ و ۳ را ساده کند}$$

عدد ۶، ۳، ۹ هم ساده می کند پس نمی شود.



یک فصول مهم :



تمرین صد و بیست و هفت

۱- با توجه به مجموع هر راه شش، سایر سطرها را مانند سطر اول کامل کنید.

[illegible]

۲- زهر بکاز حاکم هاس الف و ا ب ۱۱ تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل توضیح دهید:

الف)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1,2 < x < 2\}$  ,  $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1,2 < x < 2\}$

ج)  $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \in \mathbb{N}\}$  ,  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid \psi < x < \varphi\}$

در حالت الف) و مجریه  $A$ ، ۵۰ سؤال تمام اعداد بین ۵ و ۱۵۰ را می‌شود ولی در مجموعه  $B$  این محدودیت وجود ندارد که فقط اعداد کسری بین ۵ و ۱۵۰ را شامل این مجموعه خواهد بود. مجریه  $A$  را در مورد می‌توان نشان دهیم.

در حالت (ب) نیز در مجموعه  $C$  اشاره نشده است که عضو کُرآ مجموعه است  $(N, W, C, \dots)$

ولی در هر حال به اعداد طبیعی یا حسابی  $\frac{1}{2}$  یا صحیح محدود می شود ولی در مجموع  $\frac{1}{2}$  محدودیتی قابل تشریح و تا آخر  
کوچکتر از ۹ و بزرگتر از ۳، شامل این مجموع می شود. شامل هم اعداد  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$

ادامہ تحریر ص ۲۱ دفتر



بابت تالی سوالات ریاضی کلاس بیستم

نام: ..... آمار: ..... مدت: هر وقت خواستی

نام خانوادگی: ..... کلاس: ۹ / ۱

۱- طرف دوم تساوی بی زیر را به دست آورید.

الف)  $(A-B)' \cap (A-B) = \emptyset$

ب)  $(A \cap B')' \cap B = (A \cap B) \cap B = (A \cap B) \cap (B \cap B) \Rightarrow (A \cap B) \cap B$

ج)  $(A \cup B)' \cap C' = (A' \cap C') \cup (B' \cap C')$

د)  $(A' \cup B') \cup [B \cup (A \cap B)] = (A' \cup B) \cup (B \cup B) \Rightarrow (A' \cup B) \cup B$

ه)  $(A \cup B) - B = A$

و)  $(A - B') \cup A = (A \cup A) - (A \cup B') = B'$

ز)  $A' \cap (A \cup B) = (A' \cap A) \cup (A' \cap B) = \emptyset$

ح)  $(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cup A) \cap (A \cup B) = A \cap (A \cup B) = A \cup B$

ب)  $(A \cap B) \cap (A \cap B) \Rightarrow (A \cap B) \cap B = A \cap B$

باستفاده از سؤالات بیانی کلاس بیستم

نام: ..... آمار: ..... مدت: -

نام خانوادگی: ..... کلاس: ۹/۱

۲- اگر  $A * B = (A \cap B') \cup (A' \cap B)$  باشد حاصل  $M * A$  را بدست آورید.

$$M * A = (M \cap A') \cup (M' \cap A) \Rightarrow (A' \cup M') \cup (A \cap M) \Rightarrow (A' \cup M) \cup (M \cap A)$$

۳- اگر  $A$  و  $B$  در مجموعی جدا از هم باشند حاصل  $(A - B) \cup (A - C)$

$$(A - B) \cup (A - C) \Rightarrow (A \cap B') \cup (A \cap C') \Rightarrow A \cap (B' \cup C') \Rightarrow A \cap (B \cap C)' \Rightarrow A - (B \cap C)$$

۴- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  به ترتیب دارای ۱۲، ۱۹ و ۲۷ عضو باشند و  $A \cap B \cap C$

دارای ۷ عضو باشد، مجموع  $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$  را بدست

$$n(A) = 12, n(B) = 19, n(C) = 27, n(A \cap B \cap C) = 7$$

$$58 - 7 = 51$$

۴۴ = ۵۱ - ۷

۵- اگر  $A - B = A \cup B$ ، مجموعی  $B$  برابر است با:

☐ M

☒  $\emptyset$

☐  $A'$

☐ A



نسبت بودن اعداد ریاضی نسبت به مجموعه هر یک:

$$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$$

$$-\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$$

۱. نسبت به جمع  $\leftarrow$  نسبت نیست.  $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin \mathbb{Q}'$

۲. نسبت به تفریق  $\leftarrow$  نسبت نیست.  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}' \mid (\sqrt{2} + \sqrt{2}) - \sqrt{2} = \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}'$

۳. نسبت به ضرب  $\leftarrow$  نسبت نیست.  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}' \mid \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \notin \mathbb{Q}'$

۴. نسبت به تقسیم  $\leftarrow$  نسبت نیست.  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}' \mid \sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1 \notin \mathbb{Q}'$

تمرینات تکلیف

۱) اگر هر دو  $a$  و  $(a-1)\sqrt{3}$  گویا باشند، مقدار  $a$  را بیابید.

