

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$ab - a = r \xrightarrow{a = \frac{1}{r}} ab - \frac{1}{r} = r \Rightarrow ab = r + \frac{1}{r} \Rightarrow ab = \frac{r+1}{r}$$

$$\Rightarrow b = \frac{r}{r+1} \Rightarrow b = \frac{1}{r}$$

دالة $f(x)$ $x > 1$, $x = 1$ $x < 1$ $f(x) = \begin{cases} rax - b & x < 1 \\ bx^r - ra + 1 & 1 \leq x \leq r \\ ax^r - r & x > r \end{cases}$ a, b, r $r > 1$ *

$$f(x) = \begin{cases} rax - b & x < 1 \\ bx^r - ra + 1 & 1 \leq x \leq r \\ ax^r - r & x > r \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} bx^r - ra + 1 = \boxed{b - ra + 1}$$

$$x \rightarrow 1^+ \quad x \rightarrow 1^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} rax - b = \boxed{ra - b}$$

$$x \rightarrow 1^- \quad x \rightarrow 1^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow b - ra + 1 = ra - b \Rightarrow b - ra - ra + b = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{rb - 2a = -1} *$$

$$\lim_{x \rightarrow r^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{a(x^r - r)}{x - r} = \frac{0}{0}$$

$$x \rightarrow r^+ \quad x \rightarrow r^+ \quad x - r$$

$$\lim_{x \rightarrow r^+} f(x) = \frac{a(x-r)(x+r)}{x-r} = \boxed{ra}$$

$$x \rightarrow r^+$$

$$\lim_{x \rightarrow r^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow r^-} bx^r - ra + 1 = \boxed{rb - ra + 1}$$

$$x \rightarrow r^- \quad x \rightarrow r^-$$

$$\lim_{x \rightarrow r^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow r^-} f(x) \Rightarrow ra = rb - ra + 1 \Rightarrow rb - 2a = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{rb - 2a = -1} *$$

$$\begin{cases} rb - 2a = -1 \\ ra - b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -rb + 2a = +1 \\ rb - va = -1 \end{cases}$$

PAPCO

$$2a - va = r \Rightarrow a = \frac{1}{r}$$

$$b = \frac{1}{r}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

پہلوئیں: تابع $y = f(x)$ را در نقطه $x = a$ پیوسته و نامیم حد و حد سرایو زیر برقرار است:

(1) $f(a)$ موجود است

(2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود است [یعنی حد چپ و راست تابع با هم برابر است]

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

* پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = 3$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} & x \neq 3 \\ 2 & x = 3 \end{cases}$$

$f(3) = 2$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \frac{0}{0}$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x - 6 & x - 3 \\ -x^2 + 3x & x + 2 \\ \hline 2x - 6 & \\ -2x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 5$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Rightarrow 5 \neq 2$ سرایو (3) برقرار نیست. پیوستگی تابع در $x = 3$ پیوسته نیست.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & -1 < x < 1 \\ 2x & 1 < x < 5 \end{cases}$$

$f(1) = 1+2 = 3$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x) = 2$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+2) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

$x \rightarrow 1$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow 3 = 3$$

در نقطه
مرسبه ششگ برقرار است تابع $x=1$ پیوسته است

$x \rightarrow 1$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2a & x < -2 \\ 3ax + b & -2 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2b & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = f(-2) \quad *$$

$x \rightarrow (-2)^-$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = f(-2) \quad **$$

$x \rightarrow 1$

$$f(-2) = 3a(-2) + b = -6a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (3ax + b) = -6a + b$$

$x \rightarrow (-2)^+ \quad x \rightarrow (-2)^+$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x + 2a) = -2 + 2a$$

$x \rightarrow (-2)^- \quad x \rightarrow (-2)^-$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) \Rightarrow -6a + b = -2 + 2a \Rightarrow \boxed{-4a + b = -2} \quad *$$

$x \rightarrow -2$

$$f(1) = 3a(1) + b = 3a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x - 2b) = 3 - 2b \quad / \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 3ax + b = 3a + b$$

