۸

انتروپی

۸–۱ ماشین بخار سئوال ۹-۷ وموتورحرارتی سئوال ۱۷-۷ رادرنظر بگیرید. آیا این سیکلها در نامساوی کلاسیوس صدق می کنند.

حل:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \qquad \text{نامساوی کلاسیوس}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = \frac{1000}{273.1+700} - \frac{580}{273.1+40} = -0.82 < 0 \Rightarrow$$

۹-۷ صدق می کند

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{325}{1000} - \frac{125}{400} = 0.0125 > 0 \Rightarrow$$

۱۷-۷ صدق نمی کند

۸–۲ خاصیت مجهول را پیدا نموده وفاز ماده را مشخص نمایید.

حل:

الف) H_2O $\quad P=25kPa \quad , \quad s=7.70kJ/kgK \quad h=? \quad T=? \quad x=?$

$$P=25kPa \Rightarrow \begin{cases} s_f = 0.8930 \\ s_g = 7.8313 \end{cases} \qquad s_f < s < s_g \Rightarrow \begin{cases} T = 64.97\,^{\circ}C \\ x = \dfrac{s-s_f}{s_{fg}} = 0.98 \end{cases}$$

$$h = h_f + x h_{fg} = 2573.79$$

ب) H_2O $\quad P=10MPa \quad , \quad u=3400\ kJ/kg \quad T=? \quad x=? \quad s=?$

در حالت فراگرم قرار داریم . $u_g)_{10MPa}=2544.41 < u \Rightarrow$

$10\ MPa$		
u	T	s
3338.22	650	7.0397
3400	$T=?$	$s=?$
3434.72	700	7.1687

$\Rightarrow \begin{cases} T=682^{\circ}C \\ s=7.1223\,kJ/kgK \end{cases}$

پ) $R\text{-}12$ $\quad T=0^{\circ}C \quad , \quad P=250\,kPa \quad s=? \quad x=?$

در حالت فراگرم قرارداریم . $P < P_{sat})_{0^{\circ}C}=308.6kPa \Rightarrow$

$0^{\circ}C$		
P	s	
200	0.7325	
250	$s=?$	$\Rightarrow s=0.7157\,kJ/kgK$
300	0.6989	

ت) $R\text{-}134a$ $\quad T=-10^{\circ}C \quad , \quad x=0.45 \quad v=? \quad s=?$

$v=v_f+xv_{fg}=0.04506\ m^3/kg \quad , \quad s=s_f+xs_{fg}=1.3022\,kJ/kgK$

ث) NH_3 $\quad T=20^{\circ}C \quad , \quad s=5.50kJ/kgK \quad u=? \quad x=?$

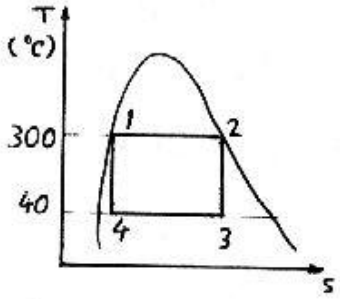
درحالت فراگرم داریم . $s > s_g)_{20^{\circ}C}=5.0860\ kJ/kgK \Rightarrow$

$20^{\circ}C$		
s	$u=h\text{-}pv$	
5.5525	1359.1	
5.50	$u=?$	$\Rightarrow u=1356.8\,kJ/kg$
5.4244	1353.55	

۸-۳ یک موتورگرمایی رادرنظر بگیریدکه درسیکل کارنو عمل کرده وسیال عامل آن آب باشد.انتقال حرارت به آب در $300^{\circ}C$ وهنگام تبدیل شدن مایع اشباع به بخار اشباع انجام می شود.دفع حرارت ازآب در $40^{\circ}C$ صورت می گیرد . سیکل رابرروی نمودار $T\text{-}s$ نشان داده وکیفیت آب درابتداوانتهای فرایند دفع حرارت رابیابید.کارخالص خروجی بر واحد جرم

آب وبازده گرمایی راپیدا کنید.

حل:



(تمام اعداد مورد نیاز از جدول آب استخراج شده است)

$$s_1 = s_f)_{300^\circ C} = 3.2533\ kJ/kgK$$

$$s_2 = s_g)_{300^\circ C} = 5.7044\ kJ/kgK$$

$$s_3 = s_2\ ,\ T_3 = 40^\circ C \Rightarrow x_3 = \frac{s_3 - s_f}{s_{fg}} = 66.78\%$$

$$s_4 = s_1\ ,\ T_4 = 40^\circ C \Rightarrow x_4 = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = 34.89\%$$

$$\begin{cases} q_H = \int_1^2 Tds = T\Delta s = 1404.8\,kJ/kg \\ q_L = \left| \int_3^4 Tds \right| = |\ T\Delta s\ | = 767.56\,kJ/kg \end{cases} \Rightarrow w_{net} = q_H - q_L = 637.24\,kJ/kg$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{q_H}{w_{net}} = 45\%$$

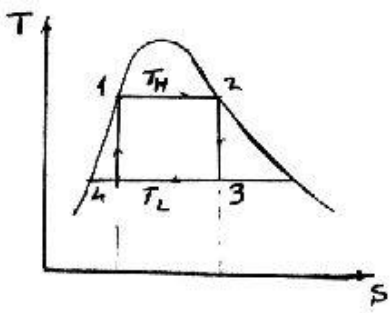
۸-۴ آب به عنوان سیال واسطه در یک موتور کارنو بادرجه حرارت بالای $250^\circ C$ قراردارد . با افزودن Q_H آب از حالت مایع اشباع به حالت بخار اشباع می رسد . فشار در دمای پایینی ، $100kPa$ است . دمای T_L ، کارایی حرارتی سیکل ، حرارت اضافه شده به ازای هر کیلو گرم وانتروپی s در شروع فرایند دفع حرارت راپیدا کنید .

حل:

برای اینکه جذب ودفع حرارت در چرخه کارنو بصورت بازگشت پذیر انجام گیرد باید اختلاف دمای بسیار کوچکی بین منبع و آب که به عنوان سیال عامل در اینجا استفاده شده وجود داشته باشد ما این اختلاف جزئی را در تعیین مقادیر خواص ترمودینامیکی ناچیز می گیریم برای اینکه فرایند جذب یا دفع حرارت بصورت دما ثابت انجام گیرد آب باید در ناحیه دوفازه قرار داشته باشد بنابراین داریم :

$$T_L = T_{sat}\,|_{100kPa} = 99.62^\circ C = 372.77K$$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{372.77}{273.1 + 250} = 0.2875 \rightarrow \eta = 28.75\%$$



$$q_H=(h_g-h_f)_{250^\circ C}=2801.52-1085.34$$
$$=1716.18\ kJ/kg$$

$$\eta=\frac{q_H-q_L}{q_H}\Rightarrow\eta=1-\frac{q_L}{q_H}$$

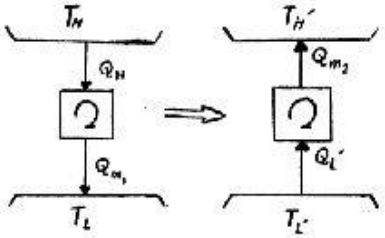
$$\Rightarrow q_L=q_H(1-\eta)=1222.86\,kJ/kg$$

$$s_4=s_1=s_f)_{250^\circ C}=6.0729\ kJ/kgK$$

۵-۸ از آب به عنوان سیال واسطه در یک موتور حرارتی که در سیکل کارنو کار می کند استفاده شده است . سیال مذکور در اثر انتقال حرارت در درجه حرارت $200^\circ C$ از حالت مایع اشباع به حالت بخار اشباع می رسد . دفع حرارت در دمای ثابت و فشار ثابت $20kPa$ انجام می‌پذیرد . کار تولید شده توسط موتور برای به کار انداختن یک یخچال سیکل کارنو که بین $-15^\circ C$ و $+20^\circ C$ کار می کند ، مصرف می شود . مقدار حرارت اضافه شده به هر کیلوگرم آب رابیابید . ضمناً چه مقدار حرارت در موتور حرارتی باید به آب داده شود تا یخچال بتواند مقدار $1kJ$ حرارت را از فضای سرد انتقال دهد؟

حل:

فرایندانتقال حرارت برگشت پذیر است



$$\begin{cases}T_H=200^\circ C\ ,\ q=\int Tds\\ T_L=T_{sat})_{20kPa}=60.06^\circ C\end{cases}$$

$$q_H=\int_1^2 Tds=T_H(s_g-s_f)$$
$$=T_H s_{fg}=1940.58kJ/kg$$

[قانون اول نیز به همین نتیجه می رسید.] $q_H=h_2-h_1=h_g-h_f=h_{fg}=1940.75$

$$Q_{L'}=1kJ \qquad \beta=\frac{Q_{L'}}{W}=\frac{T_{L'}}{T_{H'}-T_{L'}}\Rightarrow W=Q_{L'}\left(\frac{T_{H'}-T_{L'}}{T_{L'}}\right)=0.1356kJ$$

برای موتور حرارتی داریم :

$$W=\eta Q_H=\left(1-\frac{T_L}{T_H}\right)Q_H \Rightarrow Q_H=\frac{T_H}{T_H-T_L}.W=0.46\,kJ$$

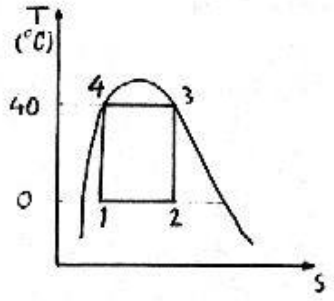
۸-۶ یک پمپ حرارتی سیکل کارنو راباسیال عامل R-22 درنظر بگیرید.دفع حرارت از R-22 در $40^\circ C$ انجام می شود،دراین مرحله R-22 ازبخار اشباع به مایع اشباع تبدیل می گردد. انتقال گرمابه R-22 در $0^\circ C$ صورت می پذیرد.

الف)سیکل راروی نمودار T-s نشان دهید.

ب) کیفیت R-22 رادرابتداوانتهای فرایند افزودن حرارت در $0^\circ C$ بیابید.

ج)ضریب عملکرد سیکل راپیداکنید.

حل:



(تمام اعدادمورد نیاز از جدول R-22 استخراج شده‌است.)

$$T=40^\circ C \Rightarrow s_f=0.3417\,kJ/kgK$$

$$, s_g=0.8746\,kJ/kgK$$

$$T=0^\circ C \Rightarrow s_f=0.1751\,kJ/kgK$$

$$, s_{fg}=0.7518\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{s_f)_{40^\circ C}-s_f)_{0^\circ C}}{s_{fg})_{0^\circ C}}=22.16\,\%$$

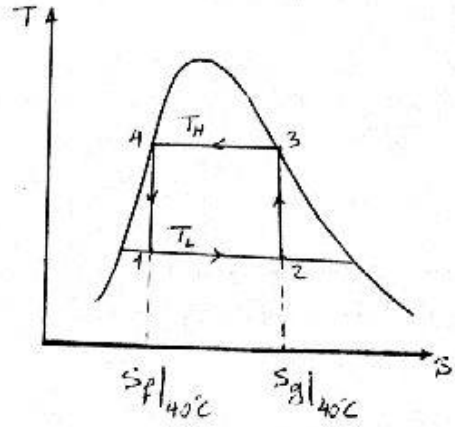
$$\Rightarrow x_2=\frac{s_g)_{40^\circ C}-s_f)_{0^\circ C}}{s_{fg})_{0^\circ C}}=93.04\,\%$$

$$\beta'=\frac{1}{1-\frac{T_L}{T_H}}=7.829$$

۸-۷ مساله ۸-۶ رابرای R-134a به جای R-22حل کنید.

حل:

چون جذب ودفع حرارت بایددردمای ثابت انجام بگیرد بایدهردوفراینددرحالت دوفازه باشند.



$$T_H=40+273.1=313.1K\ ,T_L=0^\circ C=273.1K$$

$$s_1=s_4=s_f\ |_{40^\circ C}=1.1909\,kJ/kgK$$

$$s_2=s_3=s_g\ |_{40^\circ C}=1.7123\,kJ/kgK$$

$$T_1=T_2=T_L=0^\circ C\rightarrow\begin{cases}s_f=1kJ/kgK\\ s_{fg}=0.7262\ kJ/kgK\end{cases}$$

$$x_1=\frac{s_1-s_f}{s_{fg}}=\frac{1.1909-1}{0.7262}=0.26\rightarrow x_1=26\%$$

$$x_2=\frac{s_2-s_f}{s_{fg}}=\frac{1.7123-1}{0.7262}=0.98\rightarrow x_2=98\%$$

$$q_H=T_H(s_4-s_3)=313.1\times(1.1909-1.7123)=-163.25\ kJ/kg$$

$$q_L=T_L(s_2-s_1)=273.1\times(1.7123-1.1909)=142.39\,kJ/kg$$

$$\beta'=\left|\frac{q_H}{w_{in}}\right|=\frac{|q_H|}{|q_H|-q_L}=\frac{163.25}{163.25-142.39}=7.8$$

می توانستیم از فرمول $\beta'=\frac{T_H}{T_H-T_L}$ برای محاسبه ضریب کارکرد پمپ حرارتی استفاده کنیم ولی در اینجا برای آشنائی با روش تعیین q_L ، q_H از فرمول $\beta'=\left|\frac{q_H}{w_{in}}\right|$ استفاده شده است .

✓ ۸-۸ آب در درون یک سیلندر پیستون از $200kPa$ ، $x=1.0$، طی یک فرایند بازگشت پذیر تا $1MPa$ و $250^\circ C$ متراکم می شود . علامت کار وانتقال حرارت رابیابید .

حل:

(1 $P_1=200kPa$, $x=1.0\Rightarrow s_1=s_g=7.1271$, $v_1=v_g=0.88573$

(2 $P_2=1MPa$, $T_2=250^\circ C\Rightarrow s_2=6.9246$, $v_2=0.23368$

$$1\rightarrow 2:\ {}_1w_2=\int_1^2 Pdv<\int_1^2 P_2dv=P_2\Delta v<0\quad(\Delta v<0)$$

$$1\rightarrow 2:\ {}_1q_2=\int_1^2 Tds<\int_1^2 T_2ds=T_2\Delta s<0\quad(\Delta s<0)$$

۸-۹ یک کیلوگرم آمونیاک در سیلندر /پیستونی در $50^\circ C$, $1000kPa$ قرار داشته ودر یک فرایند تک دما وبازگشت پذیر تا $100\ kPa$ انبساط می یابد . کار وانتقال حرارت رابرای این فرایند بیابید.

حل:

(تمام اعداد مورد نیاز از جداول آمونیاک استخراج شده است)

$$T=50^{\circ}C\ ,\ P=1000kPa \Rightarrow s=5.2654\ ,\ v=0.14499\ ,\ h=1536.3\ kJ/kg$$
$$\Rightarrow u=1391.3\ kJ/kg$$
$$T=50^{\circ}C\ ,\ P=100\,kPa \Rightarrow s=6.4943\ ,\ v=1.56577\ ,\ h=1581.2\ kJ/kg$$
$$\Rightarrow u=1424.6\ kJ/kg \Rightarrow \Delta U=m\Delta u=33.3\,kJ$$

$$2nd\ law:\ ds=\frac{\delta q_{rev}}{T} \Rightarrow q_{rev}=\int Tds=T\Delta s=397.12\,kJ/kg$$
$$\Rightarrow Q_{rev}=mq_{rev}=397.12\,kJ$$

$$1st\ law:\quad W=Q-\Delta U=363.82\ kJ$$

۸-۱۰ یک کیلوگرم آمونیاک در یک سیلندر پیستون از $50^{\circ}C$, $1000kPa$ طی یک فرایند بازگشت پذیر فشار ثابت تارسیدن به $140^{\circ}C$ منبسط می شود . کار وانتقال گرما را طی این فرایند بیابید .

حل:

حالت 1:
$$\begin{cases}50^{\circ}C\\1000kPa\end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix}v_1=0.14499\,m^3/kg\\ h_1=1536.3\,kJ/kg\\ s_1=5.2654\,kJ/kgK\end{matrix} \rightarrow$$
$$\rightarrow u_1=h_1-p_1v_1=1536.3-1000\times0.14499=1391.31\ kJ/kg$$

حالت 2:
$$\begin{cases}140^{\circ}C\\1000kPa\end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix}v_2=0.19545\ m^3/kg\\ h_2=1762.2\ kJ/kg\\ s_2=5.8834\ kJ/kgK\end{matrix} \rightarrow$$
$$\rightarrow u_2=h_2-p_2v_2=1762.2-1000\times0.19545=1566.75\ kJ/kg$$

$$W_{1-2}=m\times w_{1-2}=1\times\int_1^2 Pdv=1\times1000\times(0.19545-0.14499)=50.46kJ$$

اگر آمونیاک داخل سیلندر- پیستون را سیستم فرض کنیم با صرف نظراز تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$system:1st\ \ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$$
$$Q_{1-2}=50.46+1\times(1566.75-1391.31)=225.9kJ$$

۸-۱۱ یک کیلوگرم آمونیاک درون یک سیلندر پیستون طی یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر از $50^{\circ}C$, $1000kPa$ تا $100kPa$ منبسط می شود . مقدار کار وانتقال حرارت در این فرآیند را پیدا کنید .

حل:

(1 $T_1=50^{\circ}C$, $P_1=1000kPa \Rightarrow s_1=5.2654$, $u_1=h_1-p_1v_1=1391.3$

فرایند آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر): $s_2=s_1$

از جدول (B.2.1)

1) $\begin{cases} P_2=100kPa \\ s_2=5.2654 \end{cases} \Rightarrow$

P	s_f	s_{fg}	u_f	u_{fg}
93.2	0.0935	5.7715	21.93	1261.3
100	$s_{2f}=?$	$s_{2fg}=?$	$u_{2f}=?$	$u_{2fg}=?$
119.5	0.1856	5.5922	44.08	1244.8

$s_{2f}=0.1173$, $s_{2fg}=5.7251 \Rightarrow x_2=\dfrac{s_2-s_{2f}}{s_{2fg}}=0.90$

$u_{2f}=27.65$, $u_{2fg}=1257 \Rightarrow u_2=u_{2f}+x_2u_{2fg}=1158.95$

فرایند آدیاباتیک : $({}_1q_2=0)$

قانون اول :

$$\underset{1\ 2}{q}=u_2-u_1+\underset{1\ 2}{w} \Rightarrow {}_1w_2=232.4\ kJ/kg$$

$$\underset{1\ 2}{W}=m\ {}_1w_2=232.4kJ$$

۸-۱۲ سیلندری که با یک پیستون آب بندی شده است حاوی آمونیاک در $50^{\circ}C$, 20% کیفیت وحجم $1L$ می باشد . آمونیاک به آرامی منبسط می شود ودر طی این فرایند ، حرارت به آمونیاک منتقل می گردد تا دمای آنرا ثابت نگهدارد . فرایند تا زمانیکه تمام مایع بخار شود ادامه می یابد . کار وانتقال حرارت رابرای این فرایند بیابید.

حل:(تمام اعداد مورد نیاز از جدول آمونیاک استخراج شده است)

$T=50^{\circ}C \Rightarrow$ $s_f=1.5121$, $s_{fg}=3.2493$, $s_g=4.7614\ kJ/kgK$

$u_f=417.87$, $u_{fg}=924.8$, $u_g=1342.7\ kJ/kg$

$v_f=0.001777$, $v_{fg}=0.06159\ m^3/kg$

$\Rightarrow u_1=602.83\ kJ/kg$, $s_1=2.162\ kJ/kgK$, $v_1=0.014095\ m^3/kg$

$\Rightarrow m=\dfrac{V_1}{v_1}=0.070947\ kg$, $\Delta s=2.5994\ kJ/kgK$, $\Delta u=739.87\ kJ/kg$

$$2nd\ \ law:\ \frac{\delta q}{T}=ds \Rightarrow q=T\Delta s=840\ kJ/kg \Rightarrow Q=mq=59.596\ kJ$$

$$1st\ law:\ Q=W+\Delta U=W+m\Delta u \Rightarrow W=7.1044\ kJ$$

۸-۱۳ یک سیلندر عایق که توسط یک پیستون آب بندی شده است محتوی $0.1kg$ آب در $100^{\circ}C$ با کیفیت 90% است. پیستون حرکت می کند وآب را تا رسیدن به فشار $1.2MPa$ فشرده می‌کند. چقدر کار برای این فرایند لازم است ؟

حل: فرایند را بصورت شبه تعادلی در نظر می گیریم وچون انتقال حرارتی وجود ندارد فرایند را می توان آیزنتروپیک نیز نامید:

حالت 1:

$$\begin{cases}100^{\circ}C \\ 90\%\end{cases}\rightarrow \begin{cases}u_f=418.91\ kJ/kg \\ u_{fg}=2087.58\ kJ/kg \\ s_f=1.3068\ kJ/kgK \\ s_{fg}=6.0480\ kJ/kgK\end{cases} \rightarrow u_1=u_f+x_1u_{fg}=2297.732\ kJ/kg$$

$$\rightarrow s_1=s_f+x_1s_{fg}=6.75\ kJ/kgK$$

حالت 2: $\begin{cases}s_2=s_1=6.75\ kJ/kgK \\ P_2=1.2MPa\end{cases}$ → بخار فوق گرم → درون یابی

$1200kPa$

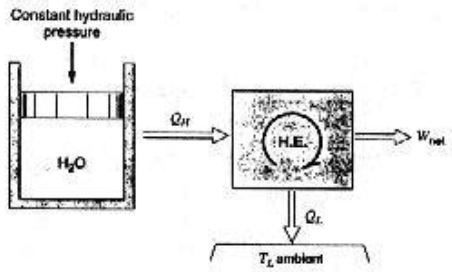
$T=200^{\circ}C$,	$u=2612.74$	$s=6.5898$
	$u=?$	$s=6.75$
$T=250^{\circ}C$,	$u=2704.2$	$s=6.8293$

$$\Rightarrow u_2=2673.917\ kJ/kg$$

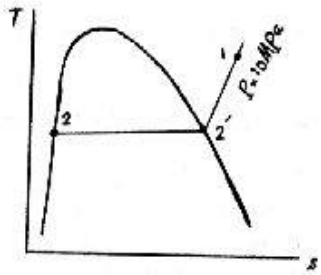
اگر آب داخل سیلندر- پیستون راسیستم در نظر بگیریم :

$$system:\ 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1) \Rightarrow 0=W_{1-2}+0.1\times(2673.917-2297.732)$$
$$\Rightarrow W_{1-2}=-37.62\ kJ$$

۸-۱۴ سیلندر پیستون بدون اصطکاک شکل (P ۸-۱۴) محتوی آب است .اعمال فشار هیدرولیکی ثابت بر پشت پیستون سبب می شود تا فشار درون سیلندر $10MPa$ باشد . ابتدا آب به حجم $100L$ ودر دمای $700^{\circ}C$ قرار دارد . اکنون آب سرد می شود تابه مایع اشباع تبدیل شود . حرارت آزاد شده طی این فرایند (Q) به یک موتور حرارتی سیکلی که حرارت را در $30^{\circ}C$ از خود دفع می کند داده می شود . اگر فرایند کلی برگشت پذیر باشد ، کار خالص خروجی موتور حرارتی چقدر خواهد بود.