۲) نشان دهید:  $\frac{3}{7 \times 11} + \left( \frac{3}{11^2} + \frac{3}{11^3} + \frac{3}{11^4} + \dots + \frac{3}{11^n} \right) = \frac{3}{56}$

۳) بین دو عدد گویای  $A = -\frac{2}{3} - \frac{7}{3} + \frac{1}{2}$  و  $B = \left( \frac{7}{4} - \frac{1}{5} \right) \div \frac{1}{5}$  سه عدد گویا بنویسید.

$$A = -\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + \frac{1}{2} \Rightarrow -3 + \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{5}{2}$$

$$B = \left( \frac{7}{4} - \frac{1}{5} \right) \div \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{35-4}{20} \div \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{31}{20} \times \frac{5}{1} = \frac{31}{4}$$

سفر اربعه سائر ارض و جل سرزده

① از این طرف غذا آید  $\frac{1}{8}$  خورد و بقیه را خورد  $\frac{1}{4}$  باقی مانده را خورد سپس  $\frac{1}{5}$  باقی را خورد و باقی مانده  $\frac{1}{6}$

آن را طی خود احساس هم  $\frac{1}{4}$  را باقی مانده آن را نفس جان کرد

$$\frac{f_s}{f_A} - \frac{v}{f_A} = \frac{f_B}{f_A} \rightarrow \text{sygale}$$

$$\frac{F_1}{F_1} \times \frac{1}{g} = \frac{V}{F_1} \Rightarrow \text{ورد}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}} = \frac{1}{\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}} \rightarrow \text{جواب}$$

$$\frac{F_A}{F_A} = \frac{F_A}{F_A} = 1$$

$$\frac{30}{F_1} \times \frac{1}{8} = \frac{9}{F_1} \Rightarrow \frac{30}{8} = \frac{9}{F_1} \Rightarrow F_1 = \frac{9 \times 8}{30} = \frac{18}{5}$$

$\frac{9}{x^2} - 1 = \frac{9}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} = \frac{9 - x^2}{x^2}$

علی واحسان / ۹ مارچ ۱۹۸۱ء

$f_n$

ن

۲) نله خولون یا خولهای قمری به ۷ نله و هخاخون یا خولهای آبی به ۳ نله

باب تقسیم سره افغانان. این تکه خوب را به ۲۰ تکه مساوی برش می ریزیم. نشان دهیم هر تکه ۱۰ عدد است. (تغییر یک خط قدرتی و یک دایره در هر ۹)

حداقل پیرایه ( )

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3}{20} \quad \& \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x+y}$$

۳) تیس اعشاری عدد کو مائی ۱۰، ایا ما سس حساب بہ ست اوپر۔ آیا صحت اعشاری با راستہ سے ملتا ہے یا نہ؟

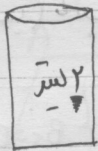
ان را به دست آورید

$$\frac{1}{10} = 0.11235955056179775 \dots$$





④



آیا می توان به کمک دو سیاهانه به کتی پس ها ۲ لیتر و ۲ لیتر ۲ لیتر؟  
 الف) فقط ۲ لیتر آب از خلیج فارس برداشت؟ از ظرف ۱ لیتر برداشت در دو مرتبه نیم  
 هر قدر باقی ماند، ۳ لیتر است.  
 ب) فقط ۱ لیتر آب از خلیج فارس برداشت؟

⑤

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} < 1$$

ثابت کنید:

هم امتحان: بیشتر مسائل هندسه در ۱ سؤال اساسی نقش دارد:

① چگونه ثابت کنیم انوازه دو زاویه مساوی اند؟ الف) دو نقطه A و B نسبت به خط آینه اند. در نقطه

C و D روی A انتخاب کنید و هر دو خط A و B را به C و D وصل کنید. ثابت کنید  $\hat{CAD} = \hat{CBD}$

فرض شد  $\overline{AH} = \overline{BH}$

فرض شد  $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$

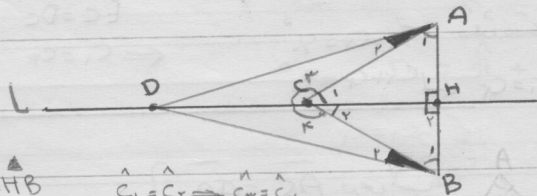
مشترک  $\overline{CH} = \overline{CH}$

فرض شد  $\triangle ACH \cong \triangle BCH$

$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{C}_1$

$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$  ①

$\overline{AC} = \overline{BC}$



①  $\overline{AC} = \overline{BC}$  به این دلیل

①  $\hat{C}_2 = \hat{C}_1$

مشترک  $\overline{DC}$

فرض شد  $\triangle ACD \cong \triangle BCD \rightarrow \hat{CAD} = \hat{CBD}$

$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ$

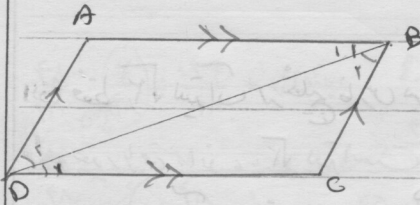
$\hat{C}_2 + \hat{C}_1 = 180^\circ$

$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}_2 + \hat{C}_1$

$\hat{C}_1 = \hat{C}_2$

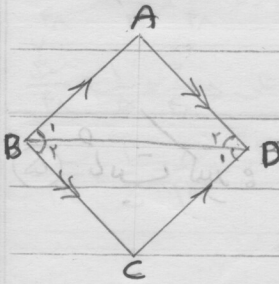
②

۱) ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع زاویه های اوجبر مساوی اند.