$x \rightarrow 1^+ \quad x \rightarrow 1^+$

$x \rightarrow 1^- \quad x \rightarrow 1^-$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow 3a + b = 3 - 2b \Rightarrow \boxed{3a + 3b = 3} \quad **$$

$x \rightarrow 1$
P4PCO

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\begin{cases} \lambda a + b = -r \\ r a + r b = r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r \mu a - r b = r \\ r a + r b = r \end{cases}$$

$$r \mu a = r \Rightarrow a = \frac{1}{\mu} \quad , \quad b = \frac{r}{\mu}$$

* معادلات a, b, r میان نسبت μ و λ هستند، r در μ و λ قرار می‌دهیم

$$f(x) = \begin{cases} r a x + b & x > -r \\ 0 & x = -r \\ b a^x + r x & x < -r \end{cases}$$

$$\boxed{x = -r}$$

$$f(x) = \begin{cases} a x^r + b a^{-1} & x \geq 1 \\ r a x - r b & x < 1 \end{cases}$$

$$\boxed{x = 1}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

Subject:

Year. Month. Date. ()

در نقطه $x=0$ تابع $f(x)$ را بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ 3x + 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$f(0) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 0 + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Rightarrow 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 3x + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 = f(0) \Rightarrow 1 \neq 2$$

شرط پیوستگی برقرار نیست.
تابع در نقطه $x=0$ پیوسته نیست.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & 0 < x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ 2x - 2 & 1 < x < 2 \end{cases}$$

$$f(1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow 0 \neq 1$$

شرط (۳) برقرار نیست. پس تابع در نقطه $x=0$ پیوسته نیست.

مثلاً: تابع $y = f(x)$ و نقطه a از دامنه f را در نظر بگیرید.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

وجود داشته باشد آن را مشتق تابع f در نقطه a می نامیم و آن را با $f'(a)$ نمایش می دهیم.

Subject :

Year . Month . Date . ()

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

قضیه لایبزنیت

$$1) (c)' = 0$$

$$(c^r)' = 0$$

$$2) (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(x^r)' = rx^{r-1}$$

$$(\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$3) (f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$4) (f(x) \times g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$5) \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$6) (f^n(x))' = n f^{n-1}(x) \times f'(x)$$

* قضیه لایبزنیت تابع زیر را درست آوردم.

$$1) (10x^5 - 3x^2 + 4x^7 - 2)' = (50x^4 - 6x + 28x^6 - 0)$$

$$2) [(3x^4 - 2x^2 + 1)(x^3 - 4)]' = (3x^4 - 2x^2 + 1)'(x^3 - 4) + (3x^4 - 2x^2 + 1)(x^3 - 4)'$$
$$= (12x^3 - 4x)(x^3 - 4) + (3x^4 - 2x^2 + 1)(3x^2)$$

$$3) [(5x^3 - 2x + 4)^{10}]' = 10(5x^3 - 2x + 4)^9 \times 15x^2 - 2$$

$$4) \left(\frac{2x^5 - 4x^2 + 7}{x^2 - 1} \right)' = \frac{(2x^5 - 4x^2 + 7)'(x^2 - 1) - (2x^5 - 4x^2 + 7)(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2}$$

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$= \frac{(12x^2 - 12)(x^2 - 1) - (12x^2 - 4x^2 + 4)(2x)}{(x^2 - 1)^2}$$

* مستحق توابع زیر را به سبب آوری.