حل:



$$\begin{cases} T_1 = 700^\circ C \\ P_1 = 10MPa \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 7.1687 \\ v_1 = 0.04358 \\ h_1 = 3870.52 \end{cases} \quad (1$$

$$V_1 = 100L \;\Rightarrow\; m = \frac{V_1}{v_1} = 2.295kg$$

$$P = 10MPa\ ,\quad T = 311.06^\circ C\ ,\quad s = s_f = 3.3595\,kJ/kgK \quad (2$$

$$P = 10MPa\ ,\quad T = 311.06^\circ C\ ,\quad s = s_g = 5.614\,kJ/kgK \quad (2'$$

$$1 \to 2' : P = Cte \Rightarrow Tds = dh - vdP = dh \Rightarrow q_H)_{1-2'} = \int_1^{2'} Tds = \int_1^{2'} dh = h_2' - h_1$$

$$= -1145.85\,kJ/kg$$

$$2' \to 2 : T = Cte \Rightarrow q_H)_{2'-2} = \int_{2'}^{2} Tds = T_{sat}(s_2 - s_{2'}) = -1317.1\ \ kJ/kg$$

$$\Rightarrow q_H)_{1-2} = q_H)_{1-2'} + q_H)_{2'-2} = -2462.95\,kJ/kg$$

$$\Rightarrow Q_H)_{1-2} = m\dot{q}_H)_{1-2} = -5652.47\,kJ$$

مقدار حرارتی که به موتور کارنو داده می شود $5652.77kJ+$ خواهد بود (موتور کارنو حرارت را می‌گیرد)

انتقال حرارت در دمای ثابت انجام نگرفته است بنابراین T_{av} رابه این صورت تعریف می کنیم

$$T_H = T_{av} = \frac{q_H}{\Delta s} = \frac{q_H}{s_1 - s_2} = 646.579K$$

$$T_L = 30^\circ C = 303.15K \qquad W_{net} = \eta Q_H = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) Q_H \Rightarrow W_{net} = 3.002\ MJ$$

۸-۱۵ یک کیلوگرم آب در $300^\circ C$ در سیلندری در مقابل یک پیستون تا رسیدن به فشار محیط ، $100kPa$ ، انبساط می یابد ، در این نقطه کیفیت آب 90% است . بافرض بی دررو وبازگشت پذیر بودن فرایند ، فشار اولیه سیلندر وکار انجام شده به وسیله آب رابیابید .

حل: (اعداد مورد نیاز از جدول آب استخراج شده است)

$$2nd\ law: \frac{\delta q}{T} = ds\ ,\ \delta q = 0 \Rightarrow ds = 0 \Rightarrow s_2 = s_1$$

$$P = 100kPa \Rightarrow s_f = 1.3025\ ,\ s_{fg} = 6.0568 \Rightarrow s_2 = 6.7536 (= s_1)$$

$$u_f = 417.33\ ,\ u_{fg} = 2088.72 \Rightarrow u_2 = u_f + x u_{fg} = 2297.18$$

$$P_1 = 2051.8\ kPa\ ,\ s_1 = 6.7536 \Rightarrow u_1 = 2771.4\ kJ/kg \qquad \text{بادرون یابی از جدول } B.1.3$$

$$1st\ law:\ W = -\Delta u = u_1 - u_2 = 474.22\ kJ$$

۸-۱۶ یک سیلندر - پیستون محتوی $2kg$ آمونیاک در $50^\circ C$ ، $100kPa$ است که تا $1000kPa$ فشرده می شود . این عمل به آرامی انجام می گیرد بطوریکه دما ثابت می ماند . بافرض بازگشت پذیر بودن فرایند کار وانتقال گرما را در طی فرایند بیابید.

حل:

حالت 1:
$$\begin{cases} 50^\circ C \\ 100kPa \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix} v_1 = 1.56577\ m^3/kg \\ h_1 = 1581.2\ kJ/kg \\ s_1 = 6.4943\ kJ/kgK \end{matrix} \rightarrow$$
$$\rightarrow u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 1424.623\ kJ/kg$$

حالت 2:
$$\begin{cases} T_2 = T_1 = 50^\circ C \\ P_2 = 1000kPa \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix} v_2 = 0.14499\ m^3/kg \\ h_2 = 1536.3\ kJ/kg \\ s_2 = 5.2654\ kJ/kgK \end{matrix} \rightarrow$$
$$\rightarrow u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 1391.31\ kJ/kg$$

$$Q_{1-2}=mq_{1-2}=2\times\int_1^2 Tds=2\times(273.1+50)\times(5.2654-6.4943)=-794.115\,kJ$$

آمونیاک راسیستم فرض می کنیم :

$$system:\ 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$$

$$-794.115=W_{1-2}+2\times(1391.31-1424.623)$$

$$\Rightarrow W_{1-2}=-727.5\ kJ$$

علامت منفی به این معنی است که روی سیستم کار انجام می شود.

۸-۱۷ یک سیلندر پیستون عایق محتوی آمونیاک در $1200kPa$, $60^{\circ}C$ می باشد .حال آمونیاک طی فرایند برگشت پذیر منبسط می شود تادرجه حرارت نهایی به $-20^{\circ}C$ برسد. در طی فرایندکارانجام شده توسط آمونیاک $600kJ$ می باشد .حجم اولیه سیلندر چقدر بوده است؟

حل:

$$\begin{cases}P_1=1200kPa\\T_1=60^{\circ}C\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}s_1=5.2357\\v_1=0.12378\\u_1=h_1-P_1v_1=1404.8\end{cases}\qquad(1$$

قانون دوم : فرایند آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر): $s_1=s_2$

$$T_2=-20^{\circ}C\ ,\quad s_2=5.2357\qquad(2$$

$$x_2=\frac{s_2-s_{2f}}{s_{2fg}}=0.927\quad,\quad u_2=u_{2f}+xu_{2fg}=1211.87$$

حالت :دوفازی

قانون اول : $({}_1Q_2=0)$

$${}_1Q_2=m(u_2-u_1)+W\Rightarrow m(u_1-u_2)=600$$

$$\Rightarrow m=3.11\ kg\qquad V_1=mv_1=0.385\ m^3$$

۸-۱۸ یک مخزن بسته به حجم $10L$ حاوی $5kg$ آب که در ابتدا در دمای $25^{\circ}C$است ، می‌باشد. این آب تارسیدن به دمای $175^{\circ}C$به وسیله یک پمپ گرمایی ازمحیط ،$25^{\circ}C$گرما می‌گیرد. با فرض بازگشت پذیربودن فرایند ،انتقال حرارت به آب وکار ورودی پمپ رابیابید.

حل:

$$T_1=25^{\circ}C\Rightarrow v_f=0.001003\ ,\ v_{fg}=43.3583\ (m^3/kg)$$

$$v_1=\frac{V}{m}=0.002\ m^3/kg\Rightarrow x_1=\frac{v-v_f}{v_{fg}}=2.29944\times10^{-5}\Rightarrow u_1=104.913\ kJ/kg$$

$$T_2=175^{\circ}C\ ,v_2=v_1=0.002\ m^3/kg\ \Rightarrow x_2=4.07548\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow u_2=747.659\ kJ/kg$$

چون حجم مخزن ثابت است وهیچ نوع کار دیگری موجود نمی باشد: $W_{tank}=0$

$$1st\ law:\ Q_H = m\Delta u = 3213.7\ kJ$$

با توجه به اینکه دمای بالایی پمپ حرارتی ثابت نیست از میانگین لگاریتمی *(L.M.)* دمای اولیه ونهایی به عنوان دمای متوسط استفاده می کنیم

$$T_{av}=\frac{T_2-T_1}{Ln\frac{T_2}{T_1}}=368.07K$$

$$\Rightarrow \beta'=\frac{1}{1-\frac{T_L}{T_H}}=\frac{1}{1-\frac{T_L}{T_{av}}}=5.2642$$

$$\Rightarrow W_{H.P}=\frac{Q_H}{\beta'}=610.49\ kJ$$

۸-۱۹ یک مخزن عایق صلب محتوی بخار فوق گرم آب در $3MPa$, $400^{\circ}C$است . یک شیر روی مخزن باز می شود وبخار خارج می شود. تمام فرایند بصورت بازگشت ناپذیر انجام می شود ولی بخار باقی مانده در داخل مخزن یک انبساط بازگشت پذیر آدیاباتیک را طی می کند . نسبت بخار خارج شده را زمانیکه حالت نهایی در داخل مخزن بصورت بخار اشباع باشد بیابید.

حل:

حالت 1:

$$\begin{cases}3MPa\\400^{\circ}C\end{cases}\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases}v_1=0.09936\ m^3/kg\\u_1=2932.75\ kJ/kg\\h_1=3230.82\ kJ/kg\\s_1=6.9211\ kJ/kgK\end{cases}$$

چون بخار داخل مخزن فرایند آدیاباتیک بازگشت پذیر را طی می کند انتروپی آن ثابت می ماند.

حالت 2:

$$\begin{cases}s_2=s_1=6.9211\ kJ/kgK \rightarrow \text{درونیابی}\ T=140^{\circ}C \rightarrow s_g=6.9298 & v_g=0.50885\\ \text{بخار اشباع} \qquad\qquad\qquad\qquad\quad 6.9211 & v_2=?\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad T=145^{\circ}C \rightarrow s_g=6.8832 & v_g=0.44632\end{cases}$$

$$v_2=0.49717\ \ m^3/kg$$

$$\frac{m_{escaped}}{m_{tot}}=\frac{\frac{V_{tot}}{v_1}-\frac{V_{tot}}{v_2}}{\frac{V_{tot}}{v_1}}=1-\frac{v_1}{v_2}=1-\frac{0.09936}{0.49717}=0.8$$

۸-۲۰ یک سیلندر به حجم اولیه $20L$ حاوی $R\text{-}134a$ در $10^{\circ}C$ و $150kPa$ می باشد. حال توسط یک پیستون مبرد را دریک فرایند هم دمای بازگشت پذیر متراکم می کنیم تا بصورت بخار اشباع درآید. مقدار کار وانتقال حرارت لازم را برای فرایند حساب کنید.

حل:

$$\begin{cases} P_1=150kPa \\ T_1=10^{\circ}C \\ V_1=20L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1=1.8220 \\ u_1=h_1-p_1v_1=388.36 \\ v_1=0.14828\ ,\ m=\dfrac{V_1}{v_1}=0.13488kg \end{cases} \quad (1$$

$$T_2=10^{\circ}C\ ,\ s_2=s_g=1.7218\ ,\ u_2=u_g=383.67 \quad (2$$

فرایند هم دمای برگشت پذیر: $1 \rightarrow 2$

$$_1q_2=\int_1^2 Tds=T(s_2-s_1)=-28.37\ kJ/kg$$

$$_1Q_2=m_1q_2=-3.83kJ$$

قانون اول:

$$_1Q_2=m(u_2-u_1)+{}_1W_2 \Rightarrow {}_1W_2=-3.19kJ$$

۸-۲۱ یک سیلندر عایق که توسط یک پیستون آب بندی شده حاوی $0.1kg$ بخار آب فراگرم است. بخار آب تافشار محیط، $100kPa$، منبسط می شود، در این نقطه بخار در $150^{\circ}C$ قرار دارد. در فرایند انبساط، بخار $50kJ$ کار در مقابل پیستون انجام می دهد. نشان دهید فشار اولیه $1.19MPa$ است ودمای اولیه را بیابید.

حل:

$$2)\ T=150^{\circ}C\ ,\ P=100kPa \Rightarrow u_2=2582.75\ kJ/kg\ ,\ s_2=7.6133kJ/kgK$$

$$1st\ law:\ Q=\Delta U+W \qquad [\text{فرض مساله } Q=0]$$

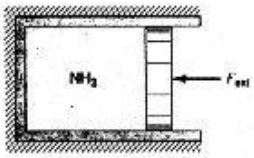
$$\Rightarrow W=U_1-U_2 \Rightarrow u_1=\frac{U_1}{m}=u_2+\frac{W}{m}=3082.75\ kJ/kg$$

$$2nd\ law:\ \frac{\delta Q}{T}=dS \Rightarrow dS=0 \Rightarrow S_2=S_1 \Rightarrow s_2=s_1$$ با فرض تعادلی بودن فرایند داریم:

$$\begin{cases} P=1000kPa\ ,\ u=3082.75 \Rightarrow s=7.68813\ ,\ T=475.103^{\circ}C \\ P=1200kPa\ ,\ u=3082.75 \Rightarrow s=7.60471\ ,\ T=476.183^{\circ}C \end{cases}$$

$$s_2=7.6133 \text{ (بادرون یابی)} \Rightarrow P_1=1179.41 \approx 1.18MPa\ ,\ T_1=476.072^{\circ}C$$

۸-۲۲ یک سیلندر کاملا" عایق با یک پیستون بدون اصطکاک آب‌بندی شده‌است (شکل ۸-۲۲P).



سیلندر محتوی آمونیاک است و وقتی حجم سیلندر $200L$ است آمونیاک در دمای $6^{\circ}C$ وکیفیت 90% قرار دارد.نیروی بیرونی روی پیستون به آرامی افزایش می یابد وآمونیاک را تا رسیدن دما به $50^{\circ}C$ فشرده می کند. در طول فرایند چه مقدار کار روی آمونیاک انجام می گیرد .

حل: چون فرایند بصورت آدیاباتیک وبازگشت پذیر (به آرامی) صورت می گیرد ، می توان آنرا آیزنتروپیک در نظر گرفت :

حالت 1:

$$T_1=6^{\circ}C \quad , \quad x_1=0.9 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_f=0.001586\ m^3/kg \ , \ v_{fg}=0.2338\ m^3/kg \rightarrow v_1=v_f+x_1v_{fg}=0.21200 m^3/kg$$

$$\rightarrow u_f=207.414\ kJ/kg \ , \ u_{fg}=1115.3\ kJ/kg \rightarrow u_1=u_f+x_1u_{fg}=1211.184 kJ/kg$$

$$\rightarrow s_f=0.8116\ kJ/kgK \ , \ s_{fg}=4.4425 kJ/kgK \rightarrow s_1=s_f+x_1s_{fg}=4.8098 kJ/kgK$$

$$m=\frac{V_1}{v_1}=\frac{0.2m^3}{0.212m^3/kg}=0.94kg$$

حالت 2:

$$\begin{cases} T_2=50^{\circ}C \\ s_2=s_1=4.8098\ kJ/kgK \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{array}{lll} & T=50^{\circ}C & \\ P=1800kPa\ , & h=1487.9 & s=4.8614 \\ P_{2=?} & h_2=? & s_2=4.8098 \\ P=2000kPa\ , & h=1473.9 & s=4.7754 \end{array}$$

$P_2=1920kPa$, $v_2=0.06835\ m^3/kg$ وبه همین ترتیب $h_2=1479.5\ kJ/kg$

$$\Rightarrow u_2=h_2-P_2v_2=1479.5-1920\times0.06835=1348.268\ kJ/kg$$

اگر آمونیاک را سیستم در نظر بگیریم : $system$: $1st\ law$: $Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$

$$0=W_{1-2}+0.94(1348.268-1211.184)$$

$$\Rightarrow W_{1-2}=-128.859\ kJ$$

۸-۲۳ یک سیلندرمحتوی $1L$ آب در $400kPa$ و عیار 15% تحت بارگذاری ثابت می باشد. حداکثر حجم سیلندر با توجه به موانعی که در بدنه سیلندرقراردارد $11L$ می باشد.حال توسط یک پمپ حرارتی بازگشت پذیر ، حرارت را از محیط $300K$ و $100kPa$ گرفته و آب

راتا $300^{\circ}C$ گرم می کنیم . مقدار کار و انتقال حرارت برای آب وکار ورودی پمپ حرارتی راپیداکنید.

حل:

(1

$$\begin{cases} P_1=400\,kPa \\ x_1=15\% \\ V_1=1L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1=143.63^{\circ}C \\ v_1=v_f+xv_{fg}=0.07029\,m^3/kg \\ u_1=u_f+xu_{fg}=896.68\,,\ h_1=h_f+xh_{fg}=924.802kJ/kg \end{cases}$$

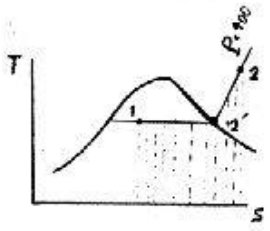
$$m=\frac{V_1}{v_1}=0.014227\ kg\ \ ,\ \ s_1=s_f+xs_{fg}=2.5445\ ,\ s_g=6.8958=s_2$$

(2

$$\begin{cases} P_2=400\,kPa \\ T_2=300^{\circ}C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2=7.5661\ ,\ u_2=2804.81, h_2=3066.75 \\ v_2=0.65484 \Rightarrow V_2=mv_2=0.0093164\,m^3=9.3164\,L<11L \end{cases}$$

پس فرایند $2 \to 1$ در فشار ثابت انجام می گیرد (در حالت 2 هنوز به موانع نرسیده ایم)

با فرض برگشت پذیر بودن فرایند انتقال حرارت به آب وبا توجه به نمودار



$$P=Cte \Rightarrow \delta q=Tds=dh-vdp=dh$$

$$\Rightarrow {}_1q_2=\int_1^2 dh=\Delta h=2141.95\,kJ/kg$$

$$\Rightarrow {}_1q_2=2141.95\ kJ/kg \Rightarrow {}_1Q_2=m_1q_2=30.47\ kJ$$

قانون اول :

$${}_1Q_2=m(u_2-u_1)+{}_1W_2 \Rightarrow {}_1W_2=3.327\ kJ$$

برای پمپ حرارتی داریم .

$$T_L=300K\ \ ,\ \ T_H=T_{av}=\frac{q_H}{\Delta s}=\frac{2141.95}{s_2-s_1}=427\,K$$

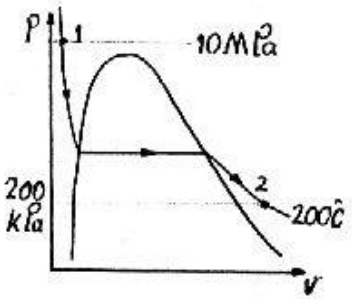
[چون فرایند انتقال حرارت در دمای ثابتی صورت نمی گیرد ، بنابراین فرض کردیم که انتقال حرارت در دمای ثابت T_{av} ونیز بصورت برگشت پذیر انجام می گیرد]

$$\beta'=\frac{Q_H}{W}=\left(\frac{T_H}{T_H-T_L}\right) \Rightarrow W=Q_H\left(\frac{T_H-T_L}{T_H}\right)=9.04\ kJ$$

۸-۲۴ یک سیلندرپیستون حاوی $2kg$ آب در $200^{\circ}C$ و $10MPa$ است .پیستون به آرامی حرکت داده می شودتاآب رادریک فرایند هم دما تا فشار $200kPa$ منبسط کند. هرتبادل گرمایی با

محیطی به دمای $200^{\circ}C$ انجام می شود و می توان کل فرایند رابازگشت پذیردانست . فرایندراروی نمودار $P\text{-}V$ نشان دهید وانتقال گرما وکل کار را محاسبه کنید.

حل:



$$T=200^{\circ}C \quad , \quad P=10MPa$$
$$\Rightarrow u=844.49 \quad , \quad s=2.3178$$
$$T=200^{\circ}C \ , \ P=200kPa$$
$$\Rightarrow u=2654.39 \ , \ s=7.5066$$
$$\Rightarrow \Delta U=m\Delta u=3619.8\ kJ$$
$$\Rightarrow \Delta S=m\Delta s=10.378\ kJ/K$$
$$2nd\ law: \frac{Q}{T}=\Delta S \Rightarrow Q=T\Delta S$$
$$\Rightarrow Q=4.91\ MJ$$

$$1st\ law: Q=W+\Delta U \Rightarrow W=Q-\Delta U=1.29\ MJ$$

۲۵-۸) یک سیستم سیلندر-پیستون عایق دارای حجم اولیه $0.15m^3$ بوده ومحتوی بخار آب در $200^{\circ}C$, $400kPa$ است . بخار بطور آدیاباتیک انبساط می یابد وکار خروجی به دقت اندازه گیری می شود این مقدار $30kJ$ است . ادعا می شود که حالت نهایی آب در ناحیه دو فازه است . ارزیابی شما از این ادعا چیست ؟

حل: آب داخل سیلندر پیستون را سیستم در نظر می گیریم :

حالت اولیه: $\begin{cases}400kPa\\200^{\circ}C\end{cases} \rightarrow$ بخار فوق گرم $\rightarrow \begin{matrix}v_1=0.53422\ m^3/kg\\ u_1=2646.83\ kJ/kg\\ s_1=7.1706\ kJ/kgK\end{matrix}$

$$m=\frac{V_1}{v_1}=\frac{0.15}{0.53422}=0.28\ kg$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$system: 1st\ law: Q_{1\text{-}2}=W_{1\text{-}2}+m(u_2-u_1)$$
$$0=30+0.28(u_2-2646.83)\Rightarrow u_2=2539.68\ kJ/kg$$

بنا به قانون دوم ترمودینامیک شرط انجام فرایند عبارت است از $\Delta S_{net}=\Delta S_{sur}+\Delta S_{sys}>0$

$$\Delta S_{sur}=\int \frac{\delta Q}{T}=0 \quad (\delta Q=0: \text{فرایند آدیاباتیک})$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=\Delta S_{sys}=(S_2-S_1) \quad >0$$

با مراجعه به جدول بخار اشباع آب مشاهده می شود که به ازاء $u=2539.68$ از دمای $130^{\circ}C$ که $u_g=2539.68 \quad kJ/kg$ است تا انتهای جدول یعنی $T=374.1^{\circ}C$ ، $u_f < u < u_g$ ، یعنی در صورتیکه شرایط فشار و دما مناسب باشد می توان به ازاء این u در ناحیه دوفازه قرار گرفت ولی حداکثر s که در این فاصله از جدول وجود دارد s_g در دمای $T=130^{\circ}C$ است که $s_g=7.0269$ می باشد که به ازاء این مقدار داریم: $\Delta s_{net}=s_2-s_1=7.0269-7.1706=-0.1437 <0$

این ناقض قانون دوم است یعنی تحت هیچ شرایطی مرحله نهایی نمی تواند دوفازه باشد.

۸-۲۶ مقدار $1000kJ$ انرژی از یک کوره در دمای $800^{\circ}C$ به ترتیب به بخار آب در $400^{\circ}C$ ، سپس به فلز جامدی در $200^{\circ}C$ و در نهایت به هوا در $70^{\circ}C$ منتقل می شود . برای هر موقعیت شار S را از میان سطح بصورت $\frac{Q}{T}$ بیابید . چه چیز باعث بزرگتر شدن مداوم شار می شود .

حل:

$$T_A=800^{\circ}C=1073\ K \qquad T_B=400^{\circ}C=673K \qquad T_C=200^{\circ}C=473\ K$$
$$T_D=70^{\circ}C=343K \qquad Q=1000kJ$$

شار S برای سطح A:
$$S=\frac{Q}{T_A}=0.93197$$

شار S برای سطح B:
$$S=\frac{Q}{T_B}=1.48588$$

شار S برای سطح C:
$$S=\frac{Q}{T_C}=2.11416$$

شار S برای سطح D:
$$S=\frac{Q}{T_D}=2.91545$$

کاهش دما سبب می شود که به ازای Q ثابت ، $\frac{Q}{T}$ یعنی شار S بزرگ شود یعنی رفته رفته با کاهش دما برگشت ناپذیری کل (ΔS_{net}) افزایش می یابد .

۸-۲۷ یک سیلندر - پیستون عایق محتوی $R\text{-}134a$ در $50^{\circ}C$ ، $1MPa$. باحجم $100L$. می باشد. $R\text{-}134a$ انبساط یافته ، پیستون را حرکت می دهد تا فشار سیلندر به $100kPa$ افت کند. ادعا می شود که $R\text{-}134a$ ، $190kJ$ کار در مقابل پیستون انجام داده است . آیا این ممکن است ؟

حل:

حالت 1:
$$\begin{cases}1Mpa\\50^{\circ}C\end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix}v_1=0.02185\ m^3/kg\\ h_1=431.24\ kJ/kg\\ s_1=1.7494\ kJ/kgK\end{matrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 409.39\ kJ/kg$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.1}{0.02185} = 4.57\ kg$$

$R\text{-}134a$ را سیستم در نظر می گیریم اگر ادعا صحیح باشد:

$$system:\ 1st\ law: Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$0 = 190 + 4.57(u_2 - 409.39) \Rightarrow u_2 = 367.81\ kJ/kg$$

حالت 2:

$$\begin{cases} P_2 = 100kPa \\ u_2 = 367.81\ kJ/kg \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \text{درون یابی}$$

$(u=h-pv)$	$100kPa$	
$T=-20^\circ C \rightarrow$	$u=367.36$	$s=1.7665$
	$u_2=367.81$	$s=?$
$T=-10^\circ C \rightarrow$	$u=374.505$	$s=1.7978$

$$\Rightarrow s_2 = 1.7684\ kJ/kgK$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sur} + \Delta S_{sys} = \int \frac{\delta Q}{T} + m(s_2 - s_1) = 4.57 \times (1.7684 - 1.7494) = 0.086 > 0$$

این تحول امکان پذیر است و ادعا می تواند صحیح باشد.