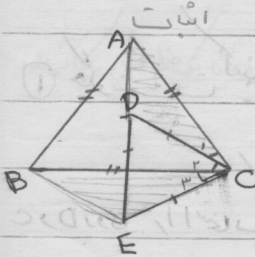
$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AD \parallel BC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \end{array} \text{ و } \left. \begin{array}{l} \overline{DB} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \hat{B} = \hat{D}$$

۲) ثابت کنید هر دو ضلع یکی متوازی الاضلاع است.



$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ \overline{BD} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \text{ و } \left. \begin{array}{l} \overline{CD} \parallel \overline{AB} \\ \overline{BD} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \hat{D}_2 = \hat{B}_2$$

۳) چگونه ثابت کنیم اندازه ها دو به دو خط با هم مساوی است. مثال: در متوازی الاضلاع ضلع ها برابرند



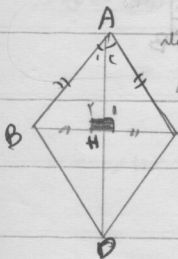
مثال: دو مثلث ABC و CDE متساوی الاضلاع اند. ثابت کنید  $\overline{AD} = \overline{BE}$

$$\xrightarrow{\text{با پریمیتو}} \hat{ADC} \cong \hat{BCE}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{BC} \\ \overline{EC} = \overline{DC} \end{array} \right\} \hat{ADC} = \hat{BCE} \Rightarrow C_1 = C_2$$

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= 90^\circ \\ C_1 + C_3 &= 90^\circ \\ \Rightarrow C_1 &= C_3 \end{aligned}$$

۴) چگونه ثابت کنیم دو خط با هم عمودند.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{AB} \\ \overline{BH} = \overline{CH} \\ \overline{AH} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \hat{ABH} \cong \hat{ACH}$$

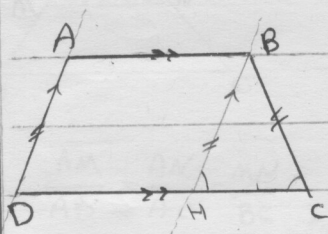
$$\xrightarrow{\text{منقضی}} \hat{ABH} \cong \hat{ACH}$$

اینجا

$$\left. \begin{array}{l} H_1 = H_2 \\ H_1 + H_2 + H_3 \end{array} \right\} H_1 = H_2 = 90^\circ$$



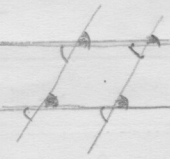
۴) چگونه ثابت کنیم دو پاره خط موازی اند. مثال ۸: ثابت کنید در یک نقطه مماس است



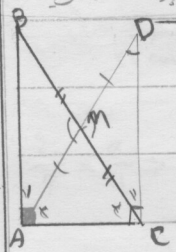
دو زاویه مجاور به یک قاعده باهم برابرند.

اهمیتی: از نقطه B خطی به موازات AD کشید.

$$\left. \begin{array}{l} BH = CH \\ BH \parallel AD \\ \hat{A} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow H = C \Rightarrow C = D$$



چون اند دو خط موازی را بر دو خط موازی دیگر می کشیم:

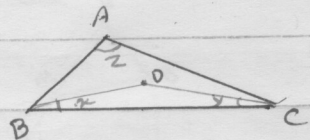


ثابت کنید: میانه ولبر در وتر مثلث قائم الزاویه، نصف وتر است.

$$\left. \begin{array}{l} AM = MD \\ MC = MB \\ m_1 = m_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle DMC \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AB = DC \\ \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{C} = \hat{B} \end{array} \right.$$

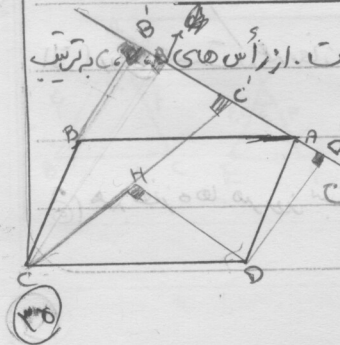
$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \triangle ABC \cong \triangle DCB \rightarrow AD = BC \rightarrow \frac{AD}{2} = \frac{BC}{2} \rightarrow AM = \frac{BC}{2}$$

میژلات بسیار آسان دارند قابلیت امتحان = ۱) D نقطه دلخواهی در مثلث ABC است ثابت کنید



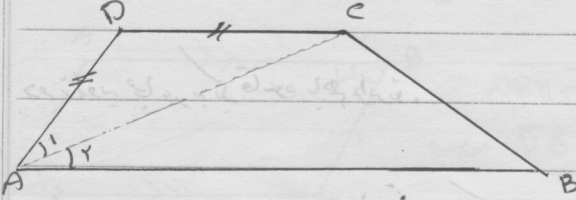
$$\hat{D} = \hat{x} + \hat{y} + \hat{z}$$

۵) متوازی الاضلاع ABCD و خط L که از رأس A می گذرد مقروض است. از رأس های B، C، D بر خط L عمود می کشیم.