$$1) \left(\sqrt{x^2 + 1} + 0 \right)^{\frac{r}{2}} = ($$

$$= \left((x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + 0 \right)^{\frac{r}{2}} = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^{\frac{1}{2} - 1} \times (2x) + 0 \left(\frac{r}{2} \right) x^{\frac{r}{2} - 1}$$

$$= \frac{rx}{2} (x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} + rx^{\frac{r}{2} - 1}$$

$$2) \left(\frac{r}{x} + \frac{r}{\sqrt{x}} - \frac{r}{\sqrt{x^2}} \right)' = \left(rx^{-1} + rx^{-\frac{1}{2}} - rx^{-\frac{1}{2}} \right)'$$

$$3) \left(\sqrt{rx^2 + 0x - r} \right)' = \left((rx^2 + 0x - r)^{\frac{1}{2}} \right)'$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\lim_{u \rightarrow 1^+} \frac{|u-1|}{u^2-2u+1} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{x^2-2x+1}{-x^2+k} \Big| \frac{x-1}{x-1}$$

$$\lim_{u \rightarrow 1^+} \frac{u-1}{(u-1)^2} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

قدر مطلق را در یک ضلع \Rightarrow $\frac{0}{0}$ \Rightarrow $\frac{0}{0}$ \Rightarrow $\frac{0}{0}$

$$\lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{|u-1|}{u^2-2u+1} = \frac{0}{0}$$

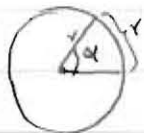
$$\lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{-(u-1)}{u^2-2u+1} = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{-(u-1)}{(u-1)^2} = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{-1}{u-1} = \frac{-1}{0}$$

نسبت های مثلثاتی:

برای تعریف نسبت های مثلثاتی زاویه α (بترا تعریف واحد های اندازه گیری زاویه کج درجه، رادیان) را یاد آوری می کنیم.

۱ درجه: اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی از دایره است که طول آن برابر $\frac{1}{360}$ طول محیط دایره است.

رادیان: اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی از دایره است که طول آن برابر با شعاع دایره است.



در شکل زیر اندازه α برابر یک رادیان است.

چون محیط دایره ای به شعاع ۱ برابر 2π است بنابراین تناسب زیر را داریم:

$$\frac{D}{360} = \frac{r}{2\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{r}{\pi}$$

فرمول تبدیل درجه به رادیان و رادیان به درجه:

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\frac{r_0}{110} = \frac{R}{\pi}$$

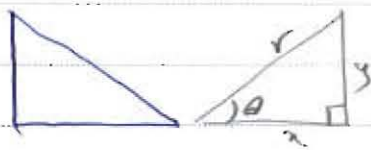
* اندازه زاویه 30° چند رادیان است؟

$$\Rightarrow r_0 \pi = 110 R \Rightarrow R = \frac{r_0 \pi}{110} \Rightarrow R = \frac{\pi}{9}, \quad r_0 = \frac{\pi}{9} \text{ Rad}$$

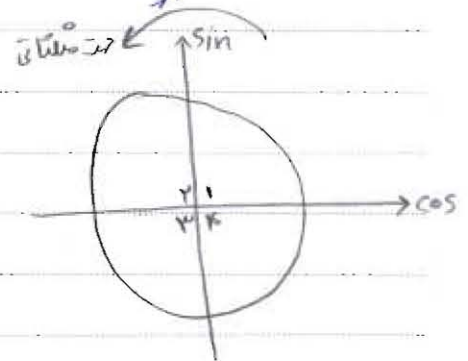
$$\frac{D}{110} = \frac{R}{\pi}$$

* رادیان چند درجه می باشد؟

$$\frac{D}{110} = \frac{\pi}{9} \Rightarrow D \pi = 110 \frac{\pi}{9} \Rightarrow D \pi = 40 \pi \Rightarrow D = \frac{40 \pi}{\pi} \Rightarrow D = 40^\circ$$



الف. متغیر
 $r^2 = x^2 + y^2$



$$\cos \theta = \frac{\text{مقابل مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{مقابل مقابل}}{\text{مقابل مجاور}} = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{مقابل مجاور}}{\text{مقابل مقابل}} = \frac{x}{y} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

	0	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	تن
cot	تن	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	تن

* روابط مثلثاتی برای نقطه $(-2, 3)$ را بیابید:

$$x = -2 \quad y = 3$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow r^2 = (-2)^2 + 3^2 \Rightarrow r^2 = 13 \quad r = \sqrt{13}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{\sqrt{13}}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{-2}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-2}{3}$$