۲۸-۸ یک قطعه فلزی داغ بایدبه سرعت تا دمای $25^\circ C$ سرد شود (عملیات حرارتی ازنوع کوئنچ کردن)واین عمل نیازبه دفع $1000kJ$ گرما از فلز دارد.محیط سردی که انرژی را جذب می‌کند می تواند یکی از سه مورد زیر باشد (۱) فرو کردن فلز در حمام آب و یخ و درنتیجه ذوب یخ (۲)جذب انرژی توسط مایع اشباع $R\text{-}22$ در $-20^\circ C$ و تبدیل آن به بخار اشباع (۳)جذب انرژی با تبخیر نیتروژن مایع در $101.3kPa$.

الف)تغییرانتروپی محیط سردرابرای سه حالت فوق بیابید.

ب)برروی اهمیت نتایج بحث کنید.

حل: می دانیم که در فشار ثابت گرمای مبادله شده از رابطه $(Q=m\Delta h) Q=\Delta H$ پیروی می کند.

الف) (۱)با توجه به اینکه درحمام رو باز آب و یخ مورد استفاده در صنعت فشار،فشاراتمسفراست و در این فشار یخ در $0^\circ C$ ذوب می شود مقادیر مورد نیاز رااز جدول $B\text{-}1.5$ استخراج می کنیم .

$$h_i)_{0^\circ C} = -333.42\ kJ/kg\ ,\ s_i)_{0^\circ C} = -1.2211\ kJ/kgK$$

از جدول $B.1.1$ داریم :

$$h_f)_{0^\circ C} \approx 0 \qquad , \qquad s_f)_{0^\circ C} \approx 0$$

$$\Rightarrow h_{if}=333.42\ kJ/kg\ ,\ s_{if}=1.2211\ kJ/kgK$$

$$m_{ice}=\frac{Q}{\Delta h}=\frac{Q}{h_{if}}=2.9992\ kg \Rightarrow \Delta S_{ice}=m_{ice}\Delta s=m_{ice}s_{if}=3.6623\ kJ/K$$

(۲)چون $R\text{-}22$فاصله مایع اشباع تابخاراشباع رادردمای ثابت طی می کندپس فشارهم ثابت است.

$$s_{fg}=0.8703\ kJ/kgK\ ,\ h_{fg}=220.33\ kJ/kg$$

$$m_{R\text{-}22}=\frac{Q}{h_{fg}}=4.5386\ kg \Rightarrow \Delta S_{R\text{-}22}=m_{R\text{-}22}s_{fg}=3.95\ kJ/K$$

(۳)ازجدول نیتروژن داریم:

$$P=101.3kPa \Rightarrow h_{fg}=198.84\ kJ/kg\ ,\ s_{fg}=2.5707\ kJ/kgK$$

$$,\ T_{sat}=77.3K=-195.85^{\circ}C$$

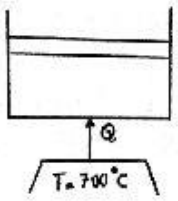
$$\Rightarrow m_{Nitrogen}=\frac{Q}{h_{fg}}=5.0292kg \Rightarrow \Delta S_{Nitrogen}=m\Delta s=12.929\ kJ/K$$

ب) $\Delta S_{ice}<\Delta S_{R\text{-}22}<\Delta S_{Nitrogen}$

یعنی استفاده ازآب کمترین افزایش انتروپی واستفاده ازنیتروژن بیشترین افزایش انتروپی رابرای محیط سرد داراست ودر نتیجه استفاده ازآب از نظر زیست - محیطی بهتر است ولی باتوجه به اینکه اختلاف دمای فلز با محیط سرد در مورد نیتروژن از همه بیشتر است سرعت فرایند کوئنچ کاری در مورد نیتروژن بیشتر بوده و از نظر اتلاف زمان خط تولید استفاده از نیتروژن بهتر است .

۸-۲۹ یک سیلندر پیستون توسط یک جرم واتمسفر بیرونی بارگذاری شده ومحتوی $2kg$ آب در $5MPa$ و $100^{\circ}C$ می باشد . اکنون حرارت از یک منبع به دمای $700^{\circ}C$ به آب داده می شود تا در جه حرارت آب هم به $700^{\circ}C$ برسد . مقدار کار ، انتقال حرارت وتولید انتروپی کل برای سیستم ومحیط را پیدا کنید.

حل:



1) $P_1=5MPa=Cte, T_1=100^{\circ}C$

$$,\ m=2kg$$

مایع متراکم : $\Rightarrow u_1=u_f)_{100^{\circ}C}=418.97$

$$,\ s_1=s_f)_{100^{\circ}C}=1.3068$$

$$,\ v_1=v_f=0.001044$$

$$T_2=700^{\circ}C\ ,\ P_2=5\ MPa \Rightarrow s_2=7.5122\ ,\ u_2=3457.67\ ,\ v_2=0.08849$$

$$_1W_2 = \int PdV = m\int_{v_1}^{v_2} Pdv = mP(v_2 - v_1) = 874.5kJ$$

قانون اول :

$$_1Q_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = 6952\ kJ$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{CM} + \Delta S_{surr} = m(s_2 - s_1)_{CM} + \frac{\delta Q}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 2(7.5122 - 1.3068) - \frac{6952}{700 + 273.15} = 5.267\ kJ/K$$

۸-۳۰ یک سیلندر که با یک پیستون قابل حرکت آب بندی شده است محتوی آب در $3MPa$ و کیفیت 50% و به حجم $20L$ است . اکنون آب در اثر در یافت حرارت به اندازه $600kJ$ از یک منبع بزرگ حرارتی با دمای $300^{\circ}C$ تا فشار $1.2MPa$ انبساط می یابد . ادعا می شود که آب در طی این فرایند $124kJ$ کار انجام می دهد آیا چنین چیزی ممکن است ؟

حل:

حالت 1:

$$P_1 = 3Mpa\ \ , x_1 = 0.5$$

$$\rightarrow v_f = 0.001216\ ,\ v_{fg} = 0.06546 \rightarrow v_1 = v_f + x_1 v_{fg} = 0.03394\ m^3/kg$$

$$u_f = 1004.76\ ,\ u_{fg} = 1599.34\ \rightarrow u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 1804.43\ kJ/kg$$

$$s_f = 2.6456\ ,\ s_{fg} = 3.5412\ \rightarrow s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 4.4162\ kJ/kgK$$

آب را به عنوان سیستم در نظر می گیریم اگر ادعا درست باشد داریم:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.02}{0.03394} = 0.59kg$$

$$system: 1st\ law: Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$600 = 124 + 0.59(u_2 - 1804.43) \Rightarrow u_2 = 2611.209\ kJ/kg$$

حالت 2 :

$$\begin{cases} P_2 = 1.2MPa \\ u_2 = 2611.209\ kJ/kg \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \text{بادرون یابی از جدول} \rightarrow s_2 = 6.5855\ kJ/kgK$$

$$\Delta S_{net} = (\Delta S_{sur} + \Delta S_{sys}) > 0 \qquad (\text{قانون دوم :})$$

$$\Delta S_{sur} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T})_{sur} = \frac{-600}{573.15} = -1.0469\ kJ/K$$

$$\Delta S_{sys}=m(s_2-s_1)=0.59(6.5855-4.4162)=1.2799\ kJ/K$$

$$\Delta S_{net}=-1.0469+1.2799=+0.233\ >0$$

پس امکان انجام چنین امری وجود دارد.

۸-۳۱ یک ظرف حاوی $4L$ شیر در دمای $25^{\circ}C$ درون یخچال گذاشته می شود . این شیر باید تا دمای ثابت درون یخچال برابر با $5^{\circ}C$ خنک شود . با فرض اینکه خصوصیات شیر مانند آب مایع باشد ، انتروپی زائی (تولید انتروپی) را در طول فرایند سرمایش بیابید.

حل:

(تمام فرایند در فشار ثابت ، P_{atm}، انجام می شود.)

با مراجعه به جدول آب اشباع مقدار تقریبی $v=0.001$ را بدست می آوریم

$$\Rightarrow m=\frac{V}{v}=4\ kg$$

$$s_1=s_f)_{25^{\circ}C}=0.3673\ kJ/kgK \qquad u_1=u_f)_{25^{\circ}C}=104.86\ kJ/kg$$

$$s_2=s_f)_{5^{\circ}C}=0.0761\ kJ/kgK \qquad u_2=u_f)_{5^{\circ}C}=20.97\ kJ/kg$$

$$1st\ law:\ Q=m\Delta u=-335.56\ kJ$$

اصل افزایش انتروپی :
$$\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr}=\Sigma S_{gen}\Rightarrow \Sigma S_{gen}=m(s_2-s_1)+\frac{-Q}{T_{\circ}}$$

$$\Rightarrow S_{gen}=0.041599\ kJ/K$$

۸-۳۲ سیلندر پیستونی محتوی $1kg$ آب در $20^{\circ}C$, $150kPa$ می باشد .پیستون طوری بارگذاری می شود که فشار وحجم رابطهٔ خطی با هم داشته باشند . حال حرارت از یک منبع به دمای $600^{\circ}C$ به آب افزوده می شود تا اینکه آب به شرایط $500^{\circ}C$, $1MPa$ برسد . مقدار انتقال حرارت وتغییر انتروپی کل را حساب کنید.

حل:

(1
$$P_1=150\ kPa\ ,\ T_1=20^{\circ}C\ ,\ m=1kg$$

$$\Rightarrow u_1=u_f)_{20^{\circ}C}=83.94\ ,\ v_1=v_f)_{20^{\circ}C}=0.001002\ ,\ s_1=s_f)_{20^{\circ}C}=0.2966$$

(2
$$P_2=1MPa\ ,\ T_2=500^{\circ}C\Rightarrow v_2=0.35411\ ,\ u_2=3124.34\ ,\ s_2=7.7621$$

$$P=C'V+D=Cv+D\Rightarrow\begin{cases}P_1=Cv_1+D\\P_2=Cv_2+D\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C=2407.2\\D=147.588\end{cases}\Rightarrow P=2407.2v+147.588$$

$$_1W_2=\int_1^2 PdV=m\int_1^2 Pdv=\int_1^2 Pdv=\int_{0.001002}^{0.35411}(2407.2v+147.588)dv$$

$$\Rightarrow {}_1W_2=203.037\,kJ$$

$$_1Q_2-m(u_2-u_1)+{}_1W_2=3243.44\,kJ$$

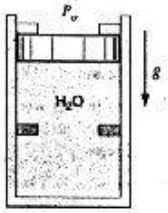
$$\Delta S_{net}=\Delta S_{C.M}+\Delta S_{surr}=m(s_2-s_1)_{C.M}-\frac{{}_1Q_2}{T_H}=(7.7621-0.2966)-\frac{3243.44}{873.15}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=3.751\ kJ/K>0$$ تحول از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است .

۸-۳۳ آب موجود در سیلندر - پیستون نشان داده شده در شکل در $500^\circ C$, $1MPa$ قرار دارد. دو تکیه گاه یکی در $V_{min}=1m^3$ ودیگری در $V_{max}=3m^3$ قرار دارند. پیستون توسط جرم وفشار اتمسفر بارگذاری شده بطوری که با فشار $500kPa$ حرکت می کند .این مجموعه با دادن حرارت به محیط $20^\circ C$ تا $100^\circ C$ سرد می شود . انتروپی کل تولید شده در فرایند راپیدا کنید.

حل:

حالت 1:



$$\begin{cases}1MPa\\500^\circ C\end{cases}\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix}v_1=0.35411\ m^3/kg\\ u_1=3124.34\ kJ/kg\\ s_1=7.7621\ kJ/kgK\end{matrix}$$

$$m=\frac{V_{max}}{v_1}=\frac{3}{0.35411}=8.47\,kg$$

$$\begin{cases}100^\circ C\\500\,kPa\end{cases}\rightarrow v\cong v_f=0.001044\rightarrow V=mv_1=0.008845\ m^3$$ اگرموانع پائین وجودنداشت

پیستون تا این حجم پائین می آمد ولی پیستون به دلیل وجود موانع پائینی در $V=1m^3$ متوقف می‌شود.

حالت 2:

$$v_2=\frac{V_2}{m}=\frac{1}{8.47}=0.11806\ m^3/kg\ ,\ T_2=100^\circ C\rightarrow$$ دوفازه

$$\rightarrow v_f=0.001044\ m^3/kg\ ,\ v_{fg}=1.67185\ m^3/kg\ ,\ u_f=418.91\ kJ/kg$$

$$,u_{fg}=2087.58\ kJ/kg\ ,\ s_f=1.3068\ kJ/kgK\ ,\ s_{fg}=6.048\ kJ/kgK$$

$$x_2=\frac{v_2-v_f}{v_{fg}}=0.07$$

$$\Rightarrow u_2=u_f+x_2u_{fg}=565.04\ kJ/kg\ ,\ s_2=s_f+x_2s_{fg}=1.7301\ kJ/kgK$$

آب را به عنوان سیستم در نظر می‌گیریم:

$$W_{1-2}=m\int_1^2 Pdv=8.47\times500(0.11806-0.35411)=-999.67\,kJ$$

$$system:\ 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$$

$$Q_{1-2}=-999.67+8.47(565.04-3124.34)=-22676.94\ kJ$$

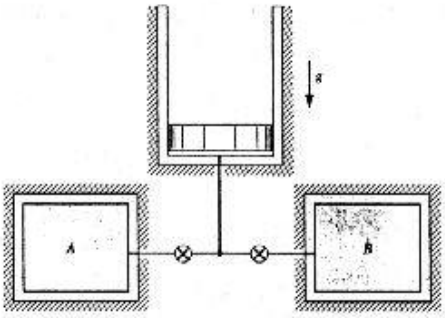
$$\Delta S_{net}-S_{gen}=0\ \Rightarrow(\Delta S_{sur}+\Delta S_{sys})-S_{gen}=0\ \Rightarrow S_{gen}=\Delta S_{sur}+\Delta S_{sys}$$

$$\Delta S_{sur}=\int\frac{\delta Q}{T}=\frac{Q_{1-2}}{T_{Sur}}=\frac{22676.94}{273.1+20}=77.37\ kJ/K$$

$$\Delta S_{sys}=m(s_2-s_1)=8.47(1.7301-7.7621)=-51.09\ kJ/K$$

$$\Rightarrow S_{gen}=77.37-51.09=26.3\ kJ/K$$

۸-۳۴ دومخزن حاوی بخار بوده و توسط یک سیلندر - پیستون مطابق شکل (P۸.۳۴) به هم وصل شده اند . در ابتدا پیستون در کف قرار داشته وجرم پیستون طوریست که فشاری برابر با $1.4MPa$ در زیر آن برای بالا بردن پیستون لازم است . $4kg$ بخار در A در $700^{\circ}C$, $7MPa$ قرار داشته و B حاوی $2kg$ بخار در $350^{\circ}C$, $3MPa$ است . هردو شیر باز می شوند و آب به حالت یکسان در می آید . بافرض عدم انتقال حرارت دمای نهایی و تولید انتروپی کل را بیابید .



حل:

$$1st\ law:\ Q=W+\Delta U \quad , \quad Q=0\Rightarrow W=P_{ext}V_{Cy.}=-\Delta U=U_1-U_2$$

$$\Rightarrow P_{ext}(m_{tot}v-m_{1A}v_{1A}-m_{1B}v_{1B})=m_{1A}u_{1A}+m_{1B}u_{1B}-m_{tot}u_2 \qquad (1$$

یعنی از قانون اول نتیجه می شود که باید رابطه بالا در شرایط نهایی برقرار باشد

از طرفی داریم : $P_2=P_{ext}=1.4MPa$

با مراجعه به جدول آب ابر گرم خواص مورد نیاز آب را بدست می آوریم :

$$v_{1A}=0.06283\ m^3/kg\ ,\ u_{1A}=3448.6\ kJ/kg\ ,\ s_{1A}=7.3476\ kJ/kgK$$

$$v_{1B}=0.09053\ m^3/kg\ ,\ u_{1B}=2843.66\ kJ/kg\ ,\ s_{1B}=6.7427\ kJ/kgK$$

$$I)\Rightarrow 6u_2+8.4\times10^3 v_2-20087.1=0$$

بادر نظر گرفتن سمت چپ رابطه فوق به عنوان δودرون یابی δبه صفر از جداول آب دمای نهایی را می یابیم .

$$P=1.4MPa\ \begin{cases}T=500^\circ C\Rightarrow\delta=757.56\\ T=400^\circ C\Rightarrow\delta=-542.58\end{cases}\ \delta=0\Rightarrow T=441.732^\circ C$$

$$\Rightarrow s_2=7.42774\ kJ/kgK$$

$$2nd\ law:\ \Delta S=\frac{Q}{T}+S_{gen}\Rightarrow S_{gen}=\Delta S=m_{tot}s_2-m_{1A}s_{1A}-m_{1B}s_{1B}$$

$$\Rightarrow S_{gen}=1.69064\ kJ/K$$

۸-۳۵ سیلندر پیستونی محتوی $3kg$ آب در $500kPa$, $600^\circ C$ می باشد . سطح مقطع پیستون $0.1m^2$ بوده وبایک فنر خطی با ثابت فنری $10kN/m$ در تعادل می باشد . این مجموعه به علت انتقال حرارت به اتاق ، به دمای $20^\circ C$، تا درجه حرارت اتاق سرد می شود . تغییر کل انتروپی (آب بعلاوه محیط) در ضمن فرایند را محاسبه کنید.

حل:

(1

$$P_1=500kPa\ ,\ T_1=600^\circ C\Rightarrow v_1=0.80406\Rightarrow V_1=2.4122\,m^3,$$

$$u_1=3299.64\ ,\ s_1=8.3521$$

$$m_1=3kg\ ,\ K=10kN/m\ ,\ A_p=0.1\ m^2$$

فشار با حجم رابطه خطی بصورت مقابل دارد $\left(P=\frac{K\Delta V}{A^2}\right)$ که در آن ΔV افزایش حجم از حالت تعادل فنر(فشار صفر)را نشان می دهد.

حجم سیلندر در حالت تعادل فنر : $P_1=\frac{K\Delta V_1}{A^2}=\frac{K}{A^2}(V_1-V)\Rightarrow V=1.9122$

$$\begin{cases} T_2=20^\circ C \\ P_2=2.339\,kPa \end{cases} \text{ (درحالت دوفازی) و } P_2=\frac{K}{A^2}(V_2-V) \Rightarrow V_2=1.91454$$

2) حالت دوفازی : $T_2=20^\circ C\ ,\ v_2=\frac{V}{m}=0.63818 \Rightarrow x_2=\frac{v_2-v_{2f}}{v_{2fg}}\times 100=1.1\%$

$$u_2=u_{2f}+xu_{2fg}=109.51\,kJ/kg \quad , \quad s_2=s_{2f}+xs_{2fg}=0.3889 kJ/kgK$$

$$_1Q_2=m(u_2-u_1)+\int_{2.4122}^{1.91454} PdV=3(109.51-3299.64)+\frac{K}{A^2}\int_{2.4122}^{1.91454}(V-1.9122)dV$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2=-9695.39\,kJ$$

$\Rightarrow Q=+9695.39\,kJ$ Q مقدار گرمایی است که به محیط داده شده است.

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{CM}+\Delta S_{Surr}=m(s_2-s_1)_{CM}+\frac{Q}{T}=3(0.3889-8.3521)+\frac{9695.39}{293.15}$$

$\Rightarrow \Delta S_{net}=9.183\,kJ/K>0 \Rightarrow$ تحول از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است .

۸-۳۶ یک سیلندر - پیستون محتوی آب در $200kPa\ ,\ 200^\circ C$ با حجم $20L$ است . پیستون به آرامی حرکت می کند وآب را تا فشار $800kPa$ فشرده می کند . بار روی پیستون طوری است که حاصلضرب PV همواره ثابت است . بافرض اینکه دمای اتاق $20^\circ C$ است نشان دهید این فرایند ناقض قانون دوم نیست .

حل:

حالت 1:

$$\begin{cases} 200kPa \\ 200^\circ C \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{matrix} v_1=1.08034\ m^3/kg \\ u_1=2654.39\ kJ/kg \\ s_1=7.5066\ kJ/kgK \end{matrix}$$

$$m=\frac{V_1}{v_1}=\frac{0.02}{1.08034}=0.018\ kg$$

$$P_1V_1=P_2V_2 \Rightarrow 200\times 0.02=800\times V_2 \Rightarrow V_2=0.005\ m^3 \rightarrow v_2=\frac{V_2}{m}=0.2778\ m^3/kg$$

حالت 2:

$$\begin{cases} P_2=800kPa \\ v_2=0.2778\ m^3/kg \end{cases} \rightarrow \text{بادرون یابی ازجدول} \rightarrow \text{بخار فوق‌گرم} \rightarrow \begin{cases} u_2=2675.21\ kJ/kg \\ s_2=6.9233\,kJ/kgK \end{cases}$$

$$W_{1-2}=\int PdV=\int_1^2 \frac{P_1V_1}{V}dV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{4}{V}dV=-5.5452\ kJ$$

آب داخل سیلندر پیستون را سیستم فرض می کنیم :

$$system:\ 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$$

$$Q_{1-2}=-5.5452+0.018(2675.21-2654.39)=-5.17\ kJ$$

بنا به قانون دوم (اصل افزایش انتروپی) $\Delta S_{net}=\Delta S_{sur}+\Delta S_{sys}>0$

$$\Delta S_{sur}=\int\frac{\delta Q}{T}=\frac{-Q_{1-2}}{T_{sur}}=\frac{5.17}{(273.1+20)}=0.0176\ kJ/K$$

$$\Delta S_{sys}=m(s_2-s_1)=0.018(6.9233-7.5066)=-0.0105\ kJ/K$$

$$\Delta S_{net}=0.0176-0.0105=0.0071\ kJ/K>0$$

$$\Delta s_{net}=\frac{\Delta S_{net}}{m}=\frac{0.0071}{0.018}=0.395\ kJ/kgK$$ پس این فرایند قانون دوم را نقض نمی کند.

۸-۳۷ یک کیلوگرم آمونیاک (NH_3) بصورت مایع اشباع در $-20^\circ C$ در یک پیستون / سیلندر بار گذاری شده توسط فنر قرار دارد . از یک منبع در دمای $100^\circ C$ تا رسیدن به شرایط نهایی $70^\circ C$, $800kPa$ به آمونیاک گرما داده می شود . کار ، انتقال حرارت وتولید انتروپی را با فرض بازگشت پذیر داخلی بودن برای فرایند بیابید.

حل:

داریم:

$$T_1=-20^\circ C\ ,\ x_1=0\%\Rightarrow P_1=P_{sat}=190.2\ kPa\ ,\ v_1=v_f=0.001504\ m^3/kg$$
$$,u_1=u_f=88.76\ kJ/kg\ ,\ s_1=s_f=0.3657\ kJ/kgK$$

$$T_2=70^\circ C\ ,\ P_2=800kPa\Rightarrow v_2=0.19896\ ,\ h_2=1597.5\ kJ/kg$$
$$,\ s_2=5.5513\ kJ/kgK\ ,\ u_2=h_2-P_2v_2=1438.33$$

فنر خطی : $P=Cv+D$

$$\Rightarrow\begin{cases}P_1=Cv_1+D\\P_2=Cv_2+D\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}190.2=C\times0.001504+D\\800=C\times0.19896+D\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C=3088.28\\D=185.555\end{cases}$$

$$\Rightarrow P=3088.28\,v+185.555$$

$$\Rightarrow W=mw=w=\int Pdv=\left[1544.14v^2+185.555v\right]_{0.001504}^{0.19896}$$

$$\Rightarrow W=97.7604\ kJ$$

$$1st\ law:\ Q=W+\Delta U=m(w+\Delta u)=w+\Delta u=1447.33\,kJ$$

اصل افزایش انتروپی:

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{surr}+\Delta S_{sys}=\Sigma S_{gen}\Rightarrow\quad \Sigma S_{gen}=\frac{-Q}{T}+m\Delta s=1.31\ kJ/K$$

۸-۳۸ یک سیلندر پیستون طوری بارگذاری شده است که فشار رابطه خطی با حجم دارد . این سیلندر محتوی $2kg$ آب در $100^\circ C$ با عیار 10% است . حال مقداری حرارت از منبعی به دمای $700^\circ C$ به آب افزوده می شود تا آب به حالت نهایی $500^\circ C$, $1MPa$ برسد . کار مخصوص وانتقال حرارت برای آب وتولید انتروپی کل برای فرایند را بدست آورید.