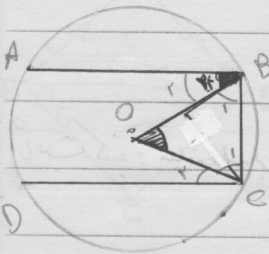


سعدی: CC', BB', DD' را به این خط عمود کنیم. ثابت کنید CC' = BB' + DD'.

۳) در ذوزنقه ABCD مساق با قاعده CD مساوی است. P نقطه تقاطع قطر AC و BD است. زاویه A چیست؟



۱) در مثل مقابل زاویه مشخص شده چند درجه است؟

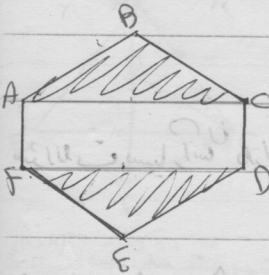


$$\left. \begin{array}{l} OB = OD \text{ (مساق)} \\ B_1 = D_1 \\ B_1 = D_2 \end{array} \right\} B_1 = D_1 = D_2$$

$$2x + B_1 + D_1 + D_2 = 180 \Rightarrow D_1 = B_1 = D_2 = 52$$

$$180 - (52 \times 2) = 76$$

۲) شش ضلعی منتظمی ABCDEF به یک دایره گنبد ACDF متوازی الاضلاع است؟



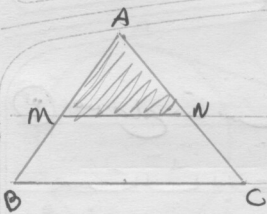
توضیح کن که چرا «همه مغازه‌ها هر روز باز هستند» در یک کشور که همه روزها تعطیل است؟

در توضیح حتماً اشاره به «مغازه‌ها» بکن.

الف) روزی هست که همه مغازه‌ها بسته اند. ب) حداقل یک روز هست که در آن روز حداقل یک مغازه بسته است. ✓

ج) همه مغازه‌ها هر روز بسته هستند. د) هر مغازه حداقل یک روز بسته است.





اصل تالس

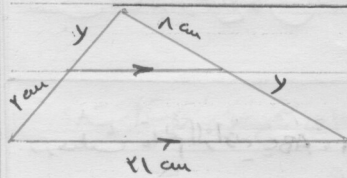
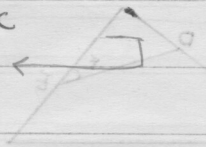
خاصیت مهم خطوط موازی با فاصله مساوی

$$MN \parallel BC$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$$



طبق اصل تالس  $y = 9$  و  $x$

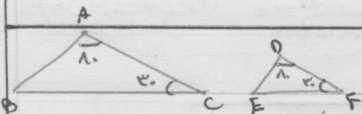
$$\frac{y}{y} = \frac{x}{y} \Rightarrow 14 = 2y$$

چیزی به چیزی

$$\frac{x}{9} = \frac{x}{11} \Rightarrow 9x = 11x \Rightarrow x = 14$$

$$y = \sqrt{14} \Rightarrow y = 4$$

نکته دو ضلع در دو زمان متساوی هستند

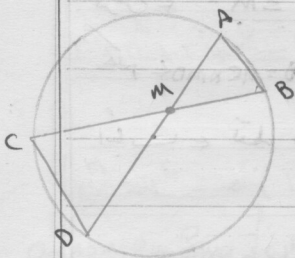


$$A = D \quad C = F$$

① دوزاویه مساوی

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$$

نسبت تساوی

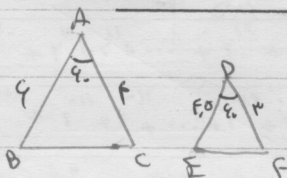


$$\hat{A} = \hat{C} \Rightarrow \frac{BD}{2} \Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle CMD$$

مثال

$$\frac{MD}{MA} = \frac{MC}{MB} = \frac{CD}{AB}$$

نسبت تساوی

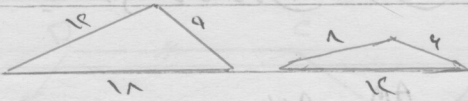


② دو ضلع متناسب و دوزاویه مساوی

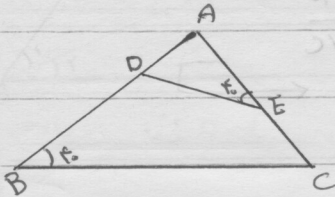
$$\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

نسبت تساوی و دوزاویه (مساوی)

۳) سه ضلع متساوی



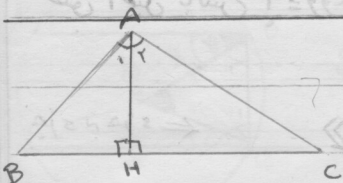
نسبت آن‌ها  $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$



$B = E = \epsilon^\circ$   
 $\hat{A} = \hat{A}$   
 $\Rightarrow ABC \sim ADE$

$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AE}$

نسبت تساوی و ضلع‌ها متناسب



در مثل قائم الزاویه ABC، محور وارد بر وتر است.

فرص  $AH \perp BC$

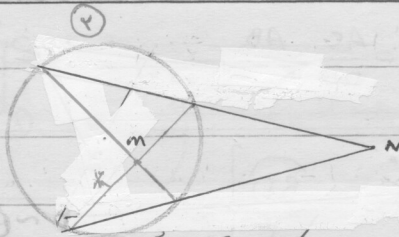
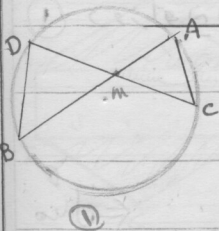
حکم  $AH^2 = BH \times CH$

$B + A_1 = 90^\circ$   
 $C + B_1 = 90^\circ$   
 $\Rightarrow C = A_1$  (اثبات ۱)

$A_1 = C$  (مساوی درزاویه فرض)  
 $\Rightarrow ABH \sim ACH$

$\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} = \frac{AC}{AB}$

نسبت‌ها  $AH^2 = CH \times BH$



اثبات این دو مثل را ترسیم است پس:

فرص  $MA \times MB = MC \times MD$

حکم  $MA \times MB = MC \times MD$

اثبات: نقطه B را به C و نقطه D را به A وصل کرده و تساوی در مثل MBC و MAD را اثبات کنید.

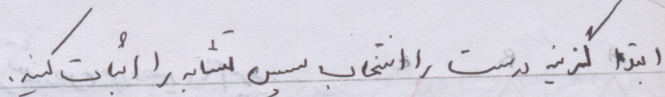
۱)  $M = M$   
 $B = D = \frac{AC}{2}$

$\Rightarrow \triangle MBC \sim \triangle MAD$  (تساوی)

$\frac{BC}{AD} = \frac{MC}{MD} = \frac{MA}{MB}$

$\Rightarrow MA \times MB = MC \times MD$





②  $AM^2 = MC \times BC$

نکته = هر قوایش توان که در مورد توان های صحیح و منفی آخرش به توان های صحیح منفی نیز درست است.

$$(-0.005)^{-2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{200}\right)^{-2} = (-200)^2, \quad \underbrace{-(-200)^2}_{-40000} - 200^2 - 200^2 = -40000 - 10000 - 10000 = -60000$$

اول پیرائے غصے میں سوچو

$$-24 - \frac{1}{25} = -\frac{651}{25}$$

$$9 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 3 \xrightarrow{+} -3^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^1 = -\frac{731}{9}$$

$$(q^{1/r})^{r\alpha} \Rightarrow (q^{1/r})^{r\alpha} = q^{1/r \cdot r\alpha} \quad \star (v^r \times q^a)^r = v^r \times q^{a \cdot r} \quad \star (r^g \div a^f)^r = r^{g \cdot r} \div a^{f \cdot r}$$

$$\left(\frac{1}{0.12}\right)^F = \frac{1.18}{0.12} \star (-8)^{-14} \div \left(-\frac{14}{0}\right)^{-14} = (4 \times -8) = \left(\frac{2}{1}\right)^{-14} \star (0.12)^{-5} + 0 = 0 + 0$$

$$r^0 + r^1 + r^2 + r^3 = (r^0 \times r^0) + r^1 + r^2 = (r^0 \times r^0) + r^1 = r^0 \times r^1 = r^1 \quad \star \quad r^1 + r^2 + r^3 = r^1 \times r^2 = r^2$$

در محاسبه عبارت هر توان در کسری و هر چه که لازم باشد  $2^{31} - 2^0 = 2^0(2 - 1) \Rightarrow 2^0 \times 1 = 2^0$

می توان صورت را بر مخرج یا بالعکس انتقال دهیم . برابر این کار ، کاهنست توان تریه شود .

$$r^1 + r^2 + r^3 + \dots + r^9 + r^{10} = r^1 (1 + r + r^2 + \dots + r^9) = \frac{r^{10} - r^1}{r - 1} = \frac{r^{10} - r}{r - 1}$$

$1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20$

$$10 \times V^3 + 9 \times V^3 + 3 \times V^3 = V^3(10+9+3) \Rightarrow V^3 \times 22 \Rightarrow V^3 \times V^1 = V^4$$

سؤال: از تساوی  $(2^{-x} + 2^{-x+2} - 2^{-x-1}) = \frac{9}{19}$  مقدار  $2^{2x+1}$  را بیابید.

$$2^x(-1+4-2) = \frac{9}{19} \Rightarrow 2^x \times 1 \times 2 = \frac{1}{19} \times 2 \Rightarrow 2^x = \frac{1}{19} \Rightarrow 2^{2x+1} = 2 \times \left(\frac{1}{19}\right)^2 = \frac{2}{361}$$

$$2^{-x} \times \left(1 + 2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{19} \Rightarrow 2^{-x} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{19} \Rightarrow 2^{-x} = \frac{9}{19} \div \frac{9}{2} \Rightarrow 2^{-x} = \frac{2}{19} \Rightarrow 2^x = \frac{19}{2} \Rightarrow 2^{2x+1} = 2 \times \left(\frac{19}{2}\right)^2 = 361$$

مقدار  $2^{2x+1}$  را بیابید.