حل :

$$T_1=100^\circ C\ ,\ x_1=10\%\ ,m=2kg$$

(1

$$\Rightarrow P_1=101.3\ kPa\ ,\ v_1=v_f+xv_{fg}=0.168229\ m^3/kg$$

$$,\ u_1=u_f+xu_{fg}=627.67kJ/kg\ ,s_1=s_f+xs_{fg}=2.0423kJ/kgK$$

(2

$$P_2=1MPa\ ,\ T_2=500^\circ C\Rightarrow v_2=0.35411\ ,\ u_2=3124.34\ ,\ s_2=7.7621$$

$$V_2=mv_2=0.70822\,m^3$$

$$P=m'V+n'\Rightarrow\begin{cases}P_1=m'V_1+n'\\P_2=m'V_2+n'\end{cases}\Rightarrow\ \text{از حل دستگاه}\ \Rightarrow\begin{cases}m'=2417.4\\n'=-712\end{cases}$$

$$_1W_2=\int_1^2 PdV=\int_1^2(m'V+n')dV=\left(\frac{m'}{2}V^2+n'V\right)\Bigg|_{V_1=0.33646}^{V_2=0.70822}=204.7\ kJ$$

$$_1Q_2=m(u_2-u_1)+{}_1W_2=5198\ kJ$$

برای منبع انرژی داریم: $Q=-5198\,kJ$

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{C.M.}+\Delta S_{surr}=m(s_2-s_1)_{C.M.}+\frac{Q}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=2(7.7621-2.0423)-\frac{5198}{973.15}=6.1\,kJ/K>0\Rightarrow$$

فرایند از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است .

۸-۳۹ یک سیلندر عایق که با یک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده است محتوی بخار اشباع $R\text{-}12$ در دمای محیط $20^{\circ}C$ است . حجم اولیه $10L$ می باشد . اکنون $R\text{-}12$ تا رسیدن دما به $-30^{\circ}C$ انبساط می یابد . سپس عایق از روی سیلندر برداشته می شود وسیلندر در فشار ثابت تا دمای محیط گرم می شود . کار خالص وتغییر انتروپی خالص در طی این فرایند را محاسبه کنید.

حل:

حالت 1: $20^{\circ}C$ ، بخار اشباع $\Rightarrow P_1=P_{sat}\mid_{20^{\circ}C}=567.3\ kPa$

$$\Rightarrow v_1=0.03078\ m^3/kg\ ,\ u_1=178.32\ kJ/kg\ ,\ s_1=0.6884\ kJ/kgK$$

$$m=\frac{V_1}{v_1}=\frac{0.01}{0.03078}=0.32\,kg$$

از آنجائیکه پیستون بدون اصطکاک فرض شده است وبا فرض آرام بودن انبساط می توان فرایند در قسمت اول را یک فرایند بازگشت پذیر بی دررو (آیزنتروپیک)فرض کرد.

حالت 2: $s_2=s_1=0.6884\ kJ/kgK\ ,\ T_2=-30^{\circ}C\ \rightarrow$ دوفازه

$$P_2=P_{sat}\mid_{-30^{\circ}C}=100.4kPa$$

$$\Rightarrow s_f=0.0371\ kJ/kgK\ ,\ s_{fg}=0.6799\ kJ/kgK\ ,\ v_f=0.000672\ m^3/kg$$

$$\Rightarrow v_{fg}=0.15870\ m^3/kg\ ,\ u_f=8.79\ kJ/kg\ ,\ u_{fg}=149.4\ kJ/kg$$

$$x_2=\frac{s_2-s_f}{s_{fg}}=\frac{0.6884-0.0371}{0.6799}=0.958$$

$$\Rightarrow u_2=u_f+x_2u_{fg}=151.915\ kJ/kg$$

$$v_2=v_f+x_2v_{fg}=0.1527\ m^3/kg$$

$$V_2=mv_2=0.049\ m^3$$

آب داخل سیلندرپیستون راسیستم فرض می‌کنیم:

$$system:\ 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$$

$$\Rightarrow 0=W_{1-2}+0.32\,(151.915\ \ 178.32)$$

$$\Rightarrow W_{1-2}=8.45\,kJ$$

حالت 3: $\begin{cases}p_3=p_2=100.4kPa\\ T_3=20^{\circ}C\end{cases}\rightarrow$ بخارفوق گرم $\rightarrow$ $\begin{matrix}v_3=0.19728\ m^3/kg\\ h_3=203.85\ kJ/kg\\ s_3=0.8281\ kJ/kgK\end{matrix}$

$u_3=h_3-p_3v_3=184.04 \quad kJ/kg \qquad V_3=mv_3=0.32\times0.19728=0.0631\ m^3$

$$W_{2\text{-}3}=\int_2^3 PdV=P_3(V_3-V_2)=100.4(0.0631-0.049)=1.42\ kJ$$

$system: 1st\ law:\ Q_{2\text{-}3}=W_{2\text{-}3}+m(u_3-u_2)$

$$Q_{2\text{-}3}=1.42+0.32(184.04-151.915)=11.7\ kJ$$

$$W_{net}=W_{1\text{-}2}+W_{2\text{-}3}=8.45+1.42=9.9\,kJ$$

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{sur}$$

$$\Delta S_{sys}=m(s_3-s_1)=(0.8281-0.6884)\times 0.32=0.0447\,kJ/K$$

$$\Delta S_{sur}=-\frac{Q_{1\text{-}3}}{T_o}=-\frac{11.7}{293.1}=-0.0399\,kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=0.0048\,kJ/K$$

۴۰-۸ یک ظرف بوته مانند حاوی $25kg$ ماسه داغ در $200^\circ C$، ناگهان به درون یک حوضچهٔ حاوی $50L$ آب در $15^\circ C$ فرو برده می شود. با فرض عدم تبادل حرارت با محیط وعدم بخار شدن مایع، تغییر خالص انتروپی را بیابید.

حل:

داریم:

$$\rho_{sand}=\rho_s=1500\ kg/m^3 \quad , \quad C_p)_{sand}=C_s=0.8\ kJ/kgK$$

$$\rho_w=997\ kg/m^3 \quad , \quad C_p)_w=C_w=4.18\ kJ/kgK$$

اگر حوضچه و ظرف حاوی ماسه را سیستم بگیریم:

$$1st\ law:\ Q=W=0\Rightarrow \Delta U=0\Rightarrow m_w\Delta u_w=-m_s\Delta u_s$$

$$\Rightarrow \rho_w V_w C_w \Delta T_w=-m_s C_s \Delta T_s \Rightarrow T_2=31.2^\circ C=304.4\,K$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta S_{sand}=\Delta S_s=m_s C_s\ Ln\dfrac{T_2}{T_{1s}}=-8.821\ kJ/K \\ \Delta S_{Water}=\Delta S_w=\rho_w V_w C_w Ln\dfrac{T_2}{T_{1w}}=11.43\ kJ/K \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sys}=2.609\ kJ/K$$

از طرفی داریم :

$$\Delta S_{surr}=\frac{Q}{T_0}=0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr}=\Delta S_{sys}-2.609\ kJ/K$$

۸-۴۱/ قطعه بتنی به ابعاد $5\times8\times0.3m$ به عنوان جرم ذخیره ساز حرارتی در یک خانه که با انرژی خورشیدی گرم می شود ، بکار می رود . اگر این قطعه بتن در یک خانه به دمای $18^{\circ}C$ از $23^{\circ}C$ تا $18^{\circ}C$ سرد شود تغییر خالص انتروپی ناشی از فرایند چقدر خواهد بود؟

حل:

$concrete$ (بتن):

$$V=5\times8\times0.3=12m^3\ ,\ T_1=23^{\circ}C\ ,\ T_2=18^{\circ}C\ \Rightarrow \Delta T=-5K$$

از جدول $(A.3)$

$$\rho=2200\ kg/m^3\ ,\ C_p=0.88$$

$$Q=mc\Delta T=\rho VC\Delta T=-1.1616\times10^5 kJ$$

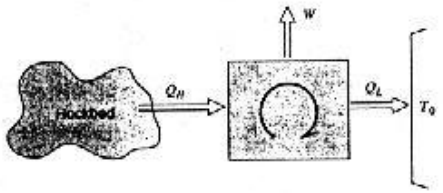
مقدار حرارتی که به اتاق داده شده است $Q=+1.1616\times10^5\ kJ$ خواهد بود.

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{con}+\Delta S_{sur}=mC_pLn\frac{T_2}{T_1}+\frac{Q_{sur}}{T_{sur}}$$

$$=2200\times12\times0.88Ln\frac{(18+273.15)}{(23+273.15)}+\frac{1.1616\times10^5}{18+273.15}=3.387$$

$$\Rightarrow\ \Delta S_{net}=3.387\ kJ/K$$

۸-۴۲ کار کلی که یک موتور حرارتی که انرژی را مانند مساله (۲۲-۷) از یک صخره دریافت می کند می تواند پس دهد را محاسبه کنید. نکته : معادله تراز انتروپی را برای حجم کنترل مرکب از سنگ و موتور حرارتی بنویسید .



حل:

(جدول $A.3$) گرانیت :

$$\rho=2750\ kg/m^3\ ,\ C_p=0.89\ kJ/kgK$$

برای جامدات : $\Delta u=\Delta h=C_p\Delta T$

اگر صخره را یک سیستم در نظر بگیریم : $system\ 1:\ 1st\ law: Q_{sys}=W_{sys}+m(u_2-u_1)$

$$W_{sys}=0\Rightarrow Q_{sys}=\rho VC_p(T_2-T_1)$$

$$Q_{sys}=2750\times 2\times 0.89(290-400)$$

$$Q_{sys}=-538450\ kJ$$

برای موتور حرارتی : $Q_H=-Q_{sys}$

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{sur}$$

$$\Delta S_{sys}=2750\times 2\times 0.89\,Ln\frac{290}{400}=-1574.15kJ/K$$

$$\Delta S_{sur}=-\frac{Q_L}{290}$$

$$\Delta S_{net}=0\Rightarrow Q_L=-456504\,kJ\Rightarrow W_{net}=|Q_H|-|Q_L|=81.9MJ$$

۸-۴۳ سرب که در ابتدا بصورت مایع در $500^{\circ}C$ است درون قالبی به ظرفیت $2kg$ ریخته می شود ، سپس در فشار ثابت تا دمای اتاق ، $20^{\circ}C$ ، بوسیله انتقال گرما به اتاق خنک می گردد . نقطه ذوب سرب $327^{\circ}C$ و تغییر آنتالپی بین دوفاز ، h_{if} ، $24.6kJ/kg$ است . گرمای ویژه برای جامد $0.138\ kJ/kgK$ وبرای مایع $0.155\ kJ/kgK$ می باشد . تغییر خالص انتروپی را برای این فرایند بیابید.

حل:

$$\Delta S_{surr}=\frac{Q}{T_o}=\frac{-m_{Lead}(C_L\Delta T_L+h_{if}+C_s\Delta T_s)}{T_o}=$$

$$=\frac{-2\left[0.155(327-500)+24.6+0.138(20-327)\right]}{293.1}=0.6399\,kJ/K$$

$$\Delta S_{Lead}=\Delta S_L+\Delta S_{2p}+\Delta S_s$$

$$\Delta S_L=mC_L\,Ln\frac{T_{2L}}{T_{1L}}=-0.07852\ kJ/K$$

$$\Delta S_{2p} = -m\frac{h_{if}}{T_{melt}} = -0.08198$$

$$\Delta S_s = mC_s Ln\frac{T_{2s}}{T_{1s}} = 0.1978 \Rightarrow \Delta S_{Lead} = -0.3583\ kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{Lead} + \Delta S_{surr} = 0.2816\ kJ/K$$

۸-۴۴ یک کرهٔ فولادی توخالی به قطر داخلی $0.5m$ وضخامت جدارهٔ $2mm$ محتوی آب در $2MPa$ و $250^\circ C$ می باشد . این سیستم (فولاد + آب) را تا درجه حرارت محیط ، $30^\circ C$ ، سرد می کنیم . مقدار خالص تغییر انتروپی سیستم بعلاوهٔ محیط را ضمن فرایند بدست آورید.

حل:

$$system: Steel + Water$$

$$T_1 = 250^\circ C\ ,\ T_{\text{محیط}} = 30^\circ C = 303.15K\ ,\ T_2 = 30^\circ C$$

از جدول A.3 فولاد: $\rho = 7820\ ,\ C_p = 0.46$

$$D_i = 0.5m\ ,\ D_o = D_i + 2t = 0.504\,m \Rightarrow m_s = \rho \times \frac{\pi}{6}(D_0^3 - D_i^3) = 12.38kg$$

[تغییر حجم ناشی از انقباض کرهٔ فولادی را به دلیل کوچک بودن نادیده گرفته ایم]

آب:

$$P_1 = 2MPa\ ,\ T_1 = 250^\circ C \Rightarrow v_1 = 0.11144 = v_2 = Cte\ ,\ u_1 = 2679.58\ ,\ s_1 = 6.5452$$

$$V_1 = \frac{1}{6}\pi D_i^3 = 0.0654m^3\ ,\ m = \frac{V_1}{v_1} = 0.59\ kg$$

آب: $\begin{cases} T_2 = 30^\circ C \\ v_2 = 0.11144\ m^3/kg \end{cases} \rightarrow$ حالت :دوفازی $\rightarrow$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} = 0.00336$$

$$u_2 = u_{2f} + x u_{2fg} = 133.47 kJ/kg$$

$$s_2 = s_{2f} + x s_{2fg} = 0.4638\ kJ/kgK$$

$$Q_{sys} = Q_{st} + Q_{Wat} = m_{st} C\Delta T + m_{Wat}(u_2 - u_1) = -2755.1\ kJ$$

مقدار حرارتی که محیط گرفته است $Q = +2755\ .1kJ$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} = \Delta S_{st} + \Delta S_{Wat} + \Delta S_{sur} = m_{st} C_p\, Ln\frac{T_2}{T_1} + m_{Wat}(s_2 - s_1) + \frac{Q}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=12.38\times 0.46\,Ln\frac{303.1}{523.1}+0.59\,(0.4638-6.5452)+\frac{2755.1}{303.1}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=2.39\,kJ/K$$

تحول از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است . $\Delta S_{net}=2.39>0\Rightarrow$

۸-۴۵ یک کیلوگرم هوا در یک سیلندر در $1.5MPa$, $1000K$ طی یک فرایند همدمای بازگشت پذیر انبساط می یابد تا حجم آن ده برابر بزرگتر شود . انتقال گرما در طول فرایند وتغییر انتروپی هوا را محاسبه کنید .

حل: آن قسمت از حجم سیلندر که زیر پیستون قرار دارد را به عنوان سیستم در نظر می گیریم :

$$C_v=0.717\ kJ/kgK\ ,\ R=0.287\ kJ/kgK \qquad (air$$

$$W_{1-2}=\int_1^2 PdV=\int_1^2\frac{mRT_1}{V}dV=mRT_1\int_1^2\frac{dV}{V}=mRT_1\,Ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{1-2}=1\times 0.287\times 1000\,Ln\,10=661\ kJ$$

$$system:\ 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)=660.84+mC_v(T_2-T_1)$$

$$Q_{1-2}=661\ kJ$$

با فرض گاز کامل برای هوا داریم :

$$S_2-S_1=m\left(C_v\,Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)+R\,Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right)$$

$$\Delta S)_{air}=0.287\,Ln\,10=0.66\,kJ/K$$

۸-۴۶ جرمی معادل $1kg$ هوا درون یک سیلندر در $1.5MPa$, $1000K$ قرار دارد . هوا در یک فرایند بازگشت پذیر و بی دررو تا $100kPa$ انبساط می‌یابد ، دمای نهایی و کار در طی فرایند را با دو فرض زیر بیابید:

الف) مقدار گرمای ویژه ثابت از جدول $A.5$

ب) جدول گاز ایده ال $A.7$

حل: چون فرایند بازگشت پذیر و بی دررو است پس انتروپی ثابت می باشد

الف : مقادیر گرمای ویژه ثابت :

$$T_1=1000K\ ,\ \frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\Rightarrow T_2=461.29\ K$$

$$v_1=\frac{RT_1}{P_1}=0.19133\ m^3/kg \quad , \quad \frac{v_1}{v_2}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/k} \Rightarrow v_2=1.3239\ m^3/kg$$

چون در این فرایند $Pv^k=Cte$ پس می توان از رابطهٔ کار پلی تروپیک استفاده کرد

$$\Rightarrow W=1\times w=\frac{P_2v_2-P_1v_1}{1-k}=386.51\ kJ$$

ب : جدول گاز ایده ال :

$$T_1=1000K \Rightarrow s^\circ_{T_1}=8.13493\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow s^\circ_{T_2}=s^\circ_{T_1}+R\,In\frac{P_2}{P_1}=7.3577 \Rightarrow T_2=486.07\ K$$

$$\Rightarrow u_2=349.53\ kJ/kg$$

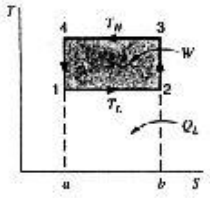
$$1st\ law:\ Q-W=\Delta U \Rightarrow W=-\Delta U=U_1-U_2=759.189-349.53 \Rightarrow W=409.66kJ$$

۴۷ ـ ۸ یک پمپ حرارتی را که در سیکل کارنو کار می کند و دارای $1kg$ گاز نیتروژن در سیلندر پیستون خود می باشد رادر نظر بگیرید . این موتور بین دو منبع حرارتی با دماهای $400K$, $300K$ کار می کند . در دمای پایین و در ابتدای افزایش حرارت فشار $1MPa$ است . طی فرایند حجم 3 برابر می شود . هریک از چهار فرایند سیکل را تجزیه وتحلیل نموده ومقادیر زیر را تعیین کنید .

الف) فشار ، حجم و درجه حرارت در هر نقطه .

ب) کار انجام شده وانتقال حرارت برای هر فرایند

حل:



تمام مقادیر از جدول $(B.6.2)$ بدست آمده اند.

$2 \to 1$: فرایند همدمای برگشت پذیر که طی آن سیال عامل مقداری حرارت می‌گیرد.

$$\left[\ {}_1q_2=\int Tds=T_L(s_2-s_1)\ \right]$$ ومقداری کار برابر

با ${}_1w_2={}_1q_2+u_1-u_2$ انجام می دهد.

$2 \to 3$: فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) که در آن بر روی سیال عامل کار انجام می شود.

$${}_2q_3=0 \quad , \quad {}_2w_3=u_2-u_3$$

$4 \to 3$: فرایند همدمای برگشت پذیر که طی آن حرارت از سیال عامل دفع می‌شود.

$$q_{3\,4}=\int Tds=T_H(s_4-s_3) \quad , \quad w_{3\,4}=q_{3\,4}+u_3-u_4$$

فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) که طی آن سیکل کامل می شود. $4 \rightarrow 1$:

$$q_{4\,1}=0 \quad , \quad w_{4\,1}=u_1-u_4$$

(1

$$T_1=300K \quad , \quad P_1=1MPa$$

$$\Rightarrow v_1=0.08889\,m^3/kg \quad , \quad s_1=6.1562\,kJ/kgK \quad , \quad h_1=309.18\,kJ/kg$$

$$\Rightarrow u_1=h_1-P_1v_1=220.29kJ/kg$$

(2

$T_2=300K \qquad v_2=3v_1=0.26667 \Rightarrow$

300K			
h	P	v	s
310.94	200	0.44503	6.6393
$h_2=?$	$P_2=?$	0.26667	$s_2=?$
310.28	500	0.17792	6.3653

$$\Rightarrow h_2=310.50 \quad , \quad P_2=400.3\,kPa \quad , \quad s_2=6.4563kJ/kgK$$

$$\Rightarrow u_2=h_2-P_2v_2=203.75\,kJ/kg$$

(3

$$\begin{cases} T_3=400K \\ s_3=s_2=6.4563 \end{cases} \Rightarrow$$

400K			
P	s	v	h
1500	6.3371	0.07949	413.96
$P_3=?$	6.4563	$v_3=?$	$h_3=?$
1000	6.4591	0.11905	414.47

$$\Rightarrow P_3=1011.47 \quad , \quad v_3=0.11814 \quad , \quad h_3=414.46 \Rightarrow u_3=h_3-P_3v_3=294.96\,kJ/kg$$

(4

$$\begin{cases} s_4=s_1=6.1562\,kJ/kgK \\ T_4=400K \end{cases} \Rightarrow$$

400K			
P	s	v	h
2000	6.2500	0.05971	413.47
$P_4=?$	6.1562	$v_4=?$	$h_4=?$
3000	6.1264	0.03993	412.5

$\Rightarrow P_4=2759kPa\ ,\ h_4=412.73\ ,\ v_4=0.04469, u_4=h_4-P_4v_4=289.43\,kJ/kg$

$$\underset{1\ 2}{Q}=m\underset{1\ 2}{q}=m\int_1^2 Tds=mT_L(s_2-s_1)=90\ kJ \qquad 1\to 2$$

$$Q_{1-2}=+W_{1-2}+m(u_2-u_1)\Rightarrow W_{1-2}=106.54\ kJ$$ قانون اول :

$2\to 3$ قانون اول

$$\underset{2\ 3}{q}=\int_2^3 Tds=0\ ,\ Q_{2-3}=W_{2-3}+m(u_3-u_2)$$

$$\Rightarrow W_{2-3}=-91.21\,kJ$$

$$\underset{3\ 4}{q}=\int_3^4 Tds=T_H(s_4-s_3)=-120\ kJ/kg\ =\underset{3}{Q}_4=m_3q_4=-120kJ \qquad 3\to 4$$

$$Q_{3-4}=W_{3-4}+m(u_4-u_3)\Rightarrow W_{3-4}=-114.47\,kJ$$ قانون اول :

$4\to 1$

$$\underset{4\ 1}{q}=\int_4^1 Tds=0\quad ,\ 1\ st\ law:\ Q_{4-1}=W_{4-1}+m(u_1-u_4)$$

$$\Rightarrow W_{4-1}=69.14\,kJ$$

$$W_{net}=W_{1-2}+W_{2-3}+W_{3-4}+W_{4-1}=-30\,kJ$$

۴۸-۸ یک مخزن صلب محتوی $2kg$ هوا در $200kPa$ و در دمای محیط $(20^\circ C)$ است یک جریان الکتریکی از یک مقاومت در داخل مخزن عبور می کند . بعد از اینکه $100kJ$ کار الکتریکی از مرز عبور کرد دمای هوا به $80^\circ C$ می رسد . آیا این ممکن است ؟

حل: مخزن را سیستم در نظر می گیریم :

$R=0.287\ kJ/kgK\quad ,\quad C_v=0.717\ kJ/kgK$ (air

$P_1V=mRT_1\ \Rightarrow\ 200\times V=2\times 0.287\times(273.1-20)\ \Rightarrow\ V=0.84\ m^3$

$system:\ 1st\ law:\ Q_{sys}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)=W_{1-2}+mC_v(T_2-T_1)$

$$Q_{sys}=-100+2\times 0.717\ (80-20)=-13.96\ kJ$$

(چون کارالکتریکی به سیستم وارد می شود عدد $100kJ$ باید با علامت منفی در رابطه قانون اول قرار داده شود)

اصل افزایش انتروپی :

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{sur}\geq 0$$

$$\Delta S_{sys}=m\left(C_v Ln\frac{T_2}{T_1}+R Ln\frac{V_2}{V_1}\right)=2\times 0.717\ Ln\left(\frac{273.1+80}{273.1+20}\right)=0.27\ kJ/K$$

$$\Delta S_{sur}=\int\frac{\delta Q}{T_{sur}}=\frac{-Q_{sys}}{T_{sur}}=\frac{13.96}{273.1-20}=0.048 kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=0.315\ >0$$

فرایند امکان پذیر است .

۴۹-۸ حجم داخلی یک تلمبه دستی دو چرخه زمانی که کاملا' کشیده شده باشد $25cm^3$ است . اکنون شما دستگیره (و در نتیجه پیستون) را در حالی به پایین فشار می دهید که شست خود را جلوی سوراخ خروجی گذاشته اید ، بدین ترتیب فشاری معادل $300kPa$ بدست می آید . اتمسفر اطراف در T_0, P_0 قرار دارد . دوحالت را مد نظر قرار دهید .

۱) این فرایند با سرعت انجام شود $(\sim 1\ s)$ 2) این فرایند بسیار کند انجام شود $(\sim 1h)$

الف) مفروضات را برای هردو حالت بیان کنید.