مقدار عدد عبارت  $A$  را بیابید.

$$A = \left(2^{-13} + 2^{-12} + \dots + 2^{-1}\right) + \left(2^{-9} + 2^{-8} + \dots + 2^{-1}\right)$$

$$(14 \times 2^{-13}) + (31 \times 2^{-9}) = (2 \times 2^{-13}) + (31 \times 2^{-9}) = 2^{-9} + 2^{-9} \times 31 = 32 \times 2^{-9} = 2^{-6}$$

سؤال: فرض کنید  $A = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + \dots + 2^{-1395}$  و  $B = 3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} + \dots + 3^{-2014}$  طرفین در ضرب.

$$A = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + \dots + 2^{-1395} \Rightarrow 2A = 1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-1394}$$

$$-A = 2^{-1} - 2^{-2} - 2^{-3} - \dots - 2^{-1395} \Rightarrow 1 = 2^{-1395}$$

$$B = 3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} + \dots + 3^{-2014} \Rightarrow 3B = 1 + 3^{-1} + 3^{-2} + \dots + 3^{-2013}$$

$$-AB = 3^{-1} - 3^{-2} - 3^{-3} - \dots - 3^{-2014} \Rightarrow 1 = 3^{-2014}$$

الف)  $2^{2x+2} \times 2^2 = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow 2^{2x+2} = 4 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^2 \Rightarrow 2x+2 = 2 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

ب)  $2^x + 2^x = \frac{1}{2} \times 2^x = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$

الف)  $2^x = 2$  می باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$(2^x + 3) + 2^x = (2^2 + 3) + 2^2 = (4 + 3) + 4 = 7 + 4 = 11$$



۳) اگر  $17 = 3^{-x+2} + 3^{-x+1} + 3^{-x}$  باشد، حاصل  $3^{-x+1}$  را پیدا کنید.

$$3^{-x} (1 + 3 + 9) = 17 \Rightarrow 13 \cdot 3^{-x} = 17 \Rightarrow 3^{-x} = \frac{17}{13}$$

نمادهای علمی:  $a \times 10^n$ ,  $1 < a < 10$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  عدد گویا

۳ گام برای تبدیل یک عدد حقیقی به نماد علمی.

۱) تعیین کردن  $a$  ← حرکت دادن ممیز به سمت راست و چپ تا جایی که یک رقم نیست ممیز باقی بماند.

۲) تعیین کردن  $n$  ← میزان ارقام جابجایی آن را مشخص می‌کنند.

۳) تعیین علامت  $n$  ← با توجه به حرکت ممیز سمت راست - سمت چپ +

مثال:  $3000 = 3 \times 10^3$  یا  $3000 = 3 \times 10^3$

سؤال: حاصل ضرب  $M = 14952.17849 \times 34172.009$  و  $N = 42.908732150041799$

$M = 1.495217849 \times 10^7$  و  $N = 4.2908732150041799 \times 10^1$

$M \cdot N = 1.495217849 \times 10^7 \times 4.2908732150041799 \times 10^1 = 6.41 \times 10^{17}$

حاصل عبارت زیر را تا حد امکان کامل کنید.

$$\frac{94 \times 10^7 \times 32 \times 10^4}{19 \times 10^2 \times 4 \times 10^8} = \frac{3008 \times 10^{11}}{76 \times 10^{10}} = 39.71 \times 10^1 = 397.1$$

(ب)  $0.009 \times 10^{-8} + 9 \times 10^{-10} = 9 \times 10^{-10} + 9 \times 10^{-10} = 1.8 \times 10^{-9}$

(ج)  $1 \div 4600 = \frac{1}{4600} = \frac{1}{4.6 \times 10^3} = \frac{1}{4.6} \times 10^{-3} \approx 0.217 \times 10^{-3} = 2.17 \times 10^{-4}$

(د)  $250 \times 10^{12} + 12 \times 10^{14} = 250000 \times 10^{10} + 120000 \times 10^{10} = 370000 \times 10^{10} = 3.7 \times 10^{14}$

$1.5 \times 10^9 \times 10^8 + 1.2 \times 10^9 \times 10^8 = 1.5 \times 10^{17} + 1.2 \times 10^{17} = 2.7 \times 10^{17}$

تعریف: ریشه دوم = اندازه ضلع مربعی به مساحت  $x$  ( $x \geq 0$  و  $x \in \mathbb{R}$ ) را به صورت  $\sqrt{x}$  نمایش می دهند

ریشه دوم  $x$  می نامند.   
 آیا  $x > 0$  باشد؟   
 چرا باید  $x > 0$  باشد؟   
 چون اندازه منفی نمی شود.

کاربرد تجزیه و ضرب:   
 $\sqrt{1225} = \sqrt{5^2 \times 7^2} = 5 \times 7 = 35$

$\sqrt{72} = \sqrt{3^2 \times 2^3} = \sqrt{3^2 \times 2^2 \times 2} = 3 \times 2 \times \sqrt{2}$

$\sqrt[3]{125a^3b^6} = \sqrt[3]{5^3 \times a^3 \times b^6} = \sqrt[3]{5^3 \times a^3 \times b^4 \times b^2} = 5 \times a \times b^2 \times \sqrt[3]{b^2}$

سؤال: اگر حجم مکعب  $125x^3$  باشد مساحت کل آن چقدر است؟

$125x^3 \Rightarrow \sqrt[3]{125x^3} \Rightarrow \sqrt[3]{5^3 x^3} \Rightarrow 5x \Rightarrow (5x)^2 = 25x^2$

$25x^2 \times 6 = 150x^2$

تفاوت ریشه های دوم و سوم

۱- هر عدد (مثبت) دو ریشه دوم دارد ولی فقط یک ریشه سوم دارد.

۲- اعداد منفی ریشه دوم ندارد ولی ریشه سوم دارد.

ص ۷۶ و ص ۷۷ تمرین

۱- عبارت ها زیر را ساده کنید.   
 ا)  $2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72} = 10\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 26\sqrt{2}$

ب)  $\sqrt{27} = \sqrt{3^3 \times 3} = \sqrt{3^4} = 3\sqrt{3}$    
 ج)  $\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{50} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

د)  $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{-3^3} = -3$

ه)  $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2}) = \sqrt{20} + 2 - \sqrt{50} - \sqrt{10} = 2\sqrt{5} - \sqrt{10}$

و)  $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} = \sqrt{48 \times 3} - \sqrt{81 \times 3} = 12\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$





۷- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

الف)  $\sqrt{100} = 10$

ب)  $2\sqrt{9} = 6$

ج)  $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

د)  $\sqrt[3]{8} = 2$

ه)  $\frac{2^{-5}}{2^9} = \sqrt{94} = 8 = 2^3$

و)  $\frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 4^{\oplus}$

ز)  $\frac{m^2 \times m^{-2}}{m^{\oplus}} = m$

-۱

ح)  $9\sqrt{-27} = \frac{27^3}{(-3)^3}$

۸- فرجه کسرهای زیر را گویا کنید.

الف)  $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

ب)  $\frac{2}{\sqrt{a^2}} = \frac{2}{\sqrt{a^2}} \times \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a^2}} = \frac{2\sqrt{a^2}}{a^2} = 2$

ج)  $\frac{2}{\sqrt{v}} = \frac{2}{\sqrt{v}} \times \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v}} = \frac{2\sqrt{v}}{v}$

۹- آیا تساوی  $\sqrt{x} = (\sqrt{x})^2$  همیشه درست است؟ توضیح دهید. چون در مسئله دوم

$\sqrt{-x}$  به کار نمی رود.

الف) همیشه درست است. ب) همیشه نادرست است. ج) اگر  $x > 0$  باشد درست است.

توجه: مطالب تکمیلی فصل ۴

مبادره کردن توان و فرجه:

$\sqrt[m]{a^{n \times k}} = \sqrt[m]{a^n}$  (می توان k ها را با هم ساده کرد.)

۱- فرض کنید k عددی فرد باشد:

مثال:  $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{2^3} = \sqrt{2} = \sqrt{2}$

مثال:  $\sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{(-2)^3}$

۲- فرض کنید k عددی زوج باشد: ساده کردن توان و فرجه ممکن را در اینجا ببینید.

مثال:  $\sqrt[4]{(-2)^4} = \sqrt[4]{(-2)^4} = \sqrt[4]{(-2)^4}$

ولی

برابر رفع ابرام تعریف زیر ارائه می گردد: اگر k زوج باشد

$\sqrt[m]{a^{n \times k}} = \sqrt[m]{a^n}$

# خواهیم مطالب تکمیلی فصل ۴

معادله کردن توان و فرجه:

← می توان K را با هم ساده کرد.

$$\sqrt[m]{a^{n \times K}} = \sqrt[m]{a^n}$$

۱- فرض کنید K عددی فرد باشد

$$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^2} = 2 \times \sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt[8]{15} = \sqrt[8]{(-2)^{15}} = \sqrt[8]{(-2)^{12} \times (-2)^3} = \sqrt[8]{(-2)^{12}} \times \sqrt[8]{(-2)^3} = (-2)^{\frac{12}{8}} \times \sqrt[8]{(-2)^3}$$

مثلا =

۲- فرض کنید K عددی زوج باشد: ساده کردن توان و فرجه ممکن را با ابرام باشد.

$$\sqrt[4]{(-2)^2} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[4]{2^2 \times 2^2} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

تعریف نشده است

ولی

برابر ریشه ابرام تعریف زیر ارائه می گردد: اگر K زوج باشد

$$\sqrt[m]{a^{n \times K}} = \sqrt[m]{|a|^n}$$



$$\sqrt[9]{(-5)^2} = \sqrt[3]{(-5)^2} = \sqrt[3]{-51} = \sqrt[3]{5}$$

ضرب و تقسیم رادیکال ها با فرجه ها نابرابر:

$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[2]{3} = \sqrt[6]{25} \times \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{25 \times 27}$$

اصل ① = فرجه مشترک «ک.م.م فرجه ها» اصل ② فرجه مشترک را به فرجه هر رادیکال تقسیم نموده و عدد