ب) حجم ودمای نهایی را برای هردو حالت بیابید.

حل:

الف) در حالت 1 چون فرصتی برای انتقال حرارت وجود ندارد پس فرایند بی دررو (آدیاباتیک) خواهد بود.

در حالت 2 چون همواره زمان کافی برای به تعادل رسیدن با محیط وجود دارد پس فرایند تک دما (ایزوترمال) خواهد بود .

ب) برای هر دوحالت از شرایط اولیه داریم:

$$P_1=P_0\ ,\ T_1=T_0\ ,\ m=\frac{P_0V_1}{RT_0}=2.9036\times 10^{-5}kg$$

در حالت 1 با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند چون $Q=0$ داریم : $s_2=s_1$

$$\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}=\left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}=1.3687\Rightarrow T_2=1.3687\ T_1$$

$$\Rightarrow T_2=1.3687T_0=410.62K\Rightarrow V_2=\frac{mRT_2}{P_2}=11.406\times 10^{-6}m^3\approx 11.41\ cm^3$$

[یافرض : $P_\circ=100kPa$, $T_\circ=300K$, $k_{air}=1.4$, $R_{air}=0.287\ kJ/kgK$]

در عمل چون فرایند بازگشت پذیر نیست حجم ودمای نهایی کمتر از مقادیر فوق خواهند بود.

در حالت 2 داریم :

$$T_2=T_1=T_\circ=300K \ , \ V_2=\frac{mRT_2}{P_2}=8.3333\times10^{-6}\ m^3$$

$$\Rightarrow V_2\approx 8.33\ cm^3$$

۵۰-۸ یک سیلندر پیستون عایق محتوی دی اکسید کربن در $120kPa$, $400K$ می باشد . حال گاز طی یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر تا فشار $2.5MPa$ متراکم می شود . درجه حرارت نهایی وکار واحد جرم را محاسبه کنید . بافرض

الف) حرارت مخصوص متغیر است ، جدول $A.8$

ب) حرارت مخصوص ثابت است ، مقادیر جدول $A.5$

پ) حرارت مخصوص ثابت است ، از مقادیر درجه حرارت متوسط وجدول $A.6$ استفاده کنید.

حل:

الف)

1)

$$T_1=400K \ , \ P_1=120kPa \Rightarrow \bar{s}^\circ_{T_1}=225.314 \ , \ (\bar{h}_{T_1}-\bar{h}^\circ_{298})=4003$$

$$\bar{R}=8.3134$$

$$\bar{P}_1\bar{v}_1=\bar{R}T_1 \Rightarrow \bar{v}_1=27.71\ m^3/kmol$$

$1 \rightarrow 2$: فرایند آیزونتروپیک

$$\bar{s}_2-\bar{s}_1=0=(\bar{s}^\circ_{T_2}-\bar{s}^\circ_{T_1})-\bar{R}\,Ln\frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \bar{s}^\circ_{T_2}=250.558\ kJ/kmolK$$

با درون یابی از جدول $(A.8)$ داریم .

T	$\bar{s}^\circ_T$	$(\bar{h}-\bar{h}^\circ_{298})$
600	243.284	12906
$T_2=?$	250.558	$\bar{h}_{T_2}-\bar{h}^\circ_{298}$
700	250.752	17754

$$\Rightarrow \begin{cases} T_2=697.4K \\ (\bar{h}_{T2}-\bar{h}^\circ_{298})=17628\ kJ/kmol \end{cases}$$

$$P_2\bar{v}_2=\bar{R}T_2 \Rightarrow \bar{v}_2=2.32\ m^3/kmol$$

$1 \rightarrow 2$ فرایند آیزونتروپیک

$$\bar{q}_{1-2}=\bar{w}_{1-2}+\bar{u}_2-\bar{u}_1 \Rightarrow 0=\bar{w}_{1-2}+(\bar{h}_{T2}-\bar{h}_{T1})-(P_2\bar{v}_2-P_1\bar{v}_1)$$

$$\Rightarrow \bar{w}_{1-2}=2500\times 2.32-120\times 27.71-(17628-4003)=-11150.2\,kJ/kmol$$

$$w_{1-2}=\frac{\bar{w}_{1-2}}{M}=-253.36\ kJ/kg$$

ب) از جدول $(A.5)$ داریم . $C_{P_o}=0.842kJ/kgK \quad , \quad R=0.1889kJ/kgK$

$$s_2-s_1=0=C_{po}Ln\frac{T_2}{T_1}-RLn\frac{P_2}{P_1}\Rightarrow T_2=790.5\,K$$

$$w_{1-2}=u_1-u_2=C_{vo}(T_1-T_2)=0.653(400-790.5)=-255kJ/kg$$

پ) از جدول $(A.6)$ داریم . $\bar{C}_{P_o}=-3.7357+30.529\theta^{0.5}-4.1034\theta+0.024198\,\theta^2$

دقیقترین جواب برای T_2 از قسمت الف حاصل می شود

$$T_{av}=\frac{T_1+T_2}{2}=\frac{400-697.4}{2}=548.7K$$

$$\theta=\frac{T_{av}}{100}=5.487 \qquad \Rightarrow \quad \bar{C}_{P_o}=45.99\ kJ/kmolK$$

$$C_{P_o}=\frac{\bar{C}_{P_o}}{M}=\frac{45.99}{44.01}=1.045 \quad , \quad C_{vo}=C_{P_o}-R=0.85608$$

قانون اول : ${}_1q_2=0$

$${}_1q_2=u_2-u_1+{}_1w_2 \Rightarrow \quad {}_1w_2=u_1-u_2=C_{vo}(T_1-T_2)=-254.6\ kJ/kg$$

۵۱–۸ یک تفنگ بادی کوچک را با سیلندری به حجم $1cm^3$ در $27^\circ C,\ 250kPa$ در نظر بگیرید ، گلوله همانند یک پیستون عمل می کند که در ابتدا توسط ضامنی نگه داشته شده است . گلوله شلیک می شود طوریکه هوا طی یک فرایند آدیاباتیک منبسط می شود . اگر زمانی که گلوله از سیلندر خارج می شود فشار $100kPa$ باشد حجم نهایی وکار انجام شده توسط هوا را بیابید.

حل:

$$T_1=27^\circ C=300.15\,K \quad , \quad P_1=250\,kPa \quad , \quad V_1=1cm^3=10^{-6}m^3 \qquad (1$$

$$P_2=100\,kPa \quad , \quad {}_1W_2=? \qquad (2$$

فرایند را برگشت پذیر فرض می کنیم

$1 \to 2$: فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (ایزنتروپیک):

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k \quad , \quad k=\frac{C_{P_o}}{C_{vo}}=1.4 \quad \Rightarrow V_2=1.924\times 10^{-6}\,m^3=1.9\,cm^3$$

$${}_1W_2=\int_1^2 PdV=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-k}=144\times 10^{-6}\,kJ=0.144J$$

۸-۵۲ یک مخزن صلب به حجم $1.5m^3$ محتوی $1kg$ گاز آرگون در $30^\circ C$ است . گرما از یک کوره در دمای $1300^\circ C$ به آرگون منتقل می شود تا انتروپی ویژه آرگون به میزان $0.343\ kJ/kgK$ افزایش یابد. گرمای کل مبادله شده وانتروپی تولید شده را بیابید.

حل: آرگون را سیستم در نظر می گیریم :

$$v_1=v_2=\frac{1.5}{1}=1.5\ m^3/kg \ \Rightarrow\ W=0$$

$$\Delta s_{sys}=\frac{\Delta S_{sys}}{m}=0.343kJ/kgK$$

$$\Delta s_{sys}=C_vLn\frac{T_2}{T_1}+RLn\frac{v_2}{v_1}=C_vLn\frac{T_2}{T_1}\ \Rightarrow\ T_2=T_1e^{\frac{\Delta s}{C_v}}=910K$$

$$(C_v=0.312kJ/kgK)$$

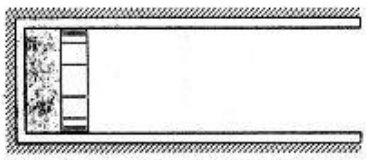
$$1st\ law:\quad Q=W+m\Delta u=C_v(T_2-T_1)\ \Rightarrow\ Q=189.38\ kJ$$

$$2nd\ law:\ \Sigma S_{gen}=\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr}$$

$$\Rightarrow\Sigma S_{gen}=m(s_2-s_1)+\frac{Q}{T_{furnace}}=0.223kJ/K$$

۸-۵۳ یک پیستون / سیلندر ، مطابق شکل (P۸-۵۳) ، حاوی هوا در $1380K$ ، $15MPa$ با حجم اولیه $V_1=10cm^3$ ، $A_{cyl}=5cm^2$ است . پیستون رها شده ودقیقاً قبل از خروج از سیلندر فشار داخل $200kPa$ می باشد . اگر سیلندر عایقکاری شده باشد طول آن را بیابید . چه مقدار کار توسط هوای داخل انجام شده است ؟

حل:



در این مساله رابطهٔ $W=P_{ext}\Delta V$ برقرار نیست چون جرم پیستون ممکن است قابل ملاحظه باشد . کار انجام شده توسط هوای داخل شامل دو قسمت است یکی که برای راندن پیستون در مقابل هوای خارج استفاده می شود و دیگری صرف تغییر انرژی جنبشی پیستون می‌گردد.

$$v_1=\frac{RT_1}{P_1}=0.0264\,m^3/kg$$

با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند داریم :

$P_{r1}=341.269$, $u_1=1095.23\ kJ/kg$, $v_{r1}=2.70787$

$$\frac{P_1}{P_2}=\left(\frac{P_{r1}}{P_{r2}}\right)_{s=Cte} \Rightarrow P_{r2}=P_{r1}\frac{P_2}{P_1}=4.55025$$

$P_{r2}=4.55025 \Rightarrow T_2=447.113\ K$, $u_2=320.856\ kJ/kg$, $v_{r2}=65.7974$

اگر هوای داخل را جرم کنترل فرض کنیم داریم : $m=\dfrac{P_1V_1}{RT_1}=3.7873\times10^{-4}\ kg$

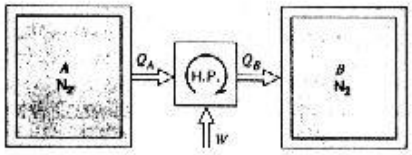
$$\frac{v_1}{v_2}=\left(\frac{v_{r1}}{v_{r2}}\right)_{s=Cte} \Rightarrow v_2=0.6416\,m^3/kg$$

$$V_2=mv_2=2.4298\times10^{-4}\,m^3$$

$$\Rightarrow L=\frac{V_2}{A_{cyl}}=0.486m=48.6\,cm$$

1st law: $Q=\Delta U+W=0 \Rightarrow W=m(u_1-u_2)=0.293279\ kJ$

۸-۵۴ دومخزن داریم که هر کدام محتوی $10kg$ گاز N_2 در فشار $500kPa$ ودرجه حرارت $1000K$ می باشند. حال توسط یک پمپ حرارتی که به دومخزن متصل است یکی از مخازن سرد ودیگری گرم می شود وتبادل حرارتی با محیط وجود ندارد . وقتی یکی از مخازن تا درجه حرارت $1500K$ گرم شود فرایند متوقف می شود . فشار و درجه حرارت نهایی در هر دو مخزن و کار ورودی به پمپ حرارتی را با فرض ظرفیتهای حرارتی ثابت حساب کنید.



حل:

$A,B(1$ $T_1=1000K$, $P_1=500\ kPa$, $m=10kg$, $V_A=V_B=Cte$

$P_c=3.39MPa$ $P_{r1}=\dfrac{P_1}{P_c}\approx0.15$, $T_c=126.2K$ $T_{r1}=\dfrac{T_1}{T_c}\approx7.9$

$C_{po}=1.042$, $R=0.2968$, $C_{vo}=0.745$

با مراجعه به نمودار تراکم پذیری مشاهده می شود که نیتروژن در این شرایط از رفتار گاز ایـدئال پیروی می کند . $(Z\approx 1)$

$$\begin{cases} T_2=1500K \\ V_A=V_B=Cte \end{cases} \qquad \frac{P_1V_1}{P_2V_2}=\frac{T_1}{T_2} \Rightarrow P_2=750\,kPa \qquad :A(2$$

$$(s_2-s_1)_A=C_{p\circ}Ln\frac{T_2}{T_1}-RLn\frac{P_2}{P_1}=0.30215$$

اگر کل مجموعه را به عنوان سیستم در نظر بگیریم چون کل مجموعه آدیاباتیک بوده وفرایند ها برگشت پذیر می باشند پس $\Delta S_{net}=0$

$$\Rightarrow \Delta s_{net}=0 \Rightarrow (s_2-s_1)_A+(s_2'-s_1)_B=0 \Rightarrow C_{p\circ}Ln\frac{T_2'}{T_1}-RLn\frac{P_2'}{P_1}=-0.30215$$

$$\frac{P_2'V}{T_2'}=\frac{P_1V}{T_1} \Rightarrow P_2'=\frac{P_1}{T_1}T_2' \Rightarrow C_{p\circ}Ln\frac{T_2'}{T_1}-RLn\frac{T_2'}{T_1}+0.30215=0$$

$$C_{p\circ}-R=C_{v\circ} \Rightarrow C_{v\circ}Ln\frac{T_2'}{T_1}+0.30215=\delta(=0)$$

با آزمون وخطا و درونیابی برای $\delta=0$ جواب را بدست می آوریم .

$$T=650K \Rightarrow \delta=-0.018263$$
$$T_2'=? \qquad \delta=0 \qquad \Rightarrow T_2'=667K$$
$$T=700K \Rightarrow \delta=0.036947$$

$$P_2'=\frac{P_1}{T_1}T_2' \Rightarrow P_2'=333\,kPa$$

$$W=Q_{H_A}-Q_{L_B}=m(T_{av}\Delta s)_A-m(T_{av}\Delta s)_B=m.\frac{T_1+T_2}{2}\Delta s_A-m\frac{T_1+T_2'}{2}\Delta s_B$$

[علامت منفی Δs_B در Q_{LB} منظور شده است]

$$|\Delta s_A|=|\Delta s_B|=0.30267$$

$$\Rightarrow W=m\frac{T_2-T_2'}{2}\Delta s=1260\,kJ$$

این مساله را از طریق جدول $(B.6.2)$ نیز می توانیم حل کنیم . (در مساله ۸-۶۰ توضیح داده خواهد شد)

۸-۵۶ تمایل داریم منبعی از گاز هلیم سرد رابا استفاده از روش زیر تهیه کنیم . هلیم موجود در یک سیلندر در شرایط محیط ، $100kPa$ ، $20^\circ C$ ، در یک فرایند باز گشت پـذیر وتکـدما تـا $600kPa$ فشرده می شود ، سپس گاز در یک فرایند بـی دررو و بـازگشت پـذیر تـا فشـار

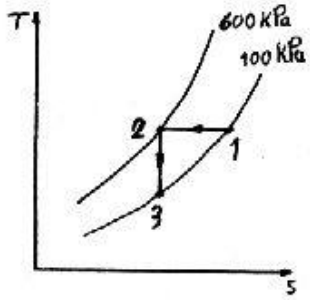
$100kPa$ انبساط می یابد.

الف) فرایند را روی دیاگرام T-s نشان دهید

ب) دمای نهایی وکار خالص بر واحد جرم هلیم را بیابید.

ج) اگر از یک گاز دو اتمی مانند اکسیژن یا نیتروژن استفاده می شد ، آیا دمای نهایی بالاتر ، پائینتر یا مساوی این دما بود ؟

حل:داریم:



$$R_{He}=2.0771kJ/kgK \ , \ k_{He}=1.667$$

$$v_1=\frac{RT_1}{P_1}=6.089\ m^3/kg$$

$$1 \to 2: \quad T=Cte \Rightarrow P_1v_1=P_2v_2$$

$$\Rightarrow v_2=1.0148\,m^3/kg$$

$$2 \to 3: \quad s=Cte \Rightarrow Pv^k=C$$

$$\Rightarrow \frac{T_3}{T_2}=\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \ , \ \frac{v_3}{v_2}=\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$\Rightarrow T_3=143.13K \ , \ v_3=2.9729\ m^3/kg$$

$$_1w_3={}_1w_2+{}_2w_3=\int_1^2 Pdv+\int_2^3 Pdv=\int_1^2\frac{RT_1}{v}dv+\int_2^3\frac{C}{v^k}a_v$$

$$\Rightarrow {}_1w_3=RT_1\,Ln\frac{v_2}{v_1}+\frac{P_3v_3-P_2v_2}{1-k}=-1091+467.15=-623.88\ kJ/kg(He)$$

ج) برای اکسیژن با توجه به حدود $200K$ تغییر دما می توان با تقریب گرماهای ویژه را ثابت دانست

در مورداکسیژن:

$$k_{O_2}=1.393 \Rightarrow \left(\frac{k-1}{k}\right)_{O_2}=0.2821 \Rightarrow \left(\frac{T_3}{T_2}\right)_{O_2}=\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{0.2821}$$

در مورد هلیم :

$$k_{He}=1.667 \Rightarrow \left(\frac{k-1}{k}\right)_{He}=0.4001 \Rightarrow \left(\frac{T_3}{T_2}\right)_{He}=\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{0.4001}$$

با توجه به اینکه P_2 , P_3 برای اکسیژن و هلیم یکسان هستند

$$\Rightarrow T_3)_{O_2}=176.84 \ > \ 143.13$$

یعنی با استفاده از گازهای دو اتمی در دستگاه فوق نمی توان به دمای پایینتری دست یافت

۸-۵۷ یک مخزن عایق به حجم $1m^3$ محتوی هوا در $800kPa$, $25^\circ C$ می باشد . حال شیر روی مخزن باز شده وفشار داخل مخزن سریعاً" تا $150kPa$ افت می کند . دراین حالت شیر بسته می شود . با فرض اینکه هوای باقیماندهٔ درون مخزن فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر را طی نماید. جرم هوای خارج شده طی فرایند را بدست آورید.

حل:

(1

$$P_1=800\,kPa \ , \ T_1=25^\circ C=298.15\,K \ , \ V=1m^3$$

$$m_1=\frac{P_1V}{RT_1} \Rightarrow m_1=9.35\,kg$$

(2

$$P_2=150\,kPa \ , \ m_2=?$$

جرم باقیمانده در مخزن فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) را طی کرده است پس داریم .

$$s_2-s_1=0=C_{pv}\,Ln\frac{T_2}{T_1}-RLn\frac{P_2}{P_1} \Rightarrow T_2=185K$$

$$m_2=\frac{P_2V}{RT_2} \Rightarrow m_2=2.83\,kg \quad , \quad m_e=m_1-m_2=6.52\,kg$$

[در این فرایند هوای خروجی از مخزن فرایند برگشت ناپذیری را طی می کند]

۸-۵۸ یک سیلندر که با یک پیستون آب بندی شده است محتوی هوا در $500kPa$, $200^\circ C$ است که در این نقطه حجم $10L$ می‌باشد. نیروی خارجی روی پیستون طوری تغییر می کند که هوا تا $150kPa$, $25L$ انبساط یابد . ادعا می شود که در این فرایند هوا 70% کاری را انجام می دهد که طی یک فرایند انبساط بازگشت پذیر بی دررو از حالت اولیه یکسان تا فشار نهایی یکسان می توانست صورت پذیرد ،(اتاق در دمای $20^\circ C$ است . *a)* مقدار کار ادعا شده چقدر است؟ *b)* آیا این ادعا صحیح است ؟

حل:هوای داخل سیلندر - پیستون را سیستم در نظر می گیریم :

(air

$$C_p=1.004\,kJ/kgK \ , \ R=0.287\,kJ/kgK \ , \ C_v=0.717\,kJ/kgK \ , \ k=1.4$$

$$T_1=273.1+200=473.1K$$

$$P_1V_1=mRT_1 \Rightarrow 500\times0.01=m\times0.287\times473.1 \Rightarrow m=0.037\,kg$$

$$P_2V_2=mRT_2 \Rightarrow 150\times0.01=0.037\times0.287\times T_2 \Rightarrow T_2=141.93\,K$$

برای فرایند بی دررو و بازگشت پذیر (آیزنتروپیک) در گاز کامل:

$$s_1=s_2 \rightarrow \frac{T_{2s}}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s}=473.1\times\left(\frac{150}{500}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}}=335.4K$$

برای حالت بازگشت پذیربی‌دررو:

$$system : 1st\ law : Q_{1-2} - W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

آیزنتروپیک $\quad W_{1-2} = mC_v\,(T_1 - T_{2s}) = W_{rev}$

$$W_{rev} = 0.037 \times 0.717\,(473.1 - 335.4) = 3.65\,kJ$$

طبق ادعا: $\quad W_{irr} = 0.7\ W_{rev} = 0.7 \times 3.65 = 2.56\ kJ$

برای حالت بازگشت ناپذیر توأم با انتقال حرارت :

$$system : 1st\ law : Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{irr} = 2.56 + 0.037 \times 0.717\,(141.93 - 473.1)$$

$$Q_{irr} = -6.22\,kJ$$

اصل افزایش انتروپی :

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \geq 0$$

$$\Delta S_{sys} = m\left(C_p Ln \frac{T_2}{T_1} - RLn \frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$= 0.037\left(1.004 Ln \frac{141.93}{473.1} - 0.287\ Ln \frac{150}{500}\right) = -0.032\ kJ/K$$

$$\Delta S_{sur} = \frac{-Q_{sys}}{T_\circ} = \frac{6.22}{273.1 + 20} = 0.021\ kJ/K$$

$$\Delta S_{net} = -0.032 + 0.021 = -0.011 < 0$$

این ادعا قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند وصحیح نمی باشد.

۵۹-۸ مخزن صلبی به حجم $200L$ بوسیلهٔ یک غشاء مصنوعی به دو قسمت هم حجم تقسیم شده است . هردو قسمت حاوی نیتروژن می باشند ، یکی در $200^\circ C,\ 2MPa$ و دیگری در $100^\circ C,\ 200kPa$ ، غشاء پاره شده ونیتروژن در دمای $70^\circ C$ به حالت یکسان می رسد . با فرض اینکه دمای محیط $20^\circ C$ باشد کار انجام شده و تغییر خالص انتروپی را برای فرایند بیابید.

حل:

اگر جرم کنترل را مخزن فرض کنیم چون تغییر حجم نداریم پس کار صفر است $\Leftarrow W=0$

[تمام اعداد مورد نیاز از جداول نیتروژن بدست آمده اند.]

$$A:\ T_A = 200^\circ C\ ,\ P_A = 2MPa$$

$$\Rightarrow v_A = 0.070756\ m^3/kg\ ,\ h_A = 491.1\ kJ/kg\ ,\ s_A = 6.4269\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow m_A = \frac{V_A}{v_A} = 1.4133\ kg\ ,\ u_A = h_A - P_A v_A = 349.59\ kJ/kg$$

$$B:\ T_B = 100^\circ C\ ,\ P_B = 200\ kPa$$

$$\Rightarrow v_B = 0.55397\ m^3/kg\ ,\ h_B = 387.27\ kJ/kg\ ,\ s_B = 6.8647\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{V_B}{v_B} = 0.18052\ kg\ ,\ u_B = h_B - P_B v_B = 276.48\ kJ/kg$$

$$V_2 = 0.2\ m^3\ ,\ m_2 = m_A + m_B = 1.5938\ kg\ \Rightarrow v_2 = 0.12549\ m^3/kg \qquad :2$$

شرایط نهایی : $T_2 = 70^\circ C = 343.15K\ ,\ v_2 = 0.12549\ m^3/kg$

$$T = 343.15K:$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 800kPa \Rightarrow v = 0.1274\ m^3/kg\ ,\ h = 354.97\ kJ/kg\ ,\ s = 6.3636\ kJ/kgK \\ P = 1000kPa \Rightarrow v = 0.10194\ m^3/kg\ ,\ h = 354.65\ kJ/kg\ ,\ s = 6.2964\ kJ/kgK \end{cases}$$

درون یابی:

$$v_2 = 0.12549\ m^3/kg \Rightarrow P_2 = 815\ kPa\ ,\ h_2 = 354.95\ kJ/kg\ ,\ s_2 = 6.3586\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 252.68\ kJ/kg$$

$$W = 0 \Rightarrow 1st\ law:\ Q = m\Delta u = m_2 u_2 - (m_A u_A + m_B u_B) = -141.27\ kJ$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = \left[m_2 s_2 - (m_A s_A + m_B s_B) \right] + \frac{|Q|}{T} = 0.29389\ kJ/K$$

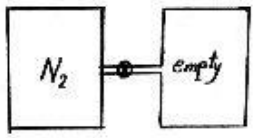
۶۰-۸ درون یک مخزن عایق بندی شده به حجم $0.5m^3$، نیتروژن در $600\ kPa\ ,\ 127^\circ C$ موجود است. حال این مخزن توسط یک شیر و لوله به یک مخزن عایق دیگر به حجم $0.5m^3$ که خالی است ، متصل می شود. اکنون شیر باز می شود تا نیتروژن هردو مخزن را فرا بگیرد . فشار ودرجه حرارت نهایی وتولید انتروپی ضمن فرایند رابیابید . چرا این فرایند بازگشت ناپذیر است؟

حل:

$$1)\ \begin{cases} P_1 = 600kPa \\ T_1 = 127^\circ C \cong 400K \\ V_1 = 0.5m^3 \end{cases} \qquad \begin{cases} P_c = 3.39MPa & P_{r1} = \dfrac{P_1}{P_c} = 0.18 \\ T_c = 126.2K & T_{r1} = \dfrac{T_1}{T_c} = 3.17 \end{cases}$$

با مراجعه به نمودار تراکم پذیری در می یابیم که نیتروژن در این حالت کاملا" از رفتار گاز ایده‌ال پیروی می کند وبا توجه به اینکه در ضمن این فرایند فشار کاهش می یابد (چون حجم افزایش یافته) پس P_r باز هم کوچک می شود یعنی در ضمن این فرایند (فرایند $2 \rightarrow 1$) نیتروژن از رفتار گاز ایده ال پیروی می کند.