حاصل را به عنوان توان عدد زیر رادیکال در نظر می گیریم.

$$A = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \dots}}}} = a$$

$$A' = a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \dots}}}$$

$$A = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \dots}}}} = a$$

$$A = a = \frac{A'}{A}$$

$$A' = a \times A$$

نمونه سوال مهم:

$$a) \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2$$

$$b) \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}} = 1$$

$$\sqrt{1^{-\infty}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\infty}} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^1 = \lambda^{-1}$$

حاصل عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{5}{6}} \times \sqrt{14} \times \sqrt{10} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 14 \times 10}{3 \times 6} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 5 \times 14 \times 10}{3 \times 6}} = \sqrt{2 \times 5 \times 14 \times 10} = \sqrt{1400}$$

$$\sqrt[3]{2} \div \sqrt[4]{4} = \sqrt[12]{16} \div \sqrt[12]{96} = \sqrt[12]{\frac{1}{6}} \quad \star \star \quad [(-9)^{-1}]^{\frac{1}{4}} = \left(-\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{-\frac{1}{9}}$$

تکلف نشود (است)







تاریخ: ۲۴ / ۱۰ / ۱۴

مطاب تکیلی

موضوع:



$$\sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

عبارة اخرى اسارة كنند

$$\sqrt{12} + 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$\sqrt{24}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{12} + \sqrt{48} = \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{16 \times 3} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(3\sqrt{2} + \sqrt{12}) = \sqrt{6} + \sqrt{24} + \sqrt{6} + \sqrt{24} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{24} = 2\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{50} - \sqrt{12} + \sqrt{18}) \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{50} - \sqrt{12} + \sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 2 + 3 = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 1$$

$$\sqrt{\frac{5}{12}} - 10\sqrt{\frac{2}{45}} - 9\sqrt{\frac{2}{10}} + \sqrt{\frac{5}{12}} + \frac{9\sqrt{2}}{30} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} - \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{45}} - \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} + \frac{9\sqrt{2}}{30} = 0 + \frac{2\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{10\sqrt{2}}{5} - \frac{9\sqrt{2}}{5} + \frac{9\sqrt{2}}{30} = \frac{10\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{30} = \frac{4\sqrt{2}}{30} = \frac{2\sqrt{2}}{15}$$

$$\sqrt{ab} - \sqrt{a} + 3\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} - 3\sqrt{ab} = \sqrt{ab} + \sqrt{a} = \sqrt{a \times b} + \sqrt{a} = \sqrt{a}(1 + \sqrt{b})$$

$$9\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{3} = 9\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt[3]{-24} + \sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{-8 \times 3} + \sqrt[3]{4 \times 3} - \sqrt[3]{-10 \times 10 \times 10} = -2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{12} - 10 = -2\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} - 10 = -10$$

$$\sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \Rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = a \Rightarrow$$

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{1 + 2 + 2\sqrt{2}}$$

$$(1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2}$$

نکته مهم

$$\sqrt{A+B} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

راحتی

$$C = \sqrt{A^2 - B}$$

نکته مهم: رادیکال ها ترکیبی

مثال

$$\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{3+\sqrt{8}} = \sqrt[3]{\frac{3+1}{2}} + \sqrt[3]{\frac{3-1}{2}} = \sqrt[3]{2} + 1$$

$$C = \sqrt{3^2 - 8} = 1$$

ساده کن

$$\frac{5\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128} - 4\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{250}} = \frac{5 \times 2\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2}}{10\sqrt[3]{2}} = 1$$

راحتی

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \times 2} = 2\sqrt[3]{2}, \quad \sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2^7} = \sqrt[3]{2^6 \times 2} = 2\sqrt[3]{2} \times 2 = 4\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{125 \times 2} = 5\sqrt[3]{2}$$

گویا که در خارج کسرها رادیکالی با درشتن کسر کلی با یکدیگر مزج کسر اصلی به طور که با مزج ساده شود بگیریم.

$$\frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}$$

$$\frac{5}{\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{5\sqrt{11}}{11}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \times \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^3}}$$

مثال چپری

نکته: در ریشه ها سوم، ریشه را از توان کم نموده و کسر کلی را با آن درست خواهیم کرد. و توان منفی استفاده نمی شود.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{abc}} = \frac{1}{\sqrt[3]{abc}} \times \frac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt[3]{abc}} = \frac{\sqrt[3]{abc}}{abc}$$

$$\frac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt[3]{abc}} = \frac{\sqrt[3]{abc}}{abc} \quad \star \frac{1}{\sqrt[3]{abc}} = \frac{1}{\sqrt[3]{abc}} \times \frac{\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^2b}} = \frac{\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^3b^3}} = \frac{\sqrt[3]{a^2b}}{cab}$$



تکلیف مهم: در این گونه کسرها، ابتدا کسرها را ساده می‌کنیم. مثال:  $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} = \frac{3}{-\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$$

نوع اولی  $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{18} + 2\sqrt{12} + 3\sqrt{50}} = \frac{1}{-4\sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$

نوع اولی  $\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-1} = -3(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

نوع دوم:  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \rightarrow$  اتحاد مزدوج  $\rightarrow$  در مزدوج ضرب