اگر مجموعهٔ دومخزن را به عنوان سیستم در نظر بگیریم ، خواهیم داشت .



قانون اول : ${}_1q_2 = u_2 - u_1 + {}_1w_2$

کل سیستم آدیاباتیک است ${}_1q_2 = 0$

در مرز سیستم حرکتی نداریم ${}_1w_2 = 0$

$$\Rightarrow u_2 - u_1 = 0 \Rightarrow C_v(T_2 - T_1) = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = 400K$$

$$2)\begin{cases} T_2 = 400K \\ V_2 = 1\,m^3 \end{cases} \qquad \frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow P_2 = 300\,kPa$$

چون اختلاف فشار بین دومخزن زیاد است [یک مخزن در فشار 600 ودیگری خالی است]با باز کردن شیر فرایند سریع صورت می گیرد در نتیجه فرایند برگشت ناپذیر خواهد بود.

$$\Delta S_{gen} = \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \qquad \left(\Delta S_{sur} = \frac{Q_{sys}}{T_{sur}} = 0\right)$$

$$\Delta S_{sys} = m(s_2 - s_1) = m\left(C_{p_\circ} Ln\frac{T_2}{T_1} - R\,Ln\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{P_1V_1}{RT_1}\left(C_{p_\circ} Ln\frac{T_2}{T_1} - RLn\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$\Delta S_{sys} = 0.52\ kJ/K \Rightarrow \quad \Delta S_{gen} = 0.52\,kJ/K > 0$$

اگر بخواهیم این مساله را از طریق جدول (*B.6.2*) حل کنیم .

داریم :

$$1)\begin{cases} P_1 = 600\,kPa \\ T_1 = 400K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0.19819 \ , \ u_1 = h_1 - P_1v_1 = 295.976 \\ s_1 = 6.6121 \end{cases}$$

$v_2 = 2v_1 = 0.39638$ (حجم دوبرابر شده بود) $\qquad P_2 = ?$ (2

$u_2 = u_1 = 295.976$ (از قانون اول نتجه شد) $\qquad T_2 = ?$

جدولی مطابق شکل ترتیب می دهیم . و u ، v رابرای هر دما وفشار مشخص از جدول (*B.6.2*) پیدا می کنیم .با توجه به مقادیر جدول خواهیم دید که u_2 ، v_2 بین مقادیر u ، v در یک محدودهٔ

دمایی قرار خواهد گرفت و با درونیابی مقدار P_2 ، T_2 بدست میاید . اگر مساله از این طریق حل شود با روش حل اولی حداکثر 2% اختلاف خواهد داشت که قابل اغماض است .

T	$P=200$	$P=500$	$P=600$
350	u v	. . . ..	- - - - - - -
400	u' v'	- - - - - -	. . . . - -
450	u'' v''	- - - - - ..	- - - - - -

۸-۶۱ نئون از $400kPa$ ، $20^{\circ}C$ تارسیدن به $100^{\circ}C$ یک فرایند پلی تروپیک با $n=1.4$ را طی می‌کند . علامت انتقال حرارت وکار را مشخص کرده وتوضیح دهید.

حل:نئون را سیستم فرض می کنیم : $T_1=293.1K$, $T_2=373.1K$

Ne: $R=0.412\ kJ/kgK$, $C_{po}=1.03\ kJ/kgK$, $C_{vo}=0.618\ kJ/kgK$

پلی تروپیک :

$$W_{1-2}=\int_1^2 PdV=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=\frac{mR(T_2-T_1)}{1-n}$$

$$w=\frac{R(T_2-T_1)}{1-n}=\frac{0.412(373.1-293.1)}{1-1.4}=-82.4\ kJ/kg$$

$$1st\ law\ :\ q=w+(u_2-u_1)=w+C_v(T_2-T_1)$$

$$q=-82.4+0.618(373.1-293.1)=-32.96\ kJ/kg$$

* علامت منفی برای کار نشان دهنده این است که از خارج روی نئون کا رانجام می شود واین کار بصورت تراکمی خواهد بود.(حجم ویژه کاهش می یابد)

* علامت منفی برای انتقال حرارت نشان دهندهٔ انتقال حرارت از نئون به محیط است .

۸-۶۲ یک سیلندر / پیستون حاوی دی اکسید کربن در $300^{\circ}C$, $1MPa$ با حجم $200L$ می باشد. نیروی کل خارجی وارد بر پیستون متناسب با V^3 است . به این سیستم اجازه داده می شود تا دمای محیط ، $20^{\circ}C$ ، سرد شود . تولید انتروپی کل را برای این فرایند بیابید.

حل:

از جدول ثابتهای بحرانی $A.2$ داریم :

$P_c)_{CO_2}=7.38\ MPa$, $T_c)_{CO_2}=304.1\ K$, $M_{CO_2}=44.01\ kg/kmol$

از جدول ثابتهای گاز ایده‌ال $A.5$ داریم : $R_{CO_2}=0.1889\ kJ/kgK$

از جدول گرمای ویژه فشار ثابت برای گاز ایده‌ال ، $A.6$ داریم :

$$\overline{C}_{po})_{CO_2} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2$$

داریم : $T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} = 1.88 \quad , \quad P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} = 0.136$

با مراجعه به دیاگرام تراکم پذیری عمومی $D.1$ داریم : $Z = 1$

با توجه به اینکه دی اکسید کربن در حالت اولیه به خوبی از معادله حالت گاز ایده‌ال پیروی می‌کند واینکه رابطهٔ مستقیم فشار با V^3 باعث می شود که با افت حجم ، فشار ودر نتیجه P_2 به سرعت افت کند ودر نتیجه همواره Z بسیار نزدیک به 1 باشد ، می توان دی اکسید کربن را با تقریب بسیار بالا در کل فرایند ایده‌ال دانست

$$\begin{cases} \text{معادله حالت گاز ایده ال} \Rightarrow \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \\ \text{فرض مساله } P - CV^3 \Rightarrow P_1V_1^{-3} = P_2V_2^{-3} \end{cases} \Rightarrow T_1V_1^{-4} = T_2V_2^{-4} \Rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/4}$$

$$\Rightarrow V_2 = 0.16914\ m^3 \Rightarrow P_2 - P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-3} = 604.81\ kPa$$

$$m = \frac{P_1V_1}{Z_1RT_1} = 1.8473\ kg$$

فرایند پلی تروپیک $(n=-3)$ $$W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n} = -24.426\ kJ$$

*۱ دمای میانگین در این فرایند $T_{av} = 160^\circ C = 433.15K$ است .

$$\Rightarrow \theta_{av} = \frac{T}{100} = 4.3315$$

$$\overline{C}_{po})_{CO_2} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta - 0.024198\theta^2$$

$$\Rightarrow \overline{C}_{po})_{CO_2} = 42.482\ kJ/kmolK \Rightarrow C_{Po} = \frac{\overline{C}_{po}}{M} = 0.96528\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow C_{vo} = C_{po} - R_{CO_2} = 0.77638\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta U = mC_{vo}\Delta T = 1.8473 \times 0.77638 \times (-280) = -401.58\ kJ$$

$$1st\ law:\ Q = W + \Delta U = -426.01\ kJ$$

از جدول $A.8$ داریم : $\overline{s^\circ}_1 = 241.03\ kJ/kmolK \ , \ \overline{s^\circ}_2 = 213.24\ kJ/kmolK$

$$\Rightarrow \Delta\overline{s^\circ} = \overline{s^\circ}_2 - \overline{s^\circ}_1 = -27.79\ kJ/kmolK \ , \ \Delta s^\circ = \frac{\Delta\overline{s^\circ}}{M} = -0.63145\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta s = \Delta s^\circ - R\ln\frac{P_2}{P_1} = -0.53646\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta S = m\Delta s = -0.991\ kJ/K$$

$$\Sigma S_{gen} = \Delta S_{net} = \Delta S_{CO_2} - \Delta S_{surr}$$

$$\Delta S_{surr} = -\frac{Q_{CO2}}{T_o} = -\frac{-426.01}{293.15} = 1.4532\,kJ/K \Rightarrow \Sigma S_{gen} = 0.4622\,kJ/K$$

*1 بـامراجـعه بـه شکـل ۱۱-۵ (متن کـتاب) در مـی یـابیم کـه $\overline{C}_{P_o}$ بـرای CO_2 در مـحدودهٔ $200K$-$1000K$ به شدت با دما تغییر می کند بنابراین در این مساله از $\overline{C}_{P_o}$ در دمای متوسط یعنی $T_{av} = 160^{\circ}C$ استفاده کردیم .

*2 انتقال حرارت به محیط مثبت است چون محیط حرارت گرفته است .

۸-۶۳ سیلندر پیستونی محتوی $1kg$ گاز متان در $100kPa$, $20^{\circ}C$ می باشد . گاز طی فرایند بازگشت پذیر تا فشار $800kPa$ متراکم می شود . اگر فرایند به یکی از سه صورت زیر باشد کار مورد نیاز چقدر خواهد بود؟

الف) آدیاباتیک

ب) هم دما

پ) پلی تروپیک با $n = 1.15$

حل: بادرون یابی :

$$1)\begin{cases} P_1 = 100kPa \\ T_1 = 20^{\circ}C = 293.15K \\ m = 1kg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 11.576 \\ v_1 = 1.5165 \\ u_1 = 460.8 \end{cases}$$

$$P_2 = 800kPa \quad (2$$

الف) آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک): $Pv^k = Cte$

از جدول $A.5$: $k_{CH4} = 1.299$ $\qquad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \Rightarrow v_2 = 0.30593$

$$w = \int_1^2 Pdv = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-k} = -311.4kJ/kg \Rightarrow W = m.w = -311.4\,kJ$$

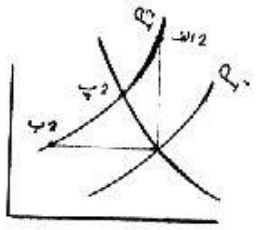
ب) همدمای برگشت پذیر : $\qquad P_2 = 800\,kPa\ ,\ T_1 = T_2 = 293.15K$

(بادرون یابی) $\qquad \Rightarrow v_2 = 0.1871\ ,\ u_2 = 455.6\ ,\ s_2 = 10.4805$

$$q = T(s_2 - s_1) = -321.14\,kJ/kg$$

$$q = u_2 - u_1 + w \Rightarrow w = -315.9\,kJ/kg \Rightarrow W = -315.9\,kJ$$ قانون اول :

پ)
$$Pv^n = Cte\ ,\ n = 1.15$$

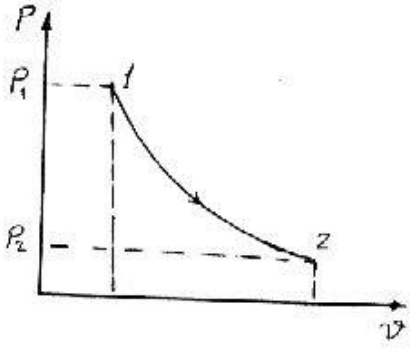


$$\Rightarrow P_1 v_1^{1.15} = P_2 v_2^{1.15} \Rightarrow v_2 = 0.24863$$

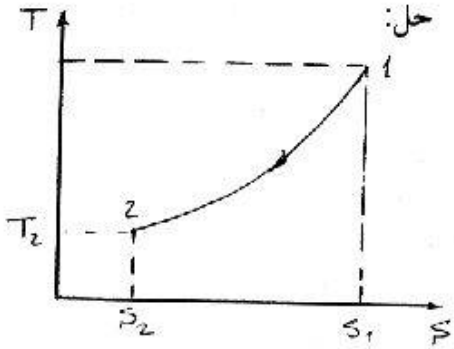
$$\Rightarrow w = \int_1^2 P dv = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n}$$

$$= -315\,kJ/kg \Rightarrow W = -315\,kJ$$

۶۴-۸) مرحلهٔ قدرت (ضربهٔ قدرت) دریک موتوردرونسوزقابل تقریب بایک فرایند پلی‌تروپیک است. هوارادرسیلندری به حجم $0.2L$ ، در $7MPa$, $1800K$ درنظربگیرید، اکنون هوادریک فرایندبازگشت پذیرپلی تروپیک باتوان $n=1.5$ ، به نسبت حجم $\frac{8}{1}$ انبساط می‌یابد. این فرایندرابرروی نمودارهای $P\text{-}v$, $T\text{-}s$ نشان دهیدوکاروانتقال حرارت رابرای فرایندبیابید.



حل:



هوای درون سیلندر - پیستون را سیستم فرض می کنیم :

حالت ۱: از جدول $A.7$

$$V_1 = 0.2 \times 10^{-3} m^3\ ,\ P_1 = 7\,MPa\ ,\ T_1 = 1800\,K \Rightarrow u_1 = 1486.331\,kJ/kg$$

$$V_2 = 8V_1 = 1.6 \times 10^{-3}\,m^3$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{T_2}{1800} = \left(\frac{1}{8}\right)^{(1.5-1)} \Rightarrow T_2 = 636.39\,K \Rightarrow u_2 = 463.05\,kJ/kg$$

$$P_1 V_1 = mRT_1 \Rightarrow 7000 \times 0.2 \times 10^{-3} = m \times 0.287 \times 1800 \Rightarrow m = 2.71 \times 10^{-3}\,kg$$

$$W_{1-2}=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=\frac{mR(T_2-T_1)}{1-n}=\frac{2.71\times10^{-3}\times0.287\times(636.39-1800)}{1-1.5}$$

$$W_{1-2}=1.81\,kJ$$

$$system: 1st\ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)\Rightarrow Q_{1-2}=-0.96\,kJ$$

اگر این قسمت از مسالهٔ را با فرض $C_v=Cte$ حل کنیم خواهیم داشت

$$Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)=W_{1-2}+mC_v(T_2-T_1)\Rightarrow Q_{1-2}=-0.45\,kJ$$

که جواب درستی نمی باشد زیرا در محدودهٔ دمایی $(636.9K\text{-}1800K)$ ، C_v ثابت نیست و شکل ۱۱-۵ متن کتاب مؤید این مطلب است .

۸-۶۵ هلیم که در سیلندر / پیستونی در $20^{\circ}C$, $100kPa$ قرار دارد، در یک فرایند بازگشت پذیر و پلی تروپیک با توان $n=1.25$ به دمای $400K$ می رسد . با فرض اینکه هلیم گاز ایده‌ال بوده و گرمای ویژه آن ثابت است ، فشار نهایی ، کار ویژه وانتقال حرارت ویژه را بیابید.

حل:

از جدول ثابتهای گاز ایده‌ال A.5 داریم : $C_{vo}=3.116\,kJ/kgK$, $R=2.0771\,kJ/kgK$

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\Rightarrow P_2=P_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{n}{1-n}}=472.99\,kPa$$

فرایند پلی تروپیک برای گاز ایده‌ال :

$$w=\frac{P_2v_2-P_1v_1}{1-n}=\frac{R}{1-n}(T_2-T_1)=-887.75$$

$$1st\ law:\ q=w+\Delta u=w+C_{vo}\Delta T=-887.75+3.116(400-293.15)$$
$$=-554.81kJ/kg$$

۸-۶۶ سیلندر پیستونی به حجم اولیهٔ $0.3m^3$ محتوی هوا در شرایط محیط $20^{\circ}C$, $100kPa$ می‌باشد . ابتدا هوا تحت فرایند پلی تروپیک برگشت پذیر با $n=1.2$ قرار گرفته وتا فشار $800kPa$ متراکم می شود وسپس طی فرایند انبساطی که از نوع آدیاباتیک برگشت پذیر می‌باشد تا فشار $100kPa$ منبسط می شود.

الف) هردو فرایند را روی نمودار های $P\text{-}v$, $T\text{-}s$ نشان دهید.

ب) درجه حرارت نهایی و کار خالص را بیابید.

پ) ظرفیت نهفتهٔ سرد سازی هوا در حالت نهایی چقدر است .(بر حسب کیلو ژول)

حل:

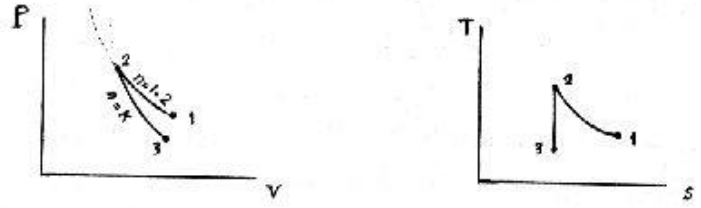
1) $P_1=100kPa\ ,\ T_1=20°C=293.15K\ ,\ V_1=0.3m^3$

$$m=\frac{P_1V_1}{RT_1}=0.3566kg$$

2) $1\to2\ :\ Pv^n=Cte\ ,\ n=1.2\quad ,\quad P_2=800kPa$

3) $P_3=100kPa\ ,\ s_2=s_3$ (آیزنتروپیک)

الف)



در مورد گاز ایده ال فرایند آیزنتروپیک نوعی فرایند پلی تروپیک است با $n=k=\frac{C_{p0}}{C_{v0}}$

1 → 2: پلی تروپیک با $n=1.2$ ، $Pv^n=Cte$

2 → 3: آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر) $Pv^k=Cte$ ، $k=1.4$

ب)

$$1\to2:\quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\quad ,\quad n=1.2\ \Rightarrow\ T_2=414.6K$$

$$2\to3:\quad \left(\frac{T_3}{T_2}\right)=\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}\quad ,\quad k=\frac{C_{p0}}{C_{v0}}=1.4\ \Rightarrow T_3=229K$$

$$w_{1-3}=\int_1^3 Pdv=\int_1^2 Pdv+\int_2^3 Pdv=\frac{P_2v_2-P_1v_1}{1-n}+\frac{P_3v_3-P_2v_2}{1-k}$$

$$=\frac{R}{1-n}(T_2-T_1)+\frac{R}{1-k}(T_3-T_2)=-41.11kJ/kg$$

$$W_{1-3}=mw_{1-3}=-14.7kJ$$

[این قسمت از مساله را بدین روش نیز می توانستیم حل کنیم که ابتدا q_{1-3} را بدست آورده وسپس از قانون اول w_{1-3} را بدست آوریم.

$$q_{1-3}=q_{1-2}+q_{2-3}=T_{av}(s_2-s_1)=T_{av}\left(C_{p0}Ln\frac{T_2}{T_1}-RLn\frac{P_2}{P_1}\right)\ ,\ q_{2-3}=0$$

و $T_{av}\approx\frac{T_1+T_2}{2}$ (چون فرایند $2 \to 1$ در نمودار $T\text{-}s$ خطی نیست پس T_{av} تقریبا با $\frac{T_1+T_2}{2}$ برابر است)

$$1st\ law: q_{1-3}=u_3-u_1+w_{1-3} \Rightarrow w_{1-3}=q_{1-3}+C_{vo}(T_1-T_3)=-42kJ/kg$$

که با مقدار بدست آمده از روش بالایی کمی فرق دارد $[W_{1-3}=mw_{1-3}=-15kJ$

پ) ظرفیت سرمایش مقدار حرارتی است که هوا لازم دارد تا طی فرایند برگشت پذیر از حالت (3) به دمای محیط که همان $293.15K$ می باشد ، برسد.

$$T_3=229\,K \quad , \quad P_3=100\,kPa \qquad (3$$

$$q_L=T_{av}\Delta s=\frac{T+T_3}{2}\left(C_{Po}Ln\frac{T}{T_3}-RLn\frac{P}{P_3}\right) \quad , \quad P=P_3=100kPa$$

$$\Rightarrow q_L=64.7\ kJ/kg \qquad Q_L=mq_L=23kJ$$

حل این قسمت از روش دیگر:

$$Tds=dh-vdp \ , \ (P=Cte \Rightarrow \int vdP=0)$$

(این روش جواب دقیقتری می دهد)

$$\Rightarrow q_L=\int Tds=\int dh=h-h_3=C_{Po}(T-T_3)=64.4kJ/kg$$

* فرایند برگشت پذیر است . یعنی با گذاشتن موتور کارنویی بین منبع دما بالا (سیلندر پیستون) و محیط مقداری نیز کار عاید ما خواهد شد که مقدار کار با نوشتن قانون اول مشخص می شود (به دانشجو واگذار می شود).

۶۷-۸) یک گازایده ال باگرمای ویژه ثابت یک انبساط پلی تروپیک بازگشت پذیربا $n=1.4$راطی می کند.اگرگاز ، دی اکسیدکربن باشد علامت انتقال حرارت راتعیین کنید.

حل:

گاز را سیستم در نظر می گیریم: $CO_2:\ C_v=0.653\ kJ/kgK\ ,\ R=0.1889\ kJ/kgK$

چون فرایند انبساطی است

$$W_{1-2}=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=\frac{mR(T_2-T_1)}{1-1.4}>0$$

$$\Rightarrow (T_2-T_1)<0 \qquad (1$$

$$1st\ \ law:\ Q_{1-2}=W_{1-2}+mC_v(T_2-T_1)=m(T_2-T_1)\left(\frac{-0.1889}{0.4}+0.653\right)$$

$$Q_{1-2}=+0.18075\,m\,(T_2-T_1) \qquad (2$$

$1\ ,\ 2 \Rightarrow Q_{1\text{-}2} < 0$

علامت منفی برای انتقال حرارت نشان دهندهٔ این است که از سیستم به محیط گرما داده می شود.

* این مساله مانند اینست که موتور کارنویی بین سیستم و محیط کار گذاشته باشیم و سیستم برای ما مقداری کار انجام داده و مقداری نیز حرارت پس دهد.

✓ ۸-۶۸ یک سیلندر آب بندی شده توسط پیستونی حاوی $0.5\ kg$ ، $R\text{-}134a$ در $60^{\circ}C$ و با کیفیت 50% می باشد . $R\text{-}134a$ اکنون در یک فرایند پلی تروپیک وبازگشت پذیر داخلی تا دمای محیط ، $20^{\circ}C$ ، انبساط می یابد ، در این نقطه کیفیت 100% است . هرگونه مبادلهٔ گرمایی با منبعی در $60^{\circ}C$ انجام می شود. توان پلی تروپیک ، n ، را یافته ونشان دهید این فرایند قانون دوم ترمودینامیک را ارضاء می کند.

حل:

1:

$$T_1 = 60^{\circ}C\ ,\ x_1 = 50\% \Rightarrow P_1 = 1681.8\,kPa\ ,\ s_1 = 1.4948\ kJ/kgK$$
$$,\ u_1 = 347.02\ kJ/kg\ \ ,\ \ v_1 = 0.006206\ m^3/kg$$

2:

$$T_2 = 20^{\circ}C\ ,\ x_2 = 100\% \Rightarrow P_2 = 572.8\,kPa\ \ ,\ \ s_2 = 1.7183\ kJ/kgK$$
$$,\ u_2 = 389.19\ kJ/kg\ \ ,\ \ v_2 = 0.03606\ m^3/kg$$

رابطهٔ پلی تروپیک :

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^n \Rightarrow Ln\frac{P_1}{P_2} = n\,Ln\frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow n = \frac{Ln\frac{P_1}{P_2}}{Ln\frac{v_2}{v_1}} = 0.61209$$

$$\Rightarrow W_{1\text{-}2} = mw_{1\text{-}2} = m\frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n} = 13.17\ kJ$$

$$1st\ \ law:\ Q_{1\text{-}2} = W_{1\text{-}2} + m\Delta u = W_{1\text{-}2} + m(u_2 - u_1) = 34.25\ kJ$$

$$\Delta S_{sys} = m\Delta s_{sys} = 0.11175\ kJ/K\ \ ,\ \ \Delta S_{surr} = -\frac{Q}{T_{res}} = -\frac{34.25}{(273.15+60)}$$
$$= -0.1028\ kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 0.00894\,kJ/K > 0$$

یعنی فرایند فوق قانون دوم (به شکل اصل افزایش انتروپی کل) را ارضاء می کند.

۸-۶۹ درون سیلندر / پیستونی به حجم $100L$ هوا در فشار $110kPa$ و درجه حرارت $25^{\circ}C$ قرار دارد . اکنون هوا طی یک فرایند پلی تروپیک بازگشت پذیر تا فشار $800kPa$ و درجه حرارت $200^{\circ}C$ متراکم می شود . فرض کنید انتقال حرارت با محیط به درجه حرارت $25^{\circ}C$ انجام می پذیرد . مطلوبست مقدار توان پلی تروپیک n وحجم نهایی هوا در ضمن فرایند . همچنین کار انجام شده توسط هوا ، مقدار انتقال حرارت و تولید انتروپی کل رابرای فرایند بیابید.

حل:

(1

$$P_1=110\,kPa\ ,\ T_1=25^{\circ}C=298.15K\ ,\ V_1=100L=0.1\,m^3$$

$$\Rightarrow m=\frac{P_1V_1}{RT_1}=0.12855\,kg$$

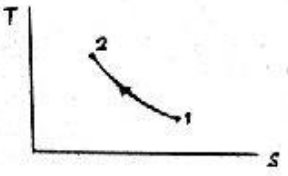
(2

$$P_2=800\,kPa\ ,\ T_2=473.15K$$

فرایند پلی تروپیک بازگشت پذیر با توان n

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\Rightarrow Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)=\frac{n-1}{n}Ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)\Rightarrow n=\frac{1}{1-\frac{Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{Ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}}\Rightarrow n=1.3034$$



$$\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n=1.3034}\Rightarrow V_2=0.02182\,m^3=21.82\,L$$

$$_1W_2=\int_1^2 PdV=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}\Rightarrow {}_1W_2=-21.3\,kJ$$

$$1st\ law: Q_{1-2}=U_2-U_1+W_{1-2}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2}=m(u_2-u_1)+W_{1-2}=mC_{v_0}(T_2-T_1)+{}_1W_2\Rightarrow {}_1Q_2=-5.17\,kJ$$

مقدار حرارتی که محیط دریافت کرده است $Q=+5.17\ kJ$ می باشد.

$(T_0=25^{\circ}C=298.15K)$

$$\Delta S_{C.M}=m(s_2-s_1)=m\left(C_{p_0}Ln\frac{T_2}{T_1}-RLn\frac{P_2}{P_1}\right)\ ,\ \Delta S_{surr}=\frac{Q}{T_0}$$

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{C.M}+\Delta S_{surr}=m\left(C_{p_\circ}Ln\frac{T_2}{T_1}-RLn\frac{P_2}{P_1}\right)+\frac{Q}{T_\circ}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=0.00374\ kJ/K$$

۸-۷۰ $2kg$ اتان در $500\ kPa$ ، $100^\circ C$ یک انبساط بازگشت پذیر پلی تروپیک با $n=1.3$ را طی می کند تا به دمای نهایی که برابر دمای محیط ، $20^\circ C$ است برسد . انتروپی کل تولید شده را برای فرایند محاسبه کنید (انتقال حرارت با محیط صورت می گیرد)

حل:

$T_1=373.1K$, $P_1=500kPa$

بامراجعه به نمودار عمومی تراکم پذیری

$$\begin{cases} T_{cr}=305.4\ K \rightarrow T_r=\dfrac{T_1}{T_{cr}}=1.2 \\ P_{cr}=4880\,kPa \rightarrow P_r=\dfrac{P_1}{P_{cr}}=0.1 \end{cases} \rightarrow Z\cong 1 \qquad :ethane$$

حالت نهایی : فرایند انبساطی: $T_2=293.1K$, $P_2<P_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_r=\dfrac{293.1}{305.4}=0.96 \\ P_r=\dfrac{P_2}{P_{cr}}<\dfrac{P_1}{P_{cr}}=0.1 \end{cases} \rightarrow Z\cong 1$$ با مراجعه به نمودار عمومی تراکم پذیری

پس اتان در طول فرایند تقریبا" بصورت گاز ایده‌ال رفتار خواهد کرد .

$R=0.2765\ kJ/kgK$, $C_v=1.49\ kJ/kgK$, $C_p=1.766\,kJ/kgK$:ethane

اتان را سیستم فرض می کنیم :

فرایند پلی تروپیک:

$$W_{1-2}=\int_1^2 PdV=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=\frac{mR(T_2-T_1)}{1-n}$$

$$=\frac{2\times 0.2765\,(293.1-373.1)}{1-1.3}=147.47\,kJ$$

با فرض گاز کامل :

$$system: 1st\ law: Q_{1-2}=W_{1-2}+m(u_2-u_1)$$

$$\Rightarrow Q_{1-2}=W_{1-2}+mC_v(T_2-T_1)$$

$$Q_{1-2}=147.47+2\times 1.49(293.1-373.1)=-90.9\,kJ$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = \Delta S_{gen}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow \frac{293.1}{373.1} = \left(\frac{P_2}{500}\right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} \Rightarrow P_2 = 175.71\ kPa$$

$$\Delta S_{sys} = m(s_2 - s_1) = m\left(C_p Ln\frac{T_2}{T_1} - R\, Ln\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$= 2\left(1.766\, Ln\left(\frac{293.1}{373.1}\right) - 0.2765\, Ln\left(\frac{175.71}{500}\right)\right) = -0.274\, kJ/K$$

$$\Delta S_{surr} = \frac{-Q_{sys}}{T_o} = \frac{90.9}{293.1} = 0.3101\ kJ/K$$

$$\Delta S_{gen} = -0.274 + 0.3101 = 0.036\, kJ/K$$

۸-۷۱ یک سیلندر / پیستون به حجم اولیه $10L$ حاوی بخار اشباع R-22 در $10^{\circ}C$ می باشد. R-22 در یک فرایند پلی تروپیک و بازگشت پذیر (داخلی) تا $2MPa$, $60^{\circ}C$ فشرده می‌شود. هرگونه مبادلهٔ گرمایی در طول فرایند با منبعی در $10^{\circ}C$ انجام می شود، تغییر خالص انتروپی را بیابید.

حل:

$$T_1 = 10^{\circ}C\ ,\ x_1 = 100\%$$

$$\Rightarrow v_1 = v_g = 0.03471\ m^3/kg\ ,\ u_1 = u_g = 229.79\ kJ/kg\ ,\ s_1 = s_g = 0.9129\ kJ/kgK$$

$$,\ P_1 = P_{sat} = 680.7\ kPa \Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 0.2881\ kg$$

$$P_2 = 2MPa\ ,\ T_2 = 60^{\circ}C \Rightarrow v_2 = 0.01213\ m^3/kg\ ,\ h_2 = 271.56\ kJ/kg$$

$$,\ s_2 = 0.8873\ kJ/kgK\ ,\ u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 247.3\ kJ/kg$$

فرایند پلی تروپیک:

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^n \Rightarrow n = \frac{Ln\frac{P_1}{P_2}}{Ln\frac{v_2}{v_1}} = 1.0251$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = mw_{1-2} = m\frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n} = -7.2645\ kJ$$

$$1st\ law: Q=W+m\Delta u=-2.2199\,kJ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta S_{sys}=m\Delta s_{sys}=m(s_2-s_1)=-7.3754\times10^{-3}\,kJ/K \\ \Delta S_{surr}=-\dfrac{Q}{T_{res}}=\dfrac{-2.2199}{273.15+10}=7.8400\times10^{-3}\,kJ/K \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr}=4.6461\times10^{-4}\ kJ/K$$

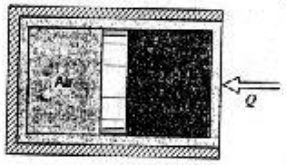
۸-۷۲ یک سیلندر که قسمتی از آن عایق شده توسط پیستون عایقی به دو بخش تقسیم شده است. یک بخش آن را هوا و بخش دیگر آن را آب تشکیل می دهد. انتهای بخشی که شامل آب است، عایق نشده است. حجم هردو بخش در ابتدا $100L$ است و هوا در $40^{\circ}C$ و آب در $90^{\circ}C$ با عیار 10% می باشد. حرارت به آرامی به آب منتقل می شود ودر نهایت فشار به $500kPa$ می رسد. مقدار انتقال حرارت را بیابید.

حل:

$$Water(1): \quad T_1=90^{\circ}C\ ,\ x_1=10\%$$

$$\Rightarrow P_1=70.14\,kPa\ ,\ v_1=v_f+xv_{fg}=0.236989$$

$$,u_1=u_f+xu_{fg}=588.59$$



$$V_1=100L=0.1\,m^3$$

$$,m=\frac{V_1}{v_1}=0.422\,kg$$

$$Water(2): \quad P_2=500\,kPa$$

$$air(1): \quad T_1=40^{\circ}C=313.15\,K\ ,\ V_1=100L=0.1\,m^3,\ P_1=70.14\,kPa$$

$$m=\frac{P_1V_1}{RT_1}=0.078\,kg$$

چون پیستون آزادی حرکت دارد بنابراین فشار دو طرف آن همواره مساوی هم خواهد بود یعنی $P_W=P_a$

قسمت چپ پیستون (هوا) را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.

پیستون آدیاباتیک بوده و فرایند انتقال حرارت به آب برگشت پذیر می باشد پس هوای سمت چپ پیستون یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (ایزنتروپیک) را طی می کند.

فرایند $1 \rightarrow 2$: ایزنتروپیک

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2=549\,K$$

$$_1W_2)_{Water} = {}_1W_2)_{air} - \int_1^2 PdV = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-k} \qquad (PV^k = Cte \Leftarrow s_1 = s_2)$$

$$= \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-K} \Rightarrow {}_1W_2)_{air} = -13.2\,kJ$$

$$P_2 = 500kPa\ ,\ T_2 = 549\,K \Rightarrow V_2 = \frac{mRT_2}{P_2} = 0.02458\ m^3 \qquad :air(2)$$

$$P_2 = 500kPa\ ,\ V_{air} - V_{Water} = 0.2 - Cte \qquad :Water(2)$$

$$\Rightarrow V_{2Water} = 0.2 - V_{2air} = 0.17542 \Rightarrow v_{2Water} = \frac{V_{2Water}}{m_{Water}} = 0.4157\ m^3/kg$$

در ناحیه فوق گرم قرار داریم .

درون یابی از جدول *(B.1.3)*

500 *kPa*	
v	u
0.37489	2561.23
0.4157	$u_2 = ?$ ⇒ $u_2 = 2627.8\ kJ/kg$
0.42492	2642.91

system: Water + air

$$1st\ law:\ {}_1Q_2 = {}_1Q_2)_{air} + {}_1Q_2)_{Water} = m_W(u_2 - u_1) + {}_1W_2)_{Water} \quad {}_1Q_2)_{air} = 0$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = 0.422(2627.8 - 588.59) + 13.2 = 873kJ$$

روش دیگر : اگر از خارج به سیستم نگاه کنیم (هیچ گونه تغییر حجمی در مرز سیستم نداریم)

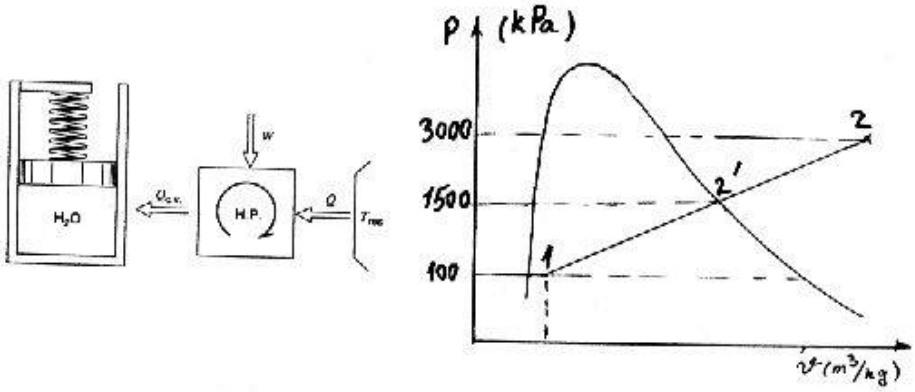
$_1W_2 = 0$

$$1st\ law: {}_1Q_2 = {}_1W_2 + \Delta U_{sys} = \Delta U_{air} + \Delta U_{Water} = m_{air}(u_2 - u_1)_{air} + m_W(u_2 - u_1)_W$$

$$= m_{air}C_v(T_2 - T_1)_{air} + m_W(u_2 - u_1)_W = 873\,kJ$$

۸-۷۳ یک سیلندر - پیستون که توسط فنر بارگذاری شده است محتوی آب در $100kPa$ با حجم ویژه $0.07237\ m^3/kg$ می باشد . آب تا رسیدن فشار به $3MPa$ توسط یک پمپ حرارتی بازگشت پذیر که گرما را از یک منبع در $300K$ دریافت می کند گرم می شود . می دانیم که آب از نقطه بخار اشباع در $1.5MPa$ خواهد گذشت و فشار آن به صورت خطی با حجم تغییر خواهد کرد . دمای نهایی ، انتقال گرمای ویژه به آب و کار ورودی به پمپ حرارتی را محاسبه کنید.

حل:



آب داخل سیلندر - پیستون را سیستم فرض می کنیم :

حالت 1: دوفازه : $100\,kPa\ ,\ 0.07237\,m^3/kg \Rightarrow T_1=99.62^\circ C$

$$\rightarrow v_f=0.001043\,m^3/kg\ ,\ v_{fg}=1.69296\,m^3/kg\ \rightarrow x=\frac{v_1-v_f}{v_{fg}}=0.042$$

$$\rightarrow u_f=417.33\ kJ/kg\ \ ,\ u_{fg}=2088.72\ kJ/kg\ \rightarrow u_1=u_f+xu_{fg}=505.056 kJ/kg$$

$$\rightarrow s_f=1.3025\ kJ/kgK\ ,\ s_{fg}=6.0568\ kJ/kgK\ \rightarrow s_1=s_f+xs_{fg}=1.557\ kJ/kgK$$

$$v_{2'}=v_g\,|_{1.5MPa}=0.13177\,m^3/kg$$

از آنجا که تغییرات فشار با حجم بصورت خطی می باشد با دردست داشتن دو نقطه از این خط می‌توان این خط را رسم کرده و برای حالت نهایی که $P_2=3MPa$ است حجم ویژه را تعیین کرد (می توان از برون یابی خطی استفاده کرد)

حالت نهایی : $P_2=3000\,kPa \Rightarrow v_2=0.1954\,m^3/kg$

بخار فوق گرم $\rightarrow T_2=1000^\circ C\ ,\ u_2=4045.4\ kJ/kg\ ,\ s_2=8.4009 kJ/kgK$

$$w=\int Pdv=\frac{P_1+P_2}{2}\times(v_2-v_1)=\frac{100+3000}{2}\times(0.19541-0.07237)$$

$$=190.712 kJ/kg$$

$system: 1st\ law: q=w+(u_2-u_1)$

$$q_{sys}=190.712+4045.4-505.056=3731\ kJ/kg$$

با استفاده از فرمول $q=\int Tds$ ، T_H متوسط را به این صورت تعریف می کنیم :

$$q_{sys}=\int_1^2 Tds=T_H)_{ave}(s_2-s_1)\Rightarrow T_H)_{ave}=\frac{q_{sys}}{s_2-s_1}=\frac{3731}{8.4009-1.557}=545.16\ K$$

$$\frac{q_H}{w_{in}}=\frac{T_H}{T_H\ T_L}\Rightarrow\frac{3731}{w_{in}}=\frac{545.16}{545.16-300}\Rightarrow w_{in}=1677.8\ kJ/kg$$

[q_H مقدار حرارت داده شده از پمپ حرارتی به سیستم و T_H دمای بالای (متوسط) سیال عامل پمپ حرارتی می باشد.]

۸-۷۴ یک سیلندر دارای پیستونی است که با یک فنر خطی بارگذاری شده وحاوی گاز دی اکسید کربن در $2MPa$ با حجم $50L$ می باشد . این دستگاه [سیلندر و پیستون] از جنس آلومینیوم و به جرم $4kg$ بوده و همه چیز در شرایط اولیه در $200^{\circ}C$ قرار دارد . بوسیلهٔ تبادل گرما تمام سیستم به دمای محیط ، $25^{\circ}C$ ، می رسد ، در این نقطه فشار گاز $1.5MPa$ می باشد . تولید انتروپی کل فرایند را بیابید.

حل:

داریم:

$$R_{CO_2}=0.1889\ ,T_c)_{CO_2}=304.1\ K\ ,\ P_c)_{CO_2}=7.38MPa\ ,\ M_{CO_2}=44.01\ kg/kmol$$
$$C_P)_{Al}=0.90\ kJ/kgK$$

1) از نمودار تراکم پذیری عمومی :

$$P_{r1}=\frac{P_1}{P_c}=0.271\ ,\ T_{r1}=\frac{T_1}{T_C}=\frac{473.15}{304.1}=1.556\Rightarrow Z_1\approx 1$$

$$\Rightarrow m_{CO_2}=\frac{P_1V_1}{Z_1RT_1}=1.1188\,kg$$

(2

$$P_{r2}=\frac{P_2}{P_c}=0.20325\ ,\ T_{r2}=\frac{T_2}{T_c}=0.98043\Rightarrow Z_2\approx 0.94$$

$$\Rightarrow V_2=\frac{mZ_2RT_2}{P_2}=0.039487\ m^3$$

$$P=CV+D \Rightarrow \begin{cases} P_1=CV_1+D \\ P_2=CV_2+D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2000=C(0.05)+D \\ 1500=C(0.039487)+D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C=47561 \\ D=-378.04 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P=47561V-378.04$$

$$\Rightarrow W=-\int_{V_1}^{V_2} PdV=\left[23781V^2-378.04V\right]_{0.05}^{0.039487}=-18.303$$

از جدول $A.6$ داریم: $\overline{C}_{po})_{CO_2}=-3.7357+30.529\theta^{0.5}-4.1034\theta+0.024198\theta^2$

$$\theta_{av}=\frac{T_{av}}{100}=\left(\frac{473.15+298.15}{2}\right)/100=3.8565$$

$$\Rightarrow \overline{C}_{po})_{CO_2}=40.752\,kJ/kmolK \Rightarrow C_{po})_{CO_2}=\frac{\overline{C}_{po})_{CO_2}}{M_{CO_2}} \Rightarrow C_{Po})_{CO_2}=0.92598$$

$$\Rightarrow C_{vo})_{CO_2}=C_{po})_{CO_2}-R_{CO_2}=0.73708\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta U_{CO_2}=m_{CO_2}C_{vo}\Delta T=-144.31\,kJ$$

$$\Delta U_{Al}=m_{Al}C_{Al}\Delta T=-630\,kJ$$

1st law: $Q=W+\Delta U_{Al}+\Delta U_{CO_2}=-792.61\,kJ$

داریم CO_2: $\overline{s^\circ}_1=232.33\,kJ/kmolK$, $\overline{s^\circ}_2=213.794\,kJ/kmolK$

$$\Rightarrow \Delta\overline{s^\circ}_{CO_2}=-18.536\,kJ/kmolK \Rightarrow \Delta s^\circ_{CO_2}=\frac{\Delta\overline{s^\circ}_{CO_2}}{M_{CO_2}}=-0.42112\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta s_{CO_2}=\Delta s^\circ_{CO_2}-RIn\frac{P_2}{P_1}=-0.36678\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta S_{CO_2}=m_{CO_2}\Delta s_{CO_2}=-0.41035\,kJ/K$$

از طرفی:

$$\Delta S_{Al}=m_{AL}cLn\frac{T_2}{T_1}=-1.6625\,kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sys}=\Delta S_{Al}+\Delta S_{CO_2}=-2.0729\,kJ/K$$

$$\Delta S_{surr} = \frac{Q_{sys}}{T_0} = 792.61/298.15 = 2.6584\,kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 0.58554\,kJ/K$$

۸-۷۵ سیلندر پیستونی به حجم $100L$ محتوی هوا در $400K$ ، $1.0MPa$ است . حال هوا تا حالت پایانی $300K$ ، $200kPa$ منبسط شده وضمن فرایند از یک منبع به دمای $400K$ حرارت می گیرد . کار انجام یافته توسط هوا 70% مقدار کاری است که در یک فرایند پلی تروپیک بازگشت پذیر بین دوحالت اولیه و نهایی تولید می شود . مقادیر خالص انتقال حرارت و تغییر انتروپی را بدست آورید.

حل:

(1

$$V_1 = 100L = 0.1m^3 \ , P_1 = 1MPa$$

$$T_1 = 400K \qquad m = \frac{P_1V_1}{RT_1} = 0.8711kg$$

(2

$$P_2 = 200\,kPa \ , \ T_2 = 300K$$

با فرض اینکه فرایند بازگشت پذیر وپلی تروپیک از درجهٔ n باشد .

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow n = \frac{1}{1 - \frac{Ln\frac{T_2}{T_1}}{Ln\frac{P_2}{P_1}}} \Rightarrow n = 1.2176$$

مقدار کار 0.7 مقدار کاری است که در یک فرایند بازگشت پذیر پلی تروپیک بین دوحالت (1) ، (2) اتفاق می افتد.

$${}_1W_2 = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n} \times 0.7 = \frac{mR}{1-n}(T_2 - T_1) \times 0.7 = 80.4\,kJ$$

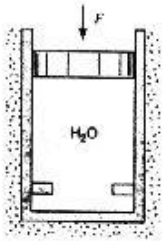
$${}_1Q_2 = \Delta U + {}_1W_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = mC_v(T_2 - T_1) + {}_1W_2 = 17.94\,kJ$$

سیستم این مقدار حرارت از منبع به دمای $400K$ گرفته است . پس مقدار Q برای محیط منفی این مقدار خواهد بود.

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} \Rightarrow \Delta S_{net} = m\left(C_{p_0} Ln\frac{T_2}{T_1} - R\,Ln\frac{P_2}{P_1}\right) - \frac{Q}{T_0}$$

$$\Rightarrow 0.8711\left(1.004\,Ln\frac{300}{400} - 0.287\,Ln\frac{200}{1000}\right) - \frac{17.94}{400} = 0.106\,kJ/K$$

۸-۷۶ یک سیلندر عایق که دارای یک پیستون بدون اصطکاک است که محتوی آب در فشار محیط $100kPa$ و کیفیت 0.8 وحجم $8l$. می باشد.نیرویی به آرامی آب را فشرده می کند تا پیستون به تکیه گاهها برسد در این حالت حجم $1L$ است . عایق از دیواره ها برداشته می شود و آب تا دمای محیط $(20^{\circ}C)$ سرد می شود . کار و انتقال حرارت را در طول فرایند محاسبه کنید.



حل:

آب درون سیلندر پیستون را سیستم در نظر می گیریم :

حالت 1:

$$100kPa\ ,\ x=0.8 \quad \Rightarrow \quad T_1=99.62^{\circ}C$$

$$\rightarrow v_f=0.001043\ m^3/kg\ ,\ v_{fg}=1.69296\ m^3/kg \rightarrow v_1=v_f+xv_{fg}=1.3554\,m^3/kg$$

$$\rightarrow u_f=417.33\,kJ/kg\ ,\ u_{fg}=2088.72\ kJ/kg \rightarrow u_1=u_f+xu_{fg}=2088.31\,kJ/kg$$

$$\rightarrow s_f=1.3025\ kJ/kgK\ ,\ s_{fg}=6.0568\ kJ/kgK \rightarrow s_1=s_f+xs_{fg}=6.1479\,kJ/kgK$$

$$m=\frac{V_1}{v_1}=\frac{0.008}{1.3554}=5.9\times10^{-3}kg$$

چون تراکم بصورت بازگشت پذیر و بی دررو انجام می شود می توان آنرا آیزنتروپیک در نظرگرفت.

$$s_2=s_1=6.1479\ kJ/kgK$$

$$v_2=\frac{0.001}{5.9\times10^{-3}}=0.1695\,m^3/kg \rightarrow x=\frac{s_2-s_f}{s_{fg}}=\frac{v_2-v_f}{v_{fg}}$$

$$\Rightarrow R=\frac{6.1479-s_f}{s_{fg}}-\frac{0.1695\ v_f}{v_{fg}} \rightarrow \text{سعی و خطا}: \begin{array}{ll} T_2=180^{\circ}C & R=0.02879 \\ T_2=? & R=0 \\ T_2=185^{\circ}C & R=-0.06492 \end{array}$$

$$\Rightarrow T_2=181.5^{\circ}C$$

$$T_2=181.5^{\circ}C \rightarrow \begin{cases} v_f=0.001129 \\ v_{fg}=0.18693 \end{cases} \rightarrow x_2=\frac{v_2-v_f}{v_{fg}}=0.901$$

$$\begin{cases} u_f=768.68 \\ u_{fg}=1816 \end{cases} \rightarrow u_2=u_f+x_2u_{fg}=2404.9$$

$$system: 1st\ law: q_{1-2}=w_{1-2}+(u_2-u_1) \Rightarrow w_{1-2}=u_1-u_2=-316.6\,kJ/kg$$

$$w_{1-3}=w_{1-2}+w_{2-3}\ ,\ w_{2-3}=0\ \ (v_2=v_3)$$

$$\Rightarrow w_{1-3}=-316.6\,kJ/kg \Rightarrow W_{1-3}=mw_{1-3}=-1.868\,kJ$$

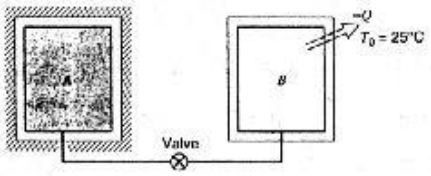
حالت 3) $T_3=20^\circ C \qquad v_3=v_2=0.1695 \Rightarrow$ دوفازی

$$\Rightarrow v_f=0.001002\ ,\ v_{fg}=57.7887\ ,\ x_3=\frac{v_3-v_f}{v_{fg}}=0.292\,\%$$

$$u_f=83.94\ ,\ u_{fg}=2318.98 \Rightarrow u_3=u_f+x_3u_{fg}=90.7\,kJ/kg$$

$$system:1st\ law:\ Q_{1-3}=W_{1-3}+m(u_3-u_1)=-13.65\,kJ$$

۸-۷۷ فرایند نشان داده شده در شکل (P۸-۷۷) را در نظر بگیرید. مخزن عایق A به حجم $600L$ ، حاوی بخار در $1.4MPa$ و $300^\circ C$ است. مخزن رسانای B به حجم $300L$ ، حاوی بخار در $200kPa$ ، $200^\circ C$ است. شیری که دو مخزن را به هم متصل می کند باز شده وبخار از A به B جریان می یابد، زمانی که دمای A به $250^\circ C$ رسید شیر بسته می شود. در طول فرایند گرما از B به محیط در $25^\circ C$ طوری تخلیه می شود که B در $200^\circ C$ بماند. قابل قبول است که فرض شود بخار با قیمانده در A یک فرایند بازگشت پذیر وبی در رو ی انبساطی را طی نموده. فشار نهایی در مخزن A، جرم نهایی در مخزن B وتغییر خالص انتروپی، سیستم به اضافهٔ محیط، را برای فرایند بیابید.



حل:

A1:

$$T_{1A}=300^\circ C\ ,\ P_{1A}=1.4MPa$$

$$\Rightarrow v_{1A}=0.18228\ ,\ u_{1A}=2785.16\ ,\ s_{1A}=6.9533\ ,\ m_{1A}=\frac{V_A}{v_{1A}}=3.2916kg$$

B1:

$$T_{1B}=200^\circ C\ ,\ P_{1B}=200kPa$$

$$\Rightarrow v_{1B}=1.08034\ ,\ u_{1B}=2654.39\ ,\ s_{1B}=7.5066\ ,\ m_{1B}=\frac{V_B}{v_{1B}}=0.27769kg$$

برای جرم باقیمانده در A: ۱- این جرم یک فرایند بی دررو را طی می کند: $Q=0$

۲- این جرم یک فرایند بازگشت پذیر را طی می کند: $S_{gen}=0$

$$2nd\ law:\ \Delta S=\frac{Q}{T}+S_{gen}=0 \Rightarrow s_2=s_1=6.9533\ kJ/kgK$$

$A2$:

$$T_{2A}=250^{\circ}C\ ,\ s_{2A}=6.9533\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow P_{2A}=949.56\,kPa\ ,\ v_{2A}=0.24793\ ,\ u_{2A}=2711.3\ ,\ m_{2A}=\frac{V_A}{v_{2A}}=2.42\,kg$$

$$\Rightarrow m_{2B}=m_{1B}+(m_{1A}-m_{2A})=1.1493\,kg \Rightarrow v_{2B}=0.26103\ m^3/kg$$

$$\Rightarrow P_{2B}=799.5\,kPa\approx 800kPa \Rightarrow s_{2B}=6.8158\ ,\ u_{2B}=2630.61$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sys}=m_{2B}s_{2B}+m_{2A}s_{2A}-m_{1B}s_{1B}-m_{1A}s_{1A}=-0.31161\,kJ/K$$

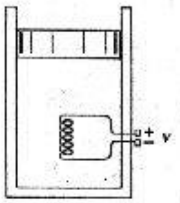
اگر آب موجود در مجموعهٔ دو مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر بگیریم: $W=0$

$$1st\ law:\ Q=\Delta U=m_{2B}u_{2B}+m_{2A}u_{2A}-m_{1A}u_{1A}-m_{1B}u_{1B}=-320.02$$

$$\Rightarrow \Delta S_{surr}=-\frac{Q}{T_\circ}=\frac{320.02}{298.15}=1.0734\ kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr}=0.76176\,kJ/K$$

۸-۷۸ سیلندر پیستون عمودی محتوی $R\text{-}22$ در $-20^{\circ}C$ با عیار 70% و با حجم اولیهٔ $50L$ می‌باشد. این سیلندر به اتاقی در $20^{\circ}C$ برده شده وجریان الکتریکی $10A$ از مقاومت الکتریکی که در داخل سیلندر تعبیه شده، عبور داده می شود. افت ولتاژ در دو سر مقاومت $12V$ است. ادعا می شود که پس از $30min$ در جه حرارت داخل سیلندر به $40^{\circ}C$ می رسد. آیا این امر امکان پذیر است؟



حل:

$R\text{-}22$(1:

$$T_1=-20^{\circ}C\ ,\ x_1=70\%\ ,\ V_1=50L=0.05\,m^3$$

$$\Rightarrow P_1=244.8\,kPa=P_2=Cte\ ,\ v_1=v_f+xv_{fg}=0.065211\ ,\ m=\frac{V_1}{v_1}=0.767\,kg$$

$$\Rightarrow u_1=u_f+xu_{fg}=160\,kJ/kg\ ,\ s_1=s_f+xs_{fg}=0.6982kJ/kgK$$

$$\begin{cases} T_2=40^{\circ}C \\ P_2=244.8\,kPa \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2=252.87 \\ v_2=0.1198 \\ s_2=1.1017 \end{cases} \Rightarrow V_2=0.0919m^3 \qquad (2$$

$$Q_{res}=VIt=\frac{12\times10\times1800}{1000}=216kJ \quad , \quad {}_1W_2=\int_1^2 PdV=P(V_2-V_1)=10.26\,kJ$$

سیستم : سیال داخل سیلندر پیستون (بدون مقاومت الکتریکی)

فرض می کنیم R-22 به حالت 2 می رسد (اگر با این فرض به نتیجهٔ منطقی رسیدیم فرض ما درست است ودر غیر اینصورت فرض ما عملی نیست)

$$system: 1st\ law: Q_{res}-Q_{Loss}=m(u_2-u_1)+{}_1W_2 \Rightarrow Q_{Loss}=134.4\,kJ$$

این مقدار Q_{Loss} در طول فرایند $2 \rightarrow 1$ بوده است . (به محیط داده شده است)

پس مقدار کل حرارتی که در طول فرایند از محیط به سیستم داده شده است Q_{Loss}-VIt = -81.6kJ می باشد.

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr} \Rightarrow \Delta S_{net}=m(s_2-s_1)-\frac{Q_{Loss}-VIt}{T_\circ=293.15}=0.031\,kJ/kg>0$$

واین مطابق با اصل افزایش انتروپی است . پس سیستم می تواند به حالت 2 برسید .

۸-۷۹ مساله ۸-۵۷ را دوباره حل کنید اما این بار جرم زیر کش شده را با تحلیل قانون اول برای حجم کنترل محاسبه کنید.نتیجه را با نتیجه بدست آمده مساله ۸-۵۷ مقایسه کنید . از طریق یک جرم خروجی دیفرانسیلی نشان دهید که قانون اول به نتیجه مشابه منجر می شود رابطه ای بین dT , dP بیابید.

حل:

برای حل مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم فرض می کنیم که جرمی به اندازه dmاز آن خارج شود و خروج این جرم dmباعث شود که انرژی داخلی و آنتالپی مخزن به ترتیب به اندازه du, dhافت کنند قانون اول را برای حجم کنترل می نویسیم (آنتالپی خروجی را می توان تقریبا برابر متوسط آنتالپی اولیه و ثانویه گرفت):

$$h_e\cong\frac{h_1+h_2}{2}=\frac{h_1+h_1-dh}{2}=h_1-\frac{dh}{2}$$

$$C.V.: 1st\ law: Q_{C.V.}+m_ih_i=W_{C.V.}+m_eh_e+m_2u_2-m_1u_1$$

$$Q_{C.V.}=0\ ,\ m_i=0\ ,\ W_{C.V.}=0$$

بقاء جرم : $m_1-m_2=m_e=+dm$

$$\Rightarrow 0=dm\left(h_1-\frac{dh}{2}\right)+(m_1-dm)(u_1-du)-m_1u_1 \qquad (I)$$

$-\frac{dmdh}{2}\cong 0\ ,\ dmdu\cong 0$ [با صرف نظر از دیفرانسیلهای مرتبه بالا :]

$$\Rightarrow h_1dm-m_1du-u_1dm=(h_1-u_1)dm-m_1du=0$$

از طرفی :

$$\text{گاز ایده‌ال}: PV=mRT\Rightarrow dm=\frac{V}{R}d\left(\frac{P}{T}\right)=\frac{V}{R}\left(\frac{TdP-PdT}{T^2}\right) \qquad (II)$$

$$I,II\Rightarrow(h_1-u_1)\frac{V}{R}\left(\frac{dP}{T}-\frac{PdT}{T^2}\right)-m_1C_vdT=0$$

با فرض : $(h_1-u_1)\frac{V}{R}=A$

$$\Rightarrow A\frac{dP}{T}-\left(m_1C_v+\frac{AP}{T^2}\right)dT=0\Rightarrow\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{A}{T}\right)=\frac{\partial}{\partial P}\left[-\left(m_1C_v+\frac{AP}{T^2}\right)\right]=\frac{-A}{T^2}$$

یعنی معادله دیفرانسیل فوق کامل است

$$\Rightarrow F(P,T)=\int_0^P\frac{A}{T}dP-\int_0^T m_1C_vdT=C$$

$$\Rightarrow\frac{A}{T}P-m_1C_vT=C\ ,\ A=(h_1-u_1)\frac{V}{R}=P_1V_1\times\frac{V}{R}=RT_1\times\frac{V}{R}=T_1V$$

شرایط اولیه :

$$\begin{cases} m_1=\dfrac{P_1V}{RT_1}=9.35\,kg \\ 298.1\times1\times\dfrac{800}{298.1}-9.35\times0.717\times298.1=C \end{cases}$$

$$\Rightarrow C=-1198.606\Rightarrow 298.1\frac{P}{T}-6.7T=-1198.606$$

حالت نهایی :

$$298.1\times150-6.7T_2^2+1198.606T_2=0$$

$$\Rightarrow T_2=210.588K$$

$$P_2V=m_2RT_2\Rightarrow m_2=2.48\,kg$$

تفاوت ناچیز موجود بین جواب بدست آمده با جواب کتاب بخاطر گرد کردن جوابها می باشد.

$$m_c = m_1 - m_2 = 6.8\,kg$$

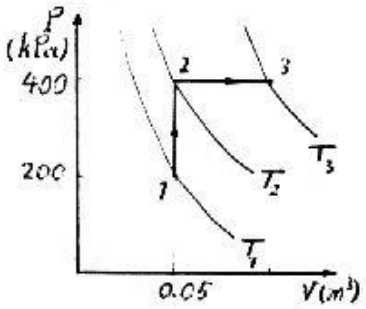
۸۰-۸ سیلندر قائمی با یک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده وپیستون ابتدا روی نگهدارنده‌ها قرار دارد. سیلندر حاوی گاز دی اکسید کربن در $200kPa$ ، $300K$ بوده ودر این نقطه حجم $50L$ است . فشاری برابر با $400kPa$ در درون سیلندر لازم است تا پیستون را از جای خود بلند کند . اکنون گرما از یک مکعب آلومینیمی ، به ضلع 0.1 در هر بعد ، به گاز داده می شود. مکعب ابتدا در $700K$ قرار دارد.

الف) دمای مکعب آلومینیمی زمانی که پیستون شروع به حرکت می کند چقدر است ؟

ب) فرایند تا زمانی که گاز و مکعب به دمای یکسانی برسند ادامه می یابد ، دما در این نقطه چقدر است ؟

ج) تغییر خالص انتروپی را برای کل فرایند محاسبه کنید

حل:



داریم:

$$\rho_{Al} = 2700\,kg/m^3\ ,\ C_p)_{Al} = 0.9\,kJ/kgK$$

$$R_{CO_2} = 0.1889\ ,\ T_c)_{CO_2} = 304.1K,$$

$$P_c)_{CO_2} = 7.38Mpa$$

$$,\ M_{CO_2} = 44.01\,kg/kmol$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{r1} = \dfrac{P_1}{P_c} = 0.0271\ ,\ T_{r1} = \dfrac{T_1}{T_c} = 0.99 \\ P_{r2} = \dfrac{P_2}{P_c} = 0.0542\ ,\ T_{r1} < T_{r2} < \dfrac{700}{T_c} = 2.3 \end{cases}$$

از دیاگرام عمومی تراکم پذیری برای P_r و T_r های فوق با دقت بالا داریم $Z=1$ ، در نتیجه دی اکسید کربن در تمام طول فرایند از معادلهٔ حالت گاز ایده ال پیروی می کند.

$$\Rightarrow m_{CO_2} = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.17646\,kg\ \Rightarrow\ T_2)_{CO_2} = \frac{P_2 V_2}{mR} = 600K$$

از جدول $A.6$ داریم :

$$\overline{C}_{po} = -3.7357 - 30.529\,\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.0241980\theta^2$$

در طول فرایند از 1 تا 2 دمای میانگین $450K$ است پس با تقریب خوبی از گرمای ویژه برای این دما

در طول فرایند 1 تا 2 استفاده می کنیم : (محدودهٔ استفاده از فرمول بالایی $300\text{-}3500K$ می باشد)

$$\theta=\frac{T_{av}}{100}=4.5 \Rightarrow \overline{C}_{po})_{CO_2}=43.051\,kJ/kmolK \Rightarrow C_{po})_{CO_2}=0.9782\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow C_{vo})_{CO_2}=C_{po})_{CO_2}-R_{CO_2}=0.7893\,kJ/kgK$$

برای مکعب داریم : $m_{Al}=\rho V=\rho a^3=2.7\,kg$

در فرایند 1 تا 2 ، نه دی اکسید کربن کار انجام می دهد و نه مکعب پس فقط تبادل حرارت بطور داخلی انجام می پذیرد با انتخاب مجموعهٔ دی اکسید کربن و آلومینیوم به عنوان جرم کنترل داریم :

$$1st\ law:\ Q_{C.M}=\Delta U_{1\text{-}2}+{}_1W_2=\Delta U_{CO_2}+\Delta U_{Al}=0$$

دقت شود که سیستم مزبور $(Al+CO_2)$ فقط تبادل حرارت داخلی دارد و با محیط ، تبادل حرارت انجام نمی دهد.

$$\Rightarrow (mC_{vo}\Delta T)_{CO_2}+(mC\Delta T)_{Al}=0$$

$$\Rightarrow 0.13928(600-300)+2.43(T_2-700)=0 \Rightarrow T_2)_{Al}=682.8K$$

با توجه به شرایط نهایی مساله دمای نهایی را حدود $676K$ پیش بینی می کنیم

$$\theta_{av})_{2\text{-}3}=\frac{T_{av})_{2\text{-}3}}{100}=\left(\frac{600+676}{2}\right)/100 \Rightarrow \theta_{av}=6.38 \Rightarrow \overline{C}_{po}=48.182\frac{kJ}{kmolK}$$

$$\Rightarrow C_{po}=1.0948 \Rightarrow C_{vo}=C_{po}-R=0.90589\,kJ/kgK$$

$$\Rightarrow (\Delta U_{CO2})_{2\text{-}3}=\left[mC_{vo}(T_3-T_2)\right]_{CO_2}=0.15985\,T_3-95.912\ ,\ T_2)_{CO_2}=600K$$

$${}_2W_3=\int_{V_2}^{V_3}P_{ext}dV=400(V_3-V_2)=400\,V_3-20=400\frac{m_{CO_2}RT_3}{P_3}-20$$

$$\Rightarrow {}_2W_3=0.033333\,T_3-20$$

$$(\Delta U_{Al})_{2\text{-}3}=(mC\Delta T)_{Al}=2.43\,T_3-1659.2\quad ,\quad T_2)_{Al}=682.8K$$

برای کل سیستم شامل ، آلومینیوم ودی اکسید کربن داریم :

$$1st\ law:\ {}_2Q_3={}_2W_3+(\Delta U)_{2\text{-}3}=0 \Rightarrow {}_2W_3+\Delta U_{CO_2}+\Delta U_{Al}=0$$

$$\Rightarrow 0.033333\,T_3-20+0.15985\,T_3-95.912+2.43T_3-1659.2=0$$

$$\Rightarrow T_3=676.7K$$

که نشان می دهد برآورد اولیه ما از دمای نهایی بسیار خوب بوده و تمام اعداد محاسبه شده با دقت بالا قابل قبول هستند و داریم :

$$\Delta S_{surr}=-\frac{Q}{T}=0$$ (انتقال حرارت با محیط نداریم .)

$$\Delta S_{Al}=mCLn\frac{T_3}{T_1}=-0.082261kJ/K \quad ,$$

ازجدول $(A.8)$داریم :

$$\Delta\overline{s^\circ}_{CO_2}=\overline{s_3^\circ}-\overline{s_1^\circ}=249.012-214.024=34.987 \Rightarrow \Delta s^\circ_{CO_2}=0.79498\ kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta S_{CO_2}=m(\Delta s^\circ_{CO_2}-RLn\frac{P_3}{P_1})=0.11718kJ/K$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net}=\Delta S_{surr}+\Delta S_{Al}+\Delta S_{CO_2}=0.034916kJ/K$$

۸-۸۱ سیلندر - پیستونی محتوی $2kg$ آب در $5MPa$, $800^\circ C$ می باشد . پیستون طوری بارگذاری شده است که فشار متناسب با حجم است $(P=CV)$. حال این سیلندر پیستون توسط یک منبع به دمای $0^\circ C$ تا حالت پایانی بخار اشباع سرد می شود . مطلوبست مقادیر فشار نهایی ، کار ، انتقال حرارت وتولید انتروپی طی فرایند .

حل:

1) $P_1=5MPa$, $T_1=800^\circ C \Rightarrow v_1=0.09811$, $u_1=3646.62$, $s_1=7.7440$

$$m=2kg \Rightarrow V_1=mv_1=0.19622\,m^3$$

$$P=CV \Rightarrow P_1=CV_1 \Rightarrow C=25.481\times10^3 kPa/m^3$$

2)بخار اشباع : $\begin{cases}x=1\\ v_2=v_g\end{cases}$, $P=CV \Rightarrow P_2=CV_2 \Rightarrow P_2=mCv_g$

حال δ را بدین صورت تعریف می کنیم $\delta=P_2-mCv_g$

وبا آزمون و خطا برای $\delta=0$، P_2 را بدست می آوریم .

P	v_g	δ	
3000	0.06668	-398	
$P_2=?$	$v_2=?$	$\delta=0$	$\Rightarrow \begin{cases}P_2=3194kPa\\ v_2=0.062676 \Rightarrow V_2=mv_2=0.12535\,m^3\end{cases}$
3250	0.06152	115	

$$_1W_2=\int_1^2 PdV=\int_1^2 CVdV=\frac{C}{2}(V_2^2-V_1^2)=-290.3\ kJ$$

2) درون یابی : $\begin{cases}P_2=3194kPa\\ x=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}s_2=s_g=6.1622kJ/kgK\\ u_2=u_g=2604.05\ kJ/kg\end{cases}$

$$system: 1st\ law: {}_1Q_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = -2375.4\ kJ \Rightarrow {}_1Q_2)_{surr} = +2375.4\ kJ$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.M} + \Delta S_{surr} = m(s_2 - s_1) + \frac{{}_1Q_{2)surr}}{T_{surr}} = 2(6.1622 - 7.7440) + \frac{2375.4}{273.15} = 5.53\ kJ/K$$

۸۲-۸ گازی در یک مخزن صلب در دمای محیط و فشار P_1 کمی بالاتر از فشار محیط، P_0، قراردارد. شیری که برروی مخزن نصب شده باز می گردد ودر نتیجه گاز خارج شده، فشار به سرعت به فشار محیط می رسد. شیر بسته شده وبعد از اینکه گاز مدتی طولانی راگذراند به دمای محیط می رسد. دراین نقطه فشار P_2 است. عبارتی بدست آورید که نسبت گرماهای ویژه، k، را بر حسب فشار ها بیان کند.

حل: در حالت اول مخزن همدما با محیط است.

$$1: \frac{P_1}{P_0} \sim 1,\ P_1 > P_0 \quad , \quad T_1 = T_0$$

$$(1 \to 2')\ t_{1\text{-}2'} << 1\ ,\ 2': P_{2'} = P_0\ ,\ t_{2'\text{-}2} >> 1\ ,\ 2: T_2 = T_0, P_2$$

با فرض گاز ایده ال با گرمای ویژه ثابت داریم:

مقدار گازی که در مخزن باقیمانده، یک فرایند انبساطی بازگشت پذیر را طی می کند و چون زمان بین مرحله 1 و $2'$ بسیارکم است پس فرصتی برای انتقال حرارت وجود نداشته و $Q=0$، پس فرایند هم‌انتروپی (آیزنتروپیک) است: $s_{2'} = s_1$

$$1 \to 2': \ s_{2'} = s_1 \Rightarrow \left(\frac{P_{2'}}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{2'}}{T_0} \Rightarrow \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{2'}}{T_0} \qquad (I)$$

معادله حالت گاز ایده ال بین مراحل $2'$,2:

$$\frac{P_2 V}{T_2} = \frac{P_{2'} V}{T_{2'}} \Rightarrow \frac{T_{2'}}{T_2} = \frac{P_{2'}}{P_2} \Rightarrow \frac{T_{2'}}{T_0} = \frac{P_0}{P_2} \qquad (II)$$

$$(I),(II) \Rightarrow \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{P_0}{P_2} \Rightarrow \frac{k-1}{k} Ln\frac{P_0}{P_1} = Ln\frac{P_0}{P_2}$$

$$\Rightarrow k(LnP_1 - LnP_2) = LnP_1 - LnP_0$$

$$\Rightarrow k = \frac{Ln\frac{P_1}{P_0}}{Ln\frac{P_1}{P_2}} \Rightarrow k = log_{\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